HANDBOUND
AT THE

UNIVERSITY OF
TORONTO PRESS

(49)
I
7756

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVUE OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE RUNDSCHAU

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Dott. Corrado Gini, *prof. ord. di Statistica nella R. Università di Padova* (Italia).

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION — EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTIONS-KOMITEE

Prof. A. Andreadès, *de Science des finances à l' Université d'Athènes* (Grèce)
Prof. A. E. Bunge, *Director general de Estadistica de la Nacion. Buenos Ayres* (Argentina).
Dott. F. P. Cantelli, *attuario alla Cassa depositi e prestiti. Ministero del Tesoro. Roma* (Italia).
Dr. L. V. Furlan, *Privatdozent für Statistik in der Universität Basel* (Schweiz).
Dr. M. Greenwood, *reader in Medical Statistics in the University of London* (England).
Dr. G. H. Knibbs, *Commonwealth Statistician. Melbourne* (Australia).
Ing. L. March, *directeur de la Statistique générale de la France. Paris* (France).
Prof. A. Julin, *secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail. Bruxelles* (Belgique).
Dr. R. Pearl, *prof. of Biometry and Vital Statistics in the J. Hopkins University. Baltimore* (U.S.A.)

Vol. 1. N. 1. **1-VII-1920**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

Programma (p. 3) - *Programme* (p. 8) - *Programme* (p. 13) - *Programm* (p. 17).
L. March. *La méthode statistique* . . . . . p. 22
E. Czuber. *Ueber Funktionen von Variablen zwischen welchen Korrelationen bestehen* . . . . . » 53
F. Vinci. *Sui coefficienti di variabilità* . . . . . » 62
F. Y. Edgeworth. *Entomological Statistics*. . . . . » 75
C. Gini. *La coscrizione militare dal punto di vista eugenico* . . . » 83
G. H. Knibbs. *The theory of large populations-aggregates* . . . . » 113
G. Zingàli. *Della misura statistica dell' abilità dei giocatori nelle corse al galoppo* . . . . . » 126
J. Bourdon. *La fiscalité de guerre (discussion)* . . . . . » 137
F. P. Cantelli. *Sulle applicazioni del calcolo delle probabilità alla fisica molecolare (rassegna)* . . . . . » 151
C. Gini. † *Ridolfo Livi* (1856-1920) . . . . . » 184
Libri ricevuti. . . . . » 191

INDUSTRIE GRAFICHE ITALIANE
Stabilimento di ROVIGO
1920

258582
26.8.31

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.

ARTIKEL DIE AN DIE RUNDSCHAU ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.

ARTICLES RECEIWED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.

C. Gini. *Criteri direttivi per l' interpolazione e la perequazione delle serie statistiche.*

L. Livi. *Memoria e profitto nei ragazzi. Esperimento di statistica psicometrica sugli alunni delle scuole comunali di Modena.*

M. Boldrini. *Nuovi contributi alle ricerche sull' azione dell' ordine di nascita.*

P. Medolaghi. *La previsione statistica ed il calcolo delle probabilità. Nota preliminare.*

A. Andreadès. *De la population de Constantinoples sous les empereurs byzantins.*

F. Savorgnan. *La natimortalità negli anni di guerra.*

G. Balducci. *Sulla mortalità degli insegnanti elementari pensionati.*

W. Weinberg. *Methodologische Gesichtspunkte für die statistische Untersuchung der Vererbung bei* Dementia präcox.

HA
1
M4
v. 1

LIBRARY
APR 4 1968
UNIVERSITY OF TORONTO

PROGRAMMA

Una delle maggiori difficoltà che incontra lo statistico moderno è quella di tener dietro agli articoli che possono interessare i suoi studi. Questi provengono da scuole diverse e compaiono su atti di accademie e su riviste appartenenti alle più svariate discipline. Converrebbe consultare pubblicazioni di astronomia e di genetica e di eugenica, di economia politica e di fisica e di chimica, di scienza delle finanze e di storia, di diritto e di igiene e di medicina, di antropologia e di ingegneria e di scienze attuariali, di demografia e di fisiologia e di patologia e di psicologia, di matematiche pure e di biologia generale, e ancora di zoologia e di zootecnia e di botanica e di agronomia.

Il più delle volte si tratta — è vero — di articoli che non rappresentano nulla più che una applicazione al soggetto trattato di metodi ben noti: spesso anche — conviene riconoscere — i risultati raggiunti non hanno un particolare interesse al di là della disciplina in cui la trattazione rientra. Ma altre volte le cose stanno diversamente. Trattasi talora di articoli di metodologia statistica, che posseggono un interesse generale per ogni cultore della materia. Più spesso ancora vediamo, in occasione di applicazioni ad argomenti speciali, prospettate e risolte questioni metodologiche, messa in luce la portata di ipo-

tesi insite in taluni procedimenti, verificata l'approssimazione di conclusioni teoriche, realizzati così in vari modi progressi, della cui conoscenza può avvantaggiarsi ogni ramo della statistica. Molte altre volte ancora i risultati di particolari indagini statistiche, se non hanno un interesse per tutti i cultori della statistica, lo hanno però, e grandissimo, per i cultori dei rami affini di questa disciplina; e così, per esempio, risultati statistici ottenuti nel campo dell' antropologia, della biologia generale, della zootecnia, della genetica, dell' eugenica, dell'igiene, della medicina, della patologia, delle scienze attuariali, dell' economia politica, della storia, possono interessare vivamente il demografo.

Chi, nello sforzo di dare alla propria coltura statistica la massima estensione possibile, abbia consuetudine con le pubblicazioni disparate che contengono lavori statistici, non tarda ad accorgersi dei gravi inconvenienti che derivano da questa mancanza di coordinazione del lavoro.

Materiali statistici preziosi, faticosamente raccolti e diligentemente criticati, spesso restano senza utilità per la scienza, esposti e manipolati come sono da persone non pratiche dei moderni metodi di elaborazione. Difficoltà tipografiche rendono poi per lo più impossibile di pubblicare i dati originali nella loro integrità, per modo che resta esclusa anche la possibilità che i competenti ne traggano il frutto che l'autore non seppe cogliere.

Altre volte sono discussioni lunghissime, inconcludenti -- quando pure non concludono a rovescio — per trattare questioni, che conoscenze anche elementari di metodi noti avrebbero permesso di risolvere con poche parole e sicuramente.

Talvolta, ancora, si assiste — ed è questo, in fondo, il male minore — a riscoperte di verità e a reinvenzioni di metodi già raggiunti in altri campi della statistica. E, anche all'infuori di questi danni manifesti, quante

volte, leggendo un autore, pure sagace e profondo conoscitore del suo campo d'indagine, non vien fatto di avvertire il profitto che egli avrebbe potuto ritrarre dalla conoscenza di lavori statistici pubblicati in periodici lontani dalla sua disciplina?

Nei limiti consentiti ad una rivista, *Metron* si propone di fare il primo passo per ovviare a questi inconvenienti. Esso si rivolge, pertanto, a tutti gli studiosi che nei campi e coi metodi più disparati coltivano la statistica, domandando ad essi di convergere i loro sforzi per il progresso della scienza. *Metron* mira ad essere per ora il loro organo di collegamento, per divenire a poco a poco un organo di coordinazione scientifica.

Conseguentemente con tali propositi, *Metron* resta aperto a tutte le tendenze metodologiche, da quelle che rifuggono da ogni procedimento che non sia alla portata anche delle persone di media coltura, a quelle che fanno consistere il progresso della statistica nell'accogliere in misura sempre più larga i più raffinati e sottili procedimenti delle matematiche superiori. Le une e le altre hanno effettivamente ragione di attuarsi per indagini particolari. Vi sono infatti problemi, a cui bastano, per essere risolti, i metodi più antichi dell'analisi statistica, diventati ormai patrimonio comune di ogni persona colta; ed altri invece ve ne sono, che non possono essere trattati senza il ricorso ai più ardui strumenti del calcolo. E, tra questi e quelli, vi è una gradazione insensibile di passaggi. Ora, problemi di tutti questi varî tipi possono avere un interesse per la scienza in generale e per la statistica in particolare. *Metron* pertanto li vedrà volontieri trattati coi metodi meglio rispondenti.

Certamente non si può tacere che il compito di collegamento che la rivista si propone sarà assolto tanto più agevolmente, quanto minore sarà il tecnicismo usato dagli autori e quanto più largo, conseguentemente, sarà

il pubblico che delle loro indagini potrà prendere piena conoscenza. Perciò la Direzione vedrebbe con piacere che le questioni fossero sempre trattate coi mezzi più semplici consentiti dall'indole della materia.

Questa è, d'altra parte, solo l'espressione di un desiderio della Direzione e non una condizione per l'accettazione degli articoli. La Direzione non desidera forzare ad andare contro alla loro naturale propensione quegli autori che, pur di guadagnare in concisione e precisione di linguaggio o in raffinatezza di metodi, sono disposti a rinunciare a farsi intendere da una parte dei lettori.

Condizione essenziale per l'accettazione dei lavori è invece che questi portino un contributo, nel campo della metodologia o delle applicazioni statistiche, che abbia un qualche carattere di originalità e possa interessare una più o meno ampia cerchia di cultori della statistica. A seconda dell'interesse più o meno largo degli argomenti trattati, i lavori verranno inseriti nella rubrica degli articoli o in quella delle note. Molte volte, però, lo statistico perviene, nelle sue ricerche, a risultati singoli che, per quanto non bastino a formar materia di un articolo e neppure di una nota, pure possono offrire un interesse di curiosità scientifica, non solo, ma anche costituire un materiale che viene utilmente a integrare le lacune di altre ricerche. Risultati siffatti verranno pubblicati in una rubrica a parte.

Oltre all'elenco delle pubblicazioni ricevute, la rivista conterrà in ogni numero una o più rassegne di opere statistiche o di risultati statistici desunti da opere di carattere prevalentemente non statistico. Ogni rassegna riguarderà un particolare ramo della statistica, la statistica metodologica, ad esempio, oppure la statistica demografica, o la sanitaria, o l'antropometrica, o l'economica. Vi sarà ancora una rassegna delle fonti statistiche e una rassegna dei rami delle matematiche, che con la statistica

hanno diretta attinenza (calcolo delle probabilità, interpolazione, ecc.). Potranno infine essere accolte discussioni sopra temi che abbiano per la statistica particolare interesse.

Metron è una rivista internazionale. Il fatto che essa viene stampata in Italia e che i redattori sono quindi, di necessità, in maggioranza, italiani, farà sì che probabilmente la lingua italiana vi abbia, specialmente sul principio, una parte maggiore delle altre lingue internazionali, la francese, l'inglese, la tedesca. Queste vi sono ammesse però in condizioni di assoluta parità. Spetta ai collaboratori delle altre nazioni di intensificare la loro partecipazione in modo da fare scomparire ogni differenza. La partecipazione più larga degli autori non italiani è nel desiderio della Direzione.

La Direzione.

PROGRAMME

Une des grandes difficultés que rencontre la statistique moderne est de suivre tous les travaux qui peuvent intéresser ses études. Ces travaux sont en effet l'oeuvre d'écoles diverses; les revues ou les comptes-rendus qui les publient appartiennent aux disciplines les plus variées. Il faut donc consulter des publications d'astronomie, de génétique, d'eugénique, d'économie politique, de physique, de chimie, de science des finances, d'histoire, de droit, d'hygiène, de médecine, d'anthròpologie, de technologie, de sciences actuarielles, de démographie, de physiologie, de pathologie, de psychologie, de mathématiques pures, de biologie générale, et encore de zoologie, de zootechnie, de botanique, d'agronomie, etc..

Le plus souvent — il est vrai — on écrit des articles qui ne sont qu'une application, au sujet en question, de méthodes bien connues; souvent aussi, — il faut le le reconnaître — les résultats obtenus n'ont pas d'intérêt spécial en dehors de la discipline dans laquelle rentre l'article. Mais, d'autres fois, les choses se passent différemment. Certains articles de méthodologie présentent un intérêt général pour tous ceux qui s'occupent de statistique. Plus souvent encore nous voyons que, dans l'application à des développements spéciaux, des questions

méthodologiques sont présentées et résolues, la portée d'hypothèses contenues dans certaines analyses est mise en lumière, le degré d' approximation des conclusions théoriques se trouve vérifié ; des progrès sont ainsi réalisés par des voies diverses, progrès dont la connaissance intéresse toutes les branches de la statistique. Plus souvent encore, les résultats d'enquêtes statistiques particulières, bien que n'ayant pas d'intérêt pour tous ceux qui s'occupent de la statistique, offrent un intérêt considérable pour ceux qui s'occupent de recherches liées à ces enquêtes: c'est ainsi, par exemple, que les résultats statistiques obtenus dans le champ de l' anthropologie, de la biologie générale, de la zootechnie, de la génétique, de l'eugénique, de l'hygiène, de la médecine, de la pathologie, de la science actuarielle, de l'économie politique, de l'histoire, peuvent intéresser vivement le démographe.

Quiconque s'efforce de donner à sa connaissance spéciale de la statistique le maximum d'extension possible, en se servant des publications disparates qui contiennent des travaux statistiques, ne tarde pas à apercevoir les graves inconvénients qui dérivent de ce manque de coordination du travail.

Des données statistiques précieuses, recueillies avec peine, soigneusement critiquées, restent souvent sans utilité pour la science parce qu' elles sont présentées et mises en oeuvre par des personnes qui ne pratiquent pas les méthodes modernes d'élaboration. Des difficultés typographiques rendent d'autre part difficile la publication des données originales dans leur intégrité, en sorte que les personnes compétentes ne peuvent en tirer le fruit que l'auteur n'a pas su récolter.

D'autres fois, on a à faire à des discussions à perte de vue et sans conclusion — si toutefois elles n'aboutissent à de fausses conclusions — sur des questions qu' une connaissance, même élémentaire, des méthodes employées, aurait permis de résoudre en peu de mots et sûrement.

Ou bien encore on voit les auteurs — et c'est là, au fond, le moindre mal — redécouvrir une vérité ou réinventer des méthodes déjà trouvées dans d'autres domaines de la statistique. Et, même à part ces inconvénients manifestes, combien de fois, en lisant un auteur pourtant sagace et profond dans le domaine de ses recherches, n'arrive-t-il pas de noter le profit qu'il aurait pu tirer de la connaissance des travaux statistiques antérieurement publiés dans des revues appartenant à des disciplines differentes.

Dans les limites assignées à une revue, *Metron* se propose de faire un premier pas pour obvier à ces inconvénients. Cette revue s'adresse pourtant à tous les savants qui, dans des domaines et avec des méthodes disparates, s'occupent de statistique, en leur demandant de rendre convergents leurs efforts pour le progrès de la science. *Metron* vise à être, pour le moment, un raccord entre ces disciplines différentes en se preparant à devenir peu à peu un organe de coordination scientifique.

Par conséquent, et dans ce but, *Metron* reste ouvert à toutes les tendances méthodologiques, à celles qui rejettent tout procédé qui ne soit pas à la portée des personnes de culture moyenne, comme à celles des personnes qui font consister le progrès de la statistique dans l'emploi de plus en plus large des procédés les plus raffinés et les plus subtils des mathématiques supérieures. Les unes et les autres ont effectivement raison d'appliquer leur manière de voir dans des enquêtes particulières. Il y a en effet des problèmes auxquels il suffit d'utiliser, pour les résoudre, les méthodes anciennes de l'analyse statistique, devenues désormais le patrimoine commun de toute personne cultivée ; d'autres problèmes, au contraire, ne peuvent être traités sans le secours des instruments de calcul les plus délicats. Entre les premiers et les seconds, il n'existe que des transitions insensibles. Or ces deux

ordres de problèmes peuvent avoir un intérêt pour la science en général et pour la statistique en particulier. *Metron* les verra volontiers traités avec les méthodes les mieux appropriées à leur nature.

On ne peut certainement pas se dissimuler que la fonction d'intermédiaire sera d'autant mieux accomplie par la Revue que la technique dont usent les auteurs sera moins spéciale et que, par conséquent, le public capable de prendre pleine connaissance des recherches sera plus étendu. C'est pourquoi la Direction verrait avec plaisir traiter des questions différentes avec les moyens les plus simples adaptés à la nature du sujet.

Cela n'est, bien entendu, que l'expression d'un désir de la Direction et non une condition pour l'acceptation des articles. La Direction ne veut pas exercer une pression sur les auteurs et aller contre l'inclination naturelle de ceux qui, pour gagner en concision et en précision de langage ou en raffinement de méthode, sont disposés à renoncer à se faire entendre d'une partie des lecteurs.

La condition essentielle, pour l'acceptation des travaux, est simplement que ceux-ci apportent, dans le domaine de la méthodologie ou des applications statistiques, une contribution qui ait quelque originalité et puisse intéresser un cercle plus ou moins étendu de personnes adonnées aux études de statistique. Selon l'intérêt plus ou moins grand des sujets traités, les travaux seront insérés comme articles ou comme notes documentaires. Il arrive souvent que les recherches statistiques aboutissent à des résultats fragmentaires, insuffisants à former la matière d'un article, ou même d'une note, qui, non seulement peuvent offrir un intérêt de curiosité scientifique, mais encore peuvent constituer des données susceptibles de combler utilement les lacunes d'autres recherches. Des tels résultats seront publiés sous une rubrique spéciale.

Outre la liste des publications reçues, la Revue contiendra, dans chaque numéro, un ou plusieurs comptes-rendus d'ouvrages statistiques, ou bien des résultats statistiques tirés d'ouvrages qui n'ont pas un caractère statistique prépondérant. Chaque compte-rendu se rapportera à une branche particulière de la statistique, la statistique méthodologique, par exemple, ou bien la statistique démographique, ou sanitaire, ou anthropométrique, ou économique. Il y aura aussi un compte-rendu des sources statistiques et un compte-rendu des travaux accomplis dans les branches des mathématiques qui sont en rapport direct avec la statistique (calcul des probabilités, interpolation, etc.). On pourra enfin accueillir des discussions sur des sujets qui aient un interêt particulier pour le statisticien.

Metron est une revue internationale. Le fait qu'elle est publiée en Italie et que par suite les principaux rédacteurs sont necessairement italiens, aura pour conséquence que, surtout au début, la langue italienne y tiendra peut être une place plus grande que les autres langues internationales, le français, l'anglais, l'allemand. Toutefois ces dernières y sont admises dans des conditions d'absolue parité. Il appartient aux collaborateurs étrangers d'intensifier leur participation, de façon a faire disparaître toute différence. Le désir de la Direction est que la participation des auteurs non Italiens soit de plus en plus étendue.

La Direction.

PROGRAMME

One of the great difficulties in connection with modern statistics is that of becoming acquainted with the relevant literature; this is in fact derived from the work of very different schools and published in a variety of journals and transactions. It is necessary to consult mathematical, astronomical, technical, physical, chemical, actuarial, economic and financial, psychological, historical, legal, physiological and pathological, hygienic and medical, biological, genetic and eugenic and even purely zoological, botanical and agricultural publications.

It is true that generally such papers are merely applications of well-known methods to a special subject matter and the conclusions are only of interest to specialists in the particular branch of knowledge. But this is not always the case and sometimes methods of general interest to all statisticians are to be found, or, again, we find in particular connections methodological problems enunciated and solved, the scope of hypothesis contained in certain analyses brought to light, the approximation of theoretical conclusions verified and advances made by different routes; progress of interest in all branches of statistics. Still more frequently the results of particular statistical investigations, even when they do not interest all statisticians, are of importance to those engaged in

similar inquiries; thus results obtained in the field of anthropolology, zoology, genetics or eugenics, hygiene, medicine, pathology, life assurance, political economy or history may be of great interest to the student of demography.

Whoever, desiring to enlarge the boundaries of statistical science as far as possible, is forced to consult the heterogeneous literature containing statistical papers must be aware of the inconvenience resulting from lack of coordination.

Valuable statistical data, carefully collected, scrupulously criticised, remain of no scientific value owing to their presentation and analysis by those unskilled in modern methods. Typographical difficulties offer obstacles to the publication of the original data in their integrity so that competent statisticians are unable to harvest the grain which the original author had not the skill to reap. Sometimes we meet with tedious, inconclusive, or even fallacious arguments where quite an elementary knowledge of statistical methods would have led to a simple and exact conclusion. Sometimes indeed we merely encounter — and this is the smallest evil — the rediscovery of an established truth or the re-invention of a familiar method, but how often do we not feel in reading the work of a writer, sagacious and profound in his own subject, that he would have greatly profited by a knowledge of other statistics published in journals quite disconnected from his speciality!

Within the limits appropriate to a review, *Metron* will endeavour to take the first step towards remedying these defects. It is addressed to those who, cultivating different soils with various implements, nevertheless are busied with statistics; that the results of their labours may become of general utility to science. It is hoped that *Metron* may be a bond of union between statistical

workers in different branches, perhaps at length an organ of scientific coordination.

With this object, *Metron* will be catholic ; its pages will be open to those who employ no methods beyond the scope of ordinary cultivated men as well as to those who delight in the most refined and subtle developments of mathematical science. There is indeed scope for both schools. Some problems can be solved by the older methods now part of the intellectual stock of all educated persons, others must be investigated with the help of more recondite procedures. Between these extremes are insensible gradations and both orders of inquiry interest science in general and statistical science in particular. It is hoped that both will find in *Metron* an appropriate treatment.

It cannot of course be denied that, the simpler the methods employed, the easier is the process of mutual enlightenment which *Metron* is intended to facilitate, since the number of readers capable of profiting by the exposition will be larger. The editors hope therefore that questions will be dealt with adopting as simple methods as their nature permits. But this is merely the expression of a desire not a condition of publication. The editors do not desire to put any compulsion upon contributors or to gainsay those who will forego a numerous audience for the satisfaction of expressing their ideas in the most concise and accurate style.

The sole necessary condition of approval for publication is that papers shall make a contribution to the theory or practice of statistics of original value and likely to interest a greater or smaller number of students of statistics. Contribution will be inserted as articles or notes in accordance with the importance of the subject matter. Frequently statistical researches lead to fragmentary results, insufficient to form the subject of a paper or even a note, but still offering something of scientific

interest or perhaps filling a lacuna in other investigations. Such results will be published under a special heading.

In addition to a bibliography of publications received, each number of the review will contain one or more analyses of statistical works or of results perhaps taken from works not exclusively statistical in character. Each such analysis will deal with a particular branch of statistics, e. g. demographic, sanitary, anthropometric or economic statistics. There will also be an analysis of sources and of mathematical work bearing upon statistics (calculus of probabilities, interpolation, etc.). Discussions on topics of special interest to statisticians will be accepted as well.

Metron is an international review. As it is published in Italy and consequently a majority of the editorial staff are Italians, no doubt the Italian language will at first preponderate in its pages. But the other great international languages, French, English and German are admitted to its pages on terms of complete equality. It rests with contributors from other countries to increase their share in its pages and to cause to disappear any such difference. It is the wish of the editors that the participation of non Italian writers shall become larger and larger.

THE EDITORS.

PROGRAMM

Eine der grössten Schwierigkeiten, mit denen der moderne Statistiker zu rechnen hat, besteht darin, möglichst eine der Veröffentlichungen, die seine Studien betreffen, unbemerkt vorübergehen zu lassen. Diese Veröffentlichungen stammen aus verschiedenen Schulen und erscheinen in Akademieberichten und Zeitschriften, die die verschiedensten Wissenschaftsdisziplinen behandeln. Man müsste zu Rate ziehen Veröffentlichungen, die Astronomie betreffen, die Vererbungslehre, die Rassenhygiene, die Wirtschaftslehre, Physik und Chemie, die Finanzwissenschaft, Geschichte, Rechtswissenschaft, Hygiene und Medizin, Anthropologie, Ingenieurkunst, Versicherungswesen, Volkswissenschaft, Physiologie, Pathologie und Psychologie, reine Mathematik und allgemeine Lebenskunde und noch die Tierkunde und Zootechnie, Pflanzen- und Landwirtschaftskunde.

Wohl handelt es sich meistens um Schriften, welche nur die Anwendung gut bekannter Methoden des betreffenden Gegenstandes darstellen; oft auch — und das ist auch wahr — haben die vorgeführten Ergebnisse nur für den behandelten Wissenschaftszweig besonderes Interesse. Doch ist es nicht immer so. Schriften, die Bezug auf die statistische Methodologie haben, bieten ein allgemeines Interesse für jeden Forscher dieser Wissenschaft.

Oefter noch werden bei der Abhandlung von speziellen Gegenständen methodologische Fragen gestellt und gelöst, die Tragweite von Hypothesen, die für ein Verfahren kennzeichnend sind, hervorgehoben; die Schlussfolgerungen von theorischen Untersuchungen geprüft, und so auf verschiedenen Wegen Fortschritte erreicht, deren Kenntnisnahme alle Teile der Statistik befruchtet. In vielen anderen Fällen können die Ergebnisse besonderer statistischer Forschungen, wenn nicht für alle Statistikforscher, so doch für die Pfleger der Nebenzweige der Statistik grosses Interesse haben: so können z. B. statistische Ergebnisse, die auf dem Gebiete der Anthropologie, der Biologie, der Tierkunde, der Vererbungslehre, der Genetik, der Hygiene, der Medizin, der Pathologie, des Verischerungswesen, der Wirtschaftslehre, der Geschichte, erreicht worden, den Volksstatistiker lebhaft interessieren.

Derjenige, welcher anstrebt, seiner eigenen statistischen Ausbildung einen weitesten Umfang zu geben, und die verschiedensten, statistische Arbeiten enthaltenden Veröffentlichungen zu diesem Zwecke zu Rate zieht, bemerkt alsbald jene schwerwiegenden Unannehmlichkeiten, die Folge des Mangels an Einheitlichkeit bei der Arbeit sind.

Man lässt oft für die Wissenschaft kostbares, mit viel Mühe gesammeltes und fleissig geprüftes statistisches Material unbenützt, weil es von Personen, welche der modernen Bearbeitungsmethoden unkundig sind, bearbeitet und dargeboten wird. Dazu gesellen sich noch typographische Schwierigkeiten, die die Veröffentlichung der ursprünglichen Daten in ihrer Vollständigkeit meist verhindern, sodass dann auch den Sachkundigen die Möglichkeit genommen wird, den Arbeitsnutzen, der dem Verfasser entgangen ist, hierdort wahrzunehemen.

Manchmal sind es lange, schlusslose — wenn nicht geradezu das Gegenteil beweisende — Untersuchungen

und Fragenbehandlungen, die auch mit elementaren Kenntnissen bekannter Methoden und in wenigen Worten hätten geklärt werden können.

Auch erleben wir — und das wäre noch das kleinste Uebel — die Wiederentdeckung von Wahrheiten und die Wiedererfindung von Methoden, die schon in anderen Gebieten der Statistik bereits aufgestellt sind. Ausser diesen leicht zu Tage tretenden Misserfolgen der Forschungsarbeit vermisst man auch oft, beim Lesen eines Werkes, jenen Nutzen, den der Verfasser — wenn auch scharfsinniger und tiefer Kenner seines eigenen Forschungsgebietes — aus der Kenntnis all jener statistischen Arbeiten, welche in wissenschaftlichen Zeitschriften, die andere Lehrdisziplinen behandeln, erschienen sind, hätte ziehen können.

Soweit es die Grenzen einer Rundschau gestatten, nimmt sich *Metron* vor, den ersten Schritt zur Beseitigung dieses Uebelstandes zu unternehmen. Er wendet sich deshalb an alle Gelehrten, die in allen Gebieten und mit den verschiedensten Methoden die Statistik pflegen, sie ersuchend, alle ihre Arbeitsbemühungen zum Fortschritte der Wissenschaft zusammen zu vereinigen. *Metron* bezweckt vorderhand ihr Bindeglied zu sein, um sich dann zu einem wissenschaftlichen Vereinheitlichungsorgan zu entwickeln.

Gemäss dessen stellt sich *Metron* allen methodologischen Tendenzen zur Verfügung: in gleicher Weise jenen, die Verfahren anwenden, die auch von Personen mit Durchschnittsbildung begriffen werden, als auch denen, die in immer grösserem Maasse mit den feinsten Methoden der höheren Matemathik den Fortschritt der Statistik zu fördern trachten. Die einen wie die andern haben in der Tat das volle Recht, sich in besonderen Untersuchungen zu betätigen. So giebt es Probleme, zu deren Lösung die ältesten, nunmehr zum Gemeingut jedes gebildeten Menschen gewordenen Methoden der

statistischen Analyse genügen, andere hingegen wollen zu ihrer Lösung die Mithilfe der schwierigsten Rechnenoperationen. Und zwischen den einen und den anderen gibt es eine ganze Reihe unmerklicher Abstufungen. Nun können Probleme dieser verschiedenen Typen sowohl für die Wissenschaft im Allgemeinen, als auch für die Statistik im Besonderen, Interesse haben. *Metron* wird sie deshalb alle gern aufnehmen, wenn sie mit den geeignetsten Methoden behandelt sind.

Natürlich wird die Aufgabe des Zusammenwirkens, die sich die Zeitschrift stellt, um so leichter gelöst, je weniger Technicismus von den Verfassern angewendet und je zahlreicher infolgedessen das Publikum ist, welches von den gebrachten Forschungen Kenntnis nehmen wird. Deswegen würde die Direktion gerne sehen, wenn die Probleme stets mit den einfachsten, der Natur des Stoffes angemessensten Mitteln behandelt würden.

Das ist jedoch nur der Ausdruck eines Wunsches der Direktion und nicht Bedingung für die ev. Annahme eines Artikels. Die Direktion will nicht die Mitarbeiter zwingen, gegen ihre natürliche Neigung zu handeln, und auf verfeinerte Methoden, Sprachgenauigkeit und Kürze bei denjenigen Forschern verzichten, die nur von einem beschränkten Kreis der Leser verstanden werden.

Hauptbedingung für die Annahme der Arbeiten ist vielmehr, dass sie auf dem Gebiete der Methodologie oder der angewandten Statistik einen Beitrag liefern und irgend einen originellen Charakterzug aufweisen, der einen mehr oder weniger weiteren Kreis der Statistikpfleger interessiere. Je nach dem grösseren oder minderen Interesse des behandelten Stoffes werden dann die Arbeiten in die Rubrik der Artikel oder in die der Mitteilungen eingerückt. Manchmal jedoch gelangt der Statistiker bei seinen Nachforschungen zu einzelnen Ergebnissen, die weder für einen Artikel noch für eine

Notiz genügen, aber dennoch wissenschaftliches Interesse beanspruchen, und zur Ausfüllung von Lücken anderer Forschungen dienen können. Solche Ergebnisse werden in einer besonderen Rubrik veröffentlicht.

Die Rundschau wird in jeder Nummer ausser dem Verzeichnis der erhaltenen Neuerscheinungen eine oder mehrere Uebersichten von statistischen Werken oder von Ergebnissen, die nicht statistischen Arbeiten entnommen sind, enthalten. Jede dieser Uebersichten wird sich auf je einen besonderen Zweig der Statistik beziehen. So z. B. auf die methodologische Statistik, die demographische oder die sanitäre, die anthropometrische oder die wirtschaftliche. Ausserdem wird in der Rundschau eine Uebersicht der statistischen Quellen und der verschiedenen Zweige der Mathematik, die an die Statistik angrenzen (Wahrscheinlichkeitsrechnung ; Interpolationen, u. s. w.), Platz finden. Es werden ferner Erörterungen über Themen, die für die Statistiker von besonderem Interesse sind, angenommen.

Metron ist eine internationale Rundschau. Der Umstand, dass sie in Italien erscheint und dass die Verfasser desswegen, in der Mehrzahl, Italiener sind, wird naturgemäss zur Folge haben, dass die italienische Sprache, besonders anfangs, wahrscheinlich mehr vertreten sein wird als die drei anderen internationalen Sprachen: Französisch, Englisch und Deutsch. Diese werden jedoch unter absolut gleichen Bedingungen aufgenommen. Es ist nun Aufgabe der nicht italienischen Mitarbeiter, ihre Teilnahme an der Rundschau derart zu gestalten, dass jeder Unterschied vollauf verschwinde. Der Wunsch der Direktion ist die weiteste Teilnahme der Schriftsteller aller Nationen.

Die Direktion.

La méthode statistique

Les questions de méthode ayant leur place marquée dans cette Revue, ouverte à de mombreux ordres de recherches, quelques réflexions sur les caractères essentiels de la méthode statistique, sur ses procédés, sur la place qu'elle occupe dans le laboratoire où la pensée essaie de déchiffrer les empreintes de la Nature, sur sa valeur comme instrument de travail, ne sembleront point inutiles, au seuil de la publication.

Depuis quelque temps, les moules où se façonnent les conceptions de l'esprit en contact avec la réalité ont été élargis; le dogmatisme que suggère la méthode déductive, commode pour l'enseignement et souvent favorable à l'invention, s'est atténué. Les moyens d'interroger la Nature apparaissent plus que jamais limités; l'appel au sens commun semble la base la plus sûre du jugement, si la sincérité l'inspire, et l'on n'hésite pas à modifier des théories imposantes quand de nouveaux faits, même d'apparence minuscule, l'exigent. La principale difficulté est toujours de donner une exacte valeur aux faits observés, de les interpréter avec discernement: c'est pourquoi de bonnes méthodes sont indispensables, dont il importe seulement de délimiter avec soin le champ d'application.

Nous n'avons de véritable connaissance du monde extérieur que par le classement de nos observations dans un ordre conforme à notre constitution physique et psychique. Ce classement, opéré selon diverses disciplines, est le but de la Science, le seul but peut-être qu'elle puisse légitimement se proposer. Grouper des objets avec d'autres, d'après des analogies ou des ressemblances dont décide le jugement, placer l'ensemble ainsi formé dans un cadre plus général conçu d'après des analogies moins particulières: tel est le schéma des opérations au cours desquelles se déroule la vie journa-

lière et sans lesquelles ne se peuvent concevoir, ni progrès, ni véritable connaissance. A chaque instant nous devons résoudre l'alternative de la conformité ou de la non conformité de tel objet, de tel phénomène, avec d'autres objets ou phénomènes déjà rangés dans des catégories distinctes.

L'esprit humain ne se borne pas d'ailleurs à résoudre des alternatives de ce genre: il dispose en outre, dans un certain ordre, les catégories qu'il a formées.

Cet ordre peut, dans notre conception de l'espace, être utilement représenté, par exemple, par des points placés sur une ligne, par des lignes parallèles se suivant dans un plan, par des plans échelonnés dans l'espace. Et ces représentations conviennent aussi pour figurer l'ordre que nous introduisons dans le temps quand nous notons, dans le monde extérieur, des repères auxquels se rapportent uniformément les phénomènes de conscience. Ainsi se classent d'une manière précise les effets et leurs causes, celles-ci étant, au sens le plus général, les circonstances qui précèdent les effets, leurs antécédents. L'observation, naturelle ou provoquée, apprend alors que tel effet est toujours précédé de telles causes ou, inversement, que telles causes sont toujours suivies de tel effet, et ainsi s'exerce la prévision sans laquelle la vie resterait purement végétative.

Mais la prévision fondée sur une classification simplement ordinale des objets est trop rudimentaire. Savoir que l'objet à atteindre est situé entre deux autres objets dont la position est connue ne permet pas de le saisir sûrement. Une échelle de comparaison convenablement graduée à laquelle toutes les autres échelles puissent se rapporter est nécessaire; elle est constituée par la suite des nombres cardinaux, dans laquelle les objets, vidés de tout leur contenu, se classent, d'après un criterium d'identité purement formelle, en catégories précises.

Cependant les classifications ne peuvent toujours emprunter la forme numérique. Car cette forme exige que l'objet du classement puisse, à certains égards, être décomposé en éléments identiques dont chacun représente une unité: les longueurs se classent pratiquement à l'aide des nombres qui les mesurent, c'est à dire qui expriment en combien d'unités de longueur on peut les décomposer.

En général cette décomposition n'est pas possible; en dehors des raisonnements mathématiques où l'ordre de la classification est parfois fondé sur des coupures entre parties mesurables, dont l'ensemble n'est pas mesurable, cet ordre est fondé, dans un grand nombre de cas, sur des qualités, c'est-à-dire, pour chaque objet;

sur un ensemble de propriétés, non mesurables numériquement, auquel on attribue une qualité. Des conventions particulières permettent cependant des classements utiles; par exemple, classements de couleurs, d'intelligences, de tempéraments, de professions, etc. opérés en vertu de conventions plus ou moins arbitraires.

Dans les cas de ce genre, les repères varient suivant l'espèce considérée; à défaut d'une convention plus générale, les classifications particulières, souvent irréductibles, les unes s'accordant avec le sentiment de la continuité, les autres discontinues, ne sont point susceptibles d'être reliées par des repères communs. Au contraire, toutes les fois que l'objet classé est susceptible d'être décomposé en unités identiques, quant aux propriétés qui servent de base au classement, la sériation peut procéder par degrés uniformes quels que soient les objets: autrement dit, le classement quantitatif, fondé sur des mesures, offre un caractère d'universalité. En même temps la notion d'égalité se précise, celle de constance ou de régularité prend un sens bien défini. Plusieurs personnes peuvent placer une couleur en des points différents d'une gamme colorée. Il est impossible qu'elle ne tombent pas d'accord, avec une extrême précision, si l'on classe des couleurs simples d'après les nombres correspondants des vibrations de l'éther.

Grâce à cette généralité du classement numérique, la position de chaque objet, dans la classe à laquelle il appartient, se trouve fixée avec précision; dans les classements par ordre de succession chronologique, on est à même de formuler avec exactitude les rapports constatés entre un phénomène et ses antécédents ou ses causes, et par conséquent, de vérifier la régularité de ces rapports, d'en établir d'autres plus généraux entre des phénomènes d'espèce différente. Les théories les plus impressionnantes par leur unité et leur beauté sont celles qui relient, par des nombres communs, des phénomènes de qualités apparentes diverses, par exemple, la théorie de la gravitation universelle ou la théorie électromagnétique de la lumière.

En fait, lors de ses premières démarches au contact de la réalité, il semble que l'esprit humain ait d'abord fait exclusivement appel à des notions de qualité: lourdeur, chaleur, etc.; la faiblesse des facultés d'observation, tantôt empêchait de saisir les régularités là où elles existaient réellement ou, plus souvent peut être, laissait croire à des similitudes là où régnait la diversité. Ce sont surtout les instruments que l'homme a façonnés, pour élargir et graduer le cadre de ses facultés, qui lui ont permis de substituer

souvent des mesures quantitatives aux impressions de qualité et de découvrir les lois nécessaires à ses prévisions. Toutefois, ces instruments, et les régularités qu'ils ont permis de découvrir, ne valent guère que pour les phénomènes dont la cause déterminante peut être isolée. C'est en chauffant artificiellement des barres de fer de composition uniforme, puis mesurant les longueurs avec des instruments de précision et enfin en notant les températures avec un thermomètre étalon, que l'on a obtenu la loi approximative de la dilatation de ce fer. Avant ces expériences, quand la chaleur apparaissait simplement comme une qualité, si l'on avait juxtaposé une série de barres de fer de même longueur dans de la glace à 0, puis qu'on les eut portées dans de l'eau bouillante, on eut constaté un allongement égal pour toutes les barres, de sorte que la distribution de ces allongements eut été convenablement représentée sur une feuille de papier par des traits parallèles de même longueur. Des mesures plus précises ont permis de reconnaître que cette représentation n'était pas conforme à la réalité. Les traits représentatifs ont des longueurs différentes, la constance apparente fait place à des irrégularités. Celles-ci s'atténuent beaucoup quand on trie les barres de fer suivant leur composition chimique. Opérant sur du fer chimiquement pur, la constance redevient presque parfaite, au moins dans certaines limites de la température. Si l'on chauffe progressivement, on observe que les allongements sont à peu près constants, tout en augmentant légèrement avec la température. Et la même régularité approximative a été constatée pour d'autres substances. C'est ainsi que l'on a pu regarder comme une loi physique suffisament approchée la loi linéaire de dilatation et se rendre compte des changements de cette loi avec la constitution chimique ou physique des corps.

Le résultat a été atteint, parce qu'il a été possible de préciser la qualité de la substance par la description de ses propriétés chimiques ou physiques autres que la faculté de dilatation, tandis que, cette description demeurant invariable, on isolait la cause (élévation de la température) qui détermine l'effet étudié (allongement).

Les opérations se réduisent, on le voit, à des classements des objets étudiés, d'après des propriétés ou des grandeurs, puis à des dénombrements d'unités identiques, à certains égards, dénombrements qui constituent la mesure des objets. Le caractère général de ces opérations reste le même qu'on les applique, soit aux objets idéaux de la géométrie, soit aux substances ou aux êtres dont traitent les sciences de la nature.

Mais le mode d'application, et les enseignements qui découlent des résultats, diffèrent suivant qu'il est possible ou non d'isoler des autres influences la cause déterminante de l'effet.

Dans les sciences de la nature, l'isolement des causes est loin d'être toujours possible. Souvent, il est vrai, il est permis de négliger, provisoirement au moins, les causes dont l'influence est minime, de façon à ne laisser apparaître qu'une seule cause déterminante ou efficiente. Parfois le sens commun suffit pour écarter avec sûreté ces influences négligeables; dans bien des cas, cependant, l'opération comporte une décision arbitraire qui peut écarter l'esprit de la réalité.

La cause réelle d'un phénomène, a remarqué Stuart Mill, réside dans l'ensemble de ses antécédents: c'est donc toujours un acte quelque peu arbitraire que de choisir un de ces antécédents pour lui attribuer le rôle décisif. Que cet acte soit une nécessité de la vie pratique, qui exige de promptes décisions et se contente d'à peu près, il n'en reste pas moins que la cause déterminante unique est une pure conception de l'esprit, une notion limite dont la réalité approche parfois beaucoup, mais qu'en toute rigueur elle n'atteint jamais. L'hypothèse qu'implique cette notion appelle donc toujours des vérifications, des contrôles.

Dans les circonstances naturelles où des causes et des effets jouent dans des conditions voisines du cas limite, le choix et l'isolement de la cause déterminante n'offrent pas beaucoup de difficulté; la méthode expérimentale, à laquelle on recourt alors, permet d'appliquer aussi parfaitement que possible les règles les plus sûres de la logique, de multiplier les épreuves et contre épreuves, d'obtenir des rapports numériques simples dont la mise en oeuvre fournira de constantes vérifications de la bonne application de la méthode. Tel est le cas général dans l'étude des corps inorganiques dont les réactions, sous les influences extérieures, sont très limitées.

Lorsqu'il s'agit de phénomènes plus complexes, tels que ceux qui se produisent dans l'étude des organismes, la découverte et la vérification des lois ne sont point aussi simples. La technique de l'observation expérimentale exige de nouvelles précautions; malgré ces précautions, les changements incessants qui se produisent dans les êtres vivants, les réactions autonomes dont ils sont capables, rendent plus précaire l'hypothèse de la permanence des conditions de l'observation au cours de l'expérience; c'est ainsi que les organismes témoins se transforment inévitablement; l'on ne peut compter, comme avec la matière inorganique, sur la permanence presque absolue des conditions d'une expérience.

L'application de la méthode expérimentale est cependant encore légitime et féconde dans les recherches relatives aux êtres vivants, mais, les enseignements qui en découlent emportent avec eux une part de l'incertitude dont il est impossible de dégager entièrement les conditions de l'expérience. Il est bon de contrôler, toutes les fois qu'on le peut, les résultats de l'expérience provoquée en utilisant en outre la seule méthode qui soit applicable aux phénomènes dont les causes sont trop complexes et entremêlées pour pouvoir être isolées.

D'ailleurs, même quand certaines causes sont susceptibles d'isolement, il n'est pas toujours possible d'opérer la séparation necessaire. Par exemple, dans la biologie humaine. l'homme ne peut généralement pas constituer un champ d'expérience au sens habituel de ce mot. Dans l'étude de nombreux phénomènes physiologiques, ou dans celle de l'hérédité humaine, il est rarement permis d'opérer d'après la technique applicable aux plantes ou aux animaux.

En biologie, l'appréciation de la cause déterminante dépend en tout cas beaucoup de la sagacité de l'observateur; elle n'est plus tout à fait impersonnelle et n'offre plus dès lors un caractère accepté d'universalité. Les vérifications deviennent de plus en plus nécessaires si l'on veut éviter de lourdes erreurs.

On réalise ces vérifications en appliquant, perfectionnant et précisant les procédés de comparaison et de raisonnement que l'homme met instinctivement en oeuvre quand il observe avec quelque reflexion les faits de chaque jour. Car ces faits sont généralement soumis à des influences complexes qu'il est impossible de séparer; ils naissent du choc de circonstances multiples dont on n'est pas maître, que l'on ne peut par conséquent faire varier à son gré pour noter les effets consécutifs. On doit se borner à classer les faits observés d'après leurs affinités apparentes, à noter leurs modalités différentes dans chaque catégorie, à comparer entre elles les collectivités de faits ainsi classées. C'est ce que fait l'homme qui distingue les propriétés nutritives ou non nutritives, salutaires ou nuisibles, des fruits qui l'entourent, qui compare la récolte de certaines plantes à celle d'autres plantes, qui établit des rapports entre ces récoltes et certains phénomènes physiques: saisons, exposition solaire, pluie, etc.. Mais, opérant sans méthode et raisonnant mal, les résultats qu'il obtient peuvent être erronés et même néfastes. On est loin ici du cas limite, signalé plus haut, où le phénomène étudié semble dépendre d'une cause déterminante unique, facile à isoler, où la méthode expérimentale pourrait s'appliquer avec rigueur; il est

d'autant plus nécessaire d'apporter tout de même quelque rigueur dans les classements et les comparaisons auxquelles prêtent les phénomènes complexes; c'est le but de la méthode statistique. Celle-ci peut n'être d'abord qu'un procédé auxiliaire de contrôle de la méthode expérimentale, lorsque certaines des causes dont on étudie l'effet peuvent à volonté être supprimées ou mises en activité à des degrés variables et qu'il s'agit simplement de vérifier les résultats des expériences provoquées, au moyen d'observations ultérieures. Elle devient ensuite l'unique méthode de recherche quand s'accroît la complexité des causes qui régissent le phénomène.

Pour l'application de la méthode statistique, l'instrument essentiel est le dénombrement des objets classés en collectivités que l'on se propose de comparer. Avant de signaler les procédés à l'aide desquels on met en oeuvre les résultats de ces dénombrements, il ne sera point inutile de jeter auparavant un coup d'oeil sur le champ d'application de la méthode. Nous avons dit que l'applications se justifie, au moins à titre de contrôle, jusqu'au voisinage du point où la notion d'une cause déterminante unique donne l'impression de cette simplicité idéale qui n'est point dans la nature mais qui aide à l'interpréter. A mesure que l'on s'éloigne de ce point, la complexité des faits ne permet plus de séparer aussi aisément leurs causes. Lorsque la complexité est extrême, on est en présence de l'impossibilité absolue de dissocier les influences en présence: la notion de cause déterminante s'est tout-à-fait évanouie. Pratiquement ce cas extrême ne se présente pas puisque l'esprit se refuse à admettre qu'un fait se produise sans cause déterminante. Allant encore une fois jusqu'à la limite de sa conception, celle de la complexité, l'esprit concilie cette conception et celle de la causalité en attribuant au *hasard* l'effet de la multitude des causes en vertu desquelles des effets se distribuent suivant une certaine loi, le mot hasard étant d'ailleurs souvent employé dans un sens quelque peu différent de celui qui convient ici.

La méthode statistique, qui traite les observations naturelles dans les cas où les causes complexes qui les conditionnent ne peuvent être isolées, permet de découvrir cette loi du hasard. Si elle est impuissante à faire connaître d'autres lois, quand on entend par loi scientifique la formule du développement d'une cause dans le temps, elle peut du moins aider à débrouiller le faisceau des causes complexes en écartant à la fois ce qui est imputable à une cause déterminante unique et ce qui est imputable au hasard.

Les classements dont elle fait principalement emploi ne résultent plus de la comparaison de deux phénomène variables dont

l'un est la cause, l'autre l'effet. En général ils ne sont fondés que sur un seul fait observé: c'est ce qui explique l'infériorité de la méthode statistique par rapport à la méthode expérimentale quand il s'agit de prévoir des événements futurs. L'événement particulier attendu ne peut plus être relié mécaniquement a sa véritable cause. Quels sont les caractères essentiels de cette méthode de traitement, non plus des observations provoquées par l'expérience, mais des observations indépendantes, de la volonté de l'observateur?

Ces caractères n'ont rien de mystérieux. Comme nous l'avons dit plus haut, on se borne à appliquer, avec une certaine précision, des procédés familiers aux hommes depuis qu'ils existent, en un mot à mettre en oeuvre le sens commun tel qu'il s'applique à la vie journalière.

Laissant de côté la technique et la critique de l'observation, qui ne sont point spéciales à la méthode, nous diviserons en trois parties la série des procédés d'analyse qui s'appliquent au traitement des observations statistiques: 1.) comparaison générale des groupes d'observations; 2,) étude de la variabilité des observations â l'intérieur de chaque groupe; 3.) recherche des liaisons entre les groupes.

Les procédés de la première catégorie permettent de simplifier la comparaison générale des groupes d'observations. On substitue à chaque ensemble complexe une valeur unique qui exprime la valeur de l'ensemble, abstraction faite du nombre des éléments dont il est formé.

Comme on l'a dit plus haut, les classements peuvent être exclusivement basés sur des qualités, telles que couleurs, caractères moraux, professions, etc. qui, provisoirement au moins, ne peuvent être précisées par des degrés numériques et qui permettent seulement de ranger les observations dans un ordre conventionnel. D'autres fois, ces classements peuvent être numériques, d'après des échelles graduées en quantités, telles l'échelle des tailles, celle des âges, celle des revenus, etc.. Les observations quantitatives comportent un classement plus précis que les observations qualitatives, puisque leurs différences sont marquées à la fois par un ordre et par un écart, tandis que les différences entre les observations qualitatives sont simplement marquées par le rang de chaque objet dans la classification. Dans l'un ou l'autre cas, l'observation qui, dans la classification considérée, partage le groupe en deux parties

contenant chacune le même nombre d'observations, c'est-à-dire l'observation médiane ou la *valeur médiane* — chaque observation étant regardée comme possédant une valeur soit qualitative soit quantitative — est un bon élément de comparaison des divers groupes. Car, toute autre valeur laisserait d'un côté de la graduation plus d'observations que de l'autre côté; la valeur qui laisserait, vers chaque extrémité de la graduation exactement les mêmes nombres que la précédente, mais disposés en sens inverse, constituerait un élément de comparaison offrant le même caractère que le premier. On n'aurait donc aucune raison de choisir l'une plutôt que l'autre puisque, par hypothèse, les intervalles des observations n'ont aucune signification: on évite la difficulté du choix en adoptant comme élément de comparaison la valeur médiane, ou l'une quelconque des deux valeurs médianes consécutives quand le nombre des valeurs du groupe est un nombre pair.

D'ailleurs, dans une classification numérique, la médiane peut être définie par une propriété numérique: la somme des distances, prises en valeurs absolues, d'un point de l'échelle de classement, aux points de cette échelle qui correspondent aux diverses observations du groupe, est un minimum, quand le point de départ correspond à la valeur médiane. En raison de cette particularité, la médiane peut aider avantageusement à comparer des ensembles de grandeurs numériques, sa position étant définie numériquement par une convention tout-à-fait générale. Mais lorsqu'il s'agit de comparer des grandeurs, bien d'autres conventions peuvent être adoptées.

En raison des liens de plus en plus étroits qui unissent les sciences de la nature, il y a un certain intérêt à ce que les éléments qui interviennent dans les raisonnements et les calculs puissent se combiner entre eux, quelle que soit la branche des connaissances à laquelle ils se rapportent. L'un des instruments les plus féconds de ces combinaisons est le calcul algébrique; il importe par conséquent, à défaut d'autre raison préopérante, que les caractéristiques de l'élément de comparaison choisi puissent entrer aisément et sans déformation dans les calculs algébriques, en particulier que ces caractéristiques respectent la convention des signes. Cette convention n'est d'ailleurs point tout-à-fait arbitraire; elle répond à une sorte d'instinct qui nous fait attacher plus d'importance au résultat final d'une série d'opérations qu'aux parties composantes. Dans de certaines limites, les compensations qui se produisent au cours de ces opérations sont conformes à la nature: un animal vit au cours d'une suite de compensations entre la disette et l'abon-

dance. Or la règle des signes permet d'inscrire immédiatement et sans changement d'ordre le résultat d'une suite d'additions et de soustractions; elle permet de représenter graphiquement ce résultat avec la plus grande simplicité. Il y a donc des raisons sérieuses de préférer à la valeur médiane, qui fait intervenir les valeurs absolues des écarts, d'autres éléments de comparaison. Puis, quand il s'agit de grandeurs, l'élément de comparaison devrait, semble-t-il, tenir compte de l'importance de ces grandeurs. Tel n'est pas le cas pour la grandeur médiane.

Il est donc souvent préférable de choisir comme terme de comparaison d'un groupe de grandeurs, avec d'autres groupes, une quantité qui dépende de l'ensemble des grandeurs observées, de telle sorte qu'à toute valeur numérique de ces dernières corresponde une valeur numérique du terme de comparaison, autrement dit qui soit une fonction des grandeurs observées dans le groupe.

La moyenne arithmétique est la plus simple des fonctions possibles et la plus communément acceptée. Elle est identique, à un facteur près, au total des observations. Elle a toujours été employée comme terme de repère dans les marchés équitables: ce qui a été en moins par rapport à cette moyenne doit se retrouver en plus. A cet égard on peut dire qu'elle est adaptée à la nature humaine, autant que le sens de la ligne droite ou le sentiment de la justice.

De plus les propriétés fondamentales de la moyenne arithmétique: somme des écarts, par rapport aux diverses grandeurs de l'ensemble, réduite à zéro, somme des carrés des mêmes écarts constituant un minimum, permettent de l'introduire dans les calculs algébriques.

D'autres fonctions ont été proposées comme éléments de comparaison de groupes statistiques; le choix dépend, dans une certaine mesure, du but poursuivi. Aucun procédé de comparaison, en effet, ne saurait être universel. On ne juge bien un rapport que si l'on considère les objets comparés avec un instrument approprié au but.

Supposons que l'on se propose de comparer à deux époques différentes un ensemble de valeurs dont le total a une signification précise, par exemple le prix des oeufs sur différents marchés. Le prix moyen obtenu en prenant la moyenne arithmétique des prix des douzaines d'oeufs vendus a un sens précis: c'est le quotient, par le nombre de douzaines, du produit de l'ensemble des ventes. La comparaison de ce prix moyen, à deux époques, donne une mesure exacte de la somme déboursée, dans les deux cas, pour obtenir le même nombre d'oeufs; il est impossible de mieux caractériser le changement du niveau général des prix de cette denrée.

Supposons maintenant que l'on veuille se rendre compte du mouvement des prix de marchandises différentes. S'il existe une influence commune qui provoque des mouvements à peu près parallèles de ces prix, comme c'est le cas lorsque la valeur de la monnaie se modifie, la moyenne (ou la somme) des prix est un bon indice des changements de l'influence commune qui les gouverne, quoique cette moyenne n'ait plus de signification concrète, les objets dont les prix sont associés n'étant pas de même nature.

On peut ramener l'operation à la comparaison de quantités de même nature si l'on considère, non plus les prix en valeur absolue, mais les accroissements relatifs de ces prix. Ici encore la moyenne arithmétique de ces accroissements relatifs fournit une bonne mesure de l'ensemble des accroissements observés d'une époque à l'autre.

Cette moyenne se transforme d'ailleurs en une autre dont la formule reprend les valeurs absolues des prix quand les accroissements sont successivement calculés à des intervalles de temps très petits. Chaque accroissement relatif tend alors vers l'accroissement absolu du logarithme du prix correspondant, de sorte que la moyenne des accroissements relatifs peut être remplacée par la moyenne des logarithmes des prix, laquelle peut elle-même être remplacée par ce que l'on appelle la *moyenne géométrique*, les trois quantités dépendant étroitement les unes des autres. Ainsi, suivant que, dans l'étude des changements observés dans un groupe d'observations, c'est-à-dire dans la comparaison des groupes successifs, on envisage les mouvements absolus ou les mouvements relatifs, la moyenne arithmétique dans le premier cas, la moyenne géométrique dans le second, satisfait plus particulièrement l'esprit. La *moyenne harmonique* correspond au cas où l'on remplace les quantités par leurs inverses et trouve son application quand on compare successivement des grandeurs mesurées avec une unité variable. On peut d'ailleurs imaginer des infinités de fonctions des grandeurs associées dans un même groupe, fonctions susceptibles de servir d'instruments de comparaison des groupes.

La moyenne arithmétique offre néanmoins de grands avantages dont le principal est l'extrême simplicité de sa détermination. On vient de voir qu'elle peut fournir une valeur approchée de fonctions plus compliquées, par exemple quand on substitue la moyenne arithmétique de variations relatives à la moyenne géométrique de grandeurs variables absolues.

Dans les réflexions précédentes, nous avons seulement considéré la moyenne arithmétique comme l'élément de comparaison commu-

nément accepté d'un ensemble d'observations. Nous n'avons cherché aucune analogie entre les groupes d'observations statistiques et les groupes d'observations considérés dans les sciences expérimentales où se trouvent associés des phénomènes identiques, ou bien à peu près identiques, dont la répétition constatée signale des causes et permet de formuler des lois. Nous n'examinons point en ce moment s'il est légitime d'admettre l'existence de lois statistiques. L'uniformité doit être découverte a posteriori; en statistique il est dangereux de la supposer à priori.

La question de savoir si la moyenne, qui représente le *total* des observations d'un groupe, peut légitimement être regardée aussi comme représentant individuellement la plupart de ces observations, conduit à se rendre compte des différences que présentent entre elles les grandeurs d'un même groupe, en un mot, à mesurer la variabilité de ces grandeurs. Avant d'aborder cette partie de la méthode statistique, nous rappelerons certaines propriétés de la moyenne arithmétique qui se manifestent dans le développement des observations naturelles.

Comme nous l'avons remarqué, chaque phénomène dont les observations sont traitées par la méthode statistique peut être regardé comme dû à un grand nombre de causes indépendantes et indiscernables, qu'il est difficile d'isoler. Nous pouvons cependant, par la pensée, supposer que ces causes interviennent séparément. L'une d'entre elles agissant seule est susceptible de produire des effets dont la grandeur n'est pas connue, mais est certainement limitée. Par exemple des hommes de force musculaire inégale étant chargés d'un terrassement, le cube de terre enlevé dans le même temps, à difficulté égale, dépendra de cette force et prendra des valeurs inégales suivant les individus. Toutefois, durant le temps considéré, des circonstances diverses peuvent rendre le travail plus facile ou plus difficile, en sorte que, indépendamment du rendement dû à la force musculaire, le degré de friabilité des terres, l'humidité, la présence de pierres, etc., peuvent permettre aux plus favorisés d'accroître leur production. Autant de causes dont les effets varieront encore suivant les individus. Et de même l'influence que peut exercer, sur l'activité, l'espérance du gain, le sentiment du devoir professionel, etc. sont autant de causes morales capables d'effets différents.

D'après cela, le résultat du travail de ces ouvriers peut être regardé comme un total d'effets partiels, dus à des causes nombreuses, et qui se superposent dans le groupe de travailleurs dont on observe le rendement. Cette vue schématique de la formation

d'effets, dont l'observation révèle les grandeurs, offre un caractère d'imprécision et de généralité qui permet de l'adapter à la genèse de tous les faits naturels justiciables de la méthode. Il suffit que les causes d'un phénomène offrent une certaine complexité pour qu'il soit possible de réduire schématiquement cette complexité à une superposition d'actes simples, se distinguant suivant les causes qui les régissent. En scindant suffisamment la notion conventionnelle de cause, de façon que les effets de chacune d'elles soient très petits, on peut regarder ces effets comme égaux d'une cause à l'autre et considérer les groupes successifs de ces effets élémentaires. Et ainsi tout un ensemble de grandeurs observées peut être regardé comme le résultat de l'association de séries de groupes de grandeurs élémentaires identiques qui, en se combinant et s'ajoutant d'un groupe à l'autre, ont formé l'ensemble observé mais auraient pu en former beaucoup d'autres.

Supposons d'abord ces séries identiques Dans chacun des groupes qui composent l'une d'entre elles, de même que dans l'ensemble des effets résultants, les grandeurs élémentaires qui composent le groupe ont une moyenne arithmétique; on peut calculer par rapport à cette moyenne les écarts des grandeurs, le carré moyen de ces écarts, le cube moyen des écarts, une puissance moyenne quelconque des écarts.

Cela posé, les propriétés de la moyenne, auxquelles nous avons fait allusion plus haut peuvent s'énoncer comme suit:

Dans l'ensemble des effets qui résultent de l'association d'un certain nombre de groupes identiques:

1) La moyenne arithmétique des grandeurs élémentaires reste la même dans l'ensemble que dans chacun des groupes qui ont servi à former cet ensemble, quel que soit le nombre des groupes associés.

2) Le carré moyen des écarts des éléments, qui entrent dans l'ensemble, autour de leur valeur moyenne est égal au quotient du carré moyen correspondant, dans chaque groupe, par le nombre des groupes.

3) Le cube moyen des écarts des éléments de l'ensemble autour de leur valeur moyennne est égal au quotient du cube moyen correspondant, dans chaque groupe, par le carré du nombre des groupes.

Si l'on considère une suite de groupes dont le nombre s'accroît à mesure que les causes en jeu se multiplient, ainsi que les ensembles de résultats successifs, les propriétés précédentes peuvent s'énoncer

en disant que, dans la transformation des groupes élémentaires en ensembles résultants, trois grandeurs restent invariantes ou se conservent. Aucune puissance des écarts autre que la seconde et la troisième ne comporte de semblable conservation.

Ces propriétés subsistent, sauf de légères modifications, quand les groupes élémentaires ne sont point identiques, mais il est plus simple, et généralement sans inconvénient pour l'adaptation de la théorie à la réalité des faits, de supposer l'identité des groupes. Il est cependant intéressant d'étendre les propriétés à des séries de groupes dont chacune est composée d'un même nombre de groupes identiques, ceux-ci différant, et comportant des moyennes différentes, d'une série à l'autre. Dans ce cas, la moyenne arithmétique des éléments incorporés dans l'ensemble se conserve encore, mais le carré moyen des écarts est plus grand que le carré moyen relatif à chaque série: la différence est égale à peu prés au carré moyen des écarts des moyennes des séries par rapport à la moyenne des éléments de l'ensemble.

Revenons au cas d'une seule série de groupes identiques représentant les effets élémentaires d'une série de causes. La superposition des éléments de chaque série, pour former l'observation résultante, s'opère suivant un mécanisme dont le caractère principal est facile à saisir. En effet, s'il y a m groupes de n effets chacun, dont les grandeurs vont de 1 à n, la grandeur de l'effet résultant ne peut varier que de n à $n \times m$, tandis que, par le jeu des combinaisons multiples des effets partiels susceptibles de produire un effet résultant particulier, le nombre des effets résultants de ces combinaisons est égal à n^m, soit un nombre beaucoup plus considérable que $n \times m$. Les effets résultants se tassent par conséquent d'autant plus que le nombre m des causes en jeu est plus considérable.

Il est bon de rappeler que le mot cause est employé ici dans son sens le plus général d'antécédent. Et comme chaque antécédent est lui-même l'effet d'influences antérieures, on choisit les antécédents les plus commodes à observer comme groupes hypothétiques d'effets possibles.

Par exemple, pour étudier la mortalité d'un ensemble d'individus de même âge, on regarde le nombre des décédés dans cet ensemble comme l'effet résultant d'un certain nombre de causes, chaque cause étant l'un des individus du groupe qui fournit comme

effet élémentaire, soit un décédé, soit un survivant. La variation de l'effet est réduite ici à une simple alternative entre deux valeurs dont les *possibilités* peuvent être égales ou inégales.

Les propriétés de la moyenne arithmétique qui viennent d'être rappelées ont une grande importance pour l'étude de la variabilité des observations à l'intérieur d'un ensemble, lorsque ces observations se distribuent d'après une échelle numérique.

Quand il n'en est point ainsi, lorsque les observations portent sur des qualités, non sur des grandeurs, nous avons signalé la commodité de la médiane pour la comparaison de plusieurs ensembles. Pour analyser la répartition des observations autour de cette médiane, on peut déterminer la médiane de chacune des moitiés des observations de l'ensemble, puis les médianes des nouvelles moitiés et ainsi de suite, ou bien utiliser d'autres coupures. Les observations étant ainsi réparties en classes égales qui sont comprises dans des régions plus ou moins étendues de l'échelle, ces changements d'étendue donnent une idée satisfaisante de la variabilité.

La même méthode peut être appliquée avec plus de précision quand l'ensemble est composé de grandeurs réparties le long d'une échelle numérique. Les intervalles qui, le long de l'échelle, comprennent un même nombre d'observations donnent, par leur diversité, une mesure de la variabilité des observations. On attache un intérêt particulier à l'intervalle des *quartiles*, dans lequel sont compris la moitié des observations prises autour de la valeur médiane.

Dans certains ensembles où les observations se tassent en un point particulier de l' échelle, la détermination des quartiles ou d'intervalles analogues peut difficilement être assez précise. On a caractérisé alors la variabilité de l'ensemble en calculant la différence moyenne des grandeurs associées dans le même ensemble. Comme les différences prises avec leurs signes donneraient toujours une somme nulle, on considère seulement les valeurs absolues des différences.

Mais, de même que pour la médiane, l'emploi de la différence moyenne ne permet pas d'introduire les changements successifs des grandeurs dans les calculs algébriques ordinaires. On peut tourner la difficulté à l'aide de certaines hypothèses sur la forme générale de ces changements; nous signalerons plus loin des procédés de ce genre, dont la valeur démonstrative dépend naturellement avant toute chose de la foi accordée aux hypothèses initiales.

La méthode de mesure de la variabilité qui semble la plus générale, et la plus conforme aux opérations habituelles du calcul algébrique, consiste à prendre pour point de départ des mesures la moyenne arithmétique des observations.

Reprenons la série de groupes identiques d'éléments qui représentent les effets élémentaires de m causes. Le carré moyen des écarts des effets qui résultent de la superposition des effets élémentaires est égal, avons-nous vu, au quotient de la grandeur analogue, calculée pour l'un des groupes associés, par le nombre m de groupes. Il est naturel de mesurer les écarts en prenant pour unité la racine carrée de ce carré moyen, ce que l'on appelle *l'écart type*. On voit alors que plus le nombre m augmente, plus se resserre l'unité de mesure des écarts, et cela proportionnellement à la racine carrée de m. Or on démontre que, dans les limites de cette unité de mesure, se trouve comprise une fraction constante du nombre total des termes, c'est-à-dire du nombre total des observations. Cela revient à dire que cette fraction est comprise entre des limites de plus en plus resserrées, dont le resserrement croît comme $\sqrt{m}$ à mesure qu'augmente le nombre des causes qui déterminent l'ensemble des observations.

L'écart type fournit ainsi une bonne mesure des écarts observés autour de la moyenne: il mesure la dispersion des observations; mais, comme les écarts entrent par leurs carrés dans le calcul de l'écart type, celui-ci n'indique rien quant au sens des écarts, pas plus que l'écart moyen absolu autour de la médiane, ou la différence moyenne. Pour obtenir une indication générale de la direction qu'affectent principalement les écarts, soit d'un côté, soit de l'autre de la moyenne, on peut calculer leur cube moyen, qui n'est autre chose que le carré moyen lorsque chaque carré élémentaire est affecté d'un poids proportionnel à la grandeur de l'écart pris avec son signe.

Ce cube moyen, calculé d'après l'ensemble des observations, et rapporté au carré moyen, indique la valeur *dominante* de l'ensemble des observations. L'ensemble des observations, en tant que collectivité dénombrable, avait été caractérisé précédemment par la médiane et par la moyenne; la dominante, qui signale le point de concentration maximum des observations et la déviation de leur distribution par rapport à la moyenne, fournit un nouvel élément de comparaison collective.

L'intérêt de chacune de ces grandeurs caractéristiques varie d'ailleurs suivant le point de vue. La médiane marque le centre de la collectivité, la moyenne son importance, la dominante le point de concentration, la communauté, du caractère étudié. Dans un rassemblement de troupes, la position moyenne convient comme centre d'approvisionnement; la médiane signale suffisamment la position générale des troupes déployées; la dominante marque l'emplacement du gros des troupes. Quant au mode de distribution des observations, soit autour de la médiane, soit autour de la moyenne, il est caractérisé en gros par l'écart moyen absolu, par la différence moyenne, ou bien par l'écart type.

Ces grandeurs caractéristiques donnent une idée générale du mode de distribution des observations. Mais l'analyse de cette distribution doit être poussée plus loin. A cet effet on se réfère à une distribution simplifiée prise comme terme de comparaison de toutes les autres.

Cette distribution-type conventionnelle correspond au schéma de m groupes d'effets associés dont il a été question plus haut. Le nombre m doit être choisi de façon que la distribution de référence soit aussi simple que possible et que ses éléments soient faciles à calculer. Or, si l'on se rappelle que la concentration des observations s'accroît constamment à mesure que m augmente, il est naturel de choisir, comme distribution type, l'une de celles vers lesquelles on tend quand m croît indéfiniment. De plus c'est alors que les calculs sont le plus commodes.

Pour expliquer comment on détermine cette distribution type, imaginons les observations de diverses grandeurs représentées, dans un plan, par des points posés le long d'une échelle graduée, ou bien par des colonnes, élevées entre les divisions successives de l'échelle, et de hauteur proportionnelle au nombre des points qu'elles surmontent. Les extrémités des colonnes ainsi disposées forment une ligne brisée, laquelle apparait comme une ligne courbe quand on multiplie suffisamment les divisions de l'échelle. La ligne a nécessairement un point de départ et un point d'arrivée à l'aplomb de points déterminés de l'axe de base, puisque l'étendue des observations est toujours limitée, mais elle s'élève nécessairement aussi au dessus de l'axe à mesure qu'augmente le nombre m des groupes composants, puisque les observations se concentrent.

Parmi toutes les courbes limites que l'on pourrait choisir comme repère commun de toutes les distributions, il est naturel de prendre la plus simple, celle qui n'aura qu'un seul sommet, et dont les

deux extrémités partent de l'axe de base. On simplifie encore les formules en remarquant que la forme de la courbe ne change guère si l'on suppose que, soit les deux points de départ sur l'echelle de base, soit l'un d'eux seulement, s'éloignent indéfiniment. Les conditions qui précèdent suffisent pour déterminer des courbes dont les équations permettent de former la table des valeurs qui correspondent aux écarts des ordonnées de la courbe choisie, à partir de la valeur dominante; les nombres de cette table servent de terme de comparaison avec les nombres d'observations, quand on a ramené à une même valeur le total des observations et le total des nombres de la table.

Le cas limite que nous venons de considérer est précisément celui des événements que nous attribuons au hasard parce qu'ils résultent de l'interférence d'un nombre infiniment grand de causes indépendantes que nous sommes incapables d'isoler et dont les actions restent inconnues. Mais, pratiquement, il n'est nullement nécessaire que le nombre des causes soit très-grand pour que la table, ou la courbe, des observations soient à peu près conforme à la table, ou à la courbe, théorique.

L'une des courbes dont nous venons d'indiquer la genèse est symétrique par rapport à l'ordonnée moyenne; la moyenne, la médiane et la dominante sont alors confondues: c'est cette courbe qui est plus particulièrement désignée sous le nom de courbe normale, représentation d'une loi normale d'écarts, les autres courbes en étant des déviations. Souvent, et dans certaines limites autour de la moyenne, elle peut remplacer les courbes déviées qui s'en écartent peu quand on superpose les ordonnées dominantes. Ces courbes représentent de la façon la plus simple les distributions théoriques qui résulteraient de la superposition des effets variables d'un très grand nombre de causes conjuguées. Elles donnent une image suffisante de la distribution de beaucoup d'observations naturelles; caractères morphologiques, tailles, sexualité, mortalité, revenus, etc. On peut en construire beaucoup d'autres plus précises, mais moins simples, et par suite moins utiles. La courbe symétrique dépasse dans deux directions les limites des observations; seulement les parties de cette courbe au delà des limites sont tout à fait négligeables. L'une des courbes déviées ne dépasse les limites que dans une seule direction, partie également négligeable; de l'autre côté de son point de départ sur l'axe de base elle ne comporte pratiquement aucune partie réelle.

Quand les observations se groupent de façon à être convenablement représentées par la courbe normale, pour laquelle la médiane, la moyenne et la dominante sont confondues, la moyenne ne représente plus seulement le total des observations. On peut la regarder comme représentant individuellement chacune des observations, à l'exception de celles qui s'en écartent accidentellement et sont relativement rares. Dans ce cas, les observations se distribuent effectivement comme elles le feraient si elles résultaient d'opérations conformes au schéma précédemment considéré de causes nombreuses et identiques dont les effets ont même puissance. On en *infère* que les causes fonctionnent réellement suivant ce schéma et qu'ainsi la moyenne reste à peu prés invariable quel que soit le nombre des observations. La moyenne devient alors une grandeur fixe comparable aux grandeurs dont la méthode expérimentale permet d'attester la constance, à celles qui justifient des prévisions.

Mais la conclusion ne repose que sur une inférence, et surtout, celle-ci se fonde sur une analogie qui n'est pas toujours suffisamment établie. On se borne souvent à comparer les sommes des écarts à partir de la moyenne, sans avoir égard à leur répartition non plus qu'à leur sens. Le procédé masque des irrégularités et d'ailleurs, l'appréciation de la conformité ou de la non conformité des observations à la distribution normale comporte un certain arbitraire. Ce n'est que par une convention — d'ailleurs acceptable parce que justifiée par l'expérience, — que l'on ne regarde comme anormaux que les écarts supérieurs par exemple à trois fois l'écart type; cette convention est d'ailleurs commode.

D'après ce qui précède, il y a deux sortes de régularités: celle qui résulte de l'influence d'une cause permanente notable dont l'action est troublée par de nombreuses causes relativement faibles, exemple: quantité de pluie qui tombe sur les divisions égales de la surface d'un champ; en second lieu celle qui résulte de causes multiples quelconques, dont les effets sont tous relativement faibles par rapport à l'importance du résultat, exemple: les hauteurs des tiges de blé dans un champ. Dans les deux cas, la moyenne fournit une représentation, en quelque sorte individuelle, des éléments de la collectivité, mais la dispersion, plus faible dans le premier cas que dans le second, suggère à l'observateur l'idée de la cause permanente, de la tendance qui persiste à travers les obstacles. Quand la distribution s'écarte du type normal, comme si le schéma de causes, au lieu de ne comprendre que des causes identiques, était formé de causes variant de temps à autre, la moyenne ne peut plus être regardée

comme représentant les individus de l'ensemble, mais elle intervient toujours légitimement, dans les comparaisons, comme représentant la collectivité.

On comparera utilement le salaire moyen ou le revenu moyen de deux groupes de personnes, bien que le salaire ou le revenu de quelques-unes de ces personnes soit peut être très éloigné de la moyenne et ne puisse à aucun titre être regardé comme en fournissant une valeur approchée.

Dans tous les cas, un groupe d'observations pris dans l'ensemble ne représente cet ensemble, et ne comporte à peu près la même moyenne que lui, que si la distribution du groupe est conforme à celle de l'ensemble, sauf ce qui tient au nombre différent des observations. Au surplus, quand des distributions de grandeurs s'écartent de la distribution normale, la distribution des moyennes se rapproche davantage de la distribution normale; il est par suite toujours possible de mesurer le degré de confiance à attribuer à chaque moyenne en calculant l'écart type.

La détermination de la dispersion relative de toute distribution étudiée, par rapport à celle de la distribution normale, résulte à posteriori du calcul de l'écart type. Ce calcul peut être effectué de deux façons. D'abord directement, en formant la moyenne des carrés des écarts des observations par rapport à leur moyenne; en second lieu en imaginant le schema de causes identiques que nous avons deja considéré, et en déterminant la moyenne ainsi que l'écart type théorique que comporte le jeu de chaque cause, à l'aide de la moyenne et de l'écart type des observations: les moyennes sont égales, les écarts types sont liés par la loi de la racine carrée du nombre des causes. La comparaison de l'écart type calculé directement et de l'écart type théorique fixe le choix de l'hypothèse à faire sur les causes: celle de la cause permanente si l'écart type effectif est inférieur à l'écart type théorique; celle des causes variables dans le cas contraire.

De nombreuses séries d'observations naturelles peuvent être représentées par les courbes théoriques décrites ci-dessus, avec une approximation plus ou moins grande. On a souvent intérêt à remplacer la série des observations par la distribution théorique simple qui s'y adapte le mieux parce que l'étude de la série, d'après sa représentation approchée, peut être poussée plus avant, bien qu'elle ne comporte pas une parfaite exactitude. C'est ainsi que l'on calcule l'écart type d'un ensemble composé de plusieurs groupes d'après la valeur des écarts types des groupes composants, en supposant que

les distributions des groupes et celles de l'ensemble se conforment à la distribution théorique.

De même on calcule la valeur moyenne d'un ensemble et l'on détermine le degré de confiance à attribuer à cette moyenne, c'est-à-dire sa variabilité dans l'ensemble des valeurs qu'elle pourrait avoir, d'après la valeur moyenne et l'écart type d'un échantillon puisé dans cet ensemble.

Quant à l'analyse de l'ensemble, on y procède en décomposant cet ensemble en groupes que l'on s'efforce de constituer de façon à obtenir des distributions conformes au schéma théorique. Par exemple une population dont on étudie la mortalité sera décomposée en groupes où la variabilité de la mortalité est moindre que dans la population générale; puis chacun de ces derniers en sous-groupes où la variabilité est moindre encore jusqu'à ce qu'on atteigne une variabilité normale au sens indiqué précédemment. Alors il n'y a généralement plus intérêt de décomposer le dernier groupement. On a séparé aussi bien que possible les influences qui déterminent d'une façon plausible les changements de la mortalité d'un groupe à l'autre: âge, sexe, profession, habitation, etc. Toutefois il faut prendre garde qu'en multipliant les divisions on réduit le nombre des individus de chaque groupe; or, la variabilité dans un groupe augmentant à mesure que le nombre des individus diminue, on accroît cette variabilité par la division, en même temps qu'on la diminue en rendant les groupes plus homogènes. L'opération ne comporte pas de limite fixe: mais en mesurant constamment la variabilité, on dispose d'un guide éprouvé; on acquiert une connaissance de plus en plus complète du phénomène: le jugement de l'observateur s'appuie sur des repères indépendants de sa personnalité.

Cette décomposition d'un ensemble d'observations constitue en somme un procédé d'analyse par tâtonnements. On a cherché à l'opérer en quelque sorte mécaniquement, par exemple quand l'ensemble des décédés de tous âges — dont la variabilité est grande et irrégulière — a été décomposée en cinq groupes dont chacun présente une variabilité à peu près normale.

Nous avons dit plus haut que la variabilité se mesure d'une façon sommaire, synthétique, par l'écart type. Cette mesure est absolue; on obtient une mesure relative en rapportant l'écart type à la valeur moyenne des observations; c'est ainsi que certaines distributions de salaires ou de revenus présentent avec le temps

une variabilité croissante en valeur absolue mais constante en valeur relative.

La mesure de la variabilité à l'intérieur d'un groupe d'observations, ou dans ses changements d'un groupe à l'autre, comporte une certaine précision quand les classements sont numériques ou quantitatifs. On a étendu la notion de la variabilité aux cas où les observations ne peuvent se classer que d'après un ordre qualitatif, moyennant l'hypothèse que la distribution se conforme à la loi normale. On peut alors apprécier les différences qui existent d'une observation à l'autre. Un exemple remarquable est celui de la répartition d'une somme entre les deux premiers d'une liste de concurrents rangés par ordre de mérite. Cette répartition dépend du nombre des concurrents, mais, entre les deux premiers, elle varie peu avec ce nombre et l'on a pu évaluer les fractions du prix total qu'il convenait d'attribuer, soit au premier soit au second de la liste.

Les procédés qui viennent d'être signalés s'appliquent à l'étude de la variabilité des observations à l'intérieur d'un ensemble dont les parties sont liées par des caractères communs, sont soumises à des influences communes, nombreuses et difficiles à séparer. Ces procédés sont fondés sur l'interpolation, ou plutôt sur l'ajustement d'une série d'observations, classées par ordre de grandeur, à une forme théorique: on admet que les caractères autres que celui de la grandeur, ou de la qualité observée, ne peuvent être suffisamment dissociés. de façon que l'un d'eux puisse varier indépendamment des autres.

Quand on classe les observations d'après un caractère particulier, par exemple: population dont on étudie la mortalité par groupes d'âge, ou bien mouvement d'un phénomène dans le temps, l'étude se présente sous un double aspect: 1. quand les observations sont simplement classées d'après leur grandeur, c'est le cas qui vient d'être traité — par exemple si l'on considère les taux de mortalité aux différents âges, en différentes années etc., comme des éléments variables autour de leur moyenne grandeur, quelle que soit la valeur du caractère choisi comme base du classement; 2. quand les grandeurs observées sont classées, non pas par ordre de grandeur, mais d'après le caractère qui a été séparé des autres, par exemple d'après l'âge, ou d'après l'année dans lequel s'est produit le phénomène étudié. Le dernier mode de classification n'est pas spécial à la méthode statistique: il est identique, d'après l'hy-

pothèse même, à celui que l'on applique dans les sciences expérimentales. Le premier mode de classement ayant été analysé plus haut, pour compléter l'examen des procédés du traitement statistique des observations, il nous reste à parler de la comparaison des variabilités des éléments classés dans des ensembles du second genre.

En vertu de la règle la plus générale de la logique, celle des variations concomitantes, la concordance des variations concomitantes de deux grandeurs permet *d'inférer* que ces grandeurs sont soumises à des influences communes. Mais il s'agit, dans le cas général, d'une simple inférence tandis que, dans les cas particuliers où les influences prépondérantes peuvent être à volonté maintenues ou supprimées, on atteint la certitude logique. Il est vrai que pour régler notre conduite nous ne pouvons toujours compter sur des cas particuliers de ce genre qui sont purement théoriques, bien que parfois semblables de très près à ceux que présente la vie pratique. Dans de nombreuses circonstances nous n'avons, pour apprécier les liens qui unissent deux phénomènes, et pour fonder nos prévisions, que la concordance universellement constatée des variations.

Toutefois, l'application de la méthode des variations concomitantes ne prouve pas que la concordance des variations répond à une liaison parfaite des choses comparées ni que la non concordance correspond à l'absence de liaison. Dans un vase plein d'eau dont on fait varier le niveau, une pierre et un bouchon se comportent très différemment à l'égard des changements de niveau: cependant les deux objets sont également sensibles aux effets du niveau de l'eau; c'est en eux-mêmes que se trouve l'explication de la différence des mouvements. A la vérité la méthode est souvent la seule dont on dispose pour guider le jugement; rares sont les cas où elle comporte une sécurité analogue à celle que donne la faculté de dissocier les causes d'un phénomène de telle façon qu'une seule varie Son mécanisme est simple. Lorsque l'on compare deux séries d'observations, on peut représenter les variations des grandeurs des deux séries en portant dans un plan, sur un axe horizontal, les valeurs successives de l'une des grandeurs comparées et sur un axe vertical les valeurs successives de l'autre. Les points du plan, définis par les coordonnées ainsi déterminées, dessinent une courbe qui représente le mode de liaison des grandeurs comparées; telle est par exemple la courbe qui représente la variation de la pression

d'un certain poids d'un gaz dont le volume varie. Dans cet exemple, la courbe offre une certaine régularité, et une analogie satisfaisante avec un type de courbe connu, d'où la loi du phénomène; on a trouvé cette loi parce qu'on a pu dégager les deux grandeurs variables des autres influences susceptibles de les modifier d'une façon appréciable.

S'il n'en est point ainsi, la disposition des points dans le plan est plus ou moins irrégulière, tel est le cas quand il s'agit, par exemple, de comparer les changements de la natalité et ceux de la mortalité infantile, alors qu'il est impossible de faire varier ces éléments indépendamment des autres circonstances qui peuvent les modifier. Il importe pourtant de donner quelque précision à la comparaison car, dans une foule de circonstances, on fonde des jugements sur des comparaisons de ce genre, par exemple quand on associe les changements de temps aux phases de la lune, sans justification suffisante.

Le graphique qui représente l'association de deux phénomènes variables peut être établi autrement. Tout à l'heure, en représentant par exemple le volume et la pression d'un gaz, nous avons négligé le fait que les observations n'étaient point simultanées. Cela n'offrait pas d'inconvénient parce que la loi du phénomène est indépendante du temps. Nous aurions pu cependant ordonner les deux grandeurs comparées par rapport au temps, et alors remplacer la courbe unique du tracé précédent par deux courbes dont les abscisses seraient graduées en unités de temps, tandis que les ordonnées représenteraient, pour l'une, les volumes successifs du gaz, pour l'autre les pressions. Pour éviter l'influence du rapport de l'unité de mesure du volume à l'unité de mesure de la pression mesurons les ordonnées de chaque courbe a partir de leur valeur moyenne. En un certain sens, on est maître de la forme de l'une des courbes, puisqu'on peut, à chaque moment, donner par exemple au volume telle valeur choisie; au même moment la pression aura la valeur correspondante fournie par la courbe du premier tracé. Mais le nouveau tracé n'indiquera généralement plus, à première vue, la relation de grandeur que le premier signalait quand on constatait une analogie avec une courbe connue. Seule une relation numérique convenablement choisie, calculée entre les ordonnées correspondantes des deux courbes, révèlera, par sa constance relative, la loi que signalait la courbe unique du premier tracé. Si la loi était telle qu'à tout changement de l'une des grandeurs correspondît un changement de même sens et proportionnel de l'autre, — exemple la loi de dila-

tation, — alors la courbe du premier tracé eut été une ligne droite et les deux courbes du second eussent été parallèles, les unités de mesure des ordonnées étant convenablement choisies.

Dans l'étude comparative des observations naturelles qui résultent de causes multiples, les seuls rapports qu'il soit possible d'apprécier, en raison de la complexité inévitable de la courbe qui représenterait les observations dans le premier tracé, sont des rapports de cette dernière espèce. Dans le premier tracé, il peut arriver que les points , tout en étant disséminés sur le plan, manifestent cependant des masses qui se disposent suivant une certaine direction, de sorte que, dans le second tracé, les courbes, sans être parallèles, offrent cependant une certaine ressemblance. Or nous apprécions constamment les analogies qui peuvent exister entre des phénomènes variables, en comparant les courbes qui représentent les mouvements de ces phénomènes: par exemple, rapports entre les récoltes et les pluies, entre la mortalité et la température, entre les caractères des pères et ceux de leurs enfants, etc. Et l'on procède à ces comparaisons sans moyen de les préciser et de les rendre observables de la même façon par tous les observateurs.

C'est cette absence de méthode à laquelle on remédie en cherchant une commune mesure de la ressemblance ou de la dissemblance des courbes statistiques. La ressemblance est parfaite si les courbes sont parallèles en toutes leurs parties, de même si elles deviennent parallèles après qu'on a modifié les unités de mesure des ordonnées. On peut encore la regarder comme parfaite, en sens contraire, si le parallélisme apparait après rotation de l'une des courbes autour de l'axe commun d'où partent les ordonnées, auquel cas on peut dire qu'avant la rotation elles étaient antiparallèles.

Quant à la dissemblance absolue, on est naturellement amené à la concevoir quand il y a, dans les deux courbes, autant de parties accusant un parallélisme parfait que de parties dont l'antiparallélisme est également parfait. Si la concordance des mouvements des deux phénomènes est aussi fréquente que leur discordance, ces mouvements n'offrent pas la moindre analogie.

Entre les deux extrêmes: concordance (ou discordance) constante et parfaite, et égalité entre les concordances et les discordances; se placent tous les cas de ressemblance ou d'analogie plus ou moins complète des deux courbes. On mesure cette ressemblance, à l'aide, soit d'un indice, soit d'un coefficient de *covariation* dont la grandeur est comprise entre 0 et 1, et dont la formule tient compte du nombre des concordances et des discordances constatées. Le coefficient, repré-

senté sur le premier tracé, marquerait la position d'une droite, relativement à chacun des axes de coordonnées, donc, en général, les positions de deux droites du plan. Ces droites sont confondues avec les axes de coordonnées quand les courbes du second tracé n'ont aucune analogie; elles se rapprochent de plus en plus, suivant la ressemblance des deux courbes, et coincident quand les courbes du second tracé sont parallèles ou antiparallèles.

A l'aide du coefficient de covariation on peut apprécier la valeur d'une ordonnée de l'une des courbes à l'aide de l'ordonnée correspondante de l'autre. Par exemple si l'on compare la natalité et la mortalité infantile, année par année durant une certaine période, on peut à l'aide du coefficient de covariation évaluer, en moyenne, la mortalité en fonction de la natalité, ou inversement, cette évaluation constituant une appréciation moyenne pour l'ensemble de la période. On a ainsi réalisé un procédé, en quelque sorte mécanique, de comparaison des courbes, qui révèle leur similitude indépendamment de l'observateur.

Mais il importe de ne pas perdre de vue l'hypothèse initiale d'après laquelle la ressemblance des variations des deux phénomènes comparés est appréciée, uniquement, sous la forme d'une relation linéaire vérifiée pour un certain nombre d'observations. Par conséquent, du fait que la ressemblance est parfaite, le coefficient de covariation égal à unité, il ne résulte pas nécessairement que les deux phénomènes sont liés par une loi valable pour toutes les observations possibles de même ordre. Par exemple si dans un pays l'accroissement de la richesse, constaté par périodes décennales, est parallele à l'accroissement de la population, il n'en résulte pas que les deux phénomènes sont indissolublement liés, qu'il suffise de connaître la population à une année quelconque pour en déduire l'état de la richesse, car la relation peut être toute autre dans le cours d'une periode.

A l'autre bout de l'échelle, du fait que le coefficient de covariation est nul, il ne résulte en aucune façon que les deux phénomènes comparés sont indépendants. Par exemple, si l'on calcule le coefficient de covariation entre les déplacements successifs d'une locomotive et les mouvements du piston, on obtiendra un coefficient nul, bien que la liaison des deux mouvements soit à peu près parfaite. L'instrument de comparaison est donc défectueux, mais, jusqu'à présent, on n'en a pas d'autre pour guider et rectifier l'observation habituelle des faits qui ne peuvent être étudiés par les méthodes d'isolement. La méthode ne dispense donc nullement

d'analyser les faits comparés, par d'autres voies, en les décrivant aussi complètement que possible; c'est cette analyse seule qui peut déterminer la confiance à attribuer au coefficient calculé.

Si ce coefficient mérite confiance, on peut alors déterminer ses valeurs quand on déplace les courbes comparées, quand on *décale* l'une d'elles par rapport à l'autre; la valeur maximum obtenue indique quel est le phénomène dont le changement précède celui de l'autre phénomène. Si donc on a admis que les deux phénomènes dépendent l'un de l'autre on sait quel est celui qui gouverne l'autre. C'est ainsi que, dans certains pays au moins, on peut constater l'influence de la mortalité infantile sur la natalité.

Le même procédé de comparaison des changements concomitants ou consécutifs a été étendu au cas de plusieurs phénomènes concourants. Le coefficient de covariation applicable à plusieurs grandeurs dépend alors de coefficients de covariation partielle applicables à un nombre moindre de grandeurs.

Sa valeur est soumise aux même réserves que celle du coefficient dépendant de deux variables, et, comme les phénomènes sont alors plus complexes, plus difficiles à décrire dans leur combinaison, la signification du coefficient est généralement beaucoup plus incertaine que celle d'un coefficient partiel.

Une autre extension de la méthode consiste à appliquer, sous certaines hypothèses, les calculs précédents aux cas où les grandeurs comparées se classent, non plus par degrés numériques, mais suivant un ordre de propriétés qualitatives. Les coefficients obtenus n'ont naturellement d'autre valeur que celle des hypothèses de base.

Mais d'autres procédés semblent mieux appropriés au traitement des observations qualitatives.

Ainsi, on classe des enfants suivant un caractère, supposé en partie trasmissible par hérédité, par exemple la couleur des cheveux, celle des yeux, etc., les diverses modalités du caractère considéré étant disposées dans un ordre conventionnel; on indique, dans chaque classe, la répartition des enfants qui y sont compris, suivant les modalités du même caractère observé chez leurs pères. Le tableau ainsi dressé peut être remplacé par un autre, à double entrée, dans lequel tous les nombres du tableau précédent sont remplacés par des nombres proportionnels, de façon que leur total soit égal à un nombre fixé d'avance, 1000 par exemple. Chaque nombre de ce dernier tableau peut alors être comparé à un nombre théorique

qui correspondrait à l'indépendance complète des pères et des fils sous le rapport du caractère étudié. L'écart absolu ou relatif entre les deux nombres caractérise la dépendance apparente des fils à l'égard des pères, quand à l'hérédité du caractère étudié ou, suivant l'expression proposée, la *contingence* de la distribution constatée chez les fils d'une part, chez les pères de l'autre.

D'autres procédés de comparaison ont été proposés pour les cas où un classement quantitatif étant impossible, ou trop arbitraire, on doit se borner à classer les observations dans un certain ordre. Nous avons signalé déjà les éléments caractéristiques: médiane, quartiles, percentiles etc., qui permettent une première comparaison. de divers ensembles d'observations.

Supposons que l'on veuille examiner en quelle mesure, dans les diverses subdivisions d'un pays, la natalité varie comme la nuptialité. On peut s'en rendre compte en classant les subdivisions dans l'ordre décroissant de la nuptialité, ce qui permettra de représenter le mouvement par une courbe statistique, puis on construira une seconde courbe, à échelle convenable, représentant les grandeurs correspondantes du coefficient de natalité.

L'écart des deux courbes, facile à exprimer par un indice moyen unique, donne une idée satisfaisante de la covariation des deux phénomènes: nuptialité, natalité.

Au cours de l'exposé qui précède, des réserves ont été formulées qui paraîtront peut-être amoindrir à l'excès la portée de la méthode statistique. Peut-être ceux qui redouteraient cet amoindrissement, et ceux qui s'en réjouiraient, se font-ils une fausse idée de la portée du savoir. Savoir a-t-on dit c'est pouvoir. Mais la faculté d'agir n'exige pas une connaissance parfaite; point besoin d'un déterminisme absolu pour régler sa conduite: une connaissance approximative des choses, une appréciation moyenne des conséquences de tel ou tel acte est souvent suffisante; d'autre part on peut n'atteindre le résultat visé qu'après des tâtonnements qu'il importe seulement de bien diriger.

Une compagnie n'a pas besoin, pour assurer une personne sur la vie, de connaître exactement son état de santé, lorsqu'on sait qu'elle n'est point en danger de mort prochaine. Dès qu'on est fixé sur ce point, il suffit que la prime d'assurances couvre, outre les frais, le risque moyen de mort, précisé aussi bien que possible. C'est cette précision que l'on mesure par l'application de la méthode

statistique. La moyenne n'est d'ailleurs pas nécessairement la meilleure valeur en toute circonstance. Si, devant quitter une réunion interessante de 10 personnes pour prendre un train, on consulte les 10 montres et l'on prend l'heure moyenne, l'opération est raisonnable. Mais on s'en rapportera, avec plus de raison peut-être à la montre de celui qui affirme l'avoir règlée à la gare, ou sur celle d'un autre compagnon dont on connait l'exactitude; mieux encore en ne se fiant pas trop à aucune montre et s'assurant quelque avance. Les calculs auxquels on peut soumettre les observations aident le jugement mais ne sauraient le déterminer. Quand on déclare que la statistique, ou le tableau numérique qu'elle présente, ne prouve rien, on affirme une vérité évidente ou une erreur voulue. Vérité évidente si l'on entend que la statistique, opérant sur des observations de faits, ne donne pas autre chose que le contenu des faits. Et l'on sait que, en eux-mêmes, des faits n'ont jamais rien prouvé. Erreur voulue, si l'on entend que de la comparaison méthodique des observations il ne ressort aucun enseignement. Il est vrai que l'on perd aisément de vue la nécessité de la méthode, qu'en particulier on décore du nom de statistique toute combinaison de chiffres, même, et surtout, dirigée par des idées préconçues. Le but de la méthode est précisément, non pas de diriger le jugement, mais d'empêcher qu'il ne soit vicié par des idées préconçues ou de fausses manoeuvres. Les régularités, que l'on cherche toujours avec passion, parce qu'elles inspirent la conduite, doivent résulter non de vues à priori mais de l'analyse statistique des faits observés.

Dégager les constatations des vues théoriques ou des tendances personnelles qui peuvent les fausser, déterminer des rapports numériques aussi précis que le comporte la matière, fixer le degré de confiance que méritent ces rapports, indiquer dans quelle mesure ils peuvent être généralisés: c'est classer les observations dans des cadres judicieusement délimités, ce qui est l'un des buts essentiels de la science.

Au voisinage de la limite idéale où chaque phénomène résulte d'une cause déterminante dont les effets peuvent être étudiés indépendamment de ceux des autres influences, toute régularité de ces effets justifie des prévisions certaines. A mesure que l'on s'éloigne de cette limite, l'incertitude augmente; mais, comme la vie commande d'agir dans l'incertain et de raisonner sur l'incertain, une discipline d'esprit est nécessaire; autrement on combat des chiffres par d'autres chiffres, comme on combat des arguments par d'autres arguments, tant que des règles plus ou moins convention-

nelles, mais communément acceptées, ne s'imposent pas. Une discipline qui ordonne la pensée, précise le jugement (et non, comme on l'a dit trop spirituellement, les choses que l'on ignore) et l'empêche de s'égarer, offre bien les caractères d'une discipline scientifique.

Bien qu'il ne soit plus possible de relier par une formule générale simple chaque fait particulier d'une certaine espèce à un antécédent, de nouvelles liaisons apparaissent entre les collectivités de faits. De sorte que la loi physique fait place à la loi statistique, d'essence plus générale, en quelque sorte, mais moins précise.

Il semblerait qu'en s'éloignant de plus en plus du cas idéal où la loi physique aurait une absolue rigidité, la notion de loi physique, se transformant en celle, plus flottante, de loi statistique, toute idée de loi devrait finir par disparaître.

Peut-être y-a-t-il quelque inconvénient à employer le même mot pour désigner, d'une part le cadre presque rigide où se classent les variations dont la dépendance est attestée par l'expérimentation: loi de la dilatation, loi de la chute des corps, loi des proportions définies et, d'autre part, le cadre beaucoup plus élastique où les variations, tantôt sont dans une dépendance assez étroite: loi de la sexualité des naissances, loi de la variation de la mortalité avec l'âge, tantôt sont moins étroitement liées: lois de l'hérédité, lois du mouvement économique. Peut-être y-a-t-il quelque inconvénient à employer le même mot pour désigner, d'une part le cadre rigide et étroit où varient tous les phénomènes d'une certaine classe et le cadre plus élastique, plus large aussi, où varient des classes de phénomènes et non plus les phénomènes particuliers eux-mêmes. Ainsi la loi de la dilatation s'applique à très peu près à tous les corps inorganiques, pris individuellement, avec des modalités peu différentes, tandis que la loi de la mortalité suivant l'âge, où celle du mouvement des prix en rapport avec l'activité économique, ne sont applicables qu'à des ensembles d'individus ou de phénomènes et pas nécessairement à un individu on à un phénomène particulier.

L'inconvénient n'est cependant pas très grand quand les variations comparées des phénomènes collectifs concordent à peu près aussi bien que celle dont les lois physiques résument les rapports, c'est pourquoi il importe de mesurer le degré de concordance, faute de quoi l'on s'expose à des assimilations outrées. C'est ainsi que l'observation vulgaire apprécie souvent assez mal les causes et les rapports véritables.

Sans doute les lois physiques elles-mêmes ne sont qu'approchées, mais on sait dans quelles limites elles le sont; les lois statistiques ne méritent ce nom que lorqu'il est possible également de fixer des limites à l'intérieur desquelles elles sont dignes de confiance: c'est là l'un des principaux buts de la méthode.

Dans son domaine, la méthode expérimentale comporte une application en quelque sorte mécanique des règles de la logique; grâce aux instruments, elle pénètre le mécanisme des phénomènes, qui sans eux nous échappe, et elle donne ainsi le moyen de déceler peu à peu les influences les plus secrètes, d'en débrouiller la complexité. De sorte que l'expérimentateur trouve, dans l'application de la méthode, des guides rigides dont il ne saurait s'écarter.

L'application de la méthode statistique ne comporte pas les mêmes facilités. La voie ouverte au jugement est beaucoup plus large, des embûches la sillonnent; la méthode permet seulement d'établir des repères qui aident le chercheur averti. Ces repères sont d'autant plus précieux qu'il n'y a pas d'autre voie pour atteindre la connaissance de la plupart des faits dont dépend notre vie.

Notre connaissance des choses est aussi précise que possible, et adéquate à notre manière de les concevoir, quand la notion d'une cause déterminante dominant toutes les autres permet de mettre en évidence des régularités que l'expérience vérifie. Elle est ensuite flottante dans la région où les causes nous semblent mêlées, hors de notre atteinte, parce que le variable semble l'emporter sur le régulier. Elle reprend cependant une partie de ses caractères positifs quand la notion du hasard rétablit la pensée dans la forme où celle-ci envisageait la cause déterminante.

Les deux notions idéales, cause déterminante et hasard, sont comme deux pôles de la classification des faits dans l'ordre de la complexité; elles se rejoignent, ainsi que l'exige peut-être l'unité de la pensée. Vers l'un des points extrêmes, l'observation opère sur des individus (monographie ou monométrie); de l'autre côté l'observation s'exerce sur des masses, mesure des collectivités (pléthomètrie), autour du point où la collectivité prend figure d'individualité.

LUCIEN MARCH.

Über Funktionen von Variablen, zwischen welchen Korrelationen bestehen

1. Es ist eines der Hauptprobleme der Ausgleichungsrechnung, den Wert einer Funktion von Argumenten zu bestimmen, für die entweder unmittelbar beobachtete oder aus Beobachtungen abgeleitete Werte vorliegen, und zugleich ein Genauigkeitsmass für diese Bestimmung, etwa ihren mittleren Fehler, anzugeben.

Die Lösung dieser Aufgabe fällt verschieden aus, jenachdem die Werte der Argumente durch *direkte* Beobachtungen gefunden worden oder aus *vermittelnden* oder endlich aus *bedingten* Beobachtungen hervorgegangen sind.

Im ersten Falle besteht zwischen den Argumenten Unabhängigkeit, in den beiden andern Fällen sind sie voneinander abhängig, und zwar ist die Abhängigkeit bei vermittelnden Beobachtungen durch die Normalgleichungen, bei bedingten Beobachtungen durch die Bedingungsgleichungen dargestellt.

Am einfachsten gestaltet sich die Lösung bei Unabhängigkeit; daher werden, wenigstens bei der theoretischen Entwicklung, die beiden letzten Fälle auf den ersten zurückgeführt, indem man auf die Beobachtungen rekurriert, von denen man stets Unabhängigkeit voraussetzt.

Das Problem hat in der Statistik ein Seitenstück. Man soll den Wert einer Funktion ermitteln, deren Argumente Gegenstand statistischer Erhebung sind, und soll den Grad der Verlässlichkeit des gefundenen Funktionswertes angeben. Denn ohne eine solche Angabe ist die praktische Verwendbarkeit des Funktionswerts in Frage gestellt.

Auch hier müssen zwei Fälle unterschieden werden.

Ist jedes Argument für sich durch eine Beobachtungsreihe dargestellt, so ist die Sachlage die einer Funktion unabhängiger Variablen.

Wurden aber *Wertverbindungen* der Variablen erhoben und bestehen zwischen den Variablen Korrelationen, so entspricht die Sachlage einer Funktion abhängiger Variablen.

Doch liegen dort und hier die Verhältnisse insofern verschieden, als es sich in der Ausgleichungsrechnung um Abhängigkeit im *funktionalen* Sinne handelt, während in der Statistik bloss *korrelative* Abhängigkeit besteht, deren Wesen sich darin ausdrückt, dass einem ausgewählten Werte der einen Variablen nicht ein *bestimmter* Wert, sondern nur ein *Mittelwert* der andern entspricht.

Wir nehmen hier das zweite, das allgemeinere Problem auf, weil das erste mit ihm zugleich gelöst sein wird.

2. Es seien also $X_1, X_2, \ldots X_n$ die n in Betracht kommenden Variablen, von welchen N Wertverbindungen an den N Individuen eines Kollektivs beobachtet worden sind. Für jede der Variablen liegen also N Werte vor, deren arithmetische Mittel M_1, $M_2 \ldots M_n$ heissen sollen. Bezeichnet man die Abweichungen der Einzelwerte von X_i von M_i allgemein mit x_i; dann ist

$$\Sigma(x_i) = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots . n). \tag{1}$$

Nun sei das Interesse auf eine Funktion

$$V = f(X_1, X_2, \ldots . X_n) \tag{2}$$

gerichtet; zu jeder Wertverbindung der Variablen gehört ein Wert von V, und da alle Wertverbindungen als gleichberechtigt zu gelten haben, so gilt dies auch von den N Werten von V; somit ist

$$M = \frac{1}{N} \Sigma(V) \tag{3}$$

die vorteilhafteste Bestimmung von V auf dieser Grundlage. Es handelt sich dann noch um ein Mass ihrer Verlässlichkeit : als solches soll die mittlere quadratische Abweichung der einzelnen V von ihrem Mittel dienen, aus der auch die mittlere Abweichung des M selbst gewonnen werden kann.

Bei der Durchführung dieses Gedankens sei vorausgesetzt, dass die Abweichungen x_i im Vergleich zu M_i kleine Beträge sind, die sich bei entsprechender Wahl der Masseinheit für X_i durch genügend kleine echte Brüche ausdrücken. Wir setzen des weiteren fest, dass eben aus diesem Gesichtspunkte bei der Entwicklung von

$$V = f(M_1 + x_1, M_2 + x_2, \ldots . M_n + x_n)$$

über Glieder zweiter Ordnung in den x nicht hinausgegangen werden soll. Führt man also die folgenden Bezeichnungen ein:

$$f(M_1, M_2, \ldots M_n) = f$$

$$\frac{\partial f}{\partial M_1} = f_1, \quad \frac{\partial f}{\partial M_2} = f_2, \ldots$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial M_1^2} = f_{11}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial M_1 \partial M_2} = f_{12}, \ldots$$

so lautet die so abgekürzte Entwicklung:

$$V = f + f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots . + f_n x_n$$

$$(4) + \frac{1}{2}(f_{11}x_1^2 + f_{22}x_2^2 + \ldots . + f_{nn}x_n^2) + f_{12}x_1x_2 + f_{13}x_1x_3 + \ldots + f_{23}x_2x_3 + \ldots .$$

Daraus folgt mit Rücksicht auf (1):

$$\Sigma(V) = Nf + \frac{1}{2}\left[f_{11}\,\Sigma(x_1^2) + f_{22}\,\Sigma(x_2^2) + \ldots + f_{nn}\,\Sigma(x_n^1)\right]$$

$$+ f_{12}\,\Sigma(x_1 x_2) + f_{13}\,\Sigma(x_1 x_3) + \ldots + f_{23}\Sigma(x_2 x_3) + \ldots$$

und weiter, entsprechend (3):

$$M = f + \frac{1}{2}\left[f_{11}\frac{\Sigma(x_1^2)}{N} + f_{22}\frac{\Sigma(x_2^2)}{N} + \ldots + f_{nn}\frac{\Sigma(x_n^2)}{N}\right]$$

$$+ f_{12}\frac{\Sigma(x_1x_2)}{N} + f_{13}\frac{\Sigma(x_1x_3)}{N} + \ldots + f_{23}\frac{\Sigma(x_2x_3)}{N} + \ldots$$

Nun ist aber

$$\frac{\Sigma(x_i^2)}{N} = \mu_i^2,$$

wenn μ_i die mittlere quadratische Abweichung der Einzelwerte des X_i von ihrem arithmetischen Mittel M_i bedeutet; ferner drückt sich der *Korrelationskoeffizient* des Variablenpaars X_i, X_k durch die Formel

$$r_{ik} = \frac{\Sigma(x_i x_k)}{N \mu_i \mu_k}$$

aus. Hiernach ist zu schreiben

$$\text{(I)} \qquad M = f + \frac{1}{2}\left[f_{11}\mu_1^2 + f_{22}\mu_2^2 + \ldots + f_{nn}\mu_n^2\right]$$

$$+ f_{12}\mu_1\mu_2 r_{12} + f_{12}\mu_1\mu_3 r_{13} + \ldots + f_{23}\mu_2\mu_3 r_{23} + \ldots$$

Bezeichnet man die mittlere quadratische Abweichung der Einzelbestimmumg von V mit μ, so ist nach einem bekannten Satze

$$M^2 + \mu^2 = \frac{1}{N}\Sigma(V^2).$$

Wird V^2 auf Grund von (4) mit demselben Grade der Approximation gebildet wie V selbst, so entsteht

$$V^2 = f^2 + 2f(f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots + f_n x_n) + f_1^2 x_1^2 + f_2^2 x_2^2 + \ldots + f_n^2 x_n^2$$
$$+ 2 f_1 f_2 x_1 x_2 + 2 f_1 f_3 x_1 x_3 + \ldots + 2 f_2 f_3 x_2 x_3 + \ldots$$
$$+ f(f_{11}x_1^2 + f_{22}x_2^2 + \ldots + f_{nn}x_n^2) + 2f(f_{12}x_1x_2 + f_{13}x_1x_3 + \ldots + f_{23}x_2x_3 + \ldots).$$

Daraus geht nach dem Vorausgeschickten

$$\frac{1}{N}\Sigma(V^2) = f^2 + f_1^2\mu_1^2 + f_2^2\mu_2^2 + \ldots + f_n^2\mu_n^2 + f(f_{11}\mu_1^2 + f_{22}\mu_2^2 + \ldots + f_{nn}\mu_n^2)$$
$$+ 2f_1f_2\mu_1\mu_2 r_{12} + 2f_1f_3\mu_1\mu_3 r_{13} + \ldots + 2f_2f_3\mu_2\mu_3 r_{23} + \ldots$$
$$+ 2f(f_{12}\mu_1\mu_2 r_{12} + f_{13}\mu_1\mu_3 r_{13} + \ldots + f_{23}\mu_2\mu_3 r_{23} + \ldots)$$

hervor, und bringt man davon das aus (I) gebildete Quadrat von M in Abzug, so ergibt dich

$$\text{(II)} \qquad \mu^2 = f_1^2\mu_1^2 + f_2^2\mu_2^2 + \ldots + f_n^2\mu_n^2$$

$$+ 2 f_1 f_2 \mu_1\mu_2 r_{12} + 2 f_1 f_3 \mu_1\mu_3 r_{13} + \ldots + 2 f_2 f_3 \mu_2\mu_3 r_{23} + \ldots$$

In den Formeln (I) und (II) liegt die Lösung der Aufgabe. Es erübrigt noch die Bestimmung von μ_M, diese ist aber gegeben durch

(III) $$\mu_M = \frac{\mu}{\sqrt{n}}.$$

Sind die Variablen von einander unabhängig, also auch korrelationslos, so sind alle $r_{ik} = 0$ und es ergeben sich die einfacheren Formeln

(I*) $$M = f + \frac{1}{2}\left(f_{11}\mu_1^2 + f_{22}\mu_2^2 + \ldots + f_{nn}\mu_n^2\right)$$

(II*) $$\mu^2 = f_1^2\mu_1^2 + f_2^2\mu_2^2 + \ldots + f_n^2\mu_n^2.$$

Ist insbesondere f eine *lineare* Funktion, so verschwinden auch alle f_{ik} und man hat den noch einfacheren, aus der Fehlertheorie bekannten Fall mit

(I**) $$M = f$$

(II**) $$\mu^2 = f_1^2\mu_1^2 + f_2^2\mu_2^2 + \ldots + f_n^2\mu_n^2.$$

3. Um eine Anwendung davon zu geben, behandeln wir den in der Statistik sehr häufig vorkommenden Fall, dass eine Massenerscheinung durch das *Verhältnis* zweier Variablen gekennzeichnet werden soll, die zueinander in Korrelation stehen.

Man hat dann

$$V = \frac{X_1}{X_2}$$

$$f = \frac{M_1}{M_2},\ f_1 = \frac{1}{M_2},\ f_2 = -\frac{M_1}{M_2^2};\ f_{11} = 0,\ f_{22} = \frac{2M_1}{M_2^3},\ f_{12} = -\frac{1}{M_2^2}.$$

Hiermit erhält man auf Grund von (I) und (II):

$$M = \frac{M_1}{M_2} + \frac{M_1}{M_2^3}\mu_2^2 - \frac{\mu_1\mu_2}{M_2^2}r_{12}$$

$$\mu^2 = \frac{\mu_1^2}{M_2^2} + \frac{M_1^2}{M_2^4}\mu_2^2 - 2\frac{M_1}{M_2^3}\mu_1\mu_2 r_{12}$$

und mit der abkürzenden Bezeichnung

$$\frac{\mu_1}{M_1} = a_1 \quad \frac{\mu_2}{M_2} = a_2$$

für die Rechnung bequemer

(III) $$M = \frac{M_1}{M_2}\left(1 + a_2^2 - a_1\, a_2\, r_{12}\right)$$

(IV) $$\mu_2 = \frac{M_1^2}{M_2^2}\left(a_1^2 + a_2^2 - 2\, a_1\, a_2\, r_{12}\right).$$

Bei *negativer* Korrelation ist also stets $M > \frac{M_1}{M_2}$; bei *positiver* Korrelation kann ebensowohl $M > \frac{M_1}{M_2}$ wie auch $M < \frac{M_1}{M_2}$ und selbst $= \frac{M_1}{M_2}$ sein.

4. Als erstes Beispiel wählen wir die Erhebungen K. Pearson (1) über die eheliche Fruchtbarkeit der Väter und ihrer Söhne, ausgeführt an 1000 englischen Peers-und Baronetsfamilien. Es wurden nur solche Fälle einbezogen, in welchen die Ehe des Sohnes entweder durch den Tod des einen Teils beendet war oder mindestens 15 Jahre gedauert hatte.

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl X_1 der Kinder des Vaters und die Anzahl X_2 der Kinder des Sohnes, wozu noch bemerkt sei, dass aus jeder Familie nur ein Sohn genommen wurde.

---

(1) *Phil. Trans. Roy. Soc.* A. Bd. 192 (1899), p. 289, 321.

X_2 \ X_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	Summe
0	5	8	7	14	18	2	2	3	8	3	4	4	-	-	-	-	-	78
1	3	3	6	5	8	8	6	5	4	-	2	-	1	-	-	-	-	51
2	7	5	6	13	12	12	12	6	5	4	2	1	1	-	-	-	-	86
3	5	10	13	11	17	13	13	12	10	4	1	2	1	-	-	-	-	112
4	4	16	18	24	23	5	18	10	7	8	1	5	2	1	-	-	1	143
5	9	8	11	14	16	12	16	12	2	5	8	6	3	-	2	-	-	124
6	3	4	10	16	13	11	11	10	10	1	2	2	1	-	-	-	-	94
7	5	6	8	7	10	14	11	12	4	7	1	1	-	-	-	-	-	86
8	3	5	4	15	19	7	10	8	4	2	2	1	-	-	1	-	-	81
9	1	6	5	9	5	5	8	5	4	3	3	1	-	-	-	-	-	55
10	2	3	9	3	2	5	4	6	4	3	1	1	1	-	-	-	-	44
11	1	1	1	4	2	1	1	2	1	1	-	-	-	-	-	-	-	15
12	-	-	2	2	2	-	1	1	1	2	-	1	-	-	-	-	-	12
13	1	-	-	1	3	-	1	1	1	1	-	1	-	1	-	-	-	11
14	-	1	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	3
15	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	1	-	-	-	-	-	-	3
16	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1	-	-	-	-	-	-	-	2
Summe	49	76	101	138	150	96	114	94	66	45	29	26	10	2	3	-	1	1000

Aus den Summenreihen, welche die Gesamtverteilung von X_1 und X_2 darstellen, ergeben sich

$$M_1 = 5.83 \quad \mu_1 = 2.91$$
$$M_2 = 5.07 \quad \mu_2 = 3.14,$$

und aus der ganzen Tabelle berechnet sich der Korrelationskoeffizient

$$r_{12} = 0.0656;$$

mit Hilfe dieser Elemente findet man nach den Formeln (III) und (IV)

$$M = 1.568 \quad \mu = 0.885;$$

aus μ folgt die mittlere Abweichung von M selbst:

$$\mu_M = \frac{0.885}{\sqrt{1000}} = 0.028.$$

Als Schlussergebnis kann man aussprechen, dass das mittlere Verhältnis der Kinderzahl des Vaters zur Kinderzahl des Sohnes aus dem vorliegenden Material gleich 1.568 mit der mittleren Unsicherheit 0.028 sich ergibt. Bei der Beurteilung der ersten Zahl ist nicht ausseracht zu lassen, dass unter den Söhnen auch kinderlos gebliebene vorkommen, was bei den Vätern ausgeschlossen ist.

Dieselbe Rechnung auf eine von PEARSON in gleicher Weise und aus denselben Gesellschaftskreisen hergestellte Korrelationstabelle über die Fruchtbarkeit von Müttern und ihren Töchtern (1) ergibt

$$M = 1.901 \quad \mu = 1.016 \quad \mu_M = 0.032\,;$$

das weist auf ein deutlich verschiedenes Verhalten der beiden Geschlechter in Bezug auf Vererbung der Fruchtbarkeit hin.

5. S. D. WICKSELL (2) hat aus 1223 an der Gebärklinik in Lund beobachteten Geburten männlichen Geschlechts eine Korrelationstabelle über das Gewicht der Neugeborenen und das Gewicht der Placenta zusammengestellt. Sie ist nachstehend wiedergegeben.

Gewicht der Placenta: X_2	Gewicht des Kindes: X_1											Summe
	1850	2150	2450	2750	3050	3350	3650	3950	4250	4550	4850	
300	1	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-	4
380	2	10	8	25	21	14	2	-	-	-	-	82
460	2	2	12	34	94	77	37	10	2	-	-	270
540	-	1	4	17	55	111	84	37	10	-	1	320
620	-	1	3	6	24	51	92	78	22	3	-	280
700	-	2	1	2	4	15	40	51	24	8	4	151
780	-	-	-	-	2	8	13	26	20	11	3	83
860	-	-	-	-	-	4	1	8	3	6	4	26
940	-	-	-	-	-	1	1	3	-	-	2	7
Summe	5	16	30	84	201	281	270	213	81	28	14	1223

(1) Ibid., p. 285, 319.
(2) *Meddelande från Lunds Astronomiska Observatorium.* Uppsala, 1917.

Die aus ihr abgeleiteten Daten zur Bestimmung des Verhältnisses von Kindes- zu Placentagewicht sind die folgenden:

$$M_1 = 3490.55 \quad \mu_1 = 512.46 \text{ gr}$$
$$M_2 = 574.27 \quad \mu_2 = 117.35 \text{ »}$$
$$r_{12} = 0.6284$$

Man findet daraus

$$M = 6.218 \quad \mu = 0.999 \quad \mu_M = 0.032.$$

Es betrug hiernach in dem beobachteten Material im Mittel das Gewicht des Kindes 6.218 mal so viel als das Gewicht der Placenta und die mittlere Unsicherheit dieser Bestimmung ist bloss 0.032.

E. Czuber.

Sui coefficienti di variabilità

1. — Nel 1912 il Prof. GINI ha pubblicato uno studio, nel quale si mette in rilievo l'uso improprio, che per la misura della variabilità dei fenomeni comunemente si fa delle medie degli scostamenti tra le singole osservazioni e un valore medio di esse: e si propone di usare per taluni fenomeni, o per i fini ai quali quella misura è rivolta, medie di differenze (1).

Chiamando con a_i $(i = 1, 2, 3, \ldots . n)$ le osservazioni relative ad un dato fenomeno, e con a_k le osservazioni diverse da un valore di a_i, una media di differenze sarebbe fornita dall'espressione:

$$(1) \qquad \Delta = \frac{1}{n\,(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n-1} | a_i - a_k |$$

ossia dalla media aritmetica delle differenze assolute tra ogni osservazione e tutte le altre.

Poichè essa è indipendente dall'ordine di successione delle osservazioni, per il caso che fosse opportuno l'impiego di un indice sensibile all'ordine di successione medesimo si propone di calcolare la media aritmetica delle differenze assolute tra i valori contigui, ossia l'indice di oscillazione:

$$(2) \qquad O = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} | a_i - a_{i+1} |$$

2. — Applicando un indice di variabilità a diversi fenomeni, si ottengono risultati non sempre confrontabili fra loro; onde

---

(1) *Variabilità e Mutabilità*, in *Studi economico-giuridici della R. Università di Cagliari*, 1912.

sorge nella pratica statistica il bisogno di calcolare dei coefficienti di variabilità, ossia degli indici indipendenti dalla grandezza delle osservazioni.

E siccome, nei riguardi delle medie di scostamenti — malgrado le notevoli discussioni a cui il procedimento fu sottoposto, ed i serî inconvenienti ai quali in taluni casi esso dà luogo (1) — tali coefficienti sogliono ottenersi ragguagliando l'indice di variabilità alla media aritmetica, si è creduto di potere estendere tale procedimento anche all'indice Δ (2).

Ora a noi sembra che i criterî, sui quali tale estensione si fonda, siano suscettibili di un' utile revisione, indipendentemente da ogni divergenza di vedute intorno alla competenza delle medie di scostamenti o delle medie di differenze per la misura della variabilità.

Infatti, per quanto esteso sia il campo di applicazione che si voglia attribuire da taluni scrittori agli scostamenti medî, da altri alle differenze medie, nei casi in cui una media di differenze viene applicata può apparire incoerente il ragguaglio di essa a quel valore medio, dal quale si è voluto prescindere nel calcolo dell'indice di variabilità.

Nè sembra valida l'obbiezione che il valore massimo di una differenza media tra ogni osservazione e tutte le altre, calcolato nell'ipotesi limite che una sola osservazione assommi i valori di tutte, è uguale al doppio della media aritmetica della serie (3), e che quindi il ragguaglio della differenza media al suo valore massimo dedotto da quella ipotesi implica e giustifica il calcolo della media aritmetica.

Infatti in tal caso la media aritmetica attribuisce alla misura risultante un significato conforme all'ipotesi da cui essa deriva, ossia il significato di una misura della concentrazione; mentre, al fine di misurare la variabilità indipendentemente dalla grandezza delle osservazioni, qualunque ipotesi che si volesse escogitare a giustificazione della media aritmetica renderebbe per ciò stesso infondato l'uso di una media di differenze, in quanto giustificherebbe altresì l'applicazione di una media di scostamenti.

---

(1) Gini, *op. cit.*, p. 101.

(2) Cfr. ad es. G. Dettori. *Contributo allo studio della variabilità dei prezzi*, in *Studi economico-giuridici della R. Università di Cagliari*, 1912.

(3) Gini, *op. cit.*, p. 80.

3. — La considerazione dell'indice (2), dal quale non si è ancora pensato a trarre un coefficiente di variabilità, ci suggerirà la via da seguire per costruire, sulla base di medie di differenze in generale, coefficienti di variabilità indipendenti da qualsiasi valore medio delle serie.

Si noti, infatti, che l'oscillazione media di una serie di osservazioni di un dato fenomeno, essendo sensibile all'ordine di successione di esse, può essere solo giustificata allorquando esista ed interessi di rispettare il legame di dipendenza storica o di altra natura tra le osservazioni medesime; e che in tal caso il coefficiente di variabilità è dato logicamente da una media delle oscillazioni ragguagliate ai valori da cui esse provengono, ossia dall'oscillazione media relativa, desunta dall'espressione:

$$(3) \qquad \frac{O}{a_i} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{|a_i - a_{i+1}|}{a_i}$$

Ora, considerando che la differenza media tra ogni osservazione e tutte le altre differisce dall'indice di oscillazione per il fatto che non è sensibile all'ordine in cui le osservazioni sono disposte, sembra legittimo calcolare il coefficiente di variabilità della prima per mezzo di differenze medie relative, indipendenti da qualsiasi ordine di successione, ossia in base all'espressione:

$$(4) \qquad \frac{\Delta}{a_i} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{k=1}^{n-1} |a_i - a_k|}{a_i}$$

4. — Il calcolo della (3) non dà luogo a difficoltà; e di esso abbiamo fatto un'applicazione in un nostro studio sulle variazioni dei prezzi (1), al fine di comparare le variazioni medie delle serie dei numeri indici dei prezzi delle merci all'ingrosso e della circolazione monetaria in Italia durante la guerra.

Il calcolo della (4) si presenta, invece, così laborioso, appena le serie superino pochi termini, da riuscire praticamente impossibile se non si potesse ricorrere ad una formula semplificatrice.

Per fortuna tale formula esiste, e può ottenersi nel modo seguente:

---

(1) *Rivista delle Società Commerciali.* Roma, Athenaeum, Aprile 1919.

Graduando in ordine crescente le n osservazioni;

$$a_1, \quad a_2, \quad a_3, \ldots \quad a_{n-1}, \quad a_n,$$

la somma delle $n - 1$ differenze tra la prima quantità e tutte le altre, ragguagliate alla prima quantità, sarà:

$$\frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_1} + \ldots + \frac{a_{n-2}}{a_1} + \frac{a_{n-1}}{a_1} + \frac{a_n}{a_1} - (n - 1)$$

Facendo analogamente la somma delle $n - 1$ differenze tra la seconda quantità e tutte le altre, ragguagliate alla seconda quantità, si ottiene:

$$\frac{a_3}{a_2} + \ldots + \frac{a_{n-2}}{a_2} + \frac{a_{n-1}}{a_2} + \frac{a_n}{a_2} - (n - 2) + 1 - \frac{a_1}{a_2},$$

che conviene scrivere così:

$$\frac{a_3}{a_2} + \ldots + \frac{a_{n-2}}{a_2} + \frac{a_{n-1}}{a_2} + \frac{a_n}{a_2} - (n - 1) + 2 - \frac{a_1}{a_2}$$

Ripetendo quest'operazione per ogni quantità della serie, si ottiene infine lo specchio seguente:

$$\frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_1} + \ldots + \frac{a_{n-2}}{a_1} + \frac{a_{n-1}}{a_1} + \frac{a_n}{a_1} - n + 1$$

$$\frac{a_3}{a_2} + \ldots + \frac{a_{n-2}}{a_2} + \frac{a_{n-1}}{a_2} + \frac{a_n}{a_2} - (n - 1) + 2 - \frac{a_1}{a_2}$$

$$\frac{a_{n-2}}{a_3} + \frac{a_{n-1}}{a_3} + \frac{a_n}{a_3} - (n - 2) + 3 - \frac{a_1}{a_3} - \frac{a_2}{a_3}$$

. . . . . .

$$\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} + \frac{a_n}{a_{n-2}} - 3 + (n - 2) - \frac{a_1}{a_{n-2}} - \frac{a_2}{a_{n-2}} - \frac{a_3}{a_{n-2}}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} - 2 + (n - 1) - \frac{a_1}{a_{n-1}} - \frac{a_2}{a_{n-1}} - \frac{a_3}{a_{n-1}} - \ldots - \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}}$$

$$-1 + n - \frac{a_1}{a_n} - \frac{a_2}{a_n} - \frac{a_3}{a_n} - \ldots - \frac{a_{n-2}}{a_n} - \frac{a_{n-1}}{a_n}$$

Sommando e riducendo, si avrà:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{A_i}{a_i} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{A_n - i}{a_{n-i+1}} \right)$$

dove $\frac{A_i}{a_i}$ è la somma delle quantità delle serie maggiori di a_i, ragguagliata al termine a_i; e $\frac{A_{n-1}}{a_{n-i+1}}$ è la somma delle quantità non maggiori di a_{n-i} ragguagliata al termine a_{n-i+1}.

La differenza media relativa sarà, adunque:

$$(4^{bis}) \qquad \frac{\Delta}{a_i} = \frac{1}{n(n-1)} \left[\sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{A_i}{a_i} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{A_{n-i}}{a_{n-i+1}} \right) \right]$$

5. — L'applicazione pratica di questa formula ne metterà in luce la singolare semplicità. Per fare un esempio, riportiamo nella tavola seguente i prezzi al minuto per chilogramma del pane di frumento e della carne bovina (bollito), rilevati da Municipi, Cooperative, ecc. in dieci città italiane alla vigilia della guerra europea ed alla vigilia dell'armistizio (1).

Città	Prezzi al minuto in lire per chilogramma			
	del pane di frumento		della carne bovina	
	Luglio 1914	Settembre 1918	Luglio 1914	Settembre 1918
Torino . . .	0.38	0.66	1.60	7.50
Genova . . .	0.40	0.70	1.45	7.80
Milano	0.41	0.69	1.15	8.25
Bologna . . .	0.40	0.71	1.20	6.00
Firenze . . .	0.33	0.62	1.30	7.70
Ancona . . .	0.40	0.65	1.50	7.25
Roma	0.40	0.70	1.50	9.00
Napoli	0.38	0.65	1.70	12.10
Lecce	0.35	0.60	1.40	9.90
Girgenti . . .	0.36	0.64	2.20	6.35

(1) Cfr. *Annuario Statistico Italiano*, Anno 1915, pag. 169; e *Bollettino quindicinale dell' Ufficio del Lavoro*, Roma, 16 Marzo 1919, n 16. Codeste due fonti considerano due gruppi diversi di città, che però hanno in comune le dieci città, di cui ci occupiamo nel testo.

Considerando, anzitutto, i prezzi del pane, con la nota formula semplificatrice del Gini (1) si ottiene per il luglio 1914 una differenza media (Δ) di L. 0.030 e per il settembre 1918 di L. 0.044, maggiore della precedente.

Al fine di prescindere dai fattori di aumento dei prezzi nel secondo periodo, ragguagliando codeste misure alle medie aritmetiche che sono rispettivamente L. 0.38 e L. 0.66, si ottengono coefficienti $\left(\frac{\Delta}{M}\right)$ uguali a 0.078 e 0.066, dai quali si rileva che, prescindendo dalla grandezza media delle due serie, la seconda di esse presenterebbe una variabilità minore del 15.38 per cento di quella della prima.

Vediamo adesso a quali risultati conduce il metodo da noi precedentemente esposto.

Operando dapprima sulla serie dei prezzi accertati nel luglio 1914, si graduino i termini dal minimo al massimo (colonna 1 della tavola seguente).

Procedendo dal basso in alto, si costruiscano classi successive di valori, formate rispettivamente con l'ultimo termine, con questo e il precedente e così via (colonna 2); e si ragguagli ogni classe così ottenuta al valore antecedente, ossia $41 : 40 = 1.025$ ecc. (colonna 3).

Procedendo dall'alto in basso, si costruiscano classi successive di valori anologhe alle precedenti (colonna 4), e si ragguagli ogni classe così ottenuta al valore seguente (colonna 5).

Sottraendo la somma delle quantità della colonna 5 da quella delle quantità della colonna 3, e dividendo il risultato per $10 \times 9 = 90$, si ottiene:

$$\frac{\Delta}{a_i} = 0.080.$$

Operando ugualmente sulla serie dei prezzi accertati nel settembre 1918, si ottiene:

$$\frac{\Delta}{a_i} = 0.067.$$

---

(1) Gini, *op. cit.*, pp. 22 e 23.

da a_1 ad a_n	A_i	$\frac{A_i}{a_i}$	A_{n-i}	$\frac{A_{n-i}}{a_{n-i+1}}$
1	2	3	4	5
0.33	3.81	—	0.33	0.943
0.35	3.48	105.45	0.68	1.888
0.36	3.13	89.43	1.04	2.736
0.38	2.77	76.94	1.42	3.736
0.38	2.39	62 89	1.80	4.500
0.40	2.01	52.89	2.20	5.500
0.40	1.61	40.25	2.60	6.500
0.40	1.21	30.25	3.00	7.500
0.40	0.81	20.25	3.40	8.292
0.41	0.41	10.25	3.81	—
Totali (1)	21.63	48.860	20.28	41.595

In ambedue i casi risultano valori maggiori di quelli dei coefficienti precedenti. e per la seconda serie una variabilità minore del 16.25 % di quella della prima.

Questo risultato, che, indipendentemente dai fattori generali di rialzo dei prezzi, mette in luce per le città considerate una notevole diminuzione nella variabilità dei prezzi del pane durante la guerra, si spiega facilmente con un insieme di circostanze, tra le quali è da notare l'uniformità imposta dal governo nell'abburattamento delle farine e nella qualità del pane, e l'azione livellatrice dei calmieri sui prezzi di esso.

In base ai prezzi della carne abbiamo ottenuto i risultati compresi nella tavola seguente, dove torniamo a riportare, per confronto, quelli già ottenuti sui prezzi del pane.

---

(1) Si noti che, sottraendo la somma degli A_{n-i} da quella degli A_i e moltiplicando il risultato per $\frac{2}{10 \times 9}$, si ottiene per altra via la differenza media Δ.

Questo nuovo metodo di calcolo è stato già proposto dallo Czuber (*Beitrag zur Theorie statistischer Reihen*, Wien 1914) ed è esposto dal Mortara nei suoi *Elementi di statistica*. Roma 1916, p. 173 e segg..

Indici	Variabilità dei prezzi del pane			Variabilità dei prezzi della carne		
	Luglio 1914	Settembre 1918	Differenze percentuali	Luglio 1914	Settembre 1918	Differenze percentuali
$\Delta =$	L. 0.030	L. 0.044	+ 46.66	L 0.340	L. 2.020	+ 494.11
$\frac{\Delta}{M} =$	0.078	0.066	— 15.38	0.226	0.246	+ 8.84
$\frac{\Delta}{a_i} =$	0.080	0.067	— 16.25	0.217	0.257	+ 18.43

Da essi si rileva, anzitutto, la maggiore variabilità che nelle dieci città considerate presentavano nel luglio 1914 i prezzi della carne rispetto a quella accertata per il pane nello stesso periodo; e poscia che, contrariamente a quanto è accaduto per codesto alimento, la variabilità dei prezzi della carne, anche indipendentemente dalle cause generali di rialzo di prezzi, è notevolmente aumentata durante la guerra.

Tale aumento, che si presenta molto più marcato (del 18.4 %) assumendo come coefficiente di variazione la formula (4^{bis}), anzichè il rapporto tra la differenza media e la media aritmetica (che presenta un aumento dell' 8.8 %), può spiegarsi con un complesso di fattori, tra i quali dovettero esercitare notevole influenza i divieti dei traffici interregionali, ossia l'aumento degli impacci a quel libero gioco della concorrenza che tende al livellamento dei prezzi, ed inoltre l'elevamento delle liste di domanda della popolazione di taluni dei centri considerati, a cagione del più alto grado di benessere conseguito all'accentramento, in essi avveratosi, della produzione e dei traffici di guerra.

6. — Quando molte osservazioni di un fenomeno presentano lo stesso valore, anzichè applicarsi la formula (4^{bis}) alle serie estensive delle osservazioni ripetute, può più speditamente applicarsi una nuova formula semplificatrice alle distribuzioni di frequenze delle osservazioni.

Considerando i valori di una seriazione, graduati in ordine crescente:

$$a_1, \quad a_2, \quad a_3 \ldots . \; a_{n-2}, \quad a_{n-1}, \quad a_n,$$

e le corrispondenti frequenze:

$$f_1, \quad f_2, \quad f_3 \ldots . \; f_{n-2}, \quad f_{n-1}, \quad f_n,$$

dove m è il numero totale delle frequenze, la somma delle $m - 1$ differenze tra la prima quantità e tutte le altre, ragguagliate alla prima quantità, sarà:

$$f_2\frac{a_2}{a_1}+f_3\frac{a_3}{a_1}+\ldots+f_{n-2}\frac{a_{n-2}}{a_1}+f_{n-1}\frac{a_{n-1}}{a_1}+f_n\frac{a_n}{a_1}-(m-1)$$

e per tutte le f_1 frequenze di a_1 si avrà:

$$f_1\left[f_2\frac{a_2}{a_1}+f_3\frac{a_3}{a_1}+\ldots+f_{n-2}\frac{a_{n-2}}{a_1}+f_{n-1}\frac{a_{n-1}}{a_1}+f_n\frac{a_n}{a_1}-m+1\right]$$

Operando ugualmente per le f_2 frequenze di a_2 ecc., si ottiene una tabella analoga a quella costruita al n. 4, dove ogni rapporto viene moltiplicato per la frequenza del valore che compare nel numeratore, ed ogni riga per la frequenza del valore che compare nel denominatore.

Sommando e riducendo si avrà:

$$(4^{ter})\quad \frac{\Delta}{a_i}=\frac{1}{m(m-1)}\left[\sum_{i=1}^{n-1}\left(f_i\frac{A_i}{a_i}\right)-\sum_{i=1}^{n-1}\left(f_{n-i+1}\frac{A_{n-i}}{a_{n-i+1}}\right)\right],$$

dove A_i è la somma dei termini maggiori di a_i che risultano dai prodotti dei valori per le frequenze corrispondenti, ed A_{n-i} è la somma dei termini non maggiori di a_{n-i}, che risultano dai prodotti medesimi.

7. — Riportiamo, sempre a titolo di esempio, la distribuzione, secondo le ore di lavoro giornaliero, dei fanciulli e delle fanciulle in età compresa tra 12 e 15 anni, impiegati in 13,391 stabilimenti italiani nel 1913 (1):

Ore di lavoro	Numero di fanciulli	Numero di fanciulle
non più di 8	3,090	1,588
8 ½	668	788
9	3,661	2,249
9 ½	1,800	1,791
10	15,199	24,296
10 ½	6,401	27,289
11	4,985	19,889
11 ½	162	524
12 e più	294	379
Totali	36,260	78,793

(1) *Annuario statistico italiano*, cit., pag. 310.

Si noti che per i fanciulli le ore di lavoro più frequenti sono 10 e per le fanciulle 10 $^1/_2$, il che può spiegarsi riflettendo alla maggiore precocità di sviluppo che, rispetto ai maschi, presentano le femmine, e quindi alla maggior prevalenza di femmine puberi sul totale delle femmine comprese nelle età tra 12 e 15 anni.

Ammettendo per ipotesi che alla prima classe corrisponda una durata media di lavoro di ore 7 $^1/_2$, ed all'ultima classe di ore 12 $^1/_2$, si ottiene anzitutto per la distribuzione dei fanciulli una differenza media di 0,997, e per le fanciulle di 0,651 ossia uguale al 65 $^0/_0$ della prima.

La maggiore variabilità delle ore di lavoro nei fanciulli può spiegarsi con una maggiore variabilità dello sviluppo organico che essi presentino tra 12 e 15 anni, rispetto alle fanciulle della stessa classe di età, sempre in conseguenza del più precoce sviluppo di queste ultime.

Ragguagliando codesti indici alle medie aritmetiche, che sono rispettivamente 9,88 e 10,34, si avrebbero i coefficienti: 0,101 e 0,062, che dimostrerebbero nelle fanciulle una variabilità relativa uguale al 61,38 $^0/_0$ di quella dei fanciulli.

Vediamo, adesso, a quali risultati conduce la formula (4^{ter}).

Considerando dapprima la distribuzione dei fanciulli, si moltiplichino i valori per le freqnenze (colonna 3 della tavola seguente).

a_i	f_i	$a_i \times f_i$	A_i	$f_i \frac{A_i}{a_i}$	A_{n-i}	$f_{n-i+1} \frac{A_{n-i}}{a_{n-i+1}}$
1	2	3	4	5	6	7
7,5	3,090	23,175	358,475,5	—	23,175	182,128,196
8,5	668	5,678	335,300,5	138,143,804,970	28,853	11,736,755,968
9	3,661	32,949	329,622,5	25,904 426,776	61,802	11,709,851,400
9,5	1,800	17,100	296,673,5	120,680,186,242	78,902	119,923,149,800
10	15,199	151,990	279,573,5	52,971,800,200	230,892	140,756,159,314
10,5	6,401	67,210,5	127,583,5	193,914,161,650	298,102,5	135,094,631,595
11	4,985	54,835	60,373	36,804,527,409	352,937,5	4,971,815,154
11,5	162	1,863	5,538	2,509,718,190	354,800,5	8,344,907,760
12,5	294	3,675	3,675	51,769,530	358,475,5	—
Totali	36,260	358,475,5	1,796,815,0	570,980,394,967	1,787,940,0	432,719,399,187

Procedendo dal basso in alto, si costruiscano classi successive di valori formate rispettivamente con l'ultimo prodotto della colonna 3, con questo e il precedente, e così via (colonna 4).

Ogni classe così ottenuta si ragguagli al valore antecedente, e si moltiplichi per la frequenza che a tale valore corrisponde, ossia: $\frac{3675}{11.5} \times 162 = 51,739,530$, ecc. (colonna 5).

Procedendo dall'alto in basso, si costruiscano classi successive di valori anologhe alle precedenti (colonna 6); ed ogni classe così ottenuta si ragguagli al valore seguente e si moltiplichi per la frequenza che a tale valore corrisponde (colonna 7).

Sottraendo la somma delle quantità della colonna 7 da quella delle quantità della colonna 5, e dividendo il risultato per $36,260 \times 36,259 = 1,314,751,340$, si ottiene:

$$\frac{\Delta}{a_i} = 0.105$$

Operando ugualmente sulla distribuzione delle fanciulle, si ottiene:

$$\frac{\Delta}{a_i} = 0.065$$

In ambedue i casi si hanno valori maggiori di quelli dei coefficienti precedenti, e per le fanciulle un coefficiente uguale al 61,9 per cento di quello dei fanciulli.

8. — Nello studio dei metodi per confrontare gl'indici di variabilità suole riguardarsi in modo particolare il caso in cui le serie siano formate da rapporti statistici.

A questo riguardo ed a scanso di equivoci occorre distinguere due scopi diversi, ai quali una misura della variabilità di rapporti può essere rivolta.

Quando, infatti, dalla variabilità della serie dei rapporti in esame interessi di risalire alla variabilità della serie dei numeratori, sarebbe errato fondarsi su medie di scostamenti o di differenze desunte direttamente dai rapporti medesimi, e su coefficienti di variabilità ottenuti ragguagliando tali medie al valor medio dei rapporti od ai valori singoli di essi; ma converrebbe, invece, determinare la relazione in cui codeste misure di variabilità stanno a quelle relative ai singoli elementi dei

rapporti, al fine di poter correttamente calcolare i coefficienti di variabilità dei numeratori attraverso quelli dei rapporti.

E' quanto ha fatto il PEARSON, in un caso speciale ed in base a talune ipotesi, per la comparazione della variabilità delle serie di misure antropometriche, le quali appunto si deducono in gran parte da rapporti (1).

Ma quando, invece, una serie di rapporti abbia un significato a sè stante, diverso da quello degli elementi che la compongono, ed interessi di misurare appunto la variabilità delle nuove misure risultanti da quei rapporti, è legittima l'applicazione degli usati procedimenti.

Chi per avventura seguisse un'opinione diversa, dovrebbe ad esempio negare significato razionale alla misura della variabilità di una serie di prezzi generali, per il fatto che essi risultano dalla formula:

$$P = \frac{S}{T},$$

dove S è la somma degli strumenti di scambio disponibili in un dato mercato, moltiplicati per la loro velocità di circolazione, e T è il volume delle transazioni.

Dovrebbe pure negare significato razionale alla misura della variabilità delle serie dei cambî di un paese a su un paese b, per il fatto che il cambio è determinato dalla formula:

$$\text{Cambio di } a \text{ su } b = \frac{Pa\,(\text{eff.}) : Pa\,(\text{oro})}{Pb\,(\text{eff.}) : Pb\,(\text{oro})} + \frac{\text{Debiti di } a \text{ verso } b}{\text{Crediti di } a \text{ verso } b} - 1,$$

dove P sono i prezzi generali effettivi e in oro relativi ai due paesi a e b. (2).

Usando metodi analoghi a quello del PEARSON, quest'ultima formula esporrebbe al caso singolare di far risalire alla variabilità dei rapporti tra i prezzi generali di a effettivi e quelli in oro in quei paesi, o in quel tempo, in cui la bilancia tra

---

(1) K. PEARSON. *On a Form of Spurious Correlation which may arise when Indices are used in the Measurement of Organs.* Proc. Roy Soc. Vol. LX, 1897; G. U. YULE. *Theory of Statistics*, London 1916, 3ª Ediz., p. 214; GINI, *op. cit.* p. 105 e seg.

(2) Codesta formula è stata illustrata in un nostro articolo: *Brevi osservazioni sui cambi*, in *Supplemento Economico del Giornale: Il Tempo*, Roma, 18 Gennaio 1919.

i debiti e i crediti fosse per caso in equilibrio; e di far risalire alla variabilità dei debiti in quegli altri paesi, o in quell'altro tempo, in cui esistesse una circolazione aurea, o convertibile a vista in oro; mentre tanto l'uno che l'altro fenomeno sono completamente diversi da quello che interesserebbe di considerare, ossia dal cambio.

Lo stesso è a dire, ad esempio, per la fecondità femminile, la quale, pur risultando da un rapporto statistico, ha un significato biologico diverso da quello del numero dei nati, o del numero di femmine atte a procreare; e così via seguitando.

9. — Essendo $a_i - a_i = 0$, la differenza media tra ogni quantità e tutte le quantità di una serie — ossia la cosidetta differenza media con ripetizione — si ottiene sostituendo nell'espressione (1) ad $n\ (n-1)$ il valore di n^2. Operando ugualmente sul coefficiente (4) e sulle formule semplificatrici (4^{bis}) e (4^{ter}), si ottengono i coefficienti di variabilità della differenza media con ripetizione.

FELICE VINCI

Entomological Statistics

Metron will surely not limit the scope of Statistics to States and human society. Other kinds of communities may claim to be represented in the new organ of advanced statistical science. Indeed the social communities of the lower animal creation have a peculiar interest for the statistician. Their ways are less subject to change than human actions; they better realise the ideal of pure statistics, constancy of the type notwithstanding diversity of the individuals. Subject only to secular evolution, they present the sort of « series », in Dr. VENN's phrase, which is postulated by the theory of probabilities. I have pointed out this character of unprogressive communities in the *Journal of the Royal Statistical Society*; and there and elsewhere (1) I have adduced examples drawn from observations upon bees and wasps. Some recent additional observations in *pari materia* may deserve to be recorded in *Metron.*

The observations were and are directed to a problem which Sir JOHN LUBBOCK had proposed: namely to determine the average duration of an expedition made by bee or wasp, the time which elapses, between the moment when she issues from the hive or nest and the moment when she returns thereto. LUBBOCK attacked the problem directly (2) by marking individual insects. I have employed the logic of statistics to obtain an inferential result. Two methods are available: one dealing with observations made at the beginning or at the end of day, the other appropriate to midday expeditions.

---

(1) See: *Journal of the Royal Statistical Society*, June 1896, *Statistics of Unprogressive Communities.* — *Ibid.* September, *Supplementary Notes* — *Biometrika*, June 1907, *Observations on Wasps and Bees.*

(2) *Ants, Bees and Wasps*, fifth edition.

To ascertain the duration of an expedition in the early morning you must be on the scene before the first exit occurs; that is, for the sake of observations upon wasps, in this country, about half an hour before sunrise. You note the date (in minutes) of the first exit, and likewise the number that issue in each successive minute; say for half an hour or longer. Likewise you register the number of returns per minute. Say that up to the conclusion of your observations there have occurred n entrances; and let the mean of their dates (in minutes) be t. Let the mean date of the first n exits be t^1. Then $\frac{t-t^1}{n}$ is the measure of the sought average duration. Analogously for the purpose of determining the duration of an evening expedition it is proper to compare the mean date of the last n exits with the mean date of the last n etrances. Observations made in the middle of the day (not carried on from the morning, or continued to the evening) do not afford the convenience of a *terminus a quo* or *terminus ad quem*. They usually present, however, a datum which is wanting at the beginning and at the end of the day's work; namely a steady flow into and out of the nest, as many returning as issuing per minute on an average. With this datum we can determine the average duration, if we have also ascertained the total number that are abroad at the period under consideration. The total number divided by the flow per minute gives the average duration in minutes. It is thus that, given the number of births and deaths per year in a stationary population, and the number of the population, we can infer the mean life-time.

Referring to former publications (1) for fuller explanations of these methods, I now proceed without further preface to adduce a few new observations which may serve as a verification of results obtained before from a much larger range of experience.

For the purpose of applying the first method, I watched a nest of *Vespa germanica* in a field near London, on September 6th. 1919, from 7.16 P. M., « summertime », on till 8 P. M., some minutes after sunset, when the last return occurred. The observations which I made are recorded in columns 2 and 4 (read in connexion with column 3) of Table I. Columns 1 and 5 furnish the apparatus for averaging the entries in columns 2 and 4 respectively. Defining the *date* of an exit or entrance by the number

---

(1) Those cited in the note above.

of minutes between the initial epoch (7.16) and the time of the event, we find from Table I that the mean date of exit was 13.5 and the corresponding mean date of return 24 in round numbers. Whence for the mean duration of an expedition there is obtained 10.5 minutes. That is the *arithmetic* — more exactly the « weighted » arithmetic — mean of the dates.

It is a nice question whether in a case like the present the arithmetic mean, has an advantage over other averages, in particular the *median*. The median in the case before us is determined by the date at which half the number of observed exits that is 71, had occured ; and likewise for the entrances. Whereas 68 had issued at the end of the eleventh minute and 76 at the end of twelfth minute, we may say that the median of exits is 11.375. Likewise the median of entrances occurring after the 13th. minute proves to be $22 + \frac{71 - 61}{16} = 22.625$. Thus we obtain for the mean duration 11.25, much the same figure as before. It should be remarked that the average by which this result is obtained is not the simple median commonly employed, but the *weighted median*, identical with Laplace's *method of situation* (1). Each date does not count simply for one, but for as many as there are observations at that date. The simple median of the exits which terminated at the 40th. minute would have been 20 ; the simple median of the entrances which extended from the end of the 13th. to the end of the fourty fourth minute would have been 15.5. Whence for the mean date of entrance there would result $13 + 15.5 = 28.5$; and for the mean duration of an expedition 8.5 : doubtless a much less accurate result than those which were obtained by the use of *weighted* averages.

Those results may be verified by a process which will serve as a transition to our second method. One of the data required by that method is the number that are outside the nest, engaged in expeditions, at the time of observation. Now a datum of this kind may be derived from the statistics above presented. At the end of thirteen minutes we find (from Table I) that 125 had returned since the initial epoch. Therefore at the initial epoch there were outside 125 *plus* the number of entrances after the thirteenth minute, viz. 142, *minus* the number of the entrances subsequent to the thirteenth minute which are accounted for by

---

(1) *Théorie analitique des Probabilités*. Supplement II.

exits subsequent to the initial epoch, that is just 142. It follows that there were 125 outside at the initial epoch; upon the usual assumption that all who went out returned the same evening. The second datum required by the second method is the *flow*, the number issuing and entering per minute at the time of observation. For this datum we have the observations of the first thirteen minutes. For the mean number of exits per minute during this period we have $81/13 = 6.23$; and for the mean number of entrances $125/13 = 9.6$. It is a question whether these figures can properly be combined, as the general rule prescribes, seeing that the traffic is evidently declining with the approach of night. Probably the best available estimate for the flow as relevant to the entrances which occurred during the first thirteen minutes is that which is derived from the entrances alone 9.6. Dividing 125 (the number abroad at the date 10) by 9.6 the estimated flow, we have for the mean duration of an expedition 13, which is as near the figure obtained by the first method, viz. 10.5, as could be expected.

The circumstance that the expeditions tend to be shorter as night approaches must be attended to when comparison is made between sets of observations made in different years. Thus at first sight there appears a discrepancy between the result above given and that wich I obtained under apparently similar circumstances in 1906 (1). The average duration of an evening expedition proved to be 20 minutes in the earlier instance. But that result was based on observations extending over a longer period; the exits which were taken into account beginning 73 minutes before the closing time. Whereas in the experiment now under consideration the corresponding period was only 44 minutes. The earlier record fortunately gives the figure obtained from observations extending over a comparable period, namely 27 minutes before closing (2). The figure for 1906 was 12.2; that for 1919 is 11.5. It is worth recording that the 1906 observations were made under conditions very similar to those of 1919 The species observed was the same, *Vespa germanica*. The date of the day was September 7th. in 1906, September 6th. in 1919. The last entrance occurred at 7.4 P. M. in 1906; in 1919 at 8 P. M. « summertime », corresponding to 7 P. M. in the ordinary reckoning. The two nests were in the same locality, a certain golf-ground in the neighbourhood of London. It

---

(1) *Biometrika*, loc. cit.
(2) *Loc cit.* p. 368.

may be added that approximate figures for the duration of an evening voyage have been found in many other instances recorded in the papers which have been above cited. Altogether the hypothesis of unprogressive statistics seems to be verified.

Such close consilience is not to be expected in the results of the second method to which I proceeded. The duration of an expedition in the day-time has been found to vary from 20 to over 50 minutes — presumably owing to the different character of the tasks on different days. I applied the second method to the nest now under consideration on September 8th. 1919.

The first step was to ascertain the *flow* in and out. Beginning at 10.30 A. M. I made the observations recorded in Table II. The mean number of exits per minute viz. 9.12 proves to be in close agreement with the mean number of entrances viz. 8.85. Accordingly we are justified in assuming a steady flow of about 9 per minute.

The next step is to ascertain the number of those abroad. This is a troublesome and unpleasant task. I once tried poisoning the precincts of the nest. But this does not secure a complete return, only an inferior limit to the required figure. The most effective plan is to knock down with a bit of board or flat implement each and all that return to the precincts of the nest; counting the number of those so exterminated. This is certainly rather a brutal method of taking a census. But the destruction of noxious insects, though directed to a scientific object, will hardly be condemned by the most sturdy antivivisectionist. Having accounted for 400 in the manner described I left the nest in the afternoon; estimating that about fifty remained over, hovering about but not coming within range. I would not have consulted my own convenience by leaving this residue uncounted but that I expected to find them still hanging about on the following morning. But on returning next morning I found that those imprisoned within had burrowed a way out through the solid earth with which I had blocked the gateway, and that business was being carried on as usual. The traffic indeed had not been resumed on the same scale as before; the decrease in the flow bore witness to the loss of population which had been suffered.

Contenting ourselves with the estimate of 50 for the uncounted residue, we have for the number abroad at the period when the flow was determined, 10.30-11 A. M. September 8th., in all 450. That number divided by 9, the observed flow, gives 50 minutes

for the duration. That result is in accordance with the most accurate experiment of the sort which I have made; namely in the year 1896, on September 8th., after 10.30 A. M. There was a steady flow of approximately 13.3 per minute; and the number abroad was accurately reckoned to be 740. Accordingly the duration of an expedition was $740/13.3 = 56$. But so long an absence is not always to be expected. In the nearest parallel to the case now presented, namely the nest just now mentioned, observed in 1906, the mean duration of an expedition about 1 P. M. as ascertained by the second method was 35 minutes (1). It was 36 minutes in the case of a nest adjacent to the 1896 case above mentioned (2).

Oxford, All Souls College.

F. Y. Edgeworth

---

(1) *Biometrika, loc. cit.*, p. 373.
(2) *Journal of the Royal Statistical Society*, September 1896.

TABLE I.

1 Column 2 × Column 3	2 Number of exits	3 Minutes after 7.26 P. M.	4 Number of entrances	5 Column 4 × Column 3
34	13	1	*5*	
4	2	2	*10*	
18	6	3	*15*	
24	6	4	*9*	
35	7	5	*6*	
42	7	6	*11*	
56	8	7	*13*	
40	5	8	*9*	
18	2	9	*12*	
70	7	10	*6*	
55	5	11	*10*	
96	8	12	*11*	
65	5	13	*8*	
98	7	14	10	140
60	4	15	9	135
48	3	16	7	112
0	0	17	10	170
90	5	18	6	108
76	4	19	4	76
60	3	20	5	100
105	5	21	4	84
66	3	22	6	132
0	0	23	16	368
72	3	24	6	144
175	7	25	5	125
0	0	26	10	260
0	0	27	3	81
112	4	28	2	56
58	2	29	4	116
60	2	30	2	60
124	4	31	6	186
0	0	32	4	128
0	0	33	5	165
34	1	34	4	136
35	1	35	2	70
0	0	36	2	72
74	2	37	2	74
0	0	38	2	76
0	0	39	1	39
40	1	40	2	80
0	0	41	1	41
0	0	42	0	0
0	0	43	1	43
0	0	44	1	44
0	0	45	0	0
1923	142		142	3421

Mean date of exit . . . . 13.5 m.
Mean date of entrance . . 24
Mean duration of expedition 10.5 m.

TABLE II.

1 Minutes after 10,30 A. M.	2 Number of exits	3 Number of entrances
1	9	10
2	14	2
3	13	10
4	14	9
5	8	10
6	13	9
7	8	5
8	6	9
9	5	7
10	11	3
11	7	11
12	6	8
13	9	11
14	2	11
15	1	8
16	10	10
17	13	10
18	9	6
19	11	12
20	5	16
21	6	6
22	11	10
23	11	5
24	9	7
25	8	14
26	6	8
27	11	13
28	13	9
29	9	10
30	10	15
31	9	5
32	10	7
33	14	6
	301	292

$$\frac{1}{2}\left(\frac{301+292}{33}\right)=9$$

La coscrizione militare dal punto di vista eugenico

1. Il copioso materiale raccolto dagli uffici di statistica e di sanità e dai privati osservatori durante la guerra e quello che verrà raccogliendosi nei prossimi anni di pace permetteranno certamente di approfondire il tema delle relazioni tra la guerra e l'eugenica, trattato, in passato, assai più in base a ragionamenti teorici che a sicuri e precisi dati di fatto.

Indagini parziali finora eseguite hanno fatto già intravvedere che il problema è assai più complesso di quanto molti giudicavano. Previsioni teoriche generalmente accettate come plausibili, quale quella della minore resistenza dei concepiti durante la guerra, non sembrano affatto confermate dalla recente esperienza (1).

Nell'attesa che altri e più estesi dati maturino, atti ad illuminarci sull'influenza che la guerra esercita direttamente, — in quanto, cioè, è guerra guerreggiata — sulle qualità della razza, noi possiamo rivolgere frattanto l'attenzione agli effetti indiretti della guerra, in quanto il timore di essa, o viceversa il suo preordinamento, porta all'istituzione di un esercito permanente.

Avversari e difensori delle guerre hanno variamente valutato, del punto di vista eugenico, gli effetti del servizio militare, soffermandosi in particolare sugli effetti del servizio militare obbligatorio, che, già prima della guerra mondiale, costituiva il metodo generalmente adottato dalle grandi potenze per provvedere alla propria difesa.

Sarebbe certamente ingenuo il pensare che la circostanza che il servizio militare obbligatorio abbia, dal punto di vista eugenico,

---

(1) Cfr. *Sulla mortalità infantile durante la guerra*, in *Atti della Società italiana di Ostetricia e Ginecologia*. Volume XIX. Anno 1919, Roma, Bertero. 1920.

effetti favorevoli o invece sfavorevoli, possa costituire un serio argomento pro o contro le sua conservazione, la quale evidentemente si può giustificare o combattere con argomenti di altro genere e di ben altro peso; ma ciò non scema l'interesse scientifico di un esame imparziale della questione.

In due modi specialmente — sostengono gli avversari della guerra — il servizio militare contribuisce al peggioramento della razza: anzitutto, rendendo difficile, durante la prima giovinezza, il matrimonio e diminuendo così la prolificità della parte della popolazione fisicamente più robusta; in secondo luogo, esponendola al frequente rischio di malattie veneree, che, quando non portano alla sterilità, hanno sulla costituzione dei figli effetti deleteri. Ai quali danni può aggiungersi quello di una mortalità particolarmente elevata, quando i soldati compiano il loro servizio in paesi insalubri, quali generalmente sono le colonie (1).

Per converso, osservano i difensori della guerra che il servizio militare rende indubbiamente il soldato più robusto, e che tale robustezza, almeno in parte, si conserva nella futura vita borghese. Ora è vero bensì che le moderne vedute biologiche portano ad escludere che la robustezza, in quanto sia carattere acquisito, si trasmetta ai figli; ma non si può in ogni modo negare, neppure in base ad esse, che condizioni favorevoli dell'organismo giovino alla salute della prole. Indipendentemente da ciò, in ogni modo, la maggiore robustezza acquisita e più ancora forse la spigliatezza del fare e una certa baldanza che la vita militare imprime e la stessa divisa rendono il militare più attraente per le donne e fanno sì che, pur ritornando borghese, esso abbia una maggiore probabilità di sposarsi e quindi di trasmettere ai figli le sue doti di individuo selezionato (2).

Avversari e difensori delle guerre segnalano certamente, gli uni e gli altri, con le accennate osservazioni, circostanze reali e degne di rilievo.

---

(1) Cfr. J. Novicow. *La critique du darwinisme social.*
Ch. Richet. *Le passé de la guerre et l'avenir de le paix.*
C. W. Saleby. *The long Cost of War,* in *Westminster Gazette.*
Vacher de Lapouge. *Les selections sociales.*
D. Starr Jordan. *War and the Breed.* Boston. The Beacon Press, 1912, pagg. 110-111.
V. D. Kellogg. *Military Selection and Race Deterioration.* Oxford, Clarendon Press. 1916, pagg. 177-178.
Cfr. pure L. Darwin. *Eugenics during and after the War,* in *The Eugenics Review,* July, 1915 pag. 97.

(2) Cfr. L. Darwin. Art. cit., pag. 97.

Tutta la questione sta in ciò: se debbano ritenersi prevalenti, nei loro effetti, le circostanze sfavorevoli messe in luce dagli uni o quelle favorevoli poste in evidenza dagli altri, in modo che, in definitiva, la coscrizione debba riguardarsi, dal punto di vista eugenico, come dannosa o come utile alla nazione.

Si avverta come l'influenza favorevole o sfavorevole della coscrizione dovrebbe, tanto secondo gli avversari quanto secondo i difensori delle guerre, o esercitarsi attraverso una variazione della prolificità, in quanto essa ostacola e ritarda, o viceversa favorisce, i matrimoni di individui selezionati, o almeno avere una ripercussione sulla prolificità, in quanto le malattie veneree, che durante la ferma facilmente si contraggono, hanno per effetto la perdita o la riduzione del potere di generare.

Ora l'ordinamento della coscrizione in Italia è tale da permettere di ricercare se, in tempo di pace, la coscrizione è circostanza che tende in definitiva ad innalzare o ad abbassare la prolificità di chi vi è soggetto; e dati numerosi, pazientemente messi insieme da varie fonti durante parecchi anni, mi consentono, se non m'inganno, di dare — per quanto almeno si riferisce alla mia patria — una risposta alla interessante questione.

2. I cittadini italiani giudicati idonei alle armi vengono arruolati in tre categorie.

In tempo di pace, gli arruolati in terza categoria non prestano servizio militare.

Gli arruolati in prima categoria prestano anzitutto servizio militare durante un periodo continuativo, detto *ferma*. La durata di questa è venuta notevolmente riducendosi attraverso il tempo. Di 5 anni per la cavalleria e di 3 anni per le altre armi anteriormente al 1882, essa è stata ridotta a 4 anni nel 1882 e successivamente a 3 anni nel 1895 per la cavalleria e infine nel 1910 a 2 anni per tutte le armi. Oltre al periodo della ferma ed all'infuori di evenienze straordinarie, i militari di prima categoria anteriormente alla guerra venivano di regola richiamati sotto le armi, a turno di classe, a scopo di esercitazione, per brevi periodi non superiori ad un mese.

Gli arruolati in seconda categoria non sono soggetti alla ferma, ma prima della guerra venivano chiamati alle armi, a fine di istruzione, una o più volte, per un periodo di tempo non superiore in complesso a sei mesi.

Il reclutamento italiano ci pone così di fronte a tre categorie di cittadini, tutti ugualmente atti alle armi, delle quali una prima compie un lungo servizio militare, un'altra un servizio militare bre-

ve e spesso frazionato, una terza infine non compie servizio militare alcuno.

Differiscono queste tre categorie — dobbiamo noi domandarci — nei rispetti della prolificità? e, in caso affermativo, in che senso?

3. Prima di eseguire questa indagine, noi dobbiamo però vedere se l'assegnazione degli arruolati alle tre categorie non si compia in base a criteri che sono in relazione con la prolificità, poichè, in caso affermativo, potremmo restare in dubbio se le differenze riscontrate fra la prolificità delle diverse categorie dipendano veramente dallo avere o meno prestato servizio militare o non invece dai criteri in base a cui la assegnazione viene fatta.

Fino al 1908 (classe di leva 1887 compresa) l'assegnazione alla prima o alla seconda categoria aveva luogo a sorte, mentre l'assegnazione alla terza categoria era determinata dalle condizioni di famiglia dell'arruolato.

Dette condizioni di famiglia si possono distinguere in quattro gruppi.

Gruppo A.

1. - Figlio unico di padre vivente.
2. - Figlio unico di madre tuttora vedova.
3. - Nipote unico di avolo che non abbia figli maschi.
4. - Nipote unico di avola tuttora vedova che non abbia figli maschi.
5. - Fratello unico di sorelle nubili orfane di padre e di madre.

Per «unico» si intende, in tutti questi casi, «unico maschio», per modo che codesti figli o nipoti o fratelli unici possono avere un numero anche grande di sorelle.

Poichè però le figliuolanze italiane hanno in media 4-5 figli e devono quindi in media contenere più di due figli maschi, le figliuolanze con un solo maschio devono avere un numero medio di figli molto al disotto della media che si riscontra per l'insieme di tutte le figliuolanze. E' d'altra parte stabilito che vi è, rispetto alla prolificità, una notevole rassomiglianza tra figli e genitori, per modo che, indipendentemente da ogni influenza del servizio militare, sarebbe da attendersi che gli arruolati iscritti alla terza categoria appartenenti a questo gruppo presentassero, a pari età, un numero medio di figli inferiore a quello degli arruolati in 1ª e 2ª categoria.

Gruppo B.

1. - Figlio primogenito di padre che non abbia altro figlio maggiore di 12 anni.

2. - Figlio primogenito di padre entrato nel 70° anno di età.
3. - Figlio primogenito di madre tuttora vedova.

Pare verosimile che anche questi arruolati appartengano a famiglie poco prolifiche.

I padri entrati nel 70° anno di età quando il figlio era di leva non hanno infatti cominciato ad avere figli, o almeno figli maschi, che a 50 anni, e si comprende come essi, in generale, non debbano avere avuto prole numerosa, sia perchè, dopo i 50 anni, declina anche nell'uomo l'attitudine a generare, sia perchè, data la relazione che intercede fra l'età dei due sposi, tali genitori dovevano per lo più essere accoppiati a mogli di un'età in cui la fecondità della donna è molto ridotta.

I primogeniti, che all'età della leva non hanno fratelli superiori a 12 anni, devono spesso appartenere a famiglie in cui l'intervallo fra le nascite è molto lungo, e basso quindi il numero dei figli.

Tra le madri rimaste vedove e non ancora passate a seconde nozze quando il primogenito era di leva, sono comprese tutte quelle per cui la morte del marito ha interrotto il corso della prolificazione, circostanza che deve naturalmente far risultare bassa la media dei figli della intera categoria.

Gruppo C.

1. - Nipote primogenito di avolo entrato nel 70° anno di età e che non abbia figli maschi.
2. - Nipote primogenito di avola tuttora vedova e che non abbia figli maschi.
3. - Primogenito di orfani di padre e madre.
4. - Maggior nato di orfani di padre e madre se il primogenito suo fratello consanguineo sia affetto da talune gravi infermità o difetti fisici o condannato a pene criminali di lunga durata.
5. - Ultimo nato di orfani di padre e madre, quando i fratelli e le sorelle maggiori si trovino nelle condizioni di cui al numero precedente.

E' difficile dire se le figliuolanze a cui appartengono questi arruolati sono da ritenersi più o meno numerose della media, per quanto la prima alternativa sembri più verosimile.

La circostanza che si tratta sempre di arruolati aventi fratelli o sorelle e che sono quindi, in ogni caso, esclusi i figli unici farebbe pensare che le figliuolanze a cui essi appartengono dovessero essere più numerose della media. Un'altra ragione per fare la medesima previsione, per quanto riguarda gli arruolati di cui ai numeri 1 e 2,

è che, se a 20 anni essi hanno ancora gli avoli viventi, ciò fa pensare che questi, o i genitori, o gli uni e gli altri, si sieno spesso sposati ad un'età non avanzata e debbano quindi in generale avere figliuolanze numerose.

Gruppo D.

1. - Inscritto in una stessa lista di leva con un fratello nato nello stesso anno, quando il fratello sia tenuto al servizio militare.

2. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo inscritto alla prima categoria, il quale presti servizio militare in tempo di pace.

3. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo in ritiro per ferite o infermità dipendenti da servizio.

4. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo morto mentre era sotto le armi, o mentre era in riforma per ferite ricevute o infermità dipendenti da servizio, o mentre era in congedo illimitato purchè la morte sia avvenuta in conseguenza di ferite o di infermità dipendenti da servizio.

Tutte queste categorie di arruolati hanno maggiore probabilità di appartenere a figliuolanze numerose, sia (per i numeri 2, 3 e 4) perchè maggiore è il numero dei fratelli e maggiore è la probabilità di averne uno che presta o ha prestato servizio militare; sia perchè (per il numero 1) il fatto che due fratelli sieno nati nello stesso anno e appartengano quindi alla stessa classe di leva fa pensare che nella figliuolanza le nascite si succedano a brevi intervalli, circostanza che di regola si accompagna ad un'alta prolificità.

Dei quattro gruppi (A, B, C, D) in cui si possono classificare, ai fini che ci interessano, gli arruolati in 3ª categoria fino al 1908, si può dunque ritenere che quelli del gruppo A e, in minore misura, quelli del gruppo B appartengano a famiglie poco prolifiche, mentre quelli del gruppo C, e soprattutto quelli del gruppo D, a famiglie molto prolifiche. La tavola Iª mostra la frequenza con cui gli arruolati delle classi di leva 1878-1887 si sono ripartiti fra i quattro gruppi.

Come si vede, la percentuale dei gruppi subprolifici A e B non è molto superiore a quella dei gruppi superprolifici C e D. Il gruppo D, d'altra parte, che deve ritenersi più fortemente superprolifico, è più numeroso del gruppo A, che deve ritenersi più fortemente subprolifico. Queste cifre non potrebbero dire se, in definitiva, fra le classi di leva anteriori al 1888, gli inscritti in 3ª categoria devono ritenersi appartenenti a famiglie più o meno prolifiche di quelli inscritti in 1ª e in 2ª categoria.

Altri indizi fanno però ritenere che essi appartengano a famiglie più prolifiche. La percentuale degli analfabeti risulta infatti,

TAVOLA I^a.

Inscritti di leva assegnati alla 3^a categoria secondo la causa dell' assegnazione (Classi di leva 1878-1887)

Gruppi	Numero degli arruolati in terza categoria		Percentuali	
A	335,958	540 845	*36.2*	*58.3*
B	204,887		*22.1*	
C	17,442	385740	*1.9*	*41.7*
D	368,298		*39.8*	
Totale	926,585		*100.0*	

fra gli inscritti in 2^a e 3^a, superiore che fra gli inscritti in 1^a categoria (Cfr. Tavola II^a), ed è noto come l'analfabetismo sia in istretta correlazione con l'appartenenza alle classi sociali più basse e con una più alta prolificità.

Un'altra indagine, che sembra poter gettare qualche luce sulla prolificità delle famiglie delle varie categorie di arruolati, è quella del modo con cui queste si reclutano dai vari gruppi professionali.

I risultati di tale indagine sono contenuti nella tavola III^a.

A prima vista, essi parrebbero difficilmente conciliabili con quelli della tavola precedente. Dalla tavola III^a infatti appare che i gruppi professionali più istruiti (esercenti professioni libere e studenti, proprietari, impiegati, commercianti) danno alla I^a categoria una percentuale più bassa della media; mentre dalla tavola precedente appariva che la 1^a categoria contiene una percentuale di persone che sanno leggere e scrivere superiore alla media. L'apparente contraddizione si spiega col peso sproporzionato che, di fronte a tutti gli altri gruppi professionali, ha il gruppo degli «agricoltori e simili». Questo contiene circa la metà degli arruolati; esso dà, d'altra parte, alla 1^a categoria una percentuale di arruolati (49,4 %) inferiore alla media, mentre presenta una frequenza particolarmente elevata di analfabeti (41,4 % nelle classi di leva 1884-1886, contro una media generale, per tutti i gruppi professionali, del 31,1 %). E' anche notorio che la classe degli agricoltori si distingue per una forte prolificità. Per modo che, in definitiva, anche l'esame del modo con cui le varie categorie di arruolati si reclutano dai diversi gruppi

TAVOLA II^a.

Analfabetismo degli inscritti di leva secondo la categoria
(Classi di leva 1878-1888)

Categoria degli inscritti	Numero degli inscritti secondo l'analfabetismo				Percentuale degli analfabeti $\left(\frac{100\ a}{d}\right)$
	sanno leggere e scrivere (a)	sanno solo leggere (b)	non sanno leggere nè scriv. (c)	Totale (d)	
1^a	659,789	13,080	305,891	978,760	*31.2*
2^a e 3^a	619,328	14,636	304,997	938,961	*32.4*

professionali pare confermare la conclusione che gli arruolati in 1^a categoria delle classi di leva anteriori al 1888 dovevano tendere ad essere piuttosto più che meno prolifici di quelli arruolati in 2^a e 3^a categoria.

La legge del 1907, che cominciò ad applicarsi con la classe di leva del 1908, modificò radicalmente i criteri di assegnazione alle varie categorie, da una parte prescrivendo che l'assegnazione alla 2^a categoria dovesse farsi, non più a sorte, ma in considerazione delle condizioni di famiglia, e assegnando alla 2^a categoria parte degli arruolati che, a norma delle precedenti disposizioni, sarebbero stati attribuiti alla 3^a categoria; dall'altra, non considerando più titolo per essere esonerato dal servizio di 1^a categoria l'avere un fratello nato nello stesso anno e inscritto nella stessa lista di leva oppure in servizio militare (1).

Classificando gli arruolati in 2^a e 3^a categoria in 4 gruppi corrispondenti a quelli che abbiamo preso in considerazione per gli arruolati in 3^a categoria antecedentemente al 1908, si ottiene la ripartizione seguente.

Categoria 2^a — Gruppo A.

1. - Figlio unico di padre vivente che non sia entrato nel 65° anno di eta.

2. - Nipote unico di avo che non sia entrato nel 70° anno di età e che non abbia figli maschi.

---

(1) Altre minori variazioni si possono desumere dal confronto fra i titoli di assegnazione alla 3^a categoria prima del 1908 esposti nelle pagine precedenti e quelli di assegnazione alla 2^a e 3^a categoria passati in rassegna più sotto.

TAVOLA III^a^.

Frequenza dell' assegnazione alla 1^a^ o alla 2^a^ e 3^a^ categoria secondo la professione (Classi di leva 1878-1887).

Gruppi professionali	Su 100 arruolati furono assegnati alle categorie	
	1^a^	2^a^ e 3^a^
Cavallari	58.8	41.2
Uomini di fatica non addetti a lavori fissi	58.6	41.4
Sellai e morsai	56.5	43.5
Maniscalchi	54.2	45.8
Marinai e pescatori	53.8	46.2
Pastori ed allevatori di bestiame	53.5	46.5
Armaioli e pirotecnici	52.8	47.2
Muratori, minatori e simili	52.4	47.6
Calzolai e lavoratori in pelli	51.0	49.0
Medici e farmacisti	50.9	49.1
Servitori in genere	50.3	49.7
Operai in metallo	50.3	49.7
Operai in legno	50.3	49.7
Esercenti belle arti	50.2	49.8
Agricoltori e simili	49.4	50 6
Artigiani diversi	48.9	51.1
Impiegati in genere	48.7	51.3
Professioni girovaghe	48.0	52.0
Commercianti in genere	47.7	52.3
Esercenti professioni libere e studenti	45.9	54.1
Proprietari	45.4	54.6
Artefici in metalli preziosi	44.5	55.5
Addetti alla preparazione e allo spaccio dei commestibili	42.0	58.0
Complessivamente	50.0	50.0

Gruppo B.

1. - Figlio primogenito di padre che non sia entrato nel 65° anno di età e che non abbia altro figlio maggiore di dodici anni.

Gruppo D.

1. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo sotto le armi.

2. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo caporale o soldato di cavalleria o artiglieria a cavallo che dopo la ferma presti spontaneamente servizio in dette armi con l'obbligo minimo di un anno (1).

3. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo sottufficiale ma di tre anni (2).

4. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo in ritiro per ferite o infermità dipendenti da servizio.

5. - Inscritto che abbia un fratello consanguineo morto mentre era sotto le armi, o mentre era in riforma per ferite ricevute o infermità in dipendenza da servizio, o mentre era in congedo illimitato purchè la morte sia avvenuta in conseguenza di ferite od infermità dipendenti da servizio.

Categoria 3ª — Gruppo A.

1. - Figlio unico di padre che sia entrato nel 65° anno di età o sia affetto da infermità permanenti ed insanabili, imperfezioni o difetti fisici che lo rendano inabile a lavoro proficuo.

2. - Figlio unico di madre tuttora vedova.

3. - Nipote unico di avolo che sia entrato nel 70° anno di età e che non abbia figli maschi.

4. - Nipote unico di avola tuttora vedova e che non abbia figli maschi.

5. - Fratello unico di sorelle orfane di padre e di madre nubili o vedove senza figli maggiori di 12 anni.

Gruppo B.

1. - Figlio primogenito di padre che sia entrato nel 65° anno di età o sia affetto da infermità permanenti ed insanabili, imperfezioni o difetti fisici che lo rendano inabile a lavoro prficuo.

2. - Figlio primogenito di madre tuttora vedova.

Gruppo C.

1. - Nipote primogenito di avolo che sia entrato nel 70° anno di età e che non abbia figli maschi.

2. - Nipote primogenito di avola tuttora vedova e che non abbia figli maschi.

---

(1) Legge 30 Giugno 1910.
(2) Legge 6 Luglio 1911.

3. - Primogenito di orfani di padre e di madre.

4. - Ultimo nato di orfani di padre e di madre, che abbia almeno un fratello inabile a lavoro proficuo e gli altri dichiarati definitivamente assenti o detenuti con lunghe pene da scontare.

Gruppo D.

1. - Inscritto (1) che abbia un fratello consanguineo vincolato alla ferma di 6 anni nel corpo reali equipaggi.

Il numero degli arruolati nei rispettivi gruppi delle due categorie di classi di leva 1888-1892 si può calcolare essere stato il seguente (2):

TAVOLA IV^a^.

Inscritti di leva assegnati alla 2^a^ e 3^a^ categoria secondo la causa dell' assegnazione (Classi di leva 1888-1892).

Gruppi	Categoria 2^a^			Categoria 3^a^			Totale categorie 2^a^ e 3^a^		
	Numero degli arruolati	Percentuali		Numero degli arruolati	Percentuali		Numero degli inscritti	Percentuali	
A	105,275	*62.0*	*96.6*	51,815	*45.5*	*92.0*	157,090	*55.3*	*94.8*
B	58,746	*34.6*		52,876	*46.5*		111,622	*39.5*	
C	—	*0.0*	*3.4*	8,926	*7.9*	*8.0*	8,926	*3.2*	*5.2*
D	5,679	*3.4*		140	*0.1*		5,819	*2.0*	
Totale	169,700	*100.00*		113.757	*100.00*		283,457	*100.00*	

Come si vede, la ripartizione degli inscritti tra i vari gruppi risulta, per le classi posteriori al 1887, essenzialmente diversa che per le precedenti (Cfr. Tavola I^a^). Questi dati fanno ritenere che, a partire dal 1908, gli inscritti in 2^a^ o 3^a^ categoria appartenessero a famiglie meno prolifiche degli inscritti in 1^a^ categoria. E tale previsione viene confermata dall'esame dei dati relativi all'analfabetismo degli

(1) Legge 18 Luglio 1911.

(2) Le statistiche danno cumulativamente le cifre degli arruolati in 3^a^ categoria per i numeri 1 del gruppo A e B, per i numeri 2 dei gruppi A e B, per il numero 3 del gruppo A e il numero 1 del gruppo C, per il numero 4 del gruppo A e il numero 2 del gruppo C. Tali cifre furono ripartite fondandosi sulle cifre più dettagliate relative alle classi di leva antecedenti e tenendo conto degli arruolati inscritti in 2^a^ anzi che in 3^a^ categoria in base alla nuova legge.

inscritti nelle differenti categorie e al modo con cui queste categorie si reclutano dai vari gruppi professionali. Tali dati si trovano esposti nelle tavole V^a e VI^a.

La tavola V^a mostra come l'analfabetismo, che si associa generalmente ad un'alta prolificità, sia più frequente nella 1^a che nella 2^a e 3^a categoria, contrariamente a quanto avveniva per le classi anteriori al 1888. Dalla tavola VI^a si rileva come la gran parte dei gruppi professionali appartenenti alle classi basse (e tra gli altri quello numerosissimo degli agricoltori, caratterizzato da una prolificità particolarmente elevata) contribuiscano alla 1^a categoria in misura superiore che alla 2^a e 3^a categoria.

TAVOLA V^a.

Analfabetismo degli inscritti di leva secondo la categoria
(Classi di leva 1888-1892).

Categoria degli inscritti	Numero degli inscritti secondo l'analfabetismo				Percentuale degli analfabeti $\left(\frac{100\ c}{d}\right)$
	sanno leggere e scrivere (a)	sanno solo leggere (b)	non sanno leggere nè scriv. (c)	Totale (d)	
1^a	518,337	7162	231,841	757,940	*30.5*
2^a	120,757	1688	47,696	170,141	*28.0*
3^a	92,952	1241	37,522	131,715	*28.4*

L'esame critico dei dati relativi alla composizione delle varie categorie di arruolati ci porta dunque alla conclusione che queste non possono considerarsi identiche per quanto concerne la tendenza a riprodursi che mostrerebbero indipendentemente dalla influenza dell'avere o meno prestato servizio militare. Per le classi di leva più anziane (anteriori al 1888), pare probabile che gli inscritti alla 1^a ed alla 2^a categoria appartenessero a famiglie alquanto meno prolifiche e tendessero quindi, per questa circostanza, ad essere in una certa misura meno prolifici essi stessi degli inscritti in 3^a categoria, e pare quindi anche probabile che gli inscritti in 1^a categoria appartenessero a famiglie alquanto meno prolifiche e tendessero quindi essi stessi ad essere meno prolifici del complesso degli inscritti in 2^a e 3^a categoria. Per le classi di leva posteriori (1888 e seguenti), è il contrario invece che deve ritenersi.

Infirma questo risultato le conclusioni, a cui noi saremo per addivenire, circa l'influenza dell'avere prestato servizio militare sopra la riproduttività delle persone atte alle armi?

TAVOLA VI^a^.

Frequenza dell' assegnazione alla 1^a^, alla 2^a^ e alla 3^a^ categoria secondo la professione (Classi di leva 1888-1892).

Gruppi professionali	Su cento arruolati furono assegnati alle categorie		
	1^a^	2^a^	3^a^
Cavallari	76.0	14.1	9.9
Professioni girovaghi	74.5	13.1	11.6
Marinai e pescatori	73.2	15.1	11.7
Muratori, minatori e simili	73.1	15.1	11.8
Agricoltori e simili	72.8	15.5	11.7
Pastori ed allevatori di bestiame	72.2	15.8	12.0
Sellai e morsai	72.2	15.1	12.7
Servitori in genere	72.1	14.9	13.0
Addetti alla preparazione ed allo spaccio dei commestibili	71.3	15.8	12.9
Uomini di fatica non addetti a lavori fissi	70.8	16.2	13.0
Operai in metallo	69.0	17.3	13.7
Operai in legno	68.8	17.6	13.6
Maniscalchi	68.7	16.3	15.0
Esercenti belle arti	68.3	17.7	14.0
Calzolai e operai in pelli	68.2	18.0	13.8
Commercianti in genere	67.6	18.8	13.6
Artefici in metalli preziosi	64.3	19.1	16.6
Proprietari	64.2	20.1	15.7
Impiegati in genere	63.1	19.9	17.0
Esercenti professioni libere e studenti	63.1	20.1	16.8
Armaioli e pirotecnici	62.2	21.9	15.9
Complessivamente	71.8	15.5	12.7

In nessun modo. Non che infirmarle, anzi, le corrobora.

Dalle indagini che verremo esponendo risulta infatti che, nelle età più giovani, gli inscritti in 1ª categoria hanno un numero medio di figli inferiore agli inscritti in 2ª ed in 3ª, ma che la differenza in seguito si attenua, fino a dar luogo in definitiva ad una prolificità superiore da parte degli inscritti di 1ª categoria.

In base alle considerazioni sopra esposte, noi avremmo invece dovuto attenderci, qualora l'avere prestato o meno la ferma militare non avesse esercitato alcuna influenza sulla riproduttività degli idonei alle armi, che le classi posteriori al 1887 avessero dovuto mostrare una prolificità superiore tra gli inscritti in 1ª categoria e le classi anteriori al contrario una prolificità inferiore.

E' pertanto autorizzata la conclusione che, se le varie categorie fossero state tutte perfettamente omogenee rispetto alla tendenza riproduttiva, le differenze riscontrate in connessione con l'avere o meno compiuta la ferma militare, sarebbero risultate, non già minori, ma anzi maggiormente accentuate.

4. Sarà opportuno ricordare anche che le assegnazioni alla 2ª e alla 3ª categoria non sono immutabili. In tempo di pace, infatti, qualora si riproducano nello stato della famiglia dell'inscritto in 1ª categoria modificazioni tali per cui avrebbe avuto diritto, se avesse concorso alla leva, ad essere assegnato alla 2ª o alla 3ª categoria, può l'inscritto in 1ª categoria, facendo domanda in tempo utile, ottenere il passaggio alla categoria corrispondente.

Codeste modificazioni possono intervenire nell'intervallo fra le visite al consiglio di leva e l'arruolamento: l'arruolato viene allora definitivamente assegnato alla categoria che gli spetta secondo le condizioni di famiglia sopravvenute e in base ad essa esercita i suoi doveri militari.

Ma può anche darsi che le modificazioni sopravvengano dopo che il militare ha già compiuto la ferma: allora il passaggio di categoria non gli serve che per i successivi richiami: noi potremo in tal caso trovare nelle nostre ricerche un militare inscritto in 2ª e 3ª categoria che in realtà ha compiuto invece la sua ferma come arruolato in 1ª categoria. Questa rappresenta evidentemente una circostanza perturbatrice nelle nostre indagini.

Trattasi però di una circostanza di carattere eccezionale. Essa non può avere, d'altra parte, altro effetto che quello di rendere meno netta la distinzione tra le categorie e di fare apparire quindi attenuata, in confronto alla realtà, l'influenza che l'assegnazione all'una

piuttosto che all'altra di esse esercita sulla riproduttività dei coscritti idonei alle armi.

5. Sgombrato così il terreno dai dubbi preliminari, passiamo ad esaminare i dati di cui disponiamo circa lo stato civile e il numero dei figli dei militari, distinti secondo la categoria a cui appartengono.

Un primo gruppo di dati si riferisce al distretto militare di Ancona ed è ricavato da un allegato al *Disegno di Legge* portante *Modificazioni al Testo Unico delle leggi sul reclutamento del Regio Esercito approvato con R. D. 6 agosto 1888*, presentato dal Ministero della Guerra nella seduta del 19 febbraio 1903 (1).

I dati si riferiscono ai militari bisognosi del distretto di Ancona soggetti a richiamo sotto le armi, in età quindi da 23 a 40 anni e appartenenti alla 1ª e 2ª categoria.

Codesti dati erano stati appositamente raccolti, in occasione di un precedente disegno di legge presentato nel 1888 dall'on. Di San Marzano, allo scopo di misurare la portata finanziaria della proposta di concedere soccorsi alle famiglie bisognose dei militari richiamati alle armi.

Delle tavole seguenti, la VII[a] contiene i dati assoluti, quali furono ottenuti da un conveniente raggruppamento dei dati esposti nell'allegato. Essi mostrano come la rilevazione sia sufficientemente estesa per che le sue conclusioni debbano venire accolte con fiducia. La tavola VIII[a] contiene i dati percentuali che a noi particolarmente interessano.

Il loro andamento è invero molto suggestivo.

Confrontiamo anzitutto le colonne 2 e 3 della tavola VIII[a]. I militari di 1ª categoria presentano nelle classi di età di 23-25 anni una percentuale di ammogliati (47.4) notevolmente inferiore a quella dei coetanei di 2ª categoria (58.3); la differenza si è già di molto attenuata nella classe di 26-28 anni; nella classe successiva essa si inverte e la differenza si accentua in quella di 32-39 anni, la più avanzata a cui si riferiscono i nostri dati.

Questi dati mostrano dunque come l'obbligo della ferma, a cui sono sottoposti gl'inscritti in 1ª a differenza di quelli inscritti in 2ª categoria, abbia per effetto di ritardare il matrimonio per un

---

(1) *Atti Parlamentari: Camera dei Deputati*, Legislatura XXI, 2ª Sessione, 1902. Documenti, disegni di legge e relazioni, n. 300.

TAVOLA VII^a.

Numero dei militari bisognosi del distretto di Ancona soggetti a richiamo sotto le armi, delle loro mogli e dei loro figli viventi.

Età in anni	Militari reputati bisognosi		Numero delle loro mogli		Numero dei loro figli viventi	
	Categoria 1^a	Categoria 2^a	Categoria 1^a	Categoria 2^a	Categoria 1^a	Categoria 2^a
1	2	3	4	5	6	7
23-25	435	84	206	49	196	59
26 28	595	244	460	194	495	287
29-31	670	260	603	232	962	412
32-34	521	510	492	464	1024	1043
35-39	918 (1439)	651 (1161)	865 (1357)	610 (1074)	2215	1564
Complessivamente	3139	1749	2626	1549	4892	3365

TAVOLA VIII^a.

Stato civile e prolificità dei militari bisognosi del distretto di Ancona.

Età in anni	Mogli per cento militari		Figli viventi per cento militari ammogliati		Figli viventi per cento militari	
	Categoria 1^a	Categoria 2^a	Categoria 1^a	Categoria 2^a	Categoria 1^a	Categoria 2^a
1	2	3	4	5	6	7
23-25	47.4	58.3	95	120	45	70
26-28	77.3	79.5	108	148	83	118
29-31	90.0	89.2	160	178	144	158
32-34	94.4	91.0	203	225	197	205
35-39	94.2 (94.3)	93.7 (92.5)	256	256	241	240
Complessivamente	83.7	88.6	186	217	156	192

numero notevole di essi. In definitiva però — e già verso i 30 anni — la percentuale degli ammogliati risulta, non più bassa, ma più alta per coloro che hanno compiuto la ferma militare.

Contratti più tardi, è naturale che i matrimoni degli inscritti in 1ª categoria sieno meno prolifici, finchè si considerano coppie giovani che non hanno esaurito la prolificazione. E' quanto mettono in luce i dati delle colonne 4 e 5 per le classi di età di 23-25, 26-28, 29-31 e 32-34 anni (1). Già nella classe di 35-39 anni, però, il numero medio di figli è uguale per gli ammogliati delle due categorie. Si avverta come a questa età la prolificazione delle coppie non sia certo esaurita. Ciò si intende anche dalla media dei figli viventi (2.56) molto più bassa di quella (almeno 4) che può ammettersi per la classe di popolazione bisognosa.

Dobbiamo noi ritenere che l'aumento nel numero dei figli col crescere dell'età continui anche dai 40 anni in su, come avviene per le età più basse, ad essere più rapido per gli inscritti in 1ª categoria, in modo che essi finiscano per avere un numero medio di figli per matrimonio superiore a quello degli inscritti in 2ª categoria?

I dati della tavola VIIIª non permettono di rispondere con sicurezza a questa domanda, per quanto la circostanza che nella classe di 35-39 anni i matrimoni sono più recenti per gli inscritti in 1ª categoria che per gli inscritti in 2ª categoria debba far riguardare come plausibile una risposta affermativa. Altri dati ci potranno dare la conferma di questa previsione (cfr. pag. 102 e tavola XIIª).

Fin da ora possiamo intanto affermare che, anche se, in media, la prolificità definitiva degli sposi di 1ª categoria rimanesse uguale a quella degli sposi di 2ª categoria, la prolificità definitiva di tutti gli inscritti in 1ª categoria dovrebbe risultare, in media, alquanto superiore a quella di tutti gli inscritti in 2ª categoria, perchè, come si è visto, tra quelli la percentuale dei coniugati risulta alquanto più elevata che tra questi. Ciò è messo in luce dai dati delle colonne 6 e 7, i quali mostrano che, già a 35-39 anni, il numero dei figli viventi per 100 militari è, per gli inscritti in 1ª (241), lievemente superiore che per gli inscritti in 2ª categoria (240).

---

(1) Si avverta come i dati di queste colonne, che indicano i quozienti dei figli per i militari ammogliati delle varie classi di età, dieno una misura approssimata per eccesso della prolificità dei matrimoni, in quanto una parte dei figli deriva da matrimoni, in cui la moglie è morta. Il numero dei figli dovrebbe dunque a rigore dividersi per il numero di militari ammogliati o vedovi; ma il numero dei militari vedovi non è noto. L'errore che si commette è, d'altra parte, trascurabile. Su oltre 100 000 militari morti, il numero dei vedovi stava a quello dei coniugati come neppure 2 a 100.

I coscritti idonei alle armi che hanno prestato la ferma militare, per quanto si sposino in media più tardi, finiscono dunque coll'avere un numero medio di figli per matrimonio non inferiore e probabilmente superiore ai coscritti, pure idonei alle armi, che dalla ferma vanno esenti e, poichè, d'altra parte, più di rado essi restano celibi, finiscono con l'avere una media di figli per militare più elevata.

Potrà parere strano che i matrimoni degli inscritti in 1ª categoria, per quanto contratti più tardi, finiscano con l'essere non meno, e forse più, prolifici di quelli, più precoci, degli inscritti in 2ª categoria, mentre è notorio che, nella popolazione generale, a matrimoni più tardivi corrisponde un numero di figli più basso. Il fenomeno può spiegarsi, anche a prescindere dall'ipotesi, che non sembra molto verosimile, che la vita attiva condotta durante la ferma militare accresca in modo permanente il potere riproduttivo. La causa della minore prolificità dei matrimoni tardivi nella popolazione generale deve infatti farsi risalire, non ad un abbassamento della fertilità del maschio, la quale, entro larghi limiti, non varia sensibilmente con l'età, ma all'abbassamento della fertilità della donna, la cui età è, nella popolazione generale, fortemente correlata con quella del marito. Ora la maggiore percentuale di ammogliati che gli inscritti in 1ª categoria finiscono per avere, mostra chiaramente che essi sono preferiti, dal sesso gentile, agli inscritti in 2ª categoria e ciò fa pensare che, sebbene alquanto più avanzati in età all'atto del matrimonio, essi riescano ad impalmare donne altrettanto o più giovani di quelle sposate dagli inscritti in 2ª categoria, o donne più sane e più robuste e quindi in definitiva più feconde.

Conviene però tener presente che, per giudicare esattamente della produttività di una popolazione, non basta tener conto della quota definitiva dei coniugati e della prolificità definitiva dei matrimoni. La morte spesso colpisce persone che, ancora celibi, si sarebbero sicuramente sposate, e spesso ancora tronca le unioni prima che abbiano dato il numero dei figli di cui erano capaci. Quando muoiono prima dei 35 anni, gli inscritti in 1ª categoria lasciano meno figli di quelli di 2ª categoria. E' questa una circostanza che conviene tenere presente.

E' dubbio però se essa valga a compensare la maggiore prolificità definitiva degli inscritti in 1ª categoria. Della sua portata ci possiamo approssimativamente render conto ammettendo che la mortalità al di sotto e al di sopra di 35 anni sia, per gli inscritti in 1ª e per quelli in 2ª categoria, conforme a quella indicata dalla tavola di mortalità per la popolazione italiana maschile costruita in base ai dati dei censimenti del 1901 e 1911 e alle morti del decennio 1901-910.

Detta tavola dimostra che, su 100 mila nati, 1389 muoiono da 23 a 26, 1312 da 26 a 29, 1284 da 29 a 32, 1291 da 32 a 35 anni, 61,962 oltre 35 anni. D'altra parte, la precedente tavola VIII^a ci dice che gli inscritti in 1^a categoria di 23-25 anni hanno in media 0.25 nati meno degli inscritti in 2^a categoria, e che, per i gruppi seguenti di 26-28, 29-32, 32-34 anni, le differenze sono rispettivamente di 0.35, 0.14, 0.08. Ammettendo che le differenze sieno, per i morti, uguali che per i viventi della stessa categoria di età, 1389 × 0.25 + 1312 × 0.35 + 1284 × 0.14 + 1291 × 0.08 = 1089.49 darà il numero dei figli che gli inscritti in 1^a categoria morti da 23 a 24 anni lascierebbero in meno degli inscritti di 2^a categoria. Possiamo arrotondare tale cifra in 1200 per tener conto della differenza di prolificità dei morti al disotto dei 23 anni.

Ora, per compensare tale differenza, basterebbe che i 61,962 morti sopra 35 anni avessero, presso gli inscritti in 1^a categoria, una prolificità media di 0.02 figli superiore a quella degli inscritti in 2^a categoria. Già nella classe di 35-39 anni, la differenza è di 0.01 e i dati delle tavole seguenti fanno pensare che, per le età più alte, essa sia notevolmente superiore a 0.02.

Si avverta ancora che l'ipotesi che la probabilità di morte al di sotto e al di sopra di 35 anni sia, per gli inscritti in 1^a e 2^a categoria, uguale a quella della popolazione generale maschile, probabilmente si allontana dal vero. E' verosimile che gli idonei alle armi muoiano al di sotto dei 35 anni con minor frequenza della popolazione generale della stessa categoria di età e che quindi l'influenza della mortalità sotto i 35 anni venga, nel calcolo precedente, alquanto esagerata, facendo così apparire la prolificità media degli inscritti in 1^a categoria inferiore al ver .

Tenuto conto di queste varie circostanze, se ..bra dunque autorizzata la conclusione che l'obbligo al servizio militare non ostacola, ma sembra piuttosto lievemente favorire, la selezione sessuale e la riproduzione degli elementi della popolazione idonei alle armi e quindi superiori da un punto di vista eugenico.

6. Una conclusione di così grande importanza scientifica e pratica meritava conferma da parte di ulteriori ricerche.

Le tavole IX^a e X^a, XI^a e XII^a, XIII^a e XIV^a ne riassumano i risultati. Essi sono concordanti con quelli della ricerca precedente. Passiamoli brevemente in rassegna.

Le tavole IX^a e X^a si riferiscono ai richiamati e trattenuti alle armi del distretto militare di Siena e dei Comuni di Padova, Bre-

scia, Motta di Livenza, Thiene, Schio, Grancona, Fontaniva, Tretto e Piovene. I dati furono raccolti nella prima metà del 1916, a cura di alcuni studiosi, alla cui gentilezza qui rendo grazie (1).

TAVOLA IX^{a}.

Distinzione per categoria dei militari richiamati o trattenuti alle armi del distretto militare di Siena e dei Comuni di Padova, Brescia, Motta di Livenza, Thiene, Schio, Grancona, Fontaniva, Tretto e Piovene, la cui famiglia è ammessa al soccorso giornaliero; numero delle loro famiglie con figli, oppure con moglie o figli; numero dei figli sovvenuti.

Classe di leva del militare	Numero delle famiglie ammesse al soccorso (1).		Numero delle famiglie per cui il soccorso è corrisposto ai figli (1).		Numero delle famiglie per cui il soccorso è corrisposto alla moglie od ai figli (1).		Numero dei figli ammessi al soccorso (1)	
	Cat. 1^{a}	Cat. 2^{a} e 3^{a}	Cat. 1^{a}	Cat. 2^{a} e 3^{a}	Cat. 1^{a}	Cat. 2^{a} e 3^{a}	Cat 1^{a}	Cat. 2^{a} e 3^{a}
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1890-93	1246	744	245	155	334	228	338	235
1887-89	1158	660	576	347	734	448	953	665
1884-86	896	598	642	437	730	502	1347	984
1881-83	877	311	682	243	767	272	1866	722
1876-80	1464	197	1195	155	1345	174	3681	488

(1) Per il Comune di Motta di Livenza, le poche famiglie di militari di 2^{a} categoria vennero classificate con quelle dei militari di 1^{a}, anzi che con quelle dei militari di 3^{a} categoria.

Si avverta che non per tutti i militari i registri dei sussidiati danno l'indicazione della categoria. Ciò spiega come il numero delle

(1) I dati del distretto militare di Siena furono fatti raccogliere dal prof F. Virgilii, mio collega in quella Università; quelli del Comune di Padova furono spogliati dallo studente Gino Scaroni; quelli del Comune di Brescia mi furono trasmessi dal segretario Comunale sig. Ferrari per cortese intercessione del dott. F. Carli; quelli del Comune di Motta di Livenza furono spogliati dal Cancelliere della Pretura sig. Ricci; quelli infine dei Comuni di Thiene, Schio, Grancona, Fontaniva, Tretto e Piovene furono raccolti, per incarico del prof. A. de' Stefani, da alcuni studenti dell'Istituto tecnico di Vicenza.

famiglie e dei figli considerato sia esiguo relativamente ad un così notevole insieme di popolazione.

Si avverta ancora che non tutti i congiunti bisognosi dei militari richiamati o trattenuti alle armi sono ammessi al soccorso, ma solo, in quanto sieno totalmente a carico del militare, i congiunti seguenti:

a) la moglie,

b) i figli legittimi o legittimati di età inferiore ai 12 anni, od anche di età superiore se inabili al lavoro;

c) i genitori che abbiano compiuto 60 anni di età ovvero sieno inabili al lavoro;

d) i fratelli o sorelle minori degli anni 12, od anche di età superiore se inabili al lavoro.

TAVOLA X^a^.

Stato civile e prolificità dei militari richiamati o trattenuti alle armi, la cui famiglia era ammessa al soccorso giornaliero nel distretto militare di Siena e nei Comuni di Padova, Brescia, Motta di Livenza, Thiene, Schio, Grancona, Fontaniva, Tretto e Piovene, distinti secondo la categoria.

Classe di leva del militare	Numero delle famiglie in cui il soccorso viene corrisposto alla moglie o ai figli, per cento famiglie sussidiate.		Figli ammessi al soccorso per cento famiglie in cui il soccorso viene corrisposto ai figli.		Figli ammessi al soccorso per cento famiglie in cui il soccorso viene corrisposto alla moglie o ai figli.		Figli ammessi al soccorso per cento famiglie ammesse al soccorso.	
	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1890-93	26.8	30.6	138	152	101	103	27	32
1887-89	63.3	67.8	165	192	130	149	82	101
1884-86	81.4	83.9	210	225	185	194	150	165
1881-83	87.4	87.4	274	297	243	265	213	232
1876-80	91.8	88.3	308	315	274	285	251	248

Di qui due conseguenze: *a*) che le colonne 2 e 3 della tavola X non danno percentuali esatte degli ammogliati o vedovi con figli tra i militari bisognosi, ma probabilmente percentuali alquanto più elevate; *b*) che le colonne seguenti non danno le medie esatte dei figli per cento matrimoni prolifici (col. 4 e 5), per cento matrimoni (colonne 6 e 7) e per cento militari (col. 8 e 9).

Se tali cifre non misurano esattamente la frequenza dei matrimoni e la prolificità delle singole categorie nei singoli gruppi di età, esse permettono però certamente di giudicare in quale senso e anche, approssimativamente, con quale intensità detti fenomeni variano, per gli inscritti ad una data categoria, dall'uno all'altro gruppo di età, o, per i militari di uno stesso gruppo di età, a seconda della categoria.

Esse mostrano (col. 2 e 3) che la frequenza dei matrimoni, inferiore dapprima tra gli inscritti alla 1ª categoria, va gradatamente avvicinandosi a quella degli inscritti alla 2ª categoria, fino a raggiungerla nel gruppo di 33-35 anni (classi di leva 1881-1883), per poi superarla nel seguente. Il numero medio dei figli per matrimonio (col. 6 e 7) o per matrimonio prolifico (col. 4 e 5) resta sempre inferiore nei militari di 1ª categoria, con una differenza però che, nell'ultimo gruppo di età (36-39 anni), diviene insignificante. In causa della maggiore frequenza dei matrimoni, gli inscritti in 1ª categoria presentano però, già in questi gruppi di età, una media di figli viventi alquanto superiore a quella degli inscritti in 2ª categoria.

7. Risultati concordanti ha dato una indagine eseguita, sotto la mia direzione, dall'Ufficio di Statistica Demografica del Ministero della Guerra (Direzione Generale Leva e Truppa). Detto Ufficio richiese (con lettera in data 15 maggio 1917) ad alcuni tra i distretti militari che la precedente corrispondenza faceva ritenere tra i più diligenti uno specchio dei congiunti dei militari sussidiati al 1° aprile 1917. Tra i distretti interrogati, solo quelli di Novara, Ivrea e Catanzaro poterono fornire dati distinti per i militari delle varie categorie.

Tali dati furono riassunti ed elaborati, ed i risultati si trovano esposti, con criteri analoghi a quelli seguiti per le tavole precedenti, nelle tavole XIª e XIIª. Analoghi sono pure i risultati per le classi di età corrispondenti, con la differenza che, per questi distretti, gli inscritti in 1ª categoria presentano già nelle classi di leva 1883-81 una percentuale più alta di ammogliati (col. 2 e 3) e una media superiore di figli viventi (col. 8 e 9).

Questa indagine ci permette però di risalire anche a classi di leva più anziane (1875-74) arruolate al principio del 1917. Ora si riscontra in esse che gli inscritti in 1ª categoria superano gli inscritti in 2ª categoria, non solo rispetto alla prolificità generale (col. 8 e 9), ma anche rispetto alla prolificità media per matrimonio (col. 6 e 7) e per matrimonio con figli (col. 4 e 5), mentre mostrano una percentuale uguale di ammogliati (col. 2 e 3).

Si deve tenere presente che non tutti i militari delle classi 1874 e 1875 furono richiamati: andarono esenti i cittadini che avevano uno o più figli in servizio sotto le armi o morti sotto le armi e così pure quelli che avevano 4 o più figli conviventi e a loro carico (1). Ciò spiega come le percentuali degli ammogliati e le medie del numero dei figli risultino, per queste classi, più basse che per le precedenti.

8. Due ultime ricerche, eseguite pure sotto la mia direzione dall'Ufficio di Statistica Demografica del Ministero della Guerra, riguardano lo stato civile e la prolificità dei militari morti sul campo

TAVOLA XI[a]

Distinzione per categoria dei militari richiamati o trattenuti alle armi dei distretti militari di Ivrea, Novara e Catanzaro, la cui famiglia è ammessa al soccorso giornaliero; numero delle loro famiglie con figli, oppure con moglie o figli; numero dei figli sovvenuti.

Classe di leva del militare	Numero delle famiglie ammesse al soccorso.		Numero delle famiglie per cui il soccorso è corrisposto ai figli.		Numero delle famiglie per cui il soccorso è corrisposto alla mogl e o ai figli.		Numero dei figli ammessi al concorso.	
	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat 1ª	Cat 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1894-93	3806	2296	538	351	882	591	960	613
1892-90	8257	3541	2573	1426	3811	1854	4798	2935
1889-87	7671	3699	4552	2173	5395	2563	9192	4698
1886-84	6489	4270	4568	3024	5081	3391	10,885	8021
1883-81	5900	3983	4487	2858	4822	3110	11,672	7551
1880-78	5741	3690	4525	2617	4877	2882	11,907	7558
1877-76	3618	2182	2946	1670	3202	1840	7660	4419
1875-74	1237	931	909	670	1069	805	1741	1170

(1) Cfr. Art. 2 della Circolare 15. *Reclutamento, mobilitazione e formazione di guerra. Decreto luogotenenziale avente valore di legge n. 7 col quale i militari gia prosciolti delle classi 1875 e 1874 sono sottoposti al servizio militare.* (Direzione Generale Leva e Truppa) 5 Gennaio 1917. Giornale Militare, 1917. Dispensa numero 3.

o negli ospedali mobilitati e dei militari morti negli ospedali territoriali.

Per i militari morti sul campo o negli ospedali mobilitati, le notizie sono ricavate dalle schede che i Comuni dovevano riempire all'atto in cui ricevevano la notificazione della morte del militare da parte dell'Ufficio di Stato Civile in guerra. Dette schede cominciarono ad inviarsi per i militari la cui morte fu denunciata dopo l'ottobre 1916 e furono sospese, per un diverso ordinamento dato all'Ufficio di Stato Civile in guerra, quando questo dal Ministero della Guerra passò alla dipendenza di quello dell'Assistenza militare e delle Pensioni di guerra. Ai fini della nostra indagine, si dovettero naturalmente lasciare da parte le numerose schede, nelle quali mancava l'indicazione della categoria del morto. I dati raccolti ed elaborati riguardano in ogni modo 103.443 militari morti sul campo o negli ospedali mobilitati, lasciando 53.131 figli. Essi sono esposti nelle tavole XIII^{a} e XIV^{a}.

Tavola XII^{a}

Stato civile e prolificità dei militari richiamati o trattenuti alle armi, la cui famiglia è ammessa al soccorso giornaliero nei distretti militari di Ivrea, Novara e Catanzaro, distinti secondo la categoria.

Classe di leva del militare	Numero delle famiglie, in cui il soccorso viene corrisposto alla moglie o ai figli, per cento famiglie sussidiate.		Figli ammessi al soccorso per cento famiglie in cui il soccorso viene corrisposto ai figli.		Figli ammessi al soccorso per cento famiglie in cui il soccorso viene corrisposto alla moglie o ai figli.		Figli ammessi al soccorso per cento famiglie ammesse al soccorso.	
	Cat. 1^{a}	Cat 2^{a} e 3^{a}	Cat. 1^{a}	Cat. 2^{a} e 3^{a}	Cat 1^{a}	Cat. 2^{a} e 3^{a}	Cat. 1^{a}	Cat. 2^{a} e 3^{a}
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1894-93	23.1	25.7	178	175	109	104	25	27
1892-90	46.1	52.3	186	206	126	152	58	83
1889-87	70.3	69.2	202	216	170	183	120	125
1886-84	78.3	79.4	238	265	214	237	168	188
1883-81	81.7	78.0	260	264	242	243	198	189
1880-78	84.9	78.1	263	289	244	262	207	205
1877-76	90.9	84.3	260	265	239	240	240	207
1875-74	86.4	86.4	192	165	163	145	149	126

Per i militari morti negli ospedali territoriali, le notizie sono ricavate da schede appositamente inviate dall'Ufficio di Statistica Demografica ai Comuni sulla scorta degli elenchi dei morti trasmessi dagli ospedali territoriali e dai Comuni restituite con le indicazioni sulla categoria e su altri caratteri del morto che l'ufficio non possiede. Tali schede, che dovranno essere compilate per tutti i militari la cui morte fu denunciata dopo l'ottobre 1916, sono ancora in corso di raccolta. Molte di quelle già restituite, d'altra parte, mancano delle indicazioni sulla categoria del morto e non si poterono quindi usufruire per la presente indagine. Esse hanno permesso, in ogni modo, di raccogliere fin da ora e di elaborare dati relativi a 16.223 morti negli ospedali territoriali, lasciando 10.969 figli. Questi dati sono esposti nelle tavole XV^a^ e XVI^a^.

A differenza di quello delle precedenti indagini, questo materiale non si riferisce solo a classi di popolazione bisognosa, ma a tutte le classi sociali nella misura in cui esse hanno contribuito ai morti in combattimento o negli ospedali militari. Esso non va

TAVOLA XIII^a^.

Distinzione per categoria dei militari morti sul campo o negli ospedali mobilitati; loro stato civile e numero dei loro figli sopravviventi.

Classe di leva del militare	Numero dei militari morti.		Numero dei militari morti coniugati o vedovi con figli.		Numero dei militari morti coniugati o vedovi.		Numero dei figli lasciati dai militari morti coniugati o vedovi.		Numero totale dei figli lasciati dai militari morti.	
	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^	Cat. 1^a^	Cat. 2^a^ e 3^a^
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1899-96	21,145	4919	172	80	261	106	238	108	266	110
1895-93	15,063	4398	374	197	521	250	525	299	539	307
1892-90	11,512	3326	1435	596	1898	779	2071	925	2087	927
1889-87	8951	3360	3153	1422	3926	1672	5382	2754	5391	2756
1886-84	6904	3657	3853	2127	4510	2462	8247	4949	8253	4950
1883-81	5494	2680	3575	1750	4075	1959	9075	4867	9080	4868
1880-78	2294	1349	1600	955	1801	1064	4693	2944	4693	2948
1877-76	613	298	426	210	484	235	1340	692	1340	693
1875-72	65	31	30	16	35	19	86	39	86	39

soggetto, rispetto alla misura della percentuale degli ammogliati e vedovi e della prolificità media, alla incertezza segnalata per il materiale relativo alle famiglie sussidiate. Ma presenta, d'altra parte, l'inconveniente che i dati raccolti per le classi di leva più anziane, le quali per la nostra indagine presentano il massimo interesse, sono molto esigui, e quello altresì che i militari morti di 1ª categoria differiscono da quelli di 2° e di 3ª secondo fattori che hanno un'influenza sulla nuzialità e sulla prolificità. Ciò fa sì che poca ed incerta luce sul problema discusso nel presente articolo possa trarsi dai risultati di queste due ultime ricerche, che tuttavia ritengo opportuno di pubblicare, e per imparzialità scientifica, e perchè essi possono forse riuscire utili ad altri indagatori per l'esame di problemi diversi.

A codeste circostanze si possono far risalire talune discordanze che si riscontrano, sia tra i risultati dell'una e quelli dell'altra di queste due ultime ricerche, sia tra i risultati di entrambe e quelli delle ricerche precedenti.

I risultati di entrambe le ricerche discordano anzitutto da quelli delle precedenti in quanto, per le classi 1883-1881, 1880-78, 1877-76,

TAVOLA XIVª.

Stato civile e prolificità dei militari italiani morti sul campo o negli ospedali mobilitati distinti per categoria.

Classe di leva del militare	Militari morti coniugati o vedovi per cento militari morti.		Figli lasciati dai militari morti coniugati o vedovi per cento militari morti coniugati o vedovi con figli		Figli lasciati dai militari morti coniugati o vedovi per cento militari morti coniugati o vedovi.		Figli lasciati dai militari morti per cento militari morti.	
	Cat 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat 2ª e 3ª
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1899-96	1	2	138	135	91	102	1	2
1895-93	3	5	141	152	101	120	3	7
1892-90	16	23	145	155	109	119	18	27
1889-87	44	50	171	194	137	164	60	82
1886-84	65	67	215	233	183	202	119	135
1883-81	74	73	254	278	223	249	165	181
1880-78	79	78	294	308	276	278	205	218
1877-76	79	79	314	329	277	294	219	232
1875-72	54	61	287	244	246	205	132	126

il numero medio dei figli per morto (col. 8 e 9) appare in essi ancora inferiore per i morti di 1ª categoria, e la percentuale degli ammogliati mostra tra questi solo una lieve e non costante superiorità (col. 2 e 3). Tali discordanze sembrano potersi plausibilmente spiegare con le differenti date a cui furono chiamate le varie categorie. Mentre invero per le classi di leva anteriori al 1876 e posteriori al 1896 la 3ª categoria fu chiamata alle armi, durante la guerra europea, contemporaneamente alla 2ª e alla 1ª, per le classi 1896-1876 essa fu chiamata posteriormente, e l'intervallo fu particolarmente notevole per le classi 1884-1876. Gli inscritti in 3ª categoria di queste classi poterono quindi continuare per un certo tempo a prolificare e a sposarsi quando i loro coetanei di 1ª e 2ª categoria, già sotto le armi, ne erano generalmente impediti. Può avere contribuito altresì ad originare le discordanze sopra accennate il fatto che, tra i morti di 1ª categoria, sono compresi tutti i militari di carriera, tra i quali è notoriamente frequente il celibato e scarsa la prolificità.

Tavola XV.

Distinzione per categoria dei militari italiani morti negli ospedali territoriali; loro stato civile e numero dei loro figli sopravviventi.

Classe di leva del militare	Numero dei militari morti.		Numero dei militari morti coniugati o vedovi con figli.		Numero dei militari morti coniugati o vedovi.		Numero dei figli lasciati dai militari morti coniugati o vedovi.		Numero totale dei figli lasciati dai militari morti.	
	Cat. 1ª	Cat 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1899-96	3482	789	25	12	39	18	29	15	32	16
1895-93	2011	518	69	35	88	44	98	47	98	47
1892-90	1785	476	206	100	296	120	323	180	325	182
1889-87	1304	539	448	235	558	282	893	465	895	468
1886-84	1100	593	575	349	695	410	1290	794	1291	796
1883-81	927	509	606	328	687	378	1529	969	1531	969
1880-78	759	425	496	291	571	331	1456	959	1456	959
1877-76	365	288	240	195	278	217	728	708	728	709
1875-74	179	124	98	80	123	97	223	191	223	191
1873-59	37	13	14	8	19	8	32	21	32	21

Questa ultima circostanza deve assumere particolare importanza per le classi anteriori al 1876 e spiega le percentuali notevolmente inferiori di coniugati o vedovi tra gli iscritti in 1ª categoria appartenenti a queste classi che risultano da entrambe le rilevazioni.

Le due rilevazioni discordano invece per quanto si riferisce alla prolificità delle classi anteriori al 1876. Mentre dalla tavola XIVª risulterebbe per le classi 1875-72, in armonia con i risultati delle precedenti indagini, una netta superiorità da parte degli inscritti di 1ª categoria su quelli di 2ª e di 3ª, sia rispetto alla prolificità media generale (colonne 8 e 9), sia rispetto alla prolificità media per matrimonio (colonne 6 e 7) e per matrimonio fecondo (colonne 4 e 5), il contrario si verifica per le classi 1875-74, e ancor più spiccatamente per le classi 1873-59, secondo i risultati esposti nella tavola XVIª. In entrambe le ricerche, i numeri dei casi considerati per queste classi sono troppo piccoli per poter ritenere i risultati significativi ed attribuire pertanto importanza alle discordanze riscontrate. La fre-

TAVOLA XVIª.

Stato civile e prolificità dei militari italiani morti negli ospedali territoriali, distinti per categoria.

Classe di leva del militare	Militari morti coniugati o vedovi per cento militari morti.		Figli lasciati dai militari morti coniugati o vedovi per cento militari morti coniugati o vedovi con figli		Figli lasciati dai militari morti coniugati o vedovi per cento militari morti coniugati o vedovi.		Figli lasciati dai militari morti per cento militari morti.	
	Cat. 1ª	Cat 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat. 2ª e 3ª	Cat. 1ª	Cat 2ª e 3ª	Cat 1ª	Cat 2ª e 3ª
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1899-96	1	2	116	125	74	83	1	2
1895-93	4	8	142	134	111	106	4	9
1892-90	16	25	156	180	109	150	18	38
1889-87	42	52	199	197	160	164	68	86
1886-84	63	69	224	227	185	193	117	134
1883-81	74	74	252	295	236	256	165	190
1880-78	75	77	293	329	255	289	192	225
1877-76	76	75	303	363	261	326	199	246
1875-74	68	78	227	238	181	197	124	154
1873-59	51	61	228	262	169	262	86	161

quenza dei militari di carriera tra i morti di 1ª categoria delle classi 1875-74, e ancor più tra quelli delle classi 1873-59, sembrerebbe atta, in ogni modo, a spiegare i risultati, in contrasto con quelli delle precedenti indagini, relativi al morti negli ospedali territoriali.

9. Le conclusioni che sgorgano dalle precedenti indagini dirimono — se non mi inganno — la controversia sopra gli effetti disgenici o eugenici della coscrizione militare.

Coloro che sono sottoposti alla ferma militare si sposano più tardi dei loro coetanei, pure idonei alle armi, che da essa vanno esenti completamente o quasi; ma si sposano con maggiore frequenza, come se l'aver compiuto il servizio militare costituisse un titolo di preferenza nella selezione matrimoniale.

Fino ad una certa età, che, secondo i risultati delle varie indagini, varia da circa 25 a circa 40 anni, il numero medio dei figli viventi risulta, per coloro che hanno compiuto la ferma militare, inferiore che per i loro coetanei, pure idonei alle armi. Ciò è evidentemente in relazione con la minore durata dei loro matrimoni. Oltre 40 anni, invece, se non prima, coloro che hanno compiuto la ferma militare, hanno in media un numero di figli viventi superiore ai loro coetanei, pure idonei alle armi. Ciò è vero, non solo se, nel calcolare la media, si considerano tutti i militari, ma anche se si considerano solo i militari ammogliati o, tra questi, solo quelli con figli. I risultati discordanti ottenuti dall'indagine sui morti negli ospedali territoriali non rimangono senza plausibile spiegazione. Per quanto ammogliatisi più tardi gli idonei alle armi sembrano dunque dar luogo a matrimoni più prolifici, come se il favore di cui godono nella selezione matrimoniale permettesse loro di impalmare donne più giovani o, indipendentemente dall'età, più sane e robuste e conseguentemente più feconde.

La mortalità durante il periodo giovanile, nel quale coloro che hanno compiuto la ferma militare risultano più spesso celibi, e, se ammogliati, presentano, in causa del ritardato matrimonio, un minor numero di figli, tende naturalmente a ridurre il vantaggio, che, nei rispetti della riproduttività, ad essi deriva dalla più bassa quota definitiva di celibi e dalla più alta prolificità definitiva dei loro matrimoni. Ma non sembra che essa lo elimini totalmente.

Pare dunque autorizzata la conclusione che la ferma militare favorisce, o quanto meno non ostacola, la riproduttività di coloro che vi sono sottoposti, in confronto ai loro coetanei ugualmente idonei alle armi, che ne vanno, totalmente o quasi, esenti.

Il preteso danno che la coscrizione militare eserciterebbe sulla razza, in quanto tenderebbe a ridurre la riproduzione degli elementi della popolazione fisicamente superiori, risulta dunque del tutto insussistente. Pare anzi che, non un danno, ma un vantaggio in tal senso essa eserciti.

Noi non abbiamo elementi per giudicare se la coscrizione militare eserciti un danno reale in quanto coloro che vi sono sottoposti sieno maggiormente esposti e vadano più di frequente soggetti alle malattie veneree, ma il fatto che la riproduttività loro non ne risulta affatto diminuita in confronto a quella dei loro coetanei pure idonei alle armi fa pensare che, se vi è un reale danno in tal senso, esso non può essere grave.

I risultati raggiunti in questo studio hanno — ben s'intende — un valore positivo solo per l'Italia, a cui essi si riferiscono, ma è evidente che essi hanno un valore suggestivo per ogni altra nazione, in cui il sistema del servizio militare non sia regolato in modo essenzialmente diverso da quello del nostro paese.

Padova, R. Università, Novembre 1919.

Corrado Gini.

The Theory

of Large Population-Aggregates

SYNOPSIS — 1. General — 2. The compound interest law. — 3. Impossibility of any long continued increase at constant rate. — 4. Race or group antagonisms — 5. Limiting density of population. — 6. Factors influencing the limiting density of population. — 7. Intelligence and knowledge as factors influencing population-density. — 8. Difference between movement of population for decades and centuries. — 9. Estimations of the world's population. — 10. Censuses of population and their correlation with social-economic facts. — 11. Statistical prevision. — 12. Conclusion.

1. — *General.* There are two ways in which the phenomena of large population-aggregates may be studied. In the one the mere aggregates for successive moments of time are examined in their entirety — all details are ignored. In the other an endeavour is made to ascertain the progression of the conponent elements, from the summation of which the actual results may be assumed to have arisen. When past results are used to estimate the future, the results derived from the two methods will probably differ, and it is not always easy to decide «a priori» which is to be preferred. Essentially, extrapolations of past movements of facts are in any case empirical, or at best are only quasi-rational, as determinations or estimations of the future. Examinations of statistical facts in their entirety, or in their detailed elements, are each appropriate to certain ends, but the difference between the two methods is fundamental; and it does not necessarily follow that extrapolations, obtained by the preliminary analysis of the contributory elements, will give results of a higher order of precision than can be obtained from the mass facts themselves, as may be readily illustrated as follows:

The population of the United States of America in 1790 was 3.93 millions, and in 1820, 9.64 millions. If the simplest possible assumption be made, viz. that the rate of increase was perfectly constant, and continued so, we should get the results on the upper

line of the table hereunder; the actual census figures being given on the lower line.

YEAR	1790	1800	1810	1820	1830	1840	1850	1860	1870	1880
At constant rate	3.93 (1)	5,30	7.15	9.64 (1)	13.00	17.53	23.65	31.89	43.01	58.00
Actual Census	3.93 (1)	5,31	7.24	9.64 (1)	12.87	17.07	23.19	31.44	38.56	50.16
ElkanahWatson	—	—	—	—	12.83	17.16	23.19	31.44	42.33	56.45

In the year 1815 the American statistician, Elkanah Watson, predicted the population of the United States for many decades ahead from some theory which, so far as we are aware, has never been disclosed. By differencing the result it can easily be shewn that his theory was of a complex character, and doubtless his predicted numbers, wich were given up to the year 1900, were a result of summations of contributory elements, the change of which with the lapse of time he believed he could forecast.

The preceding table shews that up to the year 1860 his predictions were confirmed in the most astonishing manner. From that date onward, however, his predicted result were very much in advance of the actual results. The reasons for this will appear later.

Returning to the table: if the assumption be made that the population-numbers are due to a constant rate of increase, and if we determine that rate of increase from the actual census results, say, for 1790 and 1820, we should get the figures shewn in the upper line of the table. These results are in close agreement with the actual census counts, but after the year 1860 they differ more than the predicted results of Watson. We thus see that, whatever his theory was, Watson was able to represent with extraordinary accuracy the facts up to 1860. His prediction was made in the year 1815, and he obtained very much batter results than he would have obtained had he assumed that the rate of increase, which would give the 7.24 millions in 1810 from the 3.93 millions in 1790, continued to apply. If we took the rate which would give 9,64 millions in 1820 from the 3.93 millions in 1790 we get the figures in the upper line which also are very close to the actual population, but ultimately deviate more therefrom than Watson's figures.

---

(1) Basis of estimation of constant rate.

From the results taken as a whole we see that from the year 1790 to 1860 the population sensibly increased at a constat rate.

It is not unimportant to observe that social-economic events intervened, and that these invalidated both the assumption of constant rate of increase and the more complex assumption which Elkanah Watson had made. A certain change occurred during the several decades about this time which has been described by F. A. Walker. There were few rich, and on the whole very few poor. Food was abundant, social traditions and religious beliefs both encouraged fecundity. The country enjoyed domestic tranquillity, and the land was but partially settled. Mechanical labour was scarce, and even on the farms it was difficult to command hired services, most of the young men who went out to work for limited periods being intent on getting ready money to enable them to marry. This lasted down nearly to 1850. Between 1840 and 1850 the immigration from Ireland and Germany was very great, rising to 1.71 millions, as against 0.60 in the previous decade. The change produced, viz. from a traditional rate of increase of 3 per cent. per annum to a much lower rate, was due to the abandonment of early simplicity for comparative luxury, the consequent rise in the « standard of living », the multiplying of artificial necessaries, the extension of paid domestic service, and the introduction of factory labour. From 1850 to 1860, the immigration rose to 2.58 millions till at last about one-seventh of the population had come from abroad. Then the war of secession and its consequences followed: the whole operating to lower the rate of increase, disclosing the fact that moral causes are more potent than physical. Thus we see that if we predict on the basis of past experience, we can hope for success only if there be reason to believe that the general circumstances are unchanged.

The value of this illustration is that it shews several things:

(I) That in any considerable population the tendency is to increase in a constant ratio ; but also.

(II) That this is only a tendency, which may be modified by other factors coming into operation.

We may note in passing that social-economic changes may greatly vary the rate of increase, and a little consideration will shew that under ordinary circumstances immigration cannot replace natural fecundity.

2. — *The compound interest law.* Given two populations, identically characterised in every way, but differing solely in magnitude, it is obvious that their increase in any given unit of time will be proportional to their magnitude. So too, if increase does not cause a given population to alter in any way its characteristics, its rate of increase in the given unit of time will be independent of its size; that is, its absolute change depends solely upon its magnitude.

The assumption as regards the increase operating in the example given, viz, that which gives the figures in the upper line of the table is that at every instant the population is growing at the rate of 0.02991 per annum, which is equivalent to an addition of 30.362 persons per annum to every million at the commencement of any year, or 348,644 per million to the population at the beginning of any decennium. These are equivalents. The tendency is therefore expressed by the equation

$$P_t = P_o \left(1 + \frac{r}{N}\right)^{Nt} = P_o e^{rt};$$

in which N represents the number of uniform intervals of time, extending over the period t at the uniform rate r per unit of population; P_o denotes the population at the time when $t = 0$ and P_t the population after the time t has elapsed.

3. – *Impossibility of any long continued increase at a constant rate.* The compound interest law, even for a very small rate of increase leads soon to astonishingly large numbers. In human increase, 3 per cent. per annum is large, and the arrival therefore in the United States of the time when this rate could no longer be maintained was not long delayed. In no circumstance can such a rate continue for a long period. Let us suppose a much lower rate, viz. 1 per cent. per annum, i. e. let us suppose that by the end of any year each 100 in the population at the beginning shall have become 101 and that we start with 1,000. We should then have the following

End of year	1	2	3	10	100	1000	10000
Numbers	1010	1020.1	1030.3	1104.6	2704.8	20,959,150	$1{,}635{,}821 \times 10^{40}$

Thus in the period of history an original thousand, increasing at 1 per cent. per annum would become a number so great that we

can form no adequate conception of it. We can get some faint idea of what it means by supposing that, instead of a human being, we have an organism in the form of a cube, the side of which is only the one-hundred-thousandth part of an inch. Let us further suppose these to be aggregated in the form of a cube and to be in contact with one another: this larger cube would have a side of no less than 400,649 miles. This result shews how thoroughly absurd it is to suppose that the increase of human beings can continue for a few centuries even at as low a rate as 1 per cent. per annum, or that that the exponential law $P_t = P_0 e^{rt}$ can hold good for any but very limited periods. It cannot express the phenomena of increase for centuries. In other words a slowing of the rate is inevitable.

4. — *Race or group antagonisms.* Let us now examine some important consequence of this result. If there be two population-groups whose interests are not common, and they both increase even at the limited rate of 1 per cent. per annum, then leaving out all considerations of food supply they must *inevitably* come into collision, for they will want even the room to expand. We may easily deduce an expression by means of which the number of years necessary for any group to double itself can be calculated provided we know the rate of increase; r say. Let n be the number of years required, then

$$n = 0.347 + (0.6932/r).$$

Thus if $r = 0.01$, we have 69.67 as the period, or in rough figures say 70 years. Thus we easily obtain the following result for the years necessary for the population to double itself, the rate of increase being expressed in a percentage per annum.

Increase-rate	0.1	1	2	3	4	5%
Years	693.1	69.67	35.00	23.34	17.67	14.21

If we take 70 years as a round number, we have, for 1,000 million initial population, and a 1 per cent. annual increase, the following result for 70, 140, ...etc. years.

Years	70	140	210	280	350	420	490
Millions	1,000	2,000	4,000	8,000	16,000	32,000	64,000;

that is, in 490 years, about 38 times the present population of the earth which is roughly 1,700 millions. We see from this that colli-

sions of interest cannot possibly be avoided unless there is some common control of the rate of human increase.

So long, therefore, as any given population is determined to « increase and multiply » —come what will— so long will collision with the interest of neighbouring populations be certain to arise. The clash of interest may not always be clearly perceived but it is none the less real and active, and will certainly manifest itself either directly or indirectly.

5. — *Limiting density of population.* Many persons are posseded of a fatuous idea that cheminal, biological, physical and industrial discoveries and advances may indefinitely postpone the collision of interest referred to. That this is true only for a very small period is shewn by the fact that in a number of years much less than those of human history, the whole solar system would not suffice for the material bodies of a people increasing at the rate of 1 per cent. per annum. There is obviously, therefore, a limit to the possibile density of population. The nature of this limit we shall now consider.

For any given territory and for a given standard of living, there is a certain density of population, which ultimately corresponds to the greatest possible food-supply, however slow the rate of increase. This may be called the population-limit for that territory in the given circumstances. Actually, it must of course always be reached asymptotically when conditions are stable. This is readily seen to be involved by considering the expression « greatest possible food supply ». For any given degree of skill in meeting human needs, there is a limit which cannot be passed, forasmuch as production is necessarily governed by what has been called the « law of diminishing returns ». Thus if there is always some increase, r must diminish with the increase of t, and yet never become zero. We shall not, however, consider at this juncture what expression is indicated as best or most appropriate to represent the change.

As the limit above indicated is approached, pressure is put upon the population to meet the situation so arising, and obviously the limit can be altered by various conditions, for example by change in the standard of living or by the effect of new discoveries re-enforcing human skill in food production. But since *ex hypothesi* a population cannot increase unless some condition is changed, its death and birth rates must ultimately be equal: that is we reach the *stationary state* corresponding to the totality of the conditions. Of course, if a change of conditions takes place the rate of the population will again vary.

6. — *Factors influencing the limiting density of population.* When in any given region the stationary state has been reached, we may call the quotient found by dividing the population by the area occupied, the *limiting density* of the population under the existing conditions. But since both external conditions and standard of living can be varied, the limiting density can be changed through a somewhat wide range, and this range is dependent upon a number of things, wich can be classified under two headings, viz:

(I) Those independent of, and
(II) Those dependent upon human intervention.

To the former belong: — (1) material resources of the region or territory occupied ; these may be (a) actual, or (b) potential : and (2) the cosmic energies which facilitate or hinder human development. To the latter belong: (3) Those branches of knowledge which facilitate the conversion of potential into actual resources; (4) social and other standards which react upon the rate of production or consumption. Because so much depends upon human resourcefulness, and upon the standards of living, the quantitative estimation of the resources of Nature can never be simple: thus initially a territory may be prodigal with those forms of vegetable and animal life which provide immediately for human wants; these may be used with circumspection or recklessly. Its meteorological and climatic factors may be propitious; these may be availed of or neglected. It may possess large stores of readily available wealth, (e.g. coal and iron) or of energy convertible into wealth, (e. g. water power); these may be exploited or left untouched.

In a very narrow survey of human affairs, so limited that social organisation and ideals may be regarded as fairly constant, favourable general conditions, meteorological, financial or other, augment the marriage and birth rates, and — considered locally —tend to augment also immigration. Thus, population is increased sometimes only to be hindered later by unfavourable conditions, operating adversely. In a larger survey, we see that civilisations arise, flourish, and pass away, often leaving their trace only in the splendid monuments created by them. Cities perish and are buried. Millions become thousands, and none can tell what Destiny has in store even for the whole human race.

7. — *Intelligence and knowledge as factors influencing population-density.* The resources of Nature may be exploited passively or

actively by living organisms, and it is self-evident that, in the latter case, intelligence and knowledge play a significant role. For example, the use of artesian waters or schemes of irrigation to render arid districts fertile; chemical or other fertiliser or crop-rotation to ensure an increase of harvests; the conversion of the energy of falling water into the form of electric current; the application of wind or water power, to useful purposes; these are examples of the exercise of intelligence in meeting human requirements. And in these, systematised knowledge — science — plays a notable part. Without a knowledge of physics, chemistry, biology, pure and applied mathematics, the mode of using Nature's resources might either be wholly unknown, or misconceived.

Arid regions have been made fertile by irrigation, and by the use of chemical or natural fertilisers, and in this way the population-carrying power has been advanced. Chemical and mechanical science has enabled the atmosphere to be exploited for nitrogen, the means of transport of food supplies and other necessaires has been advanced by engineering skill, labour has become more efficient by the supplementary power of mechanism, sources of energy formerly unthought of are used.

In some cases we are exhausting stored energies, as in exploiting coal-fields, salt deposits, artesian waters, etc.: in other cases that may not be true: whether we should look on the resources of Nature as practically inexhaustible for a definitely limited population or not cannot yet be affirmed with certainty but is a very material question in regard to human development and its limits.

Here we may observe that with the age-long vicissitudes of the human race we are perhaps not concerned: for us it is the problems of the nearer future that are pressing. The developments of mathematics, physics, and chemistry, their application in the mechanism of production, in the navigation of sea and air, in the communication of knowledge, and in the creation of instruments of utility to Man, have enlarged his powers of exploiting Nature's resources, and have thus tended to raise enormously his rate of increase. Luxury in the scale of living has counteracted this tendency, and a very little consideration will shew that the standard of living prevailing will be a factor immediately governing the advance or retrogression of the human race. No conceivable accession of power over Nature can make possible the continuance for even five centuries of the rate of increase characterising the Western world for the past few decades.

8. — *Difference between movement of population for decades and centuries.* We have already referred to the change of the rate of increase and indicated why that rate must ultimately become zero. It is easy to ascertain from general considerations the characteristics of the curve shewing the variations in the values of the rate. As a population adapts itself to a territory, its rate of increase will grow, reach a maximum — when all things are most advantageous — and, owing to the forces which limit its density, will after that decline, and finally asymptotically approach zero. Now these charasteristics can all be represented by a simple curve, such for example as is represented by the exponential expression $T = k.t^{m-nt}$, or $= k.t^{m(1-qt)}$ With m and n or q positive, the value of this must approach zero for very large values of t. The graph of this is ordinarily an unsymmetrical « bell-shaped » curve, but, by taking suitable values of m and n, its left-hand branch may be made most steep at the origin, or, on the other hand, may be made to increase in steepness before it again diminishes.

Owing to the vicissitudes of climate and rainfall, to varying meteorological conditions, to the spread of diseases or forms of life inimical to Man (either by direct attack on his life, or by indirect attack through his food-supply) to the vagaries of the races of mankind, to migrations, and similar causes, the curve of rates so deduced can be regarded as merely approximately expressing the general trend. All favourable conditions tend to augment the rate of increase and unfavourable to diminish it, and of course it may actually become negative through unfavourable conditions, of which the most notable example in modern history is « the Thirty Years War ». And, taking a wider wiew still, it appears certain from geology that there are great cycles favourable to animal life at one period and unfavourable at another. All these variations on the general curve may be called *oscillations* of rate.

Thus we may anticipate, that in yearly results, we shall find small oscillations about the decennial trend; larger ones perhaps when one compares the decennial results with the centennial trend, and similarly in regard to the centennial and millenial trend. For this reason population estimates are to be desired, but as statistical observation is only recent they are not available, and, as shewn hereunder, accurate estimates of population do not extend back even for 100 years.

9. — *Estimations of the World's Population.* Estimates for the years 1600 (Riccioli) to 1789 (W. Black) ranged from 500 to 1,600 millions and can be regarded only as mere guesses. The mean of ten estimates made between 1804 and 1822 was about 673 millions, say for the year 1810; and of thirteen made between 1824 and 1840 was 871 millions say for the year 1817. Ten between 1845 and 1874 gave for the year 1868 the mean 1,295 millions, and ten between 1878 and 1910, 1,488 millions for the year 1891. For the year 1914 the writer estimated the world's population to be 1,649 millions.

Thus we have:

Year	1810	1817	1868	1891	1914
Millions	673	871	1,295	1,488	1,649

These results are not of sufficient precision to make therefrom any secure deductions as to the nature of the rate of the world's increase of population during the last century and the beginning of this. If, however, we reject the first result as very uncertain, we have average linear increases per annum 8.31, 8.39, and 7.00 millions. If these figures could be relied upon, they would imply that the rate of increase characteristic of the decades 1820 to 1870 was augmented during the decades 1870 to 1890, but has fallen off for the decades 1890 to 1910. Whether this be any indication of a falling off due to increase in the « standard of living » or not, one cannot assuredly say; but if the rate of increase were constant the average linear rate per annum should have been increasing. It is not improbable that the recent advance of luxury has tended to operate against population growth.

10. — *Censuses of population ad their correlation with social-economic facts.* For countries with stable and intelligent Governments, there is no real difficulty in ascertaining with considerable accuracy the growth of population. For a considerable part of the world, however, there can at present be no ground of assurance that their estimates of population are reasonably satisfactory as regards precision. Consequently world-deductions are at present upon an insecure basis. It is an international necessity, at least for the larger and more advanced nations, to know their own progress and that of each other: only in this way can questions of expansion be properly gauged, and the probable issues of the future ascertained. The impinging of the interests of national groups can indeed be stu-

died only by this means: it is a necessity for all effective study, the purpose of which is to discern the difference between national issues that arise from expansive force, and those vhich are promoted solely for the benefit of small groups within the nations, viz., those who are prepared to sacrifice for their individual advantage the wellbeing of the larger groups of which they form but parts.

It is easy to see that we are sorely in need of close analyses of the mutual reactions of the social and economic factors upon the question of the rates of population increase. Only by these analyses can we hope to ascertain the drift of the future with such certainty that all necessary preparation and control can be foreseen and undertaken.

11.—*Statistical Prevision.* All detailed analyses are, of course, of assistance in forecasting the trend of the future. If we can so marshall the facts concerning birth, marriage and death rates, the economic factors which influence them, the meteorological factors which govern the latter, it may be possible to forecast for a few decades the movements of populations with some assurance that the limits of error will be relatively small. But there are psychical factors which are very difficult to forecast, for among the social factors of the first order of importance is the general attitude of a community to the question of standard of living (which ranges from the simplicity of the savage to the ostentation of the most sumptuous), and the attitude towards the question of fecundity of the Russian, Hungarian, Hindu, etc). The attitudes of peoples to fecundity and to luxury, however, are closely associated with ideas that cannot be quantitatively examined; and therefore the issues cannot be assuredly gauged except in so far as the psychical factors operate in so regular a manner as to be fully reflected in the numerical changes. As this will often be the case, the properly determined predictions of the statistician as to the future populations of any territory, may be regarded as secure even with the regulary changing mental or ethical developments of the population in question. In any case, strange variatons in rates of increase are sign-posts to the student of human affairs indicating significant change of events.

12.—*Conclusion.* To sum up, any large population-group must necessarily tend at each moment to increase according to an exponential law with a positive index and the rate of which initially may accelerate. In all cases this rate must ultimately decrease, until

it becomes zero. Adverse social and economic conditions, or migration effects, may, for more limited periods, increase or diminish the general rate, since such rates react upon the social organism, for example in such a way as to increase or diminish the marriage and consequently the birth-rate, increase or diminish the death-rate, extend or diminish the average duration of human life, and so on.

In order to realise what must be the general history of large population aggregates we need to develop an « a priori » method: by its means we can anticipate what may be the normal development. Accessions of knowledge, however, and widespread changes in regard to standards of living can operate to produce sharp changes in population facts. After these have transpired, they may be regarded as furnishing, as it were, a new datum value from which the future may be considered (in other words, the P in the formula previously given may quickly rise to some new value). The result of the increase will always be that the limiting density corresponding to the totality of existing conditions is more quickly approached and, as it is approached, it becomes more and more difficult for the same rate of increase to be maintained. And ultimately it cannot be maintained, and as soon as this is the case collisions with neighbouring population-groups is inevitable. These are unavoidable so long as any group regards itself as entitled to expand irrespective of the rights of adjoining groups. Such collision is, of course, war, and war is inevitable unless concerted action is possible, the object of which is to come to a common agreement as to rate of increase. This can be reached only with a high state of discipline and knowledge. The present population of the world, and its recent rate of increase, is such that it cannot be maintained even for a few centuries, since it may easily be shewn that no possible accession of food supplies could meet the requirement. Thus, if we consider national groups only, the divergencies of the social-economic factors may be so great as to indicate the advance of one people at the expense of another. A study of such advance shews that it may be necessary to make detailed studies of changes in the constitution of a population and to determine the drift of social-economic conditions, and their reactions upon the rate of increase. In so far as the acts of government can favourably influence rate of increase, they must be adapted to social-economic facts, and when this is the case they will facilitate population growth. But it is probable that the effect of this may be an acceleration of the collision with other peoples. To the extent that population is prepared, without impairing its productive effi-

ciency, to diminish its standard of living, it can, for any given development of economic conditons, advance the population-increase. This, however, while it will postpone, cannot avoid the ultimate collision.

Even a very moderate rate of growth cannot indefinitely postpone trouble, and a people can save itself in this respect, only in so far as they can their efficiency to the highest possible limit, and also restrict themselves in regard to all unnecessary luxury. Whatever advances are made in science, and its applications in industry, and in food supply, they cannot of themselves postpone the ultimate resistance to further development, which must inevitably increase and increase until relieved by catastrophe or avoided by discipline. An attempt has recently been made to develop (1) a fairly complete mathematical theory of population, its characters and fluctuations. This is to be found in the Appendix to the 1st volume of the Australian Census of 1911. There it will be seen that an exhaustive study of all the phenomena contributory to the general result is not a light task: when economic factors are added its difficulty is increased. Such a study is, however, demanded if we are to have regard for the issues of the future in a disturbed world.

G. H. KNIBBS.

---

(1) By the author of this article.

Della misura statistica dell' abilità dei giocatori nelle corse al galoppo

Le corse dei cavalli, all' infuori degli scopi ai quali mirano, offrono anche pretesto a tutta una serie di scommesse, la rilevanza delle quali (1), mentre dà alle corse stesse una fisionomia particolare, rende interessante la determinazione statistica dell'abilità, maggiore o minore, della quale si armano i giocatori.

Mettiamo da parte le scommesse fatte secondo il sistema del cosidetto *boakmaker,* e limitiamoci al gioco, più razionale, fatto mediante il sistema del *totalizzatore.* Sul fondamento di questo trattasi di determinare l'abilità dei giocatori di diversi campi di corse. Che cosa deve, qui, intendersi per abilità? La maniera nella quale le puntate vengono fatte e si presentano di fronte ai risultati delle corse. Per cominciare diremo che il gioco è tanto più abile quanto maggiore è, rispetto alle puntate complessive, il numero delle puntate che vengono fatte sui cavalli vincenti, e viceversa.

Una prima misura dell'abilità dei giocatori può desumersi, appunto, dal rapporto tra le une e le altre puntate. Prendendo, ad

---

(1) A Milano, nel 1919, per ogni giornata di corse, le scommesse si sono aggirate tra le 500 mila lire ed il milione. Ad Epsom (Londra), nel solo *Derby* — corso pochi mesi fa — si sono avute scommesse per parecchi milioni di lire.

es., le corse che si tengono a Roma e a Milano, si potrebbe avere uno specchio come il seguente, puramente esemplificativo:

Numero dei cavalli partecipanti alle singole corse	Numero delle corse		% delle puntate fatte sui cavalli vincenti (sul totale delle puntate).	
	Milano	Roma	Milano	Roma
2.	52	47	76	78
3.	134	81	58	55
4.	221	136	44	46
5.	219	114	34	37
....	....	....	....	....

La % servirebbe per dirci, grosso modo, dove si giochi meglio o peggio. Ma le corse essendo di molti cavalli, tien conto di vedere come vèngano fatte le puntate sul secondo arrivato, sul terzo, e via dicendo. E sempre sulla base del rapporto percentuale, e di questo specchietto, che è ugualmente esemplificativo, e che riguar-

Corsa a 3 cavalli

Ordine di arrivo	% delle puntate sul vincente	
	Milano	Roma
1°	53	46
2°	37	39
3°	10	15
	100	100

da le corse a 3 cavalli, si potrebbe concludere che a Milano si giochi meglio che a Roma.

Ora, quella dello specchio non sarebbe che la media aritmetica delle % delle puntate fatte, corsa per corsa, sul 1.o, sul 2.o e sul 3.o arrivato. Ma ecco che a dare un'idea della maniera nella quale si è scommesso in ciascuna corsa può servire la distribuzione percentuale delle puntate nelle singole corse.

Ma in ogni modo il metodo delle percentuali non è scevro di inconvenienti. Anzitutto, in taluni casi, riesce difficile, per non dire

impossibile, determinare dove si sia giocato meglio. Si guardi, ad es., al seguente specchietto:

Corsa a 5 Cavalli

Ordine di arrivo	% delle puntate sui cavalli	
	Milano	Roma
1°	20	30
2°	33	11
3°	22	50
4°	7	6
5°	18	3
	100	100

dal quale si stenta a percepire ciò che si ricerca, e che è ancora più difficilmente determinabile nelle corse con un maggior numero di cavalli.

E in secondo luogo, e in tutti gli altri casi, se pure si riesce a stabilire che in una città si giochi meglio che in un'altra, non si fissa la misura dal *quantum* si giochi meglio o peggio. Manca la misura sintetica dell'abilità ed è necessario ricercarla altrove che nelle percentuali.

Ma questa misura sintetica che andiamo ricercando, è opportuno che sia fondata sull'ordine effettivo e sull'ordine di arrivo così come esso è stato previsto in base alla distribuzione delle scommesse. Di queste due serie, la prima, quella dell'ordine di arrivo, è cio che effettivamente presenta interesse, al di sopra di ogni altra notizia relativa alla corsa sulla quale si potrebbe pensare di fondare i calcoli: ad es. il tempo impiegato dai cavalli a percorrere la distanza della corsa. Può darsi che un cavallo, che non sia arrivato primo in una corsa, abbia impiegato a compierla un tempo minore di quello impiegato da altro cavallo arrivato primo in altra corsa ma sulla medesima distanza. Significa ciò che quest'ultimo cavallo non si possa dire migliore del primo? Affatto; perchè può, ad es., avvenire che un fantino, che sappia di montare il cavallo migliore del gruppo, reputi indifferente sforzare l'andatura, quando già egli è certo di battere gli altri nella volata finale. Dunque l'elemento « tempo impiegato a compiere il percorso » così

come gli altri possibili elementi di studio, non può presentare, per il caso delle scommesse, quell'interesse che è insito nell'ordine di arrivo. Per il quale basterebbe solo aggiungere che esso è l'argomento decisivo per fissare la vittoria dei cavalli e la vincita dei giocatori.

E quanto alla serie degli arrivi previsti, essa si può dedurre dalle quote di vincita. La quota di vincita, per ogni corsa e per il relativo cavallo vincente, è data dal rapporto tra le puntate fatte su questo e la massa complessiva delle puntate. Chiuse cioè, per ogni corsa, le scommesse (che vengono fatte sulla base della quota fissa di 5 lire) all'atto in cui i cavalli scendono in pista, si determina l'ammontare complessivo di esse (1). Questo, a corsa finita, viene diviso per l'ammontare delle scommesse poste sul vincente. Da ciò risulta la quota di vincita.

Sia, ad es., una corsa di 4 cavalli, nella quale il cavallo A abbia avuto 6000 puntate da 5 lire, B 8000, C 2000 e D 4000; sono complessivamente 20,000 puntate, corrispondenti ad una somma di 100 mila lire. Vincendo A, alle sue 6000 puntate viene proporzionalmente ripartita la massa delle scommesse. Così dal quoziente di 20000 per 6000 si ha 3,33, che è il numero delle quote da 5 lire che si restituiscono alle puntate vincenti. Chi ha scommesso 5 lire per A viene a ritirare $5 \times 3{,}33 = 16{,}65$ lire. Moltiplicando questa quota di vincita (nella quale è compresa la posta) per il numero delle puntate vincenti (6000), si perviene alle 100 mila lire che rappresentano l'ammontare delle scommesse.

Si rileva subito che, quando vince il cavallo sul quale è caduto il maggior numero di puntate, la quota di vincita è minima, essendo molto alto il divisore, cioè il numero delle puntate vincenti; e viceversa, la quota massima di vincita è data dal cavallo col minor numero di puntate.

---

(1) Badisi che noi, per non complicare la cosa, ci limitiamo a parlare delle scommesse fatte sui cavalli vincenti, e non parliamo di quelle relative ai cavalli cosidetti piazzati.

Per l'esempio fatto sopra si avrebbe:

Con la vittoria del cavallo a	Numero delle puntate b	Numero delle volte per cui deve essere moltiplicata la quota fissa di 5 lire (quoziente delle puntate complessive per le puntate fatte sopra ogni cavallo) c	Quota di vincita (compresa quella versata per la scommessa) spettante ad ogni puntata (prodotto della quota fissa di 5 lire per c) d
A	6000	3.33	16.65
B	8000	2.50	12.50
C	2000	10.00	50.00
D	4000	5.00	25.00
....	....	....	....

Si potrebbe pensare di mettere in relazione direttamente l'ordine effettivo degli arrivi con la serie delle quote di vincita. Varie considerazioni ci sembra però che rendano preferibile alla serie delle quote di vincita la serie degli arrivi previsti, che da questa si deduce. Non vi è corsa anzitutto nella quale molti giocatori, che pur apprezzano le *chances* del cavallo che poi sarà il vincente, e che sarebbero portati a scommettere su di esso, non finiscano con lo scommettere su altri cavalli, esclusivamente per tentare una vincita maggiore di quella che non possa permettere il cavallo favorito. Questa circostanza, mentre non riesce, con tutta verosimiglianza, a turbare l'ordine in cui le quote si succedono, corrispondente all'ordine degli arrivi previsti, turba manifestamente la intensità delle quote stesse. Si aggiunga che le quote del totalizzatore variano, in ordine al tempo, per il successivo inasprimento dei prelievi che lo Stato, a scopo fiscale, e la Società delle corse fanno sulla massa totale delle puntate.

Da ciò si conclude che nella ricerca che ci interessa occorre — è mestieri ripeterlo — porre in relazione l'ordine degli arrivi effettivi con quello degli arrivi previsti, derivante dall'ordine con cui le quote si succedono, dalla minore alla maggiore.

Per dare una misura sintetica di tale relazione risponde molto bene l'indice di cograduazione, proposto dal GINI (1). Si dice che

(1) v. C. GINI. *Indici di concordanza* in *Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, Anno 1915-16. Venezia, 1916.

esiste cograduazione massima o perfetta tra i due caratteri da esaminare (nel caso nostro la serie dell'ordine degli arrivi effettivi da una parte, e la serie degli arrivi sperati, determinati sulla base della distribuzione delle scommesse, dall'altra) quando disponendo l'uno in serie crescente o decrescente l'altro assume, nei valori corrispondenti, la forma di una serie ugualmente crescente o decrescente. Esiste contrograduazione perfetta quando all'ordine decrescente dell'uno corrisponde esattamente l'ordine crescente dell'altro carattere. Nella via di mezzo corrono le diverse intensità di cograduazione e di contrograduazione.

Si faccia il caso di una corsa di 5 cavalli (il numero dei termini della serie non ha importanza), dei quali il primo arrivato abbia dato una quota di vincita di 15 lire. Chi ha puntato sugli altri cavalli ha perduto, ma il secondo se fosse arrivato primo avrebbe dato 19 lire, il terzo 26, il quarto 27, il quinto, infine, 38 lire. Che cosa significa cio? Che in questa corsa vi è stato il massimo dell'abilità da parte dei giocatori, perchè esiste cograduazione tra le quote di vincita (la prima, effettiva, le rimanenti, eventuali) e l'ordine degli arrivi. Rovesciando la colonna delle quote e quella degli arrivi si avrebbe il massimo dell'abilità negativa, cioè della mancanza di abilità. In tal guisa, ad abilità corrisponde cograduazione, ed a mancanza di abilità contrograduazione.

E' fuori posto ripetere qui la maniera, per il resto abbastanza semplice, di calcolare l'indice di cograduazione. Basti dire che la cograduazione sta tra 0 (mancanza di cograduazione e di contrograduazione, cioè di abilità e d'inabilità) e + 1.00, mentre la contrograduazione sta tra 0 e — 1.00, cioè il massimo della mancanza di abilità (discordanza tra i due caratteri).

Giova avvertire che l'indice di cograduazione può presentare, corsa per corsa, un numero di valori tanto più limitato quanto più ristretto è il numero dei cavalli; ad es. nelle corse a 2 cavalli, l'indice deve sempre assumere uno dei suoi valori estremi (massimo di cograduazione o massimo di contrograduazione). Ma altrettanto non si può dire della media dei valori ottenuti nelle corse a due cavalli, la quale naturalmente può presentare valori intermedi tra quegli estremi ed è effettivamente rappresentativa del modo in cui si scommette nell'insieme delle corse a due cavalli.

Si deve anche accennare che, se spesso di tutte le scommesse fatte in un campo di corse, si fa, corsa per corsa, un'unica massa, dalla quale si scende ad un'unica quota di vincita, talora, per il medesimo campo di corse, si tengono distinte le scommesse fatte al cosidetto *pesage* e quelle fatte al cosidetto prato. Onde, per i nostri calcoli.

quando non ci siamo trovati di fronte alla quota unica, abbiamo calcolato la media aritmetica delle quote del *pesage* e del prato.

Ciò posto, facciamo seguire i risultati delle cograduazioni tra le due serie anzidette, relativamente a centinaia di corse al galoppo eseguite nel 1914, nel 1915 e nel primo semestre del 1919 a Roma e a Milano. Negli anni intermedii, nella prima di queste città, le corse tacquero quasi completamente, mentre di altri ippodromi non fu possibile esaminare, per la esiguità del relativo numero delle corse, che i risultati di quelle tenute nel 1914 a Varese, e nel 1914 e 1915 a Livorno.

Cominciamo col determinare l'abilità dei giocatori di questi diversi campi di corse, e vediamo senz'altro i dati riguardanti le corse al galoppo tenute a Roma nei periodi indicati; per le quali, dal calcolo dell'indice di cograduazione per ciascuna delle corse tenute nei diversi anni, ho ricavato l'indice medio per le corse col medesimo numero di cavalli:

Corse al galoppo di Roma

Numero dei cavalli	Numero delle corse			Indice medio di cograduazione (+) o di contrograduazione (—)		
	1914	1915	1919	1914	1915	1919
2	22	14	15	+ 0.228	+ 0.143	+ 0.466
3	44	35	29	+ 0.556	+ 0.443	+ 0.380
4	61	49	29	+ 0.314	+ 0.428	+ 0.383
5	40	36	23	+ 0.322	+ 0.446	+ 0.373
6	28	19	18	+ 0.405	+ 0.359	+ 0.336
7	22	15	9	+ 0.337	+ 0.383	+ 0.369
8	9	12	4	+ 0.166	+ 0.351	+ 0.156
9	2	5		+ 0.537	+ 0.320	
10	1	2		+ 0.260	+ 0,322	
Totale	229	187	127	+ 0.363	+ 0.393	+ 0.375

Poichè in Roma è stato tenuto separato il gioco nel *pesage* e nel prato, così gli indici medii di cograduazione indicati in questo specchio sono la media degli indici relativi per il *pesage* e per il prato;

mentre nello specchio seguente, riguardante le corse di Milano, le quote separate per l'uno e per l'altro non si ebbero che solo nell 1914 (per il quale furono, quindi, determinate le medie dei due indici, del *pesage* e del prato). Ecco i dati per Milano:

Corse al galoppo di Milano

Numero dei cavalli	Numero delle corse			Indice medio di cograduazione (+) o di contrograduazione (—)		
	1914	1915	1919	1914	1915	1919
2	11	5	4	+ 0.454	± 0	+ 0.500
3	37	17	14	+ 0.371	+ 0.355	+ 0.571
4	73	19	24	+ 0.349	+ 0.421	+ 0.260
5	63	25	37	+ 0.313	+ 0.226	+ 0.371
6	55	36	24	+ 0 234	+ 0.168	+ 0.194
7	54	38	19	+ 0.266	+ 0.208	+ 0.412
8	39	17	19	+ 0.316	+ 0.447	+ 0.204
9	25	14	6	+ 0.221	+ 0.272	+ 0.383
10	13	11	6	+ 0.255	+ 0.374	+ 0.260
11	5	7	3	+ 0.363	+ 0.252	+ 0.222
12	8	2		+ 0.239	— 0.014	
13	1	1		+ 0.166	+ 0.333	
14	2			+ 0.234		
15	1			— 0.142		
16	1			+ 0.445		
Totale	388	192	156	+ 0.302	+ 0.286	+ 0.326

Nelle corse di Livorno per il 1914 si ebbero le due differenti quote del *pesage* e del prato, e l'indice qui sotto indicato è ugualmente la media degli indici medii; mentre per il 1915, e per le corse tenute a Varese nel 1914 si ebbe la quota unica; come risulta dal seguente specchio:

Corse al galoppo di Livorno e Varese

Numero dei cavalli	Livorno				Varese	
	1914		1915		1914	
	Numero delle corse	Indice	Numero delle corse	Indice	Numero delle corse	Indice
2	—	—	—	—	1	— 1.000
3	6	+ 0.375	3	+ 0.500	3	+ 0.833
4	6	+ 0.062	4	+ 0.312	4	+ 0.375
5	5	+ 0.283	5	+ 0.433	7	+ 0.369
6	7	+ 0.229	4	+ 0.500	5	+ 0.310
7	2	+ 0.333	3	+ 0.222	7	+ 0.220
8	2	+ 0.250	—	—	3	+ 0.176
9	2	— 0.125	1	— 0.050	—	—
Totale	30	+ 0.219	20	+ 0.376	30	+ 0.306

Mentre, dunque, a Roma, negli anni indicati, la cograduazione — che abbiamo assunto a misura dell'abilità dei giocatori — si mantiene sempre tra i 350/1000 e i 400/1000, a Milano essa è notevolmente più bassa in ciascuno dei tre anni; per questi, d'altronde, i dati relativi sono molto vicini tra loro, andando da 285/1000 a 326/1000. E in ogni modo sembra che si possa conchiudere che a Roma si giochi alle corse con maggiore abilità che a Milano.

Quanto a Livorno, che per il 1914 ha un indice molto basso, mentre nel 1915 ha viceversa un indice molto alto, del quale non giova esagerare l'importanza a causa dell'esiguo numero delle corse che vi sono state tenute, sembrerebbe che appunto da questo ristretto numero delle corse si possa affermare che vi si giochi alle corse al galoppo ancora meno abilmente che altrove; mentre i pochi dati relativi alle corse di Varese permettono di affermare che la vicinanza del relativo indice (306/1000) con quello medio di Milano per i tre anni ricordati (304/1000) non è altro che la conseguenza del fatto che il pubblico delle corse di Varese (tenute di solito nell'estate), è formato in buona parte dai villeggianti milanesi.

Abbiamo detto che là dove il gioco non si svolge col sistema della quota unica di vincita, ivi le puntate, e quindi le quote di vincita,

possono distribuirsi in maniera differente tra il *pesage* ed il prato è diversa può risultare la cograduazione (abilità) tra le due serie degli arrivi effettivi e dei previsti. Ora tenendo presente che il *pesage* è frequentato dalla parte più scelta del pubblico sportivo, mentre nel prato, per la tenuità della quota d'ingresso, si riversa di preferenza quello che si può chiamare il vero popolo, si potrebbe essere facilmente indotti nella convinzione che nel *pesage* si giochi meglio che nel prato, e che esista, quindi, notevole differenza tra l'abilità degli scommettitori di una parte (*pesage*) e quelli dell'altra (prato) del medesimo campo di corse. Ma questa differenza non si riscontra dai dati che abbiamo raccolto e tra i quali acquistano speciale importanza quelli di Roma, essendo che per le corse relative fu tenuto separato, per tutti i tre anni indicati, il gioco del *pesage* e quello pel prato.

Corse di Roma (Pesage *e prato*)

Numero dei cavalli	1914		1915		1919	
	Pesage	Prato	*Pesage*	Prato	*Pesage*	Prato
2	+ 0.184	+ 0.273	+ 0.143	+ 0.143	+ 0.466	+ 0.466
3	+ 0.511	+ 0.602	+ 0.443	+ 0.443	+ 0.380	+ 0.380
4	+ 0.328	+ 0.299	+ 0.428	+ 0.428	+ 0.362	+ 0.405
5	+ 0.358	+ 0.287	+ 0.476	+ 0.416	+ 0.384	+ 0.362
6	+ 0.416	+ 0.394	+ 0.356	+ 0.362	+ 0,339	+ 0.333
7	+ 0.352	+ 0.322	+ 0.377	+ 0.389	+ 0.369	+ 0.369
8	+ 0.208	+ 0.125	+ 0.380	+ 0.323	+ 0.156	+ 0.156
9	+ 0.525	+ 0.550	+ 0.310	+ 0.330	—	—
10	+ 0.240	+ 0.280	+ 0.500	+ 0.445	—	—
Totale	+ 0.364	+ 0.362	+ 0.402	+ 0.385	+ 0 373	+ 0.378

Mentre nei primi due anni si nota una leggerissima superiorità dei giocatori del *pesage*, per il 1919 questa superiorità passa, in misura ugualmente irrilevante, ai giocatori del prato. In sostanza, non esistendo profonde differenze si può dire che in una stessa città tutti — *gentlemans,* ufficiali, studenti, vetturini etc. — giochino all'incirca al medesimo modo cioè con le medesime tendenze e la mede-

sima abilità, come sembrano confermare i dati di Milano per il 1914 (dai quali risulterebbe una piccola superiorità degli scommettitori del prato) e quelli di Varese per il 1914 (che non presentano alcuna differenza). Questa è invece rimarchevole per le corse di Livorno; come rilevasi dallo specchio seguente.

Corse al galoppo nell' anno 1914

Numero dei cavalli	Milano		Varese		Livorno	
	Pesage	Prato	*Pesage*	Prato	*Pesage*	Prato
2	+ 0.454	+ 0.454	— 1.000	— 1.000	—	—
3	+ 0.378	+ 0.364	+ 0.833	+ 0.833	+ 0.416	+ 0.333
4	+ 0.332	+ 0.366	+ 0.250	+ 0.500	+ 0.208	— 0.083
5	+ 0.323	+ 0.304	+ 0,405	+ 0.333	+ 0.333	+ 0.233
6	+ 0.226	+ 0.242	+ 0.333	+ 0.287	+ 0.206	+ 0.253
7	+ 0.256	+ 0.276	+ 0.250	+ 0.190	+ 0.416	+ 0.250
8	+ 0.214	+ 0.318	+ 0.145	+ 0.208	+ 0.281	+ 0.219
9	+ 0.222	+ 0.220	—	—	— 0.225	— 0.025
10	+ 0.169	+ 0.342	—	—	—	—
11	+ 0.366	+ 0.360	—	—	—	—
12	+ 0.215	+ 0.264	—	—	—	—
13	+ 0.143	+ 0.190	—	—	—	—
14	+ 0.224	+ 0.245	—	—	—	—
15	— 0.160	— 0.125	—	—	—	—
16	+ 0.453	+ 0.437	—	—	—	—
Totale	+ 0.295	+ 0.309	+ 0 306	+ 0 307	+ 0 260	+ 0 178

Ma per Livorno valga la considerazione fatta dianzi: che da un numero esiguo di corse è pericoloso trarre partito per parlare di maggiore o minore abilità.

GAETANO ZINGÀLI.

La fiscalité de Guerre

La présente étude a été écrite au printemps de 1918. On estimera peut-être que les évènements l'ont démentie puisque les nations alliées ont remporté la victoire sans s'être imposé les restrictions et les privations que nous jugions nécessaires. Mais cette objection n'a pas en réalité autant de valeur qu'en apparence. D'abord il faut ne pas regarder un seul camp: si les Empires Centraux ont pu, malgré la modicité relative de leurs ressources et le blocus qui, à partir de 1916, les a empêchés d'acheter au dehors, tenir pendant plus de quatre ans, c'est aux restrictions de toutes sortes imposées de bonne heure qu'ils l'ont dû. D'autre part, s'il est vrai que l'Entente a vaincu malgré ses gaspillages, c'est qu'elle disposait de ressources naturelles incomparablement supérieures à celles de ses ennemis: la prodigalité dont elle a fait preuve ne mérite point pour cela d'être donnée en exemple; bien des choses manquaient aux armées alliées à la fin des hostilités et, pour citer un exemple, on comptait plusieurs régiments français mal vêtus: c'était la suite des consommations de drap excessives qu'avaient effectuées les civils. On peut se demander avec inquiétude ce qu'il fût advenu si l'Allemagne avait été capable de prolonger sa résistance au delà du 11 Novembre 1918.

D'autre part, si ces gaspillages n'ont pas empêché de gagner la guerre, ils ont singulièrement compromis la situation de l'après-guerre. Ils sont la cause directe de la crise que traversent aujourd'hui presque tous les anciens belligérants, notamment la France et plus encore l'Italie. Par suite les mesures fiscales propres à stimuler la production et à restreindre la consommation

sont à l'ordre du jour maintenant comme pendant la guerre: peut-être trouvera-t-on de ce chef un intérêt d'actualité à cet article que nous reproduisons sans changements importants.

I.

Les écrivains qui ont examiné et critiqué les impôts adoptés dans les divers pays pendant la guerre mondiale, ont presque tous raisonné d'après le principe suivant, exprimé ou sous-entendu: le rôle de l'impôt est, en temps de guerre comme en temps de paix d'apporter de l'argent au Trésor Public; la seule différence entre les deux époques réside dans l'accroissement des besoins qui exigent des ressources plus grandes.

C'est ce principe même qui nous semble devoir être contesté.

Dans des circonstances normales, la fonction essentielle — certains disent même: la fonction exclusive — de l'impôt est de suffire aux dépenses publiques, car on admet généralement qu'il est préférable que l'Etat s'abstienne d'intervenir — sauf exception — dans la vie économique. On ne saurait raisonner de même en temps de guerre: la nation doit, avant tout, alimenter en denrées appropriées les consommations nouvelles et immenses des armées en campagne. Or, ces denrées ne viennent de l'étranger que pour une faible part. Elle sont, au début de la guerre, prélevées dans une large mesure sur les stocks de marchandises accumulés pendant la paix. Ces stocks ne constituent qu'une faible part du capital national, lequel consiste essentiellement en richesses que l'on ne peut consommer: terres, mines, usines, chemins de fer, maisons, et enfin créances sur l'étranger qui peuvent seulement payer par compensation ce que l'on importe. Il en résulte que les consommations de guerre sont alimentées principalement — et de plus en plus lorsque les hostilités se prolongent — par la production qui est effectuée au cours même de la guerre, comme nous avons essayé de le montrer dans la *Revue d'Economie Politique* de Septembre-Décembre 1917 (1).

---

(1) *Consommations de guerre, perspectives d'avenir et nécessités présentes* (p. 381-425) — Cette étude est un essai d'interprétation des conditions économiques de la guerre, de ses conséquences économiques probables et des mesures qu'elle rend nécessaires: une partie seulement en est consacrée au problème fiscal. — La même interprétation a été formulée en même temps par M. Jèze, mais il en a déduit des conclusions qu'elle ne

Pour que les denrées soient produites et pour qu'elles soient réservées à l'armée, il faut que l'orientation de la vie économique — production, circulation, consommation — soit modifiée tout entière et très vite. Il appartient au Gouvernement de provoquer cette transformation. Les impôts nouveaux sont un des procédés les plus efficaces qu'il puisse employer à cette fin.

Transformer l'économie du temps de paix en économie de guerre, telle est l'une des fonctions nouvelles de la fiscalité en temps de guerre.

Et cette fonction exceptionnelle importe plus que la fonction normale de l'impot. Il est pour celà deux raisons.

Le probléme économique: comment produire les marchandises nécessaires? est primordial. S'il n'est pas résolu d'abord, le problème financier: comment payer les marchandises? ne se posera même pas. Cette subordination du problème financier au problème économique n'apparaît pas en temps de paix, parce qu'alors les consommations publiques sont relativement faibles et varient peu d'une année à l'autre: la production est donc organisée de maniére à les satisfaire sans peine. Mais en guerre ces consommations prennent subitement une importance formidable: par ce motif elles exigent, pour être alimentées, la transformation complète de la vie économique dont il a été parlé plus haut.

D'autre part les Etats modernes ont, pour couvrir leurs depenses de guerre d'autres ressources que l'impôt. Ils peuvent emprunter ou émettre du papier monnaie: le premier procédé impose aux budgets à venir le service des emprunts; le second est encore plus critiqué. L'impôt est donc, là où il est possible, le meilleur procédé, mais il n'est pas le procédé unique. Au contraire sans une production intense et orientée vers les besoins militaires on ne peut fournir aux troupes tous les vivres, toutes les armes, toutes les munitions qui leur sont nécessaires. Le conflit mon-

---

nous semble pas comporter (*Revue de Science et de Législation financières* Octobre 1917 notamment p 564 et l'*Action Nationale* Décembre 1917)

M. Pierre Gueebhard a fait le 5 Octobre 1918 à la *Société d'Economie Politique* un exposé sur « L'aspect économique des dépenses de guerre », qui a été publié dans le *Journal des Economistes* du 15 Octobre 1918 (p. 111-120). M. Chlepner a donné dans la *Revue d'Economie Politique* (Janvier 1919 p 1-12 un article portant le même titre: *L'aspect économique des dépenses de guerre.* Ces deux travaux développent des idées absolument identiques à celles que l'on peut trouver dans notre étude, qu'ils n'ont d'ailleurs point citée. Ils n'ont pas envisagé, l'un ni l'autre, les conséquences que ces idées comportent au point de vue de la fiscalité et qui seront seules traitées ici.

dial vient de montrer à quel point la solution du problème économique est plus difficile que celle du problème financier: aucun des belligérants n'a jamais manqué d'argent; au contraire tous ont à certains moments souffert d'une crise des munitions et il semble bien que la défaite de l'Allemagne soit dûe en partie au fait que dans l'été de 1918 son matériel n'égalait plus celui des Alliés; et c'est là une question de fabrications de guerre.

Le rôle de la fiscalité dans l'organisation de l'économie de guerre a été presque universellement méconnu. M. Jèze y a cependant songé pour demander que la France imitat l'exemple donné par l'Angleterre et les Etats-Unis qui ont eu pour principe de couvrir la plus grande part possible des dèpenses de la guerre par des impôts dont la majorité fussent directs et fortement progressifs. A la plupart des économistes il n'y a pas lieu de demander si les impôts de guerre qu'ils admettent sont propres à transformer l'économie de paix en économie de guerre: c'est là une question qu'ils n'ont pas même aperçue. A M. Jèze au contraire on peut et on doit demander si le programme fiscal preconisé répond bien à un but intéressant l'économie nationale ou si les préoccupations économiques ont été dominées par des considérations politiques, qui dans la présente étude ne seront d'ailleurs ni approuvées ni improuvées: notre travail est consacré exclusivement à la *science* économique et les *docrines* politico-economiques n'y sont examinées que dans la mesure où elles empêchent de voir les faits et d'en déduire les conséquences.

II.

Aux considérations économiques succèdent bien vite sous la plume de M. Jèze d'autres idées directrices dont la première seule a trait aux conditions particulières du temps de guerre: « Il est infiniment périlleux pour la paix publique et pour la production nationale, que les classes peu fortunées soient écrasées par ces charges [résultant de la hausse des prix] au moment même ou elles ont le spectacle des dépenses de luxe effectuées par la minorité que la guerre enrichit. Il suffit d'un trés petit nombre d' exemples de ce genre pour démoraliser un pays et provoquer des agitations et des troubles dans la rue » *(L'Action nationale* déc. 1917 p. p. 348-349).

Eviter de tels conflits est en effet un but qu'il serait trés sage de se proposer s'il pouvait être atteint. Seulement il ne

peut pas l'être. Les demi-mesures ne peuvent servir de rien puisqu' « il suffit d'un trés petit nombre d'exemples de ce genre pour démoraliser un pays » et, si l'on veut en venir aux décisions extrêmes, comment empêcher les nouveaux riches de dépenser? Où comment empêcher qu'il y ait de nouveaux riches? Par l'impôt sur les bénéfices de guerre? Mais il faudrait qu'il fût de 100%, si l'on voulait que personne ne fût plus riche qu'en temps de paix et à ce taux il découragerait les efforts au moment même où ils doivent être tendus à l'extrême.

Voudrait-on, pour éviter ce remède pire que le mal, épargner aux masses populaires toutes privations en temps de guerre? Ç'a été la prétention du gouvernement Français jusqu'à la fin de 1916, jusqu'à ce que la situation l'ait forcé à y renoncer, accident que l'on pouvait prévoir à l'avance sans pour cela faire preuve d'une perspicacité extrême, car il était assez évident que l'on ne peut consommer comme en temps de paix lorsqu'on produit moins et qu'il faut d'abord alimenter l'armée.

D'ailleurs les lourds impôts sur les bénéfices de guerre et sur les gros revenus ont été appliqués en Angleterre et n'ont point empêché le développement chez les ouvriers anglais d'un mécontentement que l'on ne trouve pas aussi intense en France. N'est ce point la preuve que les gouvernants peuvent bien moins qu'on ne le croit sur le sentiment public dont ils se sont, en France et dans la guerre actuelle, beaucoup plus préoccupés qu'il n'était nécessaire, car le danger de troubles populaires, était infiniment moindre qu'ils ne le croyaient? Il est donc inutile, pour ne pas dire plus, de chercher à développer dans notre gouvernement des craintes qui furent déja très exagérées.

Cette préoccupation de la paix publique est chez M. Jéze associée, ou plutôt subordonnée à une autre préoccupation, celle d'assurer la justice des nouveaux impôts. Ce terme de justice est un grand mot et qui fait impression sur les esprits, mais on doit remarquer qu'il change de sens selon l'auteur qui l'emploie. Ainsi l'impôt juste est, au dire des démocrates, l'impôt progressif et, au dire des conservateurs, l'impôt proportionnel. Il serait aisé de multiplier les exemples analogues et de montrer que chacun appelle juste l'impôt qui se conforme à ses préférences politiques, c'est dire ordinairement l'impôt qui laisse indemne soit l'auteur même de l'appréciation, soit la classe sociale à laquelle il s'intéresse.

Ceci posé, quel rôle peuvent jouer en matière fiscale les préoccupations de « justice »? L'impôt doit avant tout remplir

ses fonctions essentielles qui sont en temps de guerre de modifier l'orientation économique et en tous temps d'apporter de l'argent au Trésor sans nuire à la production nationale. Les taxes qui répondent à ces conditions peuvent seules être raisonnablement adoptées, mais si toutes ne sont pas nécessaires, le parti au pouvoir peut établir seulement celles qu'il estime « justes ».

Inversement en temps de guerre, puisqu'il faut trasformer trés vite toute la vie économique, on doit voter sans distinction tous les impôts possibles et laisser de côté les considérations de « justice » qui sont, au vrai, des préoccupations de parti. C'est à cette règle que nous nous conformerons et nous tenterons de montrer dans les pages suivantes que le programme financier dit démocratique — quoiqu'on en pense pour le temps de paix — est, comme tout programme de parti, incapable de répondre complétement aux nécessités du temps de guerre. Si nous discutons le programme de M. Jèze et non pas un autre programme d'une autre opinion, c'est qu'il se réclame ici d'un principe économique qui est le nôtre et dont il nous paraît faire une fausse application.

III.

Faut-il « concentrer l'effort fiscal sur un petit nombre d'impôts bien choisis et ne pas créer une poussière d'impôts vexatoires et peu productifs. » (*Action Nationale*, dèc. 1917 p. 366.) Ce principe peut être soutenu lorsqu'on se propose uniquement de fournir des ressources à l'Etat, encore que bien des auteurs affirment, non sans quelque apparence de raison, que des impôts peu nombreux seront nécessairement trés lourds, partant plus vexatoires et d'une perception plus difficile que des impôts plus nombreux et de taux plus modéré. Mais puisqu'il s'agit de transformer toute l'économie de paix en économie de guerre, on doit établir « une poussière d'impôts » et ne pas s'inquiéter qu'ils soient « peu productifs », voire même « vexatoires » à un certain degré, pourvu qu'ils atteignent leur but.

D'autre part cet exclusivisme financier de M. Jèze le conduit à proposer pour les rares impôts qu'il admet des taux, nous ne dirons pas injustes — cette considération n'importe pas — mais inapplicables: 15 à 20 % du revenu des valeurs mobilières; « relever *considérablement* le taux de l'impôt complémentaire sur le revenu..... jusqu'à 50 % ou plus pour les gros revenus. »

(*Action Nationale* dec. 1917 p. 364.) Ainsi le total des impôts cédulaires et complémentaire pourrait atteindre les trois quarts du revenu. L'income-tax anglais, qui réunit les deux sortes d'impôts, n'a pas été portée à ce taux, bien qu'elle fonctionne sans interruption depuis soixante-dix ans, que les contribuables y soient habitués, qu'ils aient donc moins de tentations et de possibilités de s'y soustraire par fraude. En France, au contraire, l'impôt sur le revenu a été établi récemment, il soulève beaucoup de défiances, si bien que beaucoup de richesses lui échappent par dissimulation. Pour en faire un impôt vraiment général, qui atteigne également tous les contribuables et non pas seulement ceux qui sont honnêtes, il faut donner à l'administration des finances les pouvoirs de contrôle les plus étendus, il faut frapper partout le revenu réel et non pas un revenu calculé à forfait, c'est à dire presque toujours trop bas, mais il faut aussi obtenir la collaboration des imposés en évitant de les inquiéter trop tôt par le relèvement du taux de l'imposition.

Il est cependant nécessaire, dira-t-on que l'impôt complémentaire sur le revenu donne beaucoup plus que les quarante millions produits en 1916. D'accord, mais pour obtenir en période normale de larges recettes d'un impôt entré dans les habitudes, il faut justement demander très peu à cet impôt lorqu'on veut l'« acclimater ».

On doit, en matière de finances publiques, raisonner non pas sur le moment présent mais sur une longue période, cinquante années par exemple, parmi lesquelles se trouveront, dans le système adopté par le Parlement, une année à taux modéré et quarante-neuf à taux relevé, avec des fraudes fiscales toujours importantes. Le système inverse eût comporté cinq années à taux modéré et quarante-cinq à taux relevé: le produit aurait été évidemment moindre pendant les cinq premières années mais plus fort pendant les quarante-cinq suivantes, grâce à la rareté des dissimulations. Au total l'Etat y aurait certainement gagné. Au nom d'une bonne *technique fiscale,* il faut donc, non pas réclamer une nouvelle augmentation de l'impôt sur le revenu, mais juger prématurées celles qui ont été effectuées depuis la fin de 1916.

IV.

La fiscalité de guerre c'est, nous l'avons vu, l'ensemble des impôts par lesquels l'Etat peut et doit agir sur la vie économique en temps de guerre. Il ne saurait être question d'énumérer ces im-

pôts, très nombreux et très variés; nul ne peut même les concevoir tous en un moment donné, car chacun d'eux doit être créé au moment où les circonstances le rendent nécessaire. On ne trouvera donc ici que des exemples destinés à préciser notre pensée.

1°. Une production réduite devant alimenter avant tout les consommations de guerre, il faut réduire les consommations habituelles. Celles des riches ou bien celles de tous? On préfère ordinairement la première alternative parcequ'elle provoque moins de souffrances et fait moins de mécontents. M. Jèze lui-même, s'il se prononce pour la seconde, le fait avec tant de restrictions que, visiblement, il en arrive à ne presque pas souhaiter d'économies populaires. Il va même plus loin et ajoute: « Il est *légitime* de la part des classes ouvrières de profiter d'un accroissement de richesse pour dépenser davantage; mais c'est *uniquement dans la mesure où cet accroissement de dépense a pour objet et pour effet de porter le genre de vie des ouvriers à ce qui est nécessaire pour que le travailleur ne vive pas seulement une vie de brute, pour qu'il mène une vie d'être civilisé.* » (1)

Il est des niveaux de vie qui doivent être relevés même en temps de guerre: ce sont ceux qui ne permettaient pas l'entretien des forces par une alimentation suffisante, et, pour prendre un exemple, la loi sur le minimum de salaire dans l'industrie à domicile, ne pouvait souffrir d'ajournement. Mais M. Jèze va beaucoup plus loin: il souhaite pour tous l'accès à « une vie d'être civilisé », notion vague et qui est susceptible d'une extension indéfinie. Il veut qu'une partie des ouvriers consomme un peu moins qu'en temps de paix; il admet que d'autres consomment plus: cela revient à dire que dans l'ensemble il ne demande à la classe ouvrière aucune réduction de sa consommation. Pour justifier une telle conception, il faudrait que les consommations de guerre fussent si médiocres qu'on put les alimenter avec les seules économies des riches: or il n'en est rien.

Il est trois sortes de consommations qu'il faut réduire pour alimenter la guerre au moyen d'une production nationale qu'elle diminue:

a) Consommation d'objets directement nécessaires à l'armée, Ce ne sont point des objets de luxe mais d'usage courant: pain, viande, drap et autres choses dont un riche ne consomme guère plus qu'un pauvre et dont les riches, si peu nombreux, consom-

(1) *Revue de Science et de Législation financières*, 1917, p. 570.

ment beaucoup moins au total que les classes pauvres. Ainsi les économies les plus immédiatement utiles doivent être faites par toutes les classes.

b) Consommation d'objets inutiles à l'armée mais dont la production exige un travail qui devrait être appliqué aux fabrications de guerre.

c) Consommation d'objets importés dont l'achat à l'étranger grève notre change.

Dans ces deux cas la part des achats des riches et des économies à leur demander est plus forte mais non pas du tout prépondérante. Pour le penser il faudrait croire le peuple français réduit au strict nécessaire, ce qui n'est heureusement point le cas. Certes les riches doivent faire les premières et les plus grosses économies, mais les restrictions de consommation que peuvent s'imposer les classes populaires, si médiocres soient-elles individuellement, constitueront par leur masse la part de beaucoup la plus importante dans l'épargne de guerre.

Si donc, pour employer les expressions mêmes de M. Jèze « *il faut contraindre les individus à réduire leurs consommations* » (*Action Nationale* dècembre 1917, p. 345), les impôts de guerre ne doivent pas frapper uniquement ni même essentiellement une seule classe sociale. C'est ce qu'affirmait la résolution votée le 16 Juillet 1915 par une assemblée de commerçants et de banquiers de la Citè de Londres. résolution reproduite avec éloge par M. Jèze : « des impôts nouveaux doivent être immédiatement établis sur toutes les classes du peuple ».

2.° Il faut donc non seulement des impôts directs pesant sur les riches mais aussi des impôts de consommation portant sur les masses; et fixer par avance une proportion entre les uns et les autres, c'est faire preuve d'esprit de systéme, non d'esprit scientifique ni de souci des reàlités.

Le défaut des impôts de consommation a été signalé, il est vrai, des longtemps: pour être productifs ils doivent être établis sur des objets de consommation courante et dont le pauvre fait usage à peu près autant que le riche. Ils ne se proportionnent donc pas aux ressources et prennent une plus forte part des petits revenus que des grands. Faut-il pour cela les supprimer? Non point, car on ne peut s' en passer, mais il faut compenser leur improportionnalité et rétablir l'équilibre entre les contribuables par des impôts directs progressifs: l'ensemble des impôts payés par chacun sera ainsi proportionnel à ses facultés.

Il résulte des ces considérations générales que les impôts de consommation ne doivent fournir qu'une partie des ressources demandées aux contribuables pour la guerre, mais cette partie ne doit pas être arbitrairement restreinte, et cela pour deux raisons. Raison fiscale ; comme l' impôt porte sur des quantités de marchandises (hectolitres de vin ou d' alcool par exemple), il doit être relevé avec la hausse des prix ; sinon il ne prendra qu'une part de plus en plus réduite de la valeur des marchandises.

Raison économique, de beaucoup la plus importante : La fiscalité du temps de guerre doit avant tout obliger les particuliers à réduire leurs consommations. Or à ce point de vue l'impôt de consommation présente une supériorité sur l' impôt direct. L'impôt direct réduit l'ensemble des ressources de ceux qu' il frappe mais les laisse libres de restreindre les consommations qu' il leur plaira. Au contraire par l'impôt de consommation l'Etat peut réduire surtout la demande des marchandises qu' il estime devoir être particulièrement ménagées. Veut-on par exemple réserver à l'armée une large part du vin produit en France en réduisant la consommation civile ? Imposer le vin et relever ainsi son prix de vente produira sûrement ce résultat ; augmenter l'impôt direct diminuera peut-être toutes les consommations excepté celle du vin.

Dans une fiscalité du temps de guerre, inspirée par les nécessités économiques de la guerre, les impôts de consommation doivent donc tenir une place assez large. Il est vrai que l'opinion contraire peut être appuyée de l'exemple de l'Angleterre et des Etats-Unis. Mais il s'agit de déterminer quels impôts conviennent le mieux au temps de guerre ; or en quoi le fait qu' un impôt a été adopté ici ou là peut-il prouver qu'il doive produire les résultats économiques que l' on souhaite ? Pour répondre par l'affirmative, il faudrait avoir montré, au préalable, que les politiciens anglais ou américains possèdent au plus haut degré le don de prévoir les répercussions économiques des impôts nouveaux. N'est-il pas plus vraisemblable que ces politiciens aient simplement suivi leur ligne de conduite ancienne, en développant la taxation directe, comme on le faisait aux Etats-Unis depuis l' avénement du Président Wilson et en Angleterre depuis trois quarts de siècle ? M. Jèze pourrait sans doute accepter cette explication, car il a marqué lui-même combien il est difficile en tous pays « d'obtenir, *du Parlement*, un bouleversement des programmes politiques adoptés par lui » : Il résulte de cette difficulté que si un « bouleversement » se produit dans la réalité, tel que la guerre mondiale, les conceptions des partis parlementaires se

trouvent en retard sur les faits et que la science sociale en général ou la science des finances en particulier n'ont pas à tenir compte de ces conceptions.

3.° Que penser du reproche fait aux impôts de consommation et à l'impôt sur les dépenses de tendre à provoquer une nouvelle hausse des prix ? Cette idée se rattache à une conception plus générale: « enrayer la hausse des prix » est un « devoir capital des gouvernants » (*Action Nationale*, dècembre 1917, p. 345). Une analyse approfondie des conditions économiques conduirait, nous le croyons, à modifier dans une assez large mesure cette conception.

La hausse des prix est la conséquence de la disproportion qui existe entre la production et la demande. Au point de vue économique c'est cette disproportion qui est un mal et non pas la hausse, de même que pour le malade c'est l'anémie elle-même qui est grave et non pas la pâleur qui en résulte. Il est vrai qu'en augmentant la production ou en diminuant la demande, chose essentielle, on arrêtera la hausse des prix, chose secondaire, il y a cependant un grand danger à concentrer son attention sur le symptôme, c'est qu'on en arrive souvent à croire qu'il suffit de le faire disparaître pour guérir le mal et on procède, pour continuer la comparaison de tout à l'heure, comme un anémique qui, pour tous soins, se bornerait à se farder les joues. Un système de ce genre a été pratiqué en France: il a nom la taxation des prix et on en sait les résultats. C'est à propos du blé qu'ils ont le plus nettement apparu. On en avait fixé le prix au dessous des cours pratiqués sur le marché mondial: comme il fallait cependant importer du blé, l'Etat en achetait cher à l'étranger pour le revendre bon marché à l'intérieur. Premier résultat: lourde perte pour le Trésor. Comme le blé coûtait moins cher que l'avoine, on le donnait aux chevaux et on le gaspillait de toutes manières: deuxième résultat. Enfin le bas prix décourageait les cultivateurs de semer du blé et contribuait a faire réduire les emblavements. Troisième résultat: diminution de la production. N'eut il pas mieux valu se résigner à la cherté du blé et à un relèvement du prix du pain, qui serait resté modéré à la condition de diminuer le nombre des boulangers et leur bénéfice par kilogramme de pain?

On voit par cet exemple que la hausse des prix est fort loin de constituer pour l'économie nationale, le mal par excellence. Bien au contraire l'histoire du XIX^{me} siècle montre que, s'il y a eu plusieurs fois hausse des prîx sans prospérité, en revanche il n'y a jamais eu développement économique rapide et général

sans hausse des prix. Dans ce siècle en effet on distingue quatre grandes périodes, dont les dates initiales et terminales peuvent être fixées approximativement de la manière suivante: 1815-53, 1853-75, 1875-97, et 1897-1914. Dans la première et la troisième les prix s'abaissent et le progrès économique est lent; dans la seconde et la quatriéme les prix s'élèvent et le progrès économique est rapide. Pendant la guerre actuelle, la haussse des prix a eu l'inconvénient d'enfler les dépenses publiques mais aussi l'avantage de faciliter singulièrement la transformation de l'économie de paix en économie de guerre, comme nous l'avons montré dans notre étude sur les *Consommations de Guerre*. C'est aussi grâce à la hausse que l'épargne française est actuellement, á tout le moins le double de ce qu'elle était pendant la paix. (1)

Il ne faut pas exagerer non plus les conséquences sociales de la hausse des prix ni tenir comme fait M. Jèze. (*Action Nationale* decembre 1917 p. 347 et 348) les « petits paysans » pour des victimes de la hausse, car les petits propriétaires, les fermiers, et les métayers vendent beaucoup plus qu'ils n'achètent et bénéficient de la hausse bien loin d'en souffrir. La plupart des familles ouvrières françaises se trouvent, tout compensé, dans une situation égale ou supérieure à celle qu'elles avaient avant la guerre. Sauf des exceptions individuelles, les personnes qui souffrent de la situation économique présente sont toutes réunies dans deux classes: les rentiers, qui, à juste titre, ne préoccupent pas particulièrement les partis democratiques, et les fonctionnaires: doit-on pour ces deux catégories de personnes provoquer la grave crise économique qui résulterait d'un abaissement brusque des prix par la diminution subite de la circulation fiduciaire?

4°. Réduire la consommation n'est qu'une part de la tâche dévolue à la fiscalité de guerre: il faut aussi développer et transformer la production. Les différentes parties de ce programme ne pourraient être traitées que par des spécialistes. Il faut cependant des exemples: nous avons dans la *Revue d'Economie Politique* donné celui de la boulangerie, nous donnerons ici celui du charbon.

---

(1) Nous avons consacrè à *L'Accroissement de l'épargue française pendant la guerre* un article dans la *Revue d'Economie Politique* (Juillet 1917 p. 277-284). Une partie des souscriptions aux emprunts ne provient pas de l'épargne, mais quelles que soient les déductions à effectuer de ce chef-et nous les avons calculées très haut, probablement trop haut — il reste 8 milliards d'épargue annuelle en temps de guerre, quand pour le temps de paix, al plus forte évaluation ne dépassait pas 4 milliards 300 millions.

La hausse fantastique du prix du charbon a procuré aux compagnies minières des bénéfices anormaux. Pour les dissimuler, certaines d'entre elles ont, à ce que l'on prétend, exploité systématiquement les gisements les moins productifs de façon à réserver pour le temps des bas prix les filons les plus riches: il y aurait eu de ce chef un empêchement à porter la production houillère à la limite du possible, comme l'exigeait l'intérêt national. Cependant les bénéfices ont été si grands qu'ils excitèrent l'envie des mineurs et justifièrent leurs demandes de relèvement de salaires: or l'augmentation de la rémunération des ouvriers mineurs a toujours eu pour effet de réduire la production par tête, comme l'a montré M. Simiand dans son beau livre sur *Le Salaire des ouvriers mineurs.*

La vraie solution conforme à l'intérêt national n'eût pas consisté dans un abaissement du prix du charbon ni dans une péréquation dont l'expérience a montré l'impossibilité. Mais il aurait fallu, en laissant fixer le prix du charbon par l'importation étrangère, réserver au Trésor pour la durée de la guerre le surcroît de bénéfices procuré à la production nationale par la hausse du prix. L'Etat aurait monopolisé le commerce de la houille en l'achetant aux mines très peu au-dessus du prix de revient normal, non majoré par l'exploitation des mauvaises veines. Les compagnies, pour réaliser des bénéfices simplement médiocres, auraient dû forcer leur production. Les ouvriers, auxquels elles n'auraient pu accorder grand relèvement de salaires, se seraient résignés aux « longues coupes » pour subvenir à leurs dépenses augmentées par la hausse générale des prix: nouvelle cause d'accroissement de l'extraction. Enfin le Trésor aurait perçu plusieurs centaines de millions (1).

CONCLUSION

Le caractère que nous nous sommes efforcé de donner à cette étude comporte une conclusion nettement différente de celles qui terminent la plupart des articles relatifs à la fiscalité de guerre. De ces écrits, les uns se terminent par le rappel au respect de la propriété et les autres par l'interrogation de M. Jèze: « notre

(1) La crise actuelle du charbon suffit à critiquer la politique opposée qu'ont suivie les gouvernements. (1920).

pays est-il, oui ou non une démocratie? » Nous n'avons pas à poser la question dans ces termes ni même à nous demander ce qu'ils signifient exactement et si, par exemple, le programme que l'on appelle démocratique n'est pas teinté de socialisme — ce serait une discussion politique — mais nous devons noter que tous ces auteurs terminent par des formules purement politiques, donc tout à fait étrangères aux considérations sur les nécessités économiques du temps de guerre, les seules dont nous ayons voulu tenir compte. Il y a donc opposition nécessaire entre tous les programmes fiscaux, quelle qu'en soit la couleur politique, et celui que nous avons tenté d'esquisser en nous inspirant de l'esprit de guerre et uniquement de l'esprit de guerre.

JEAN BOURDON.

Sulle applicazioni del calcolo delle probabilità alla fisica molecolare

1. In queste poche pagine mi propongo di dare un cenno delle applicazioni del calcolo della probabilità alla fisica molecolare. Non è possibile, dato lo scopo di questo scritto e lo spazio ad esso concesso, accennare a tutte le questioni che rientrano nell' argomento. Mi limiterò a dire quel tanto che basti perchè chi è lontano da questo genere di studi possa meglio apprezzare un campo di ricerche assai promettenti. A rendere più agevole la lettura di questo scritto, o almeno a renderne più agevole la comprensione, ho creduto conveniente di non limitarmi a una semplice rassegna di risultati : ho accennato anche alle dimostrazioni di alcuni risultati che interessava mettere in evidenza (1).

---

(1) Nella redazione del presente scritto ho tenuto presenti le opere seguenti :

L. Boltzmann — *Leçons sur la théorie des gaz* (Gauthier-Villars, Paris 1902-1905).

J. H Jeans — *The dynamical theory of gases* (University-Press, Cambridge 1916).

J. Perrin — *Les atomes* (Nouvelle collection scientifique, Felix Alcan, 1914).

M. P. Langevin — *La physique du discontinu* (Les progrès de la physique-moleculaire, Gauthier-Villars, Paris 1914).

E. Borel — *Sur les principes de la théorie cinétique des gaz* (Annales scientifiques de l' Ecole Normale Sup s.e 3, vol. 23, 1906).

P. e T. Ehrenfest — *Mécanique statistique*. exposé par E. Borel (Encyclopédie des Sciences mathématiques. tome IV, vol. I, 1915).

G Castelnuovo — *Calcolo delle probabilità* (Albrighi e Segati, Milano, Roma, Napoli 1919).

2. *Leggi di Boltzmann-Gibbs.* — Le molecole di un gas sono in moto incessante. Si tratta di escogitare degli schemi che servano da ipotesi di lavoro per dar ragione del moto accennato.

A tale scopo, considerando un gas racchiuso in un recipiente, assimileremo una molecola (che può essere composta da uno o più atomi in moto) a un sistema materiale in moto. Se n sono le molecole del recipiente considereremo n sistemi materiali in moto.

Per semplicità ci limiteremo a considerare il caso che tra le molecole non vi siano (o siano trascurabili) le forze di coesione. Per tanto ogni sistema da noi considerato (corrispondente a una molecola) avrà, in ogni istante, una *energia totale* E che non dipenderà dalla configurazione e dallo stato di movimento degli altri sistemi materiali considerati (cioè delle altre molecole). L' energia totale E di una molecola, in un determinato istante, dipenderà bensì dal posto che occupa, dalla configurazione degli atomi che la compongono e dal suo stato di movimento. Essa, in un dato istante, risulta dalla somma dell' energia cinetica, della energia potenziale dovuta alle forze interne della molecola e dell' energia potenziale dovuta a forze esterne (come ad es. la gravità) la quale dipende dalla posizione del centro di gravità della molecola stessa.

Possiamo supporre che una molecola (composta di atomi) rappresenti un sistema in moto con r *gradi di libertà,* cioè la sua *posizione* e *la sua configurazione,* in ogni istante, sono determinate da r parametri (coordinate lagrangiane del sistema)

$$q_1,\ q_2, \ldots, q_r \tag{1}$$

mentre il suo *stato di movimento* sarà determinato, in ogni istante, da altri r parametri, *componenti dell' impulso del sistema*, che, come è noto, sono *funzioni lineari* delle derivate delle (1) rispetto al tempo espressi da

$$p_u = \frac{dE}{dq_u'},\quad u = 1, 2, \ldots r \tag{2}$$

in cui $q_u' = \dfrac{dq_u}{dt}$ e in cui E, energia totale della molecola, è, come è noto, una funzione delle (1), delle derivate delle (1) rispetto

al tempo e della distribuzione delle masse che compongono gli atomi della molecola che si considera.

La funzione E, per una data molecola, cambia col tempo; non si può scrivere che E è una costante nel tempo, non si può cioè applicare il principio della conservazione della energia a una sola molecola perchè essa non è isolata, ma si trova insieme con altre molecole con le quali scambia e altera la sua energia E che può considerarsi come costante solo tra due urti successivi.

Consideriamo ora le n molecole come *un unico sistema* materiale in moto. Se in un determinato istante sono $E_1, E_2, \ldots, E_n$ *le energie totali di ciascuna molecola*, l' energia totale del sistema sarà

$$H = E_1 + E_2 + \ldots + E_n \tag{3}$$

ma questa volta possiamo supporre che H *sia costante attraverso il tempo*: le n molecole scambiano le energie tra di loro e, per ipotesi, non alterano il valore di H, o l' alterano in modo trascurabile, gli urti contro le pareti del recipiente.

Noi consideriamo l' urto come *istantaneo*: di due molecole che si urtano bisogna parlare delle coordinate p e q *prima* dell' urto e *dopo* dell' urto.

Ciò premesso la configurazione e lo stato di movimento delle n molecole sono, *in ogni istante*, rappresentate da $R = nr$ coordinate generali

$$q_1, q_2, q_3, \ldots, q_R \tag{4}$$

e da $R = nr$ componenti d' impulso del sistema di n molecole, funzioni lineari delle derivate q'_u delle (4) rispetto al tempo, date da

$$p_u = \frac{dH}{dq'_u}, \; u = 1, 2, \ldots, R. \tag{5}$$

in cui

$$H = \text{costante} \tag{6}$$

attraverso il tempo. Per le ipotesi fatte, la posizione, la configurazione e lo stato di movimento di una *singola molecola* dell' intero sistema restano sempre espressi da r coordinate generali e da r componenti di impulso, più chiaramente le $2R$ coordinate, che rap-

presentano la configurazione e lo stato di movimento del sistema di n molecole, si dividono in n gruppi di $2r$ coordinate: ciascun gruppo di coordinate rappresentando, in ogni istante, la posizione, la configurazione e lo stato di movimento di una molecola che restano indipendenti dalle posizioni, dalle configurazioni e dagli stati di movimento delle altre molecole — s' intende sino a quando non intervenga un urto.

Possiamo dire, per comodità di linguaggio, che, in un determinato istante, la configurazione e lo stato di movimento del sistema di n molecole, determinati dalle coordinate (4) e (5), sono rappresentati da un punto in uno spazio a $2R$ dimensioni.

Consideriamo una infinità di modelli di gas, analoghi a quello considerato: cioè gruppi di n molecole identiche, racchiuse in recipienti uguali, con energia totale uguale per ogni modello.

Or bene *noi ammettiamo* che, qualunque sia la configurazione e lo stato di movimento di ogni modello, l' insieme di questi modelli, dopo un certo tempo, per effetti complessi, che si comportano *come dovuti al caso*, finiscano coll' essere rappresentati, *nella parte di spazio a 2R dimensioni nella quale possono muoversi, da punti ivi distribuiti con densità uniforme.*

Con riferimento a questo ipotetico stato di cose noi possiamo dire: *Scelto a caso un modello di un gas con n molecole, tra una infinità di altri modelli consimili, la probabilità che il punto che lo rappresenta abbia coordinate comprese negli intervalli.*

$$(7)\quad q_1,\ q_1+\Delta q_1;\ \ldots;\ q_R, q_R+\Delta q_R;\ p_1, p_1+\Delta p_1;\ \ldots; p_R,\ p_R+\Delta p_R$$

è proporzionale al volume del cubo (a $2R$ dimensioni)

$$(8)\qquad \Delta\omega = \Delta q_1 \ldots . \Delta q_R . \Delta p_1 \ldots . \Delta p_R .$$

Sia p la probabilità che scelto un modello a caso, questo modello abbia il suo punto rappresentativo in una parte dello spazio a $2R$ dimensioni, di volume eguale a $\Delta\omega$.

Supporremo lo spazio anzidetto diviso in tante parti, tutte di volume eguale a $\Delta\omega$.

Ciò premesso, noi possiamo supporre le n molecole di un singolo modello distribuite in ν gruppi, rispettivamente di numeri di molecole

$$(9)\qquad \Delta n_1,\ \Delta n_2,\ \ldots,\ \Delta n_\nu,$$

tali che le molecole del gruppo Δn_u, $[u = 1, 2, \ldots \nu]$, abbiano praticamente, cioè nei limiti di approssimazione delle misure che

possono eseguirsi, le stesse coordinate p_i e q_i (che sono in numero di $2r$). Dovrà essere, ovviamente, il numero ν assegnato in modo che i ν gruppi contengano praticamente tutti i possibili valori delle coordinate p_i e q_i delle n molecole.

Ora, un modello, scelto a caso, potrà presentare la distribuzione (9), ma la *stessa* distribuzione potranno presentare altri modelli tra gli innumerevoli che si possono considerare. Noi ricerchiamo *la probabilità che, in un modello scelto a caso,* Δn_1 *molecole abbiano, prescindendo dal loro ordine, coordinate assegnate praticamente eguali,* Δn_2 *molecole abbiano analogamente coordinate assegnate praticamente eguali,* etc. La probabilità richiesta è data dalla probabilità p, precedentemente indicata, moltiplicata per il numero dei modi in cui si possono disporre n elementi, tra i quali Δn_1 sono riguardati come identici, Δn_2 sono pure considerati come identici, etc. In altri termini noi riguardiamo come identici due modelli che abbiano la distribuzione (9) anche in seguito a uno scambio di posto delle molecole del gruppo Δn_1, del gruppo Δn_2, etc. La probabilità ricercata è dunque

$$P = \frac{n!}{\Delta n_1!\ \Delta n_2! \ldots\ \Delta n_\nu!}\, p \tag{10}$$

tenendo presente che è

$$\Delta n_1 + \Delta n_2 + \ldots + \Delta n_\nu = n \tag{11}$$

e che la parte dello spazio a $2R$ dimensioni entro cui può muoversi il punto rappresentativo di un modello è delimitata dalla condizione (6) che è una equazione nelle q_i, q_i'.

Proponiamoci di determinare, *tra le ripartizioni delle coordinate* q_i, p_i *delle molecole di un gas, quella di massima probabilità.*

Bisognerà rendere massima la (10), tenendo conto della (11) e della (6). Quest'ultima, ricordando che l'energia totale di una molecola, nelle ipotesi da noi fatte, dipende soltanto dalle coordinate p_i e q_i che si riferiscono ad essa molecola, può scriversi per approssimazione

$$H = \Delta n_1 . E_1 + \Delta n_2 . E_2 + \ldots + \Delta n_\nu . E_\nu = \text{costante}, \tag{12}$$

essendo E_1, E_2, ..., E_ν le energie totali che, approssimativamente, si riferiscono rispettivamente a una molecola del gruppo Δn_1, del gruppo Δn_2, etc. Ridotto il problema a questi termini, l'uso della formola di STIRLING e l'ipotesi della variazione continua dell'energia conducono con facili considerazioni ad esprimere che il massimo valore della (10) si ha in corrispondenza alla ripartizione:

$$\Delta n = C.\, e^{-\frac{E}{\theta}}.\, \Delta\omega \tag{13}$$

nella quale il *modulo* θ e la costante C sono determinate dalle condizioni, corrispondenti a (12) e (11),

$$C\int E.e^{-\frac{E}{\theta}}.\, d\omega = H, \qquad C\int e^{-\frac{E}{\theta}}\, d\omega = n \tag{14}$$

l'integrazione essendo estesa alla parte di spazio a $2r$ dimensioni entro cui può muoversi il punto rappresentativo di una *singola molecola* del modello di gas.

Sino ad ora abbiamo considerato un solo tipo di molecole, ossia un unico gas. Considerando il caso di un miscuglio di più gas, ad es. di due, siamo condotti a studiare come si modifichino le (13), (14) nel caso che le n molecole (sistemi materiali in moto) qui studiate siano di due tipi diversi che chiamiamo α e β.

Estendendo i ragionamenti fatti potremo osservare quanto segue.

Se n_α e n_β sono le molecole di tipo α e di tipo β, e se sono $2r_\alpha$ le coordinate che rappresentano una molecola di tipo α e $2r_\beta$ quelle relative a una molecola di tipo β, le $n_\alpha + n_\beta$ molecole di un modello saranno rappresentate da un punto in uno spazio a

$$2R = 2\,(n_\alpha.r_\alpha + n_\beta.r_\beta) \tag{15}$$

dimensioni. In base ad ipotesi analoghe a quelle fatte nel caso di un solo tipo di molecole, perveniamo a dividere lo spazio precedente in elementi di egual volume $\Delta\omega$ (a $2R$ dimensioni). Sarà ancora costante $= p_1$ la probabilità che un modello scelto a caso abbia il suo punto rappresentativo entro un *determinato*

elemento di volume $\Delta\omega$. *La probabilità che, in un modello scelto a caso, le molecole* α *si scindano in gruppi*

$$(16) \qquad {}_{\alpha}\Delta n_1,\ {}_{\alpha}\Delta n_2, \ldots,\ {}_{\alpha}\Delta n_\nu,$$

e le molecole β *in gruppi*

$$(17) \qquad {}_{\beta}\Delta n_1,\ {}_{\beta}\Delta n_2, \ldots,\ {}_{\beta}\Delta n_\mu,$$

corrispondenti a determinate distribuzioni dei valori delle coordinate, rimane espressa da

$$(18) \qquad P = \frac{n_\alpha!\ n_\beta!}{{}_{\alpha}\Delta n_1!\ {}_{\alpha}\Delta n_2! \ldots {}_{\alpha}\Delta n_\nu!\ {}_{\beta}\Delta n_1!\ {}_{\beta}\Delta n_2! \ldots {}_{\beta}\Delta n_\mu!}\, p_1$$

in cui va tenuto presente che deve essere:

$$(19) \qquad \begin{gathered} \Sigma\, {}_{\alpha}\Delta n = n_\alpha \\ \Sigma\, {}_{\beta}\Delta n = n_\beta \\ H = \Sigma\, {}_{\alpha}\Delta n .\, {}_{\alpha}E + \Sigma\, {}_{\beta}\Delta n .\, {}_{\beta}E = \text{costante}, \end{gathered}$$

denotando qui con ${}_{\alpha}E$, ${}_{\beta}E$ le energie totali che approssimativamente competono a una molecola del corrispondente gruppo ${}_{\alpha}\Delta n$, ${}_{\beta}\Delta n$.

La ricerca del massimo di P, analogamente al caso di un sol tipo di molecole, conduce alle leggi di distribuzione

$$(20) \qquad \begin{gathered} {}_{\alpha}\Delta n = A .\, e^{-\frac{{}_{\alpha}E}{\theta}} .\, \Delta\omega \\ {}_{\beta}\Delta n = B .\, e^{-\frac{{}_{\beta}E}{\theta}} .\, \Delta\omega \end{gathered}$$

nelle quali le costanti A, B e il *modulo* θ vanno determinate dalle equazioni, corrispondenti alle (19),

$$(21) \qquad A\int e^{-\frac{{}_{\alpha}E}{\theta}} d\omega = n_\alpha, \qquad B\int e^{-\frac{E_\beta}{\theta}} d\omega = n_\beta$$

$$(22) \qquad H = A\int {}_{\alpha}E\, e^{-\frac{{}_{\alpha}E}{\theta}} d\omega + B\int {}_{\beta}E\, e^{-\frac{{}_{\beta}E}{\theta}} d\omega.$$

Nelle (21), (22) le integrazioni si estendono ai *possibili valori* che possono assumere le coordinate p_i, q_i che si riferiscono alle molecole α o alle molecole β : cioè rispettivamente a spazi di $2r_\alpha$, $2r_\beta$ dimensioni.

Seguitando nelle deduzioni dalle ipotesi fatte cerchiamo ora, in vista delle applicazioni, di trasformare le leggi di BOLTZMANN-GIBBS (20) in modo opportuno.

3. *Espressione delle leggi di Boltzmann-Gibbs mediante i momentoidi.* — Seguitiamo, per maggiore generalità, a considerare il caso di due tipi di molecole α e β e ricordiamo dalla meccanica che, nelle ipotesi di natura meccanica fatte, valgono le considerazioni seguenti.

La energia *totale* di una molecola α risulta dalla somma della energia cinetica ${}_\alpha L$, dell' energia potenziale dovuta alle forze interne ${}_\alpha V_i$, e dell' energia potenziale dovuta alle forze esterne ${}_\alpha V_e$:

$$ {}_\alpha E = {}_\alpha L + {}_\alpha V_i + {}_\alpha V_e. \tag{23} $$

La funzione ${}_\alpha V_i$ non dipende dalle tre coordinate del centro di gravità, ma dalle restanti coordinate q_i della molecola che sono in numero di $r_\alpha - 3$.

La funzione ${}_\alpha V_e$ dipende dalle sole coordinate del centro di gravità.

La funzione ${}_\alpha L$, infine, è, come è noto, una funzione quadratica di $p_1, p_2, \ldots, p_{r\alpha}$ nella quale entrano, come coefficienti, delle funzioni di $q_1, q_2, \ldots, q_{r\alpha}$:

$$ 2\,{}_\alpha L = a_{11}\,p_1^{\,2} + a_{12}\,p_1\,p_2 + \ldots. \tag{24} $$

Indicando con u, v, w le componenti, riferite ad assi ortogonali, delle velocità del centro di gravità della molecola che si considera, è noto che possono esprimersi le coordinate p_1, $p_2, \ldots, p_{r\alpha}$ linearmente per mezzo di altre u, v, w, η_1, $\eta_2, \ldots$, $\eta_{r\alpha-3}$, in modo che la (24) resti trasformata nella seguente :

$$ 2.\,{}_\alpha L = m_\alpha (u^2 + v^2 + w^2) + c_1\,\eta_1^{\,2} + \ldots. + c_{r\alpha-3}\,\eta_{r\alpha-3}^{\,2} \tag{25} $$

e che risulti eguale all' unità il determinante funzionale delle p_i rispetto alle u, v, w ed η_i. Nella (25), m_α rappresenta la massa di una molecola α; le $c_1, c_2, \ldots, c_{r\alpha-3}$ non dipendono dalle u, v, w, η_i che si chiamano *momentoidi.*

Ricordando ancora che delle coordinate $q_1, q_2, \ldots, q_{r\alpha}$ tre possono farsi corrispondere alle coordinate ortogonali x, y, z del centro di gravità delle molecole, possiamo mettere in evidenza le variabili dalle quali dipendono le grandezze che entrano nella (23):

$$(26) \quad {}_\alpha E = {}_\alpha V_i(q_1, q_2 \ldots, q_{r\alpha-3}) + {}_\alpha V_e(x, y, z) + \\ + \frac{1}{2}\left[m_\alpha(u^2+v^2+w^2) + c_1\eta_1^2 + \ldots + c_{r\alpha-3}\cdot\eta_{r\alpha-3}^2\right]$$

Per quanto è stato detto la *legge di* BOLTZMANN-GIBBS resta così espressa

$$(27) \quad {}_\alpha\Delta n = A\, e^{-\frac{{}_\alpha E}{\theta}} \cdot \Delta x \Delta y \Delta z \Delta q_1 \ldots \Delta q_{r\alpha-3}\, \Delta u \Delta v \Delta w \Delta\eta_1 \ldots \Delta\eta_{r\alpha-3}$$

con riferimento alle molecole α; per le molecole β si ha l'espressione analoga e le costanti A, B, θ restano determinate dalle analoghe alle (21), (22).

4. *Legge di distribuzione delle velocità di traslazione e della densità molecolare.* — Il numero di molecole, che hanno il centro di gravità con coordinate comprese tra

$$(28) \qquad x, x + dx;\ y, y + dy;\ z, z + dz,$$

e con componenti di velocità comprese tra

$$(29) \qquad u, u + du;\ v, v + dv;\ w, w + dw,$$

è dato, per la (27), tenendo presente la (26), da

$$(30) \quad e^{-\frac{{}_\alpha V_e(x,y,z)}{\theta}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{m_\alpha(u^2+v^2+w^2)}{\theta}} dx\, dy\, dz\, du\, dv\, dw \times \\ \times \int F(q_1, \ldots, q_{r\alpha-3}, \eta_1, \ldots, \eta_{r\alpha-3})\, dq_1 \ldots d\eta_{r\alpha-3}$$

l'integrale essendo esteso ai *possibili* valori di $q_1, \ldots, \eta_{r\alpha-3}$.

Il numero di molecole ricercato è dunque dato, essendo C una costante, da

$$(31) \qquad dn = C.e^{-\frac{{}_aV_e(x,y,z)}{\theta}} e^{-\frac{1}{2\theta} m_a(u^2+v^2+w^2)}. \; dx dy dz. du dv dw.$$

Nel caso in cui non esistano forze esterne si ha per risultato (ponendo ${}_aV_e = o$)

$$(32) \qquad dn = C e^{-\frac{1}{2\theta} m_a(u^2+v^2+w^2)} \; dx\, dy\, dz.\, du\, dv\, dw.$$

Esamineremo in primo luogo questo secondo caso. Se vogliamo il numero di molecole compreso in un piccolo spazio di volume γ del recipiente, dobbiamo integrare la (32) in questo spazio di volume γ per i valori di x, y, z, e per tutti i possibili valori di u, v, w. Essendo D una costante risulta:

$$(33) \qquad n_\gamma = D.\gamma$$

e per tutto il recipiente di volume Γ:

$$(34) \qquad n_\Gamma = D.\,\Gamma$$

da cui

$$(35) \qquad \frac{n_\Gamma}{n_\gamma} = \frac{\Gamma}{\gamma}$$

ossia *le molecole si distribuiscono con densità uniforme in ogni parte del recipiente.*

Se, invece, integriamo la (32) soltanto pei valori di x, y, z, nel volume γ che si considera, ricaviamo che è

$$(36) \qquad dn'_\gamma = C.\gamma.e^{-\frac{1}{2\theta} m_\alpha(u^2+v^2+w^2)} \; du.dv.dw,$$

il numero delle molecole che hanno velocità soddisfacenti alle (29) *e compresi in uno spazio di volume* γ *del recipiente.* Risulta per l'intero recipiente

$$dn'_\Gamma = C.\Gamma.e^{-\frac{1}{2\theta} m_a(u^2+v^2+w^2)} \; du.dv.dw.$$

Tenendo presente la (36), e ponendo $\gamma = 1$, risulta che il numero di molecole α comprese nell' unità di volume, e che hanno velocità soddisfacenti alle (29), è dato da

$$dn' = Ce^{-\frac{1}{2\theta} m_\alpha (u^2 + v^2 + w^2)} du.dv.dw. \tag{37}$$

Scrivendo che, nell' unità di volume, il numero delle molecole deve essere uguale a $\frac{n_\Gamma}{\Gamma}$, cioè ponendo questo valore uguale all' integrale della (37) esteso al campo di variabilità di u, v, w (si assume che u, v, w varino, senza commettere errore sensibile, da $-\infty$ a $+\infty$), si ha

$$C = \frac{n_\Gamma}{\Gamma} \sqrt{\frac{m_\alpha^3}{8\pi^3\theta^3}}. \tag{38}$$

Nel secondo dei casi considerati è chiaro che la densità molecolare delle molecole α cambia da un punto all' altro del recipiente per la presenza della funzione ${}_\alpha V_e\ (x, y, z,)$ nella (31).

Se integriamo la (31) nel possibile campo di variabilità di u, v, w, otteniamo, per il numero di molecole che hanno il centro di gravità con coordinate soddisfacenti alla (28), la espressione

$$dn = D.e^{-\frac{{}_\alpha V_e(x, y, z)}{\theta}} dx dy dz. \tag{39}$$

Se, invece, integriamo la (31) in un campo di variabilità di x, y, z, (una parte dello spazio del recipiente), risulta sempre per la distribuzione delle velocità u, v, w una espressione del tipo

$$dn' = K_s e^{-\frac{1}{2\theta} m_\alpha (u^2 + v^2 + w^2)} du.dv.dw \tag{40}$$

ma qui però, K_s, invece di essere una costante, per spazi di volume eguale compresi nel recipiente, come indica la (36), è una quantità variabile secondo la posizione degli spazi prescelti.

Ma anche in questo caso, più generale del precedente, essendo n_v il numero delle molecole α che appartengono alla parte di spazio considerata di volume v, risulta:

$$K_s = n_v \sqrt{\frac{m_\alpha^3}{8\pi^3\theta^3}}. \tag{41}$$

Pertanto, se in una data regione del recipiente *la concentrazione delle molecole* è $\rho = \frac{n_v}{v}$, le (40), (41) fanno scrivere la distribuzione delle velocità tenendo conto delle concentrazioni.

Un caso che qui interessa porre in rilievo è quello in cui le molecole del gas, racchiuso in un recipiente, sono sottoposte alla sola gravità:

$$(42) \qquad {}_aV_e = m_a \,.\, g.\, z.$$

Per un elemento di volume all' altezza z, la (39) fa allora scrivere:

$$(43) \qquad \Delta n = D.\, e^{-\frac{m_a \,.\, g.\, z}{\theta}} \,.\, \Delta v$$

e si ha la legge di decrescenza delle concentrazioni al variare dell' altezza:

$$(44) \qquad \rho(z) = D.e^{-\frac{m_a.g.z}{\theta}}.$$

Il numero delle molecole, *per unità di volume* ($v = 1$), che hanno velocità soddisfacenti alle (29), è dato, per le molecole di gas che possono senza errore sensibile considerarsi all' altezza z, dalle (40), (41), posto $n_v = \rho(z)$.

La (44) poi dà per il rapporto delle concentrazioni alle altezze z, $z + H$, come è facile vedere,

$$(45) \qquad \log. \frac{\rho_{z+H}}{\rho_z} = -\frac{1}{\theta} m_a. g.\, H.$$

in cui

$$(46) \qquad \theta = \text{costante}.$$

È ovvio che le considerazioni fatte per le molecole di tipo α valgono *contemporaneamente* per le molecole di tipo β che entrano nel miscuglio considerato.

5. *Legge dell' equipartizione dell' energia.* — Proponiamoci, considerando un miscuglio di due gas, di determinare il valore medio dell' energia cinetica, *per ogni grado di libertà* inerente al sistema materiale in moto che rappresenta una molecola.

Dobbiamo tenere presenti le formole *più generali* qui esposte, cioè la (26) e la (27) per le molecole α, e le analoghe per le molecole β.

Determiniamo, ad es., il valore medio di $c_1 \eta_1^2$ per una determinata regione, *ma del resto qualunque*, del recipiente contenente il miscuglio di gas.

Tale valore medio è ovviamente dato da

$$\overline{c_1\eta_1^2} = \frac{\iint \ldots e^{-\frac{V_i+V_e}{\theta}} e^{-\frac{1}{2\theta}(mu^2+mv^2+mw^2+c_1\eta_1^2+\ldots+c_{r_\alpha-3}\cdot\eta^2_{r_\alpha-3})} \cdot c_1\eta_1^2 . dx.dy.dz.dq_1 \ldots dq_{r_\alpha-3} du \ldots d\eta_{r_\alpha-3}}{\iint \ldots e^{-\frac{V_i+V_e}{\theta}} e^{-\frac{1}{2\theta}(mu^2+mv^2+mw^2+c_1\eta_1^2+\ldots+c_{r_\alpha-3}\cdot\eta^2_{r_\alpha-3})} dx \ldots dq_{r_\alpha-3} du \ldots d\eta_{r_\alpha-3}} .$$

gli integrali essendo estesi ai *possibili valori* di $u, \ldots . \eta_{r_\alpha-3}$, *ai possibili valori* di $q_1, \ldots ., q_{r_\alpha-3}$, e *ai possibili valori* di x. y, z, che convengono alla assegnata parte di spazio del recipiente.

Dalla (47) si deduce facilmente

$$\overline{c_1\eta_1^2} = \theta \tag{48}$$

In generale si ha dunque per le molecole, di tipo α e di tipo β, del miscuglio:

$$\overline{m_\alpha u^2} = \overline{m_\alpha v^2} = \overline{m_\alpha w^2} = \overline{c_1\eta_1^2} = \ldots = \overline{m_\beta u^2} = \overline{m_\beta v^2} = \ldots = \theta \tag{49}$$

eguaglianze che esprimono appunto la *legge di equipartizione dell' energia.*

6. *Interpretazione dei risultati precedenti.* — Se noi guardiamo alle ipotesi probabilistiche fatte e alle conseguenze che ne abbiamo tratto, possiamo dire:

Concepito il miscuglio di due gas come il miscuglio di due insiemi materiali in moto, questo miscuglio tenderà ad una posizione di equilibrio statistico nel quale si verificano tutte le proprietà dimostrate. E questa posizione di equilibrio si manterrà a meno di scarti accidentali.

Le caratteristiche principali di questa posizione di equilibrio si riferiscono :

a) alla distribuzione della densità molecolare.

b) alla distribuzione delle velocità di traslazione delle molecole.

c) alla equipartizione dell' energia.

7. *Determinazione della pressione dovuta agli urti delle molecole.* — Andando più innanzi nelle deduzioni, e sorvolando su alcuni particolari, calcoliamo qual' è la pressione che le molecole considerate provocano coi loro urti su di un elemento di parete del recipiente.

Fermiamo l' attenzione sulle molecole tipo α. Sia p la pressione, riferita all' unità di superficie, che si esercita sull' elemento dS di parete del recipiente (considerata come media delle pressioni rispetto al tempo). Sarà quindi $p.dS.dt$ la somma delle componenti normali delle forze impulsive su dS, durante il tempuscolo dt. Le componenti parallele a dS non hanno ovviamente effetto.

Prendiamo un sistema di assi rettangolari (u, v, w), tali che l' asse delle u sia normale a dS.

Ciò premesso consideriamo l' impulso di una molecola sull' elemento dS.

Poichè la componente, normale a dS, della velocità della molecola è u, questa comunicherà all' elemento dS una quantità di moto $m_\alpha.u$. La molecola poi ritornerà indietro con una quantità di moto $m_\alpha.u'$ e per reazione la parete riceverà ancora una quantità di moto uguale a $-m_\alpha.u'$; è ovviamente u' di segno contrario ad u. In definitiva la quantità di moto che riceve dS per l' urto di una molecola è

$$m_\alpha\,(u - u'), \tag{50}$$

e per tutte le molecole α, che urtano dS nel tempuscolo dt, è

$$\Sigma m_\alpha\,(u - u'), \tag{51}$$

la sommatoria essendo estesa alle molecole α che nel tempuscolo dt urtano dS.

Si può dunque scrivere

$$p.\,dS.\,dt = \Sigma m_\alpha\,(u - u'). \tag{52}$$

Supporremo che il gas sia sottoposto all' azione della gravità ; perciò tra due altezze, molto vicine, H, $H + \Delta H$, potremo supporre che il gas abbia una concentrazione ovunque costante. Supporremo l' elemento dS compreso tra le altezze precedenti che ora considereremo.

Determiniamo prima

$$\Sigma m_\alpha u, \tag{53}$$

cioè il numero delle molecole che, nel tempuscolo dt, *vanno* ad urtare dS.

Cominciamo perciò dal determinare il numero delle molecole che, al principio del tempuscolo dt, hanno velocità comprese tra

$$u,\ u + du;\ v,\ v + dv;\ w,\ w + dw \tag{54}$$

e che *vanno* ad urtare dS in quel tempuscolo.

Il numero di molecole, *comprese nell' unità di volume*, tra le altezze H, $H + dH$, che hanno velocità soddisfacenti alle (54), per le (40), (41) è dato da

$$n_H f(u, v, w)\, du\, dv\, dw = n_H \sqrt{\frac{m_\alpha^3}{8\pi^3 . \theta^3}}\, e^{-\frac{1}{2\theta} m_\alpha (u^2+v^2+w^2)}\, du.\, dv.\, dw. \tag{55}$$

Di queste molecole urteranno l' elemento dS quelle che, al principio del tempuscolo dt, si troveranno ovviamente nell' elemento di volume

$$dS.\ u.\ dt, \tag{56}$$

e poichè abbiamo pur visto che le velocità si comportano come grandezze *indipendenti* dalla posizione delle molecole possiamo asserire che il numero delle molecole, *dell' unità di volume*, che nel tempuscolo dt *vanno* ad urtare dS avendo velocità soddisfacenti alle (54), è dato da

$$n_H .\ f(u, v, w)\ du.\ dv.\ dw.\ dS.\ u.\ dt. \tag{57}$$

Avuto riguardo a queste molecole la parte di $\Sigma m_\alpha u$ ad esse spettante sarà :

$$n_H .\ f(u, v, w)\ du.\ dv.\ dw.\ dS.u.\ dt.\ m_\alpha u. \tag{58}$$

Per avere il valore complessivo di $\Sigma m_\alpha u$, sempre con riferimento alle molecole n_H che occupano *un volume unitario*, bisognerà integrare la (58) per *i possibili valori* positivi e negativi di v, w e per i possibili valori positivi di u.

Analogamente si dimostra che $-\Sigma m_\alpha . u'$ è dato dall' integrale della (58) esteso ai possibili valori positivi e negativi di v, w e ai possibili valori negativi di u, sempre con riferimento alle molecole n_H del *volume unitario* considerato.

Ne segue

$$(59) \quad \Sigma m_\alpha (u - u') = n_H m_\alpha \, dS.dt \int\int\int_{-\infty}^{+\infty} f(u, v, w)\, u^2 \, du \, dv \, dw.$$

e, tenuta presente la (52) e il teorema sull' equipartizione della energia,

$$(60) \quad p_H = n_H . \overline{m_\alpha u_\alpha^2}$$

Trasformiamo ancora la (60). Si ha, per il valore medio del quadrato della velocità di una molecola α,

$$(61) \quad \overline{u_\alpha^2} + \overline{v_\alpha^2} + \overline{w_\alpha^2} = \overline{c_\alpha^2}$$

e ancora, poichè tra le altezze H, $H + \Delta H$ si è supposta una concentrazione ovunque costante, si ha la relazione

$$(62) \quad n_H = \frac{N_H}{v}$$

se N_H indica il numero di molecole, all' altezza H, comprese nel volume v. Tenendo conto di (61), (62), la (60) si trasforma nella seguente :

$$(63) \quad p_H . v = \frac{1}{3} N_H . \overline{m_\alpha c_\alpha^2} = N_H . \theta.$$

La relazione (63) ha il seguente significato :

La pressione esercitata dal gas (molecole α) *sull' unità di superficie, all' altezza di H, è data dai due terzi dell' energia di traslazione delle molecole che, avendo la concentrazione corrispondente alla altezza H, sono comprese nella unità di volume.*

Analogamente dicasi per le molecole β. È ovvio, dall' analisi svolta, che per ottenere la pressione totale bisogna fare la somma delle pressioni dovute ai due tipi α, β di molecole. Ma ritorneremo su questo punto.

Scrivendo la (63 per due altezze diverse, z, $z + H$, si deduce facilmente :

$$\frac{p_z}{p_{z+H}} = \frac{\rho_z}{\rho_{z+H}} \tag{64}$$

e, quindi per la (45) :

$$\log \frac{p_z}{p_{z+H}} = lg \frac{\rho_z}{\rho_{z+H}} = \frac{1}{\theta} m_\alpha . g . H = \frac{g}{\overline{u^2}} H. \tag{65}$$

Le pressioni, cioè, *alle diverse altezze stanno come le concentrazioni.* Se il valore $\frac{g}{\overline{u^2}} H$ è trascurabile per le diverse altezze che si considerano, si può scrivere ovviamente, *qualunque sia la posizione dell' elemento sul quale si calcola la pressione*,

$$p.v = \frac{1}{3} N . \overline{m_\alpha c_\alpha^2} = N.\theta. \tag{66}$$

Per avere una idea sull' ordine di grandezza del rapporto $\frac{g}{\overline{u^2}}$ si rifletta che, ad es., per l' ossigeno si ha, come vedremo, $\overline{u^2} = 70{,}895$ onde $\frac{g}{\overline{u^2}} \backsimeq 0.00014$.

8. *Osservazioni sull' analisi precedentemente svolta.* — In tutta l' analisi che precede abbiamo eseguito delle integrazioni non tenendo conto in modo esatto dei *possibili valori* che sono suscettibili di potere assumere le variabili x, y, z, u, v, w. Si è così fatto variare u, v, w, da $-\infty$ a $+\infty$ non badando che un limite alle componenti delle velocità è imposto dalla condizione che l' energia totale deve essere costante ; e si sono fatti pure variare le coordinate x, y, z senza tener conto che le coordinate anzidette non possono assumere tutti i valori che consente una determinata parte di spazio del recipiente, perchè il centro di gravità di una molecola non può essere interno allo spazio occupato da un' altra molecola, nè la sua distanza da una parete del recipiente può essere minore del suo raggio se la molecola ha la forma di una sfera.

La inesattezza commessa per le velocità ha conseguenze trascurabili, e ciò riesce evidente quando si pensi alla forma analitica che ha la legge di distribuzione della velocità. L' altra, invece,

quando venga corretta, conduce a divergenze dalle leggi di BOYLE-GAY-LUSSAC, di DALTON e di AVOGADRO, delle quali ci occuperemo subito. Si riferiscono a questa inesattezza alcune considerazioni di VAN DER VAALS e lo svolgimento di una analisi sulla quale non possiamo intrattenerci.

Possiamo dire che l'analisi qui svolta resta essenzialmente senza varianti per la legge di distribuzione delle velocità di traslazione qualunque sia la grossezza delle molecole, e che essa si riferisce a molecole di grossezza trascurabile nei riguardi della determinazione della pressione. Possono pure accettarsi, così come sono indicati, i risultati sulla legge di variazione della densità.

9. *Le leggi di Boyle-Gay-Lussac, di Dalton e di Avogadro.* — È noto, dalla fisica elementare, che queste leggi valgono in modo solo approssimato per i gas che sono lontani dal loro punto di liquefazione.

Noi vedremo ora come queste leggi possano dedursi dalle considerazioni fatte in questo scritto quando si stabilisca una opportuna relazione tra la forza viva media e la temperatura. Naturalmente la relazione che stabiliremo è suggerita dalla esperienza, ma essa ci porta a stabilire il significato meccanico della temperatura e a suggerire delle ricerche per meglio cimentare il valore delle ipotesi fatte.

Un'altra osservazione si rende utile: l'analisi qui svolta ha appunto trascurato quelle forze di coesione le quali sono effettivamente trascurabili nei casi in cui sono applicabili le leggi indicate, come risulta dalle esperienze.

Noi poniamo in tutte le formole precedenti, nelle quali entra la forza viva media, in base alla *relazione generale* (49),

$$(67)\quad \overline{m_\alpha u^2} = \overline{m_\alpha v^2} = \overline{m_\alpha w^2} = \overline{c_1 \eta_1^2} = \ldots = \overline{m_\beta u^2} = \overline{m_\beta v^2} = \ldots = \theta = K.T$$

in cui K è *una costante per tutti i gas* e T indica la temperatura assoluta del gas.

Considerando un unico gas, racchiuso in un recipiente di volume v, alla temperatura $T = 273° + t$, ed essendo p la pressione per unità di superficie della parete del recipiente la (66) si può scrivere:

$$(68)\qquad p.v = N.K.T.$$

Variando T, resta costante NK; perciò per uno *stesso gas* posto

$$NK = R = \text{costante}, \tag{69}$$

la (68) si fa scrivere

$$p\,v = R.\,T \tag{70}$$

che riassume appunto le *leggi di* Boyle–Gay-Lussac.

Considerando ancora la (70), osserviamo che essa si riferisce alle molecole di tipo α. Per le molecole di tipo β si ha l'analoga espressione. Di più se si considera l'analisi svolta nel n.° 7, riesce evidente *che la pressione esercitata sull'unità di superficie del recipiente, dalle molecole α e dalle molecole β, è la somma delle due pressioni separate.* È questa la *legge di* Dalton. Possiamo precisarla, nella forma della equazione caratteristica dei gas perfetti, nel modo seguente.

Scriviamo la (68) per le molecole α e per le molecole β, rinchiuse in un recipiente, alla temperatura T:

$$\begin{aligned} p_\alpha . v &= N_\alpha . K. T \\ p_\beta . v &= N_\beta . K. T \end{aligned} \tag{71}$$

da cui

$$(p_\alpha + p_\beta)\, v = p_{\alpha\beta} . v = (N_\alpha + N_\beta). K. T. \tag{72}$$

Consideriamo ora due gas alla stessa temperatura e alla stessa pressione. Varrà per entrambi i gas la relazione (68):

$$\begin{aligned} p. v_1 &= N_1 . K. T \\ p. v_2 &= N_2 . K. T, \end{aligned} \tag{73}$$

e si deduce

$$\frac{N_1}{v_1} = \frac{N_2}{v_2}, \tag{74}$$

cioè: *due gas, alla stessa temperatura e alla stessa pressione, contengono egual numero di molecole in eguali volumi.* È questa *l'ipotesi di* Avogadro.

10. *Determinazione della costante R per molecola-grammo di un gas.* — Se riferiamo la (68) ad una molecola-grammo (1) di gas, si ha, nelle condizioni normali di temperatura e di pressione,

$$v = v_A \cong \text{cmc. } 22{,}400 \tag{75}$$

e che $R_A = N_A . K$ assume uno stesso valore per tutti i gas. Ne segue, posto che sia

$$\begin{aligned} p &= 76 \times 13.595 \times 980.94 \text{ dine} \\ T &= 273°, \end{aligned} \tag{76}$$

il seguente valore per la costante R:

$$R_A = \frac{p.v_A}{273} = 8.32 \times 10^7. \tag{77}$$

Se si vuol determinare il valore medio del quadrato della velocità di una molecola di un gas, la (66) lascia scrivere, indicando con ρ il peso del gas per unità di volume,

$$\overline{c^2} = \frac{p}{\frac{1}{3}\rho}. \tag{78}$$

Così essendo noto che a 0° centigradi, il peso di un cmc. di ossigeno è 0.00142945 grammi, si ricava, tenuto presente il valore della pressione (76),

$$\overline{c^2} = \overline{461.18}^2 \text{ metri al secondo,}$$

da cui si ottiene il valore di $\overline{u^2}$ del n.° 7.

---

(1) Un grammo-molecola di un composto, o di un elemento chimico, è dato da tanti grammi della sostanza quanti ne indica il peso molecolare di questa (per l'idrogeno 2.02 per l'ossigeno 32, etc.). Nelle condizioni normali di temperatura e di pressione il volume occupato da una molecola-grammo di gas è circa di litri 22.4. Ne segue per la legge di Avogadro, che due molecole-grammo di due gas contengono lo stesso numero N_A di molecole e per la (68), che due molecole-grammo di due gas, nelle stesse condizioni di temperatura e di pressione, occupano lo stesso volume.

11. *Considerazioni intorno al calore specifico dei gas.* — Indicando con ε la *forza viva media* di una molecola, *per ogni grado di libertà* della molecola stessa, la (67) fornisce

$$\varepsilon = \frac{1}{2} K.T \tag{79}$$

e, per tutti i gradi di libertà r della molecola e per tutte le molecole di una molecola-grammo,

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} N_A.K.T.r \\ &= \frac{1}{2} R_A.r.T. \end{aligned} \tag{80}$$

L' energia E, dato il modo come è stato determinato R_A, resta misurata in *ergs*. Se si vuole misurare E in piccole calorie bisogna tenere presente l' equivalente meccanico del calore, per cui una piccola caloria è uguale a 41.846×10^6 *ergs*. Si ricava allora

$$E = \frac{1}{2} 1.99.r.T. \tag{81}$$

La (81) dà la energia termica che possiede una molecola grammo del gas, alla temperatura T, supposto che una molecola costituisca un sistema materiale in moto con r gradi di libertà. Il calore specifico, a volume costante, è la derivata della (81) rispetto a T; indicandolo con c_v si ottiene

$$r \cong c_v. \tag{82}$$

Ora risulta dalle esperienze: $c_v \cong 3$, a tutte le temperature osservate, per i vapori di mercurio, per il kripton, l' elio, l' argon, il neon, lo xenon; $c_v \cong 5$ per i gas biatomici come l' idrogeno l' ossigeno, l' ossido di carbonio, l' azoto, il biossido di azoto, l' acido cloridrico, etc.; c_v variabile da 6 a 8 per alcuni gas come l' anidride carbonica, il vapore acqueo, l' acetilene, l'anidride solforosa, etc. che sono gas triatomici o poliatomici; etc.

I risultati ottenuti hanno condotto a fare delle ipotesi sulla costituzione delle molecole. Sono delle ricerche brillanti sulle quali non possiamo intrattenerci. Ci limitiamo a mettere in ri-

lievo che il fatto che le molecole di un gas monoatomico accusano, nelle ipotesi fatte, tre gradi di libertà soltanto, quanti cioè ne convengono al centro di gravità di una molecola, ossia al solo moto di traslazione della molecola, lascia ammettere che questa non abbia moti di rotazione; che, cioè, le molecole di un gas monoatomico si comportino come punti materiali perfettamente elastici.

I gradi di libertà che accusano le molecole di un gas qualsiasi tendono a diminuire di numero col diminuire della temperatura, ma è caratteristico il fatto che mai vanno al disotto di *tre*. È possibile che le molecole di tutti i gas, osservabili a temperature molto basse, finiscano col non comunicare, coi loro urti, energie di rotazione.

12. *Estensioni delle leggi dei gas alle soluzioni diluite.* — La estensione delle leggi dei gas alle soluzioni è stata della più grande importanza: si è avuto il mezzo di controllare il moto delle molecole di un fluido; si è data una base sperimentale alla teoria cinetica della materia.

Ora sono da ricordare i risultati degli studi di PFEFFER e di VAN T' HOFF sulle soluzioni diluite. Ogni sostanza, disciolta in un liquido, esercita una *pressione osmotica* la quale obbedisce a leggi analoghe a quelle di BOYLE–GAY-LUSSAC e di AVOGADRO. Possiamo dire: se in un volume v di una soluzione è N il numero di molecole disciolte, ed è p la pressione osmotica, si ha

$$p.\ v = N.\ K_1\ T. \tag{83}$$

Naturalmente la relazione precedente veniva riconosciuta non come rigorosa ma come approssimativamente valevole nei casi in cui la concentrazione delle molecole della sostanza disciolta nel solvente fosse paragonabile a quella per cui i gas soddisfano alla legge stessa.

Va a grande merito di J. PERRIN l'osservazione seguente: Le leggi sulle soluzioni sono applicabili sia a molecole di alto peso molecolare che di piccolo peso molecolare, per quanto invisibili. Non è allora da supporre che si possano ancora riscontrare le leggi delle soluzioni nelle emulsioni fatte di granuli visibili? Egli è così passato allo studio di certe emulsioni i cui granuli possono rendersi visibili al microscopio.

Le emulsioni specialmente usate dal PERRIN sono acquose, di *mastice* e di *gomma-gutta*, lavorate in modo che i granuli riescano pressochè eguali. Altri liquidi usati sono l' acqua zuccherata e la glicerina.

13. *Moti browniani.* — Se si hanno delle sospensioni in un liquido, le particelle osservate si muovono, si agitano, incessantemente: è il movimento scoperto dall' inglese BROWN nel 1827 e che non sembra sia da attribuire a *cause esterne al liquido che si considera.*

Il moto browniano è stato in seguito attribuito all' urto delle molecole del liquido contro le particelle sospese; si tratta quindi di moti irregolari, *di carattere casuale*; idea questa seguita da EINSTEIN il quale ha elaborato una teoria quantitativa dei moti browniani.

Con le precedenti considerazioni possiamo ora estendere le formole probabilistiche di questo scritto al caso dei granuli considerati dal PERRIN.

14 *Estensione delle leggi dei gas alle emulsioni diluite.* — Consideriamo una massa liquida, racchiusa in un recipiente, *in equilibrio termico.* Supponiamo che in essa non agiscano forze esterne diverse dalla gravità.

Una molecola liquida è, nell' interno della massa, egualmente attratta, o quasi, dalle molecole che la circondano; ne segue un movimento di essa, nella massa stessa, che noi *supponiamo* abbia i caratteri della casualità. Un granulo, immerso nel liquido, per gli urti delle molecole liquide riceve movimenti che hanno pure il carattere della casualità. Sono queste delle ipotesi plausibili se le conseguenze che se ne traggono sono giustificate dalla esperienza.

Supporremo applicabile il principio della conservazione dell' energia. Avrà quindi una energia totale costante la massa di liquido insieme coi granuli, in quanto vi sia sempre l' equilibrio termico, e supporremo che, in tali condizioni, abbia pure energia totale costante la massa liquida *prescindendo dai granuli.* Tutto ciò equivale a supporre che all' insieme dei granuli competa *una energia totale costante.*

Possiamo allora considerare, come ipotesi di lavoro, il moto dei granuli nel liquido come analogo al moto delle molecole di un gas nello spazio che ad esse è riserbato.

Valgono allora per i granuli stessi le formole svolte in questo scritto; noi ne applicheremo alcune, con le necessarie modificazioni per adattarle all' esperimento, supponendo che per i granuli che si considerano valga lo *stesso valore della costante* K, (67), adottato per i gas.

È poi ovvio, per la definizione di molecola-grammo, che una molecola-grammo di granuli è data dal peso, in grammi, di un granulo, moltiplicato per il numerø N_A di AVOGADRO.

Ciò premesso, è facile riconoscere che la formola (65), tenuto conto che $\theta = K.\,T$, va applicata ai granuli sostituendo al peso $g.\,m.$ di una molecola di gas, *il peso efficace* mg' di un granulo della emulsione.

Si ha cioè, per la densità dei granuli, alle altezze z, $z + H$, di una emulsione

$$log\,\frac{\rho_z}{\rho_{z+H}} = \frac{1}{K.\,T}\,H.m.g'. \tag{84}$$

Il peso efficace mg' va determinato applicando il principio di ARCHIMEDE. Sia perciò V il volume di un granulo della emulsione, D la densità della materia che costituisce il granulo, d la densità del liquido. La massa del granulo

$$mg = V.\,D.g, \tag{85}$$

immersa nel liquido, riceve una spinta eguale a

$$V.\,d.\,g. \tag{86}$$

Per tanto è

$$m.g' = V\,(D - d)\,g. \tag{87}$$

Se, analogamente a quanto abbiamo fatto per i gas, al n°. 10, ci riferiamo a una molecola-grammo di granuli, si ha

$$K.N_A = R_A \tag{88}$$

e la (84) si può scrivere:

$$log\,\frac{\rho_z}{\rho_{z+H}} = \frac{N_A}{R_A.\,T}\,V\,(D - A).g.\,H. \tag{89}$$

Nella (89) sono noti R_A e g. Se per una emulsione sono stati preventivamente determinati i valori di V, D, d e si determinano, alla temperatura T, le densità dei granuli in corrispon-

denza alle altezze z, $z + H$, si perviene alla determinazione di N_A. L'esperienza dirà se tal numero si accorda con i risultati ottenuti per i gas e per vie completamente diverse.

Scrivendo la (89) per due temperature T, T_1, in corrispondenza a due altezze $z + H$, $z + H_1$ che, alle due temperature considerate, comportino gli stessi rapporti di densità rispetto a quella che si riferisce alla altezza z, cioè

$$log \frac{\rho_z}{\rho_{z+H}} = log \frac{\rho_z}{\rho_{z+H_1}},$$

si ricava la relazione, tenuta presente la (85),

$$\frac{H}{T}\left(1 - \frac{d}{D}\right) = \frac{H_1}{T_1}\left(1 - \frac{d_1}{D_1}\right). \tag{90}$$

Se le densità d, D, restano inalterate alle due temperature, si ha:

$$\frac{H}{T} = \frac{H_1}{T_1}. \tag{91}$$

La (90) va controllata dall'esperienza; essa costituisce un controllo della (89), nel quale si evita la conoscenza del numero di Avogadro.

Un'altra espressione interessa ricavare per potere sperimentare quantitativamente i moti browniani dei granuli.

Supponiamo che si voglia studiare la distribuzione delle componenti della velocità u, v dei granuli, su di un piano orizzontale. Per le ipotesi fatte è da controllare la legge

$$f(u, v) = A\, e^{-h^2 (u^2 + v^2)} \tag{92}$$

con A, h costanti.

Ora i movimenti di un granulo sono *incessantemente* variabili, in intensità e direzione, e pertanto non si rende possibile la determinazione di u e v. Si rende invece possibile l'osservazione degli spostamenti di un granulo, o di diversi granuli, dopo periodi di tempo eguali, ad es. di 30 in 30 secondi. Se si osservano, così, le componenti x, y delle proiezioni, su di un piano orizzontale, degli spostamenti di un granulo, o di diversi granuli, dopo periodi di tempo eguali, quale sarà la loro legge di distribuzione?

È intuitivo, senza deduzioni matematiche, che se le ipotesi fatte rispondono a una realtà, nello stesso modo col quale le variabili u, v si comportano come variabili indipendenti tra di loro, e dal posto che occupa il granulo, nello stesso modo si comporteranno le variabili x, y. Pertanto è da controllare se, per gli spostamenti indicati, vale la legge di distribuzione

$$F(x, y) = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^2 e^{-h^2 (x^2 + y^2)} \tag{93}$$

dovendo pure essere, quando sia M il simbolo di *valore medio*,

$$\frac{1}{2\,h^2} = M(x^2) = M(y^2) = X^2. \tag{94}$$

La probabilità che lo spostamento proiezione che si considera (rappresentato da un vettore del piano x, y, avente costantemente l' origine nel punto $x = y = 0$), abbia il suo estremo *nell' interno* del circolo di equazione

$$x^2 + y^2 = 2l.\, X^2 \tag{95}$$

è data, come è noto (1), da

$$1 - e^{-l}. \tag{96}$$

Se si cerca la probabilità che l' estremo del vettore caschi dentro un circolo di raggio r dovrà essere

$$2l\, X^2 = r^2 \tag{97}$$

onde la (96) si fa scrivere:

$$P(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\,X^2}}. \tag{98}$$

In corrispondenza ai valori

$$r = \frac{\sqrt{2\,X^2}}{4},\ 2\frac{\sqrt{2\,X^2}}{4},\ 3\frac{\sqrt{2\,X^2}}{4},\ldots \tag{99}$$

---

(1) G. Castelnuovo — Op. cit. pp. 235-236.

si ha rispettivamente per $P(r)$:

$$1 - e^{-\frac{1}{16}}, \quad 1 - e^{-\frac{4}{16}}, \quad 1 - e^{-\frac{9}{16}}, \ldots \tag{100}$$

e vedremo una applicazione di questi valori.

15. *Alcune esperienze del Perrin* — Consideriamo le ricerche sperimentali di J. Perrin, limitatamente alle formole esposte nel numero precedente. Il Perrin nelle sue esperienze ha potuto misurare in diversi modi la densità D della materia che forma i granuli, nonchè il volume V di un granulo e la sua massa m. Ha determinato altresi la densità del liquido, d, in cui si trovano i granuli — Le emulsioni qui considerate sono specialmente acquose, di gomma-gutta o di mastice.

Un primo esperimento si riferisce alla formula (84)

$$\rho_{z+H} = \rho_z \cdot e^{-\frac{mg'}{K.T}.H} \tag{101}$$

Si trattava di vedere se in una breve colonna di emulsione i granuli si distribuivano secondo la precedente relazione.

Esperimentando con granuli di gomma-gutta, di raggio $0^{\mu}.212$, a quattro altezze differenti, contate da una origine stabilita, e precisamente corrispondenti a

$$5^{\mu}; 35^{\mu}; 65^{\mu}; 95^{\mu}, \tag{102}$$

il P. ha potuto osservare che su 13,000 granuli la ripartizione corrispondente alle altezze (102) riusciva proporzionale ai numeri

$$100; 47; 22.6; 12 \tag{103}$$

quando, in base alla (101), sarebbe dovuta risultare proporzionale ai numeri

$$100; 48; 23; 11.1. \tag{104}$$

L'accordo è stato soddisfacente.

Un' altra osservazione fatta su granuli di mastice (raggio $= 0^{\mu}.52$), ad altezze equidistanti di 6^{μ}, ha fornito una ripartizione proporzionale ai numeri

$$1880; 940; 530; 305; \tag{105}$$

mentre i corrispondenti numeri tratti dalla (101) sono

(106) 1880; 995; 528; 280.

Ciò che si osserva è la colossale rarefazione dei granuli a lievissime altezze. La legge della rarefazione valida per i gas resta pur valida per i granuli di una emulsione ma, osserva il PERRIN, conduce essa, per le grandezze molecolari, ai numeri che ci attendiamo?

Uno di questi numeri, fondamentale nella fisica molecolare è il numero N_A di Avogadro. Questo numero, determinato per vie diverse, come concorda con quello che può ricavarsi dalla osservazione dei granuli?

Per la determinazione di N_A si tenga presente la (89).

Il PERRIN variando le condizioni delle delicatissime esperienze, operando insieme coi signori DABROWSKI, NIELS, BJERRUM, ha ottenuto risultati soddisfacentissimi nella determinazione del numero di Avogadro. Osservazioni su emulsioni sia di gomma-gutta che di mastice, su di una emulsione di gomma-gutta con la glicerina al 12 per cento d'acqua (in questo caso l'azione della gravità accumula i granuli nelle parti più elevate della colonna di emulsione che si osserva), e pur facendo altrimenti variare entro certi limiti la viscosità del liquido, hanno condotto a valori di N_A oscillanti tra

(107) 65×10^{22} e 72×10^{22},

d'accordo con risultati ottenuti per altre vie. Riportiamo le osservazioni del PERRIN sulla concordanza osservata: Questa « non può lasciare alcun dubbio sulla origine del moto browniano Diventa difficile negare la realtà obbiettiva delle molecole. Il movimento molecolare ci è reso visibile. Una emulsione è una atmosfera pesante in miniatura o piuttosto è un'atmosfera a molecole colossali, già visibili, nella quale la rarefazione è colossalmente rapida ma ancora percettibile ».

La serie di 13,000 granuli di gomma-gutta (raggio $0^{\mu}.212$), precedentemente accennata, aveva fornito

(108) $N_A = 70.5 \times 10^{22}$.

L'uniformità dei granuli non era però molto soddisfacente. Il PERRIN osservando una emulsione di gomma-gutta (raggio $0^{\mu}.367$), a granuli soddisfacentemente uniformi, ottenne

(109) $N_A = 68.2 \times 10^{22}$

valore da ritenersi migliore dei precedenti.

Le previsioni riassunte dalla relazione (90) sono state controllate dal Signor M. Bruhat, che ha constatato un accordo molto soddisfacente con la realtà. Dice il Perrin a tal proposito: Si vede con quale esattezza le leggi dei gas si estendano alle emulsioni diluite.

Altra questione studiata dall'A. stesso è quella che si riferisce alla legge di distribuzione delle componenti delle proiezioni, su di un piano orizzontale degli spostamenti dei granuli. Se la proiezione di ognuno di questi spostamenti, verificatosi in un determinato numero di secondi, viene rappresentata sul piano menzionato da un segmento eguale e parallelo ad essa, avente per origine un punto assegnato, vien facile studiare la distribuzione delle componenti di questi segmenti.

I risultati ottenuti da questo genere di controlli sono stati soddisfacentissimi. Ci limitiamo a riportare un esempio che costituisce, senza dubbio, una delle più belle applicazioni del calcolo delle probabilità.

Il Signor Perrin facendo le puntate, di 30 in 30 secondi, su granuli di gomma-gutta (raggio $0^{\mu}.367$) ha osservato la legge di ripartizione degli spostamenti (proiezioni) di 500 granuli e ha verificato così che gli estremi degli spostamenti indicati si comportano perfettamente come colpi in un tiro al bersaglio. Il valore medio dei quadrati delle proiezioni osservate, cioè, per la (94),

$$(110) \qquad M(x^2 + y^2) = 2\,M(x^2) = 2\,X^2 = \mu^2$$

è risultato $\overline{7^{\mu}.84}^{2}$. Il Perrin ha contato gli estremi dei segmenti, di cui abbiamo detto, che erano compresi [formule (98)-(100)] tra le circonferenze di raggio 0 e $\frac{\sqrt{2X^2}}{4}$, $\frac{\sqrt{2X^2}}{4}$ e $2\frac{\sqrt{2X^2}}{4}$, etc. e ha fatto il paragone coi risultati teorici.

Nel quadro seguente sono riportati i valori teorici dedotti da (100) e i valori osservati dal P. (1).

---

(1) I valori teorici riportati dal Perrin, a pag. 170 della sua opera citata, differiscono di alcune unità da quelli qui dati e dedotti applicando il metodo indicato al n. 14.

Spostamento compreso tra i limiti			Probabilità	Distribuzione calcolata	Distribuzione osservata
0	e	$\frac{\mu}{4}$	0.061	31	34
$\frac{\mu}{4}$	e	$2\frac{\mu}{4}$	0.160	80	78
$2\frac{\mu}{4}$	e	$3\frac{\mu}{4}$	0.209	104	106
$3\frac{\mu}{4}$	e	$4\frac{\mu}{4}$	0.202	101	103
$4\frac{\mu}{4}$	e	$5\frac{\mu}{4}$	0.158	79	75
$5\frac{\mu}{4}$	e	$6\frac{\mu}{4}$	0.105	52	49
$6\frac{\mu}{4}$	e	$7\frac{\mu}{4}$	0.058	29	30
$7\frac{\mu}{4}$	e	$8\frac{\mu}{4}$	0.029	15	17
$8\frac{\mu}{4}$	e	∞	0.018	9	9

Altre esperienze, sulle quali non possiamo intrattenerci, come ad es. quelle che si riferiscono alla teoria quantitativa di EINSTEIN sui moti browniani, alle estensioni a scienze diverse delle considerazioni fatte, danno una base sperimentale solida alla teoria cinetica della materia.

16. *Determinazione di alcune grandezze molecolari* — Cerchiamo qui, per mezzo di qualche esempio, di mettere in evidenza l'importanza del numero N_A di AVOGADRO. Occupandoci dei gas noi non potevamo determinare la costante K [formula (68)]. Potemmo invece determinare la costante (77)

$$R_A = N_A . K \tag{111}$$

che si riferisce al volume di una molecola-grammo di gas.

Possiamo ora scrivere, in base al numero N_A da noi considerato:

$$(112) \qquad K = 8.32 \times 10^{7} : 68.2 \times 10^{22} = 12.2 \times 10.^{-17}$$

Il numero di AVOGADRO permette di determinare il peso di una molecola di una sostanza quando di questa si conosca il peso molecolare.

Poichè, ad es. una molecola-grammo di ossigeno e una molecola-grammo di idrogeno valgono rispettivamente gr. 16 e gr. 2.02, si ha rispettivamente per il peso di una molecola, dividendo i grammi anzidetti per $N_A = 68.2 \times 10^{22}$,

$$(113) \qquad \text{gr. } 4.69 \times 10^{-23}, \qquad \text{gr. } 2.96 \times 10^{-24}$$

e per i pesi di un atomo di ossigeno e di idrogeno, rispettivamente:

$$(114) \qquad \text{gr. } 2.34 \times 10^{-23}, \qquad \text{gr. } 1.48 \times 10^{-24}.$$

Determiniamo il valore dell'energia *totale* media di traslazione. Essa è fornita, per la (67),

$$(115) \qquad \frac{1}{3} m (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) = K.\, T,$$

da

$$(116) \qquad E = \frac{3}{2} K.T.$$

Calcolata per $T = 273°$, risulta in *ergs*:

$$(117) \qquad E = 0.5 \times 10.^{-13}$$

Determiniamo la quantità di elettricità che contiene *l'atomo di elettricità*. Consideriamo una soluzione di cloruro di sodio *NaCl*. È noto che bisogna una quantità di elettricità di 96,550 coulombs per scomporre una molecola-grammo di cloruro nei due ioni $\overset{+}{Na}\overset{-}{Cl}$ e che l'atomo di elettricità è quella parte di elettricità che porta un ione monovalente.

Risulta, dunque, per questo atomo, in coulombs:

$$(118) \qquad \frac{96{,}550}{68.2 \times 10^{22}} = 1415 \times 10.^{-22}$$

17. *Il calcolo delle probabilità e il secondo principio della termodinamica* — Ricordiamo come il lavoro si trasformi in calore, e viceversa, sotto certe condizioni.

Fissiamo l'attenzione su ciò che avviene *osservando* il moto browniano dei granuli sospesi in un liquido che si trovi in equilibrio termico, sottratto a qualsiasi influenza che non sia la gravità. Noi pensiamo qui soltanto ai fenomeni osservati, prescindendo da ipotesi teoriche.

Un granulo aumenta, ad un certo momento, la sua velocità, assume cioè una maggiore energia; contemporaneamente si osserva un altro granulo il quale diminuisce la sua energia.

Ciò non contraddice al principio della conservazione della energia: un granulo aumenta la sua energia e raffredda per questo il liquido circostante il quale si riscalda, d'altra parte, poichè vi è un granulo che comunica parte della sua energia al liquido stesso. Ciò che desumiamo è che *l'equilibrio termico non è che un equilibrio statistico.*

Peró l'osservazione dei moti browniani può far sollevare dei dubbi circa la validità del secondo principio della termodinamica. Consideriamo infatti un granulo della emulsione il quale, per quanto si è detto, si trova in un mezzo che è in equilibrio termico. Or bene questo granulo, ad un certo momento, *spontaneamente*, senza cioè che agiscano forze esterne al recipiente, diverse dalla gravità, che sono escluse da esperienze accuratamente fatte, si eleva, cioè trasforma *spontaneamente* calore in lavoro meccanico in un mezzo che è in equilibrio termico. Un tal fatto dà a pensare di potere risolvere un problema di questo genere: Considerando un piroscafo sul mare, cioè in un ambiente in equilibrio termico, si potrebbe far muovere il piroscafo con un apparecchio che trasformi, senza ripercussioni esteriori, il calore del mare in energia cinetica del piroscafo; considerata la grande quantità di energia che potrebbe fornire il mare si potrebbe far muovere a piacere il piroscafo senza alcuna spesa.

Or bene è noto che questo problema è dichiarato irresolubile dal secondo principio della termodinamica, il quale afferma che non può esistere un tale apparecchio in un ambiente che si trovi in equilibrio termico.

Senonchè questo postulato che veniva enunciato come verità assoluta ha dovuto cambiare forma ed assumere forma probabilistica, in seguito alle concezioni della teoria cinetica della materia. Fermiamoci sui moti browniani.

Perchè questi, *dal punto di vista pratico*, potessero smentire il valore pratico del principio di CLAUSIUS-CARNOT, bisognerebbe che potessero essere coordinati, resi paralleli. Un granulo, ad es., non vince la gravità, non innalza cioè il suo peso, che per un tratto microscopico, praticamente insignificante. Si avrebbe un lavoro praticamente sensibile se mantenendo, con un mezzo qualsiasi, il liquido a una temperatura costante, tutti i granuli, o la maggior parte di essi, potessero coordinare, *per parecchio tempo*, il loro moti verso l'alto. Si avrebbe allora trasformazione, in un ambiente a temperatura costante, di calore in lavoro sensibile e regolato. Ma se noi vediamo ora l'accordo che vi è tra le ipotesi teoriche fatte e i risultati dell'esperienza, come cioè predomini il *caso* nei moti browniani, dobbiamo concludere che è *estremamente improbabile* che i moti browniani, in un ambiente isotermo, possano produrre un lavoro praticamente sensibile.

Il secondo principio della termodinamica resta, ma la teoria cinetica della materia gli ha tolto quel carattere incondizionato che aveva: la sua validità non è assolutamente certa ma è praticamente certa.

18. *Conclusione* — Da quanto è stato detto può intuirsi la importanza che hanno assunto, in questi ultimi tempi, nella fisica tanto il calcolo delle probabilità, che ha fornito ipotesi di lavoro atte a dar ragione di certi fenomeni osservati e a far previsioni su fenomeni non ancora osservati, quanto l'osservazione statistica di certe grandezze, strettamente collegate nella fisica molecolare, resa necessaria dal cimento delle ipotesi fatte.

A meglio intendere questa considerazione si rende opportuno rilevare che le ricerche del genere qui indicato, ampliate, estese ai liquidi e ai solidi, e in scienze diverse, costituiscono oggi un campo di studi che è tra le più grandi conquiste scientifiche.

F. P. CANTELLI.

† Ridolfo Livi

13 luglio 1856 – 12 aprile 1920

Metron ha il dolore di annunciare, già nel suo primo numero, la scomparsa di uno che contava tra i suoi collaboratori più ambiti: il generale medico dott. Ridolfo Livi. Chi scrive ha incontrato poche volte nella propria vita una tempra più robusta di scienziato. La professione di medico nell'esercito italiano lo aveva indotto ad occuparsi presto di medicina e di antropologia militare; l'incarico del l'esecuzione dell'inchiesta antropometrica sui soldati italiani, conferitogli nel 1888, aveva offerto alle sue rare doti di studioso occasione di esplicarsi a pieno. I volumi, che ne risultarono, dell'*Antropometria militare*, compilati sotto la sua direzione e preceduti da sue dense introduzioni, costituiscono un'opera monumentale, vanto della statistica italiana e fonte preziosa di dati per ognuno che si occupi di antropologia e di statistica. In Italia ed all'estero, essi gli procurarono fama ed onori meritati, che le opere posteriori confermarono ed accrebbero.

Una grande calma ed obbiettività di ricerca, la tendenza a correre diritto ai risultati decisivi coi procedimenti più semplici, senza lasciarsi distrarre da discussioni preliminari o da ricerche laterali, uno sforzo costante a precisare la portata dei vari fattori sui fenomeni in esame, spingendone, senza sottigliezze, l'analisi quantitativa quanto più oltre la natura della ricerca permetteva e una singolare ingegnosità, aliena però sempre da artificio, nell'escogitare i mezzi per raggiungere lo scopo, una coscienziosa precisione e una minuziosa cura anche dei particolari, costituiscono doti spiccate della sua mente e danno alla sua produzione scientifica un'impronta caratteristica. Certamente, qualora le occupazioni della professione non avessero assorbito buona parte del suo tempo e non avessero contribuito a trattenere su pochi argomenti la sua attività scienti-

fica, anche maggiori sarebbero stati i contributi che a lui deve la scienza.

Nell'ultimo periodo della sua vita, egli aveva lasciato un po' da parte le faticose ricerche a base di elaborazioni statistiche per darsi di preferenza ad indagini storiche, di cui pure non trascurava gli aspetti quantitativi. Al *Metron* egli aveva promesso appunto una coordinata esposizione dei dati raccolti per l'opera, che stava preparando, sopra la schiavitù domestica nel Medio-Evo e dopo. Ho fiducia che gli appunti lasciati permettano al figlio Livio, docente di Statistica nella R. Università di Modena, di assolvere, in sua vece, l'impegno.

Ho ritenuto di far opera utile alla scienza e doverosa verso la memoria dell'estinto chiedendo alla famiglia, per la pubblicazione, i brevi cenni che seguono su la vita e le opere di lui.

CORRADO GINI

CENNI SULLA VITA

Nacque a Prato il 13 Luglio 1856 dal Prof. Carlo Livi (che fu Direttore dei Manicomi di Siena e di Reggio Emilia e professore di psichiatria nella università di Siena e di Modena) e da Giuseppina Costantini. Passato alla fine del 1858 a Siena, nuova sede della famiglia, vi compiva i primissimi studi. Nel Novembre del 1865 entrava convittore nel Collegio Cicognini di Prato, ammesso alla 2ª ginnasiale, e ne usciva nell'Agosto del 1870 dopo aver superato gli esami di ammissione alla 2ª liceale. Ultimava gli studi liceali in Siena dove pure, nel 1872, iniziava presso quella università gli studi di medicina, studi che furono da lui continuati nelle università di Modena, di Torino e, per ultimo, di Pavia, ove conseguiva la laurea con pieni voti il 10 Luglio del 1878.

Nell'anno stesso iniziava la carriera di medico militare.

Nominato sottotenente nell'Ottobre del 1878 fu promosso successivamente tenente nel 1880, capitano nel 1885, maggiore nel 1900, tenente colonnello nel 1908, colonnello nel 1912 e maggior generale nel 1917.

Fece le due campagne d'Africa del 1887 e 1888. Dopo l'infausta giornata di Dogali veniva insignito di " motu proprio sovrano „ della croce di Cavaliere della Corona d'Italia " per l'opera intelligente ed indefessa spiegata nel prestare le prime cure ai feriti „ (R.° Decreto 27 Febbraio 1887).

Destinato sul finire del 1888 all'Ispettorato di Sanità Militare, vi rimaneva fino al Dicembre del 1912 per passare poi a Firenze a dirigere la Scuola di applicazione di sanità militare.

Scoppiata la guerra fu dapprima nominato Direttore di Sanità del Corpo d'Armata Territoriale di Firenze, poi inviato in zona di guerra quale Direttore di Sanità della zona Carnia e poi quale Direttore di Sanità della Sesta Armata.

Con la sua promozione a maggior generale tornava all'Ispettorato di Sanità Militare. La morte quasi improvvisa lo colse a Firenze nelle prime ore del 12 Aprile 1920 mentre attendeva che fosse accolta una sua domanda di invio in posizione ausiliaria.

In questi ultimi tempi infatti il suo desiderio più grande era quello di tornare a fare vita tranquilla con i suoi e di occuparsi esclusivamente dei suoi prediletti studi di storia e di antropologia.

Ma, nonostante le gravi occupazioni militari, egli non trascurò mai questi studi. Per i suoi due lavori giovanili *Sulla statura degli Italiani* e *L'indice cefalico degli Italiani* veniva onorato del premio Godard e di una medaglia di argento dalla *Societé d'Anthropologie de Paris.* Per la fama che già si veniva procurando in questo campo scientifico gli veniva affidata, nel 1888, dall'Ispettorato di Sanità Militare, l'esecuzione di una grandiosa inchiesta antropometrica sopra circa 300 000 militari dell'esercito. Quest'opera, ultimata nel 1905, costituisce la più importante raccolta di notizie antropologiche che sia mai stata compiuta in Italia o all'estero.

TITOLI SCIENTIFICI ED ACCADEMICI

1888 - Membro corrispondente della *Société d'Anthropologie de Paris.*

1889 - Membro onorario dell'*Anthropological Institute of Great Britain* (Londra).

1890-1912 - Redattore capo del *Giornale di Medicina militare.*

1891-92 - Vice-presidente per il biennio della *Società Italiana di Antropologia* (Firenze).

1893 - Membro fondatore della *Società Romana di Antropologia.*

1894 - Membro " associé „ della *Société d'Anthropologie de Paris.*

1896 - Onorato dal premio Godard e di una medaglia di argento della suddetta Società per le opere *Sulla statura degli Italiani* e *L'indice cefalico degli Italiani.*

1896 - Membro corrispondente della *Reale Accademia di Medicina di Madrid.*

1896 - Membro della *Société française d'Hygiène* (Parigi).

1897 - Diploma d'onore, premio e medaglia, al concorso scientifico annesso all'esposizione internazionale di Bruxelles per i lavori su *La geografia antropologica d'Italia.*

1897 - Incaricato dal Ministero dell'interno degli *Studi e lavori preparatori per la istituzione del servizio antropometrico per la identificazione dei delinquenti.*

1897 - Membro dell'*Istituto internazionale di Statistica.*

1897 - Membro della *Società di Antropologia di Bruxelles.*

1897-98 - Vice-presidente per il biennio della *Società Italiana di Antropologia* (Firenze).

1900 - Delegato del Governo Italiano alla *Commissione Internazionale per la nomenclatura delle cause di morte* (Parigi 1900).

1903 - Membro della *Società Svedese di Antropologia e Geografia* (Stockholm).

1903-04 - Vice Presidente per il biennio della *Società Italiana d'Antropologia* (Firenze).

1903-04 - Presidente per il biennio della *Società Romana di Antropologia*.

1907 - Membro della *Società Italiana per il progresso delle Scienze*.

1908 - Membro dell'*Istituto Nazionale per l'incremento dell'educazione fisica in Italia*.

1909 - Abilitato per titoli alla *libera docenza in Antropologia*, presso l'Università di Roma.

1913 - Socio onorario della *Deutsche Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte*.

1913 - Membro del *Consiglio Superiore di Statistica* (presso il Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio).

1915 - Membro della *Società Colombaria di Firenze*.

dal 1915 - Presidente della *Società Italiana di Antropologia* (Firenze).

1919 - Membro della *Società Italiana di Genetica ed Eugenica* (Roma).

PUBBLICAZIONI

1 - *Il morbillo nell'esercito ed in particolare di una epidemia dominata nel presidio di Firenze nel 1880*. Estratto dal " Giornale di medicina militare „ 1882, Roma, Voghera Carlo 1882, pag. 21.

2 - *Sulla statura degli Italiani*. In " Archivio per l'Antropologia e l'Etnologia „ Vol. XIII° 1883. pag. 46, con due tavole.

3 - *Sulla statura degli Italiani, Studio statistico antropologico*. Firenze, coi tipi dell'Arte della Stampa, 1884, pag. 116 e 3 tavole (1).

4 - *Delirio*. In „ Enciclopedia medica italiana „. Vol. III. Milano, Vallardi 1884.

5 - *L'Indice cefalico degli Italiani*. Firenze, Tipografia dell'Arte della Stampa, 1886, pag. 84 e 2 tavole.

6 - *Sur la manière de calculer les indices en Anthropologie*. Lettera al Direttore dell'" Anthropologie „, anno 1887.

7 - *Sullo sviluppo del dente del giudizio*. Estratto dagli " Atti della Società Romana di Antropologia „ Vol. 1, fasc. 2°, 1894, Torino, Stab. Tipografico Pietro Bruno, 1894.

8 - *Contributo alla geografia antropologica d'Italia. Carte della distribuzione dei biondi e dei bruni*. Estratto dall'" Archivio per l'Antropologia e l'Etnologia „. Vol. XXIV°, fasc. 2, 1894, pag. 20 e 2 carte.

9 - *Saggio dei risultati antropometrici ottenuti dallo spoglio dei fogli sanitari della classe 1859-63*, presentato in omaggio ai membri della XIV^a^ sezione dell'XI congresso medico internazionale, Roma, C. Voghera, 1894, pag. 48 e 6 carte.

10 - *Le malattie veneree secondo i mesi. Nota demografica.* Estratto dal " Giornale medico de R° Esercito e della R^a Marina „ 1896, pag. 22 e 1 tavola.

11 - *Anthropologie de la France, Dordogne, Charente, Corrèze, Haute, Vienne,* par R. COLLIGNON (articolo bibliografico). Estratto dagli " Atti della Società Romana d'Antropologia „ Vol. 2, fasc. 2°, 1895, pag. 6.

12 - *Sulla interpretazione delle curve seriali in Antropometria.* Estratto dagli „ Atti della Società Romana di Antropologia „ Vol. III, fasc 1°, 1895, pag. 34.

13 - *Geografia ed orografia della statura e del colore degli occhi e dei capelli in Italia.* Estratto dall'" Archivio per l'Antropologia e l'Etnologia „ Vol. XXVI°, fasc. 1°, 1896. Firenze, Tip. Landi, 1896.

14 - *Antropometria militare; Risultati ottenuti dallo spoglio dei fogli sanitari dei militari delle classi 1859-63* (2 volumi e un atlante).

- (1° volume) parte prima. *Dati Antropologici ed etnografici.* Roma, presso il " Giornale medico del R° Esercito „ 1896, pag 609.
- (2° volume) parte seconda. *Dati demografici e biologici.* Roma, presso il " Giornale medico del R° Esercito „ 1905, pag. VIII-409 con 8 tavole geografiche.
- *Atlante della geografia antropologica d' Italia,* Roma, presso il " Giornale medico del R° Esercito „ 1896, (23 tavole e carte).

15 - *Saggio di geografia del militarismo in Italia.* Estratto dalla " Riforma sociale „ fasc. 6°, anno IV, vol. VII°, seconda serie, Torino, Roux Frassati e C°, 1897, pag. 12.

16 - *Dello sviluppo del corpo (statura e perimetro toracico) in rapporto con la professione e con la condizione sociale.* Roma, Voghera, 1897, pag. 40 e 5 tavole.

17 - *La distribuzione geografica dei caratteri antropologici in Italia.* Estratto dalla " Rivista italiana di Sociologia „ anno II, fasc. IV°, Luglio 1898, Scansano, Tip. degli Olmi, 1898, pag. 19.

18 - *L' Indice ponderale o rapporto tra la statura e il peso,* Estratto dagli " Atti della Società Romana di Antropologia „ vol. V°, fasc. II°, Lanciano. 1898, pag. 30.

19 - *L' indice ponderal ou rapport entre la taille et le poids* (traduzione del precedente lavoro) In " Archives Italiennes de Biologie „ Tomo XXXII°, fasc. II° Torino 1899.

20 - *Communication relative à une enquête anthropométrique militaire en Italie.* Estratto dal « Bull. de l' Inst. Int. de Statistique ». Tome XI I.^ere livr. 1899, pag. 76-92.

21 - *La vaccinazione nell' esercito e l' antivaccinismo.* Estratto dal " Giornale medico del R° Esercito „ Gennaio - Febbraio 1899, pag. 45.

22 - *La vaccinazione nell' Esercito e l' antivaccinismo.* Seconda ed ultima edizione, Roma, Enrico Voghera, 1899, pag. 83.

23 - *La vaccination et la variole dans l' armée italienne.* Extrait de la " Revue d'hygiène „ Mars 1899, Paris, Masson et Cie, 1899, pag. 22.

24 - *Pocken und Impfung in der italienischen Armee.* Separatabdruck aus der " Hygienischen Rundschau „ 1899, n° 12, pag. 14.

25 - *Taille et perimètre thoracique des militaires en rapport avec les professions*, Comptes rendus du XII° " Congrès international de Médecine „ Moscou, Août 1897, Moscou, Soc. de l'Imprim. S. P. Yakovleu, 1900.

26 - *Antropometria (Metodologia antropometrica - Alcune leggi antropometriche - Identificazioni antropometriche - Tavole di calcoli fatti)*, Milano, Hoepli, 1900, pag. 237, con 33 incisioni.

27 - *Taille et professions*, Comunicazione al " Congresso internazionale di demografia „ di Parigi, 1900.

28 - *Des moyens par lesquels l'armée peut contribuer à l'avancement de la démographie*, Comunicazione al " Congresso internazionale di demografia „ di Parigi 1900.

29 - *Il primo cinquantenario di vita del Giornale medico del R° Esercito*, Estratto dal " Giornale medico del R° Esercito „ Gennaio 1903, Roma, E. Voghera, 1903, pag. 10.

30 - *Enquête anthropologique et sanitaire sur l'armée italienne*, Extrait des " Comptes rendus de l'association française pour l'avancement des sciences „ Congrès de Cherbourg, Paris, Sécrétariat de l'Association, 1905, pag. 8.

31 - *Misurando e rimisurando, Note di antropometria militare*. Estratto dalla " Rivista Militare Italiana „ Dispensa, IX anno, 1905, Roma, E. Voghera, 1905, pag. 22.

32 - *La condizione sociale e lo sviluppo fisico*. Estratto dalla " Rivista Italiana di Sociologia „ Anno IX°, fasc. V°-VI°, dicembre 1905, Scansano, Tip. Ed. degli Olmi, 1905, pag. 32.

33 - *Per Cesare Lombroso (Nota commemorativa)* " Giornale medico del R° Esercito „ Aprile 1906.

34 - *La necessità della ginnastica dimostrata dalla bilancia e dal metro*. In " Audax; Rivista mensile di Sport „ Anno 1907.

35 - *La schiavitù medioevale e la sua influenza sui caratteri antropologici degli Italiani*. Estratto dalla " Rivista Italiana di Sociologia „ Anno XI°, fasc. IV°-V°, 1907, pag. 27.

36 - *L'esclavage domestique au moyen âge et son importance en anthropologie*. Extrait des " Bullettins et Memoires de la Société d'anthropologie de Paris „ Jubilé du cinquantenaire, pag. 11.

37 - *Sulla causa del destrismo e mancinismo*. Estratto dagli " Atti della Società Romana di Antropologia „ Vol. XIV°, fasc. 1°, Roma, 1908.

38 - *Una relazione economico-politica sulla città e stato di Siena alla fine del secolo XVII*. Estratto dal " Bullettino Senese di Storia Patria „ Anno XV°, fasc. II°, 1908, Siena, L. Lazzari, 1908, pag. 20.

39 - *La schiavitù domestica in Italia nel Medio Evo e dopo*. Comunicazione fatta alla " Sezione di Antropologia ed Etnologia della seconda riunione della società Italiana per il progresso delle scienze „ Firenze, Ottobre 1908, Estratto dall'" Archivio per l'Antropologia e l'Etnologia „ Vol. 38°, fasc. III°, 1908, pag. 14.

40 - *L'Antropologia nei suoi rapporti con la Medicina sociale*. Milano, Dott. F. Vallardi, 1910, pag. X-356.

41 - *Sulla utilità dei minimi antropometrici nella scelta del soldato*, Estratto dal " Giornale di Medicina militare „ Aprile 1911, Roma, E. Voghera, 1911, pag. 15.

42 - *Ueber den Nutzen anthropometrischer Grenzwerte für die Assentierung*, Separatabdruck aus der " Militärarzt „ N° 1, 1911 Wien, Moritz Perle, 1911, pag. 14.

43 - *San Bernardino da Siena e le sue prediche secondo un suo ascoltatore pratese nel 1424* Estratto dal " Bullettino senese di storia patria „ Anno XX°, fasc. III°, 1913, Siena, Stab. art. graf. Lazzeri, 1913, pag. 14.

44 - *Guido da Bagnolo, medico del re di Cipro (con nuovi documenti).* Estratto dagli " Atti e Memorie della R. Deputazione di storia patria per le provincie modenesi „ Serie V. Vol. XI°, 1916, Modena, Società Tip. Mod. 1916, pag. 50.

45 - *Cronachetta pratese del 1500 - Giove veduto di giorno - Un pratese hidalgo spagnuolo.* In corso di pubblicazione nell'" Archivio storico pratese „.

46 - *Commemorazioni, discorsi, articoli* in Giornali e Riviste diversi.

47 - Era in corso di pubblicazione una grandiosa opera che doveva intitolarsi:

- *La schiavitù domestica nel Medio Evo e dopo (ricerche storiche di un antropologo).*

Ne era completata ormai la raccolta delle fonti ed iniziata l'estensione del testo. La parte svolta ed i documenti verranno pubblicati a cura della famiglia.

Libri ricevuti

Ministère de l' industrie et du travail. *Recensement de l' Industrie et du Commerce.* (31 Décembre 1910) - Première partie: *Recensement professionnel*, Vol. I, II, III, IV, Bruxelles, 1913. - Deuxième partie: *Recensement industriel*, Vol. V, VI, Bruxelles, 1919. - Troisième partie: *Recensement du commerce*, Vol. VII, Bruxelles, 1919.

Ministero per le Terre Liberate. Ufficio Censimento. *Censimento dei profughi di guerra.* Roma, 1919. Tipografia del Ministero dell' Interno.

Prof. ALFONSO DE PIETRI-TONELLI della R. Scuola Superiore di Commercio in Venezia.

— *La Speculazione di borsa* . . . . . L. 15

— *Lezioni di Scienza economica razionale e sperimentale* . . . . . L. 70

— *Lezioni di Politica commerciale.* . . . . L. 70

Bragante Agostino, *Gerente responsabile.*

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVUE OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE RUNDSCHAU

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Dott. Corrado Gini, *prof. ord. di Statistica nella R. Università di Padova* (Italia).

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION — EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTIONS-KOMITEE

Prof. A. Andréadès, *de Science des finances à l' Université d'Athènes* (Grèce)
Prof. A. E. Bunge, *Director general de Estadistica de la Nacion. Buenos Ayres* (Argentina).
Dott. F. P. Cantelli, *attuario alla Cassa depositi e prestiti. Ministero del Tesoro. Roma* (Italia).
Dr. E. Czuber, *Professor an der Technischen Hochschule in Wien* (Deutsch Oesterreich).
Prof. A. Flores de Lemus, *Jefe de Estadistica del Ministero de Hacienda. Madrid* (España).
Dr. L. V. Furlan, *Privatdozent für Statistik an der Universität Basel* (Schweiz).
Dr. M. Greenwood, *reader in Medical Statistics in the University of London* (England).
Mr. G. H. Knibbs, *Commonwealth Statistician. Melbourne* (Australia).
Ing. L. March, *directeur de la Statistique générale de la France. Paris* (France).
Dr. H. W. Methorst, *directeur de l' Office permanent de l' Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique, La Haye* (Hollande).
Prof. A. Julin, *secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail. Bruxelles* (Belgique).
Dr. R. Pearl, *prof. of Biometry and Vital Statistics in the J. Hopkins University. Baltimore* (U.S.A.)

Vol. 1. N. 2. **1-XII-1920**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

P. Medolaghi. *La previsione statistica ed il calcolo delle probabilità* . . . . . p. 3
W. Weinberg. *Methodologische Gesichtspunkte für die statistische Untersuchung der Vererbung bei* Dementia praecox. » 17
G. Balducci. *Sulla mortalità degli insegnanti elementari pensionati* . . . . . » 30
M. Boldrini. *Nuovi contributi alle ricerche sull' azione dell' ordine di nascita* . . . . . » 42
F. Savorgnan. *La natimortalità negli anni di guerra* . . . » 48
A. Andreadès. *De la population de Constantinoples sous les empereurs byzantins.* . . . . . » 68
L. Livi. *Memoria e profitto nei ragazzi. Esperimento di statistica psicometrica sugli alunni delle scuole comunali di Modena* . . . . . » 120
A. MacDonald. *Scots and Scottish influence in Congress.* . . » 140
L. Maroi. *La guerra e la popolazione* (*Rassegna di demografia*). » 156
Pubblicazioni ricevute . . . . . » 212

INDUSTRIE GRAFICHE ITALIANE
Stabilimento di ROVIGO
1920

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.
(*Secondo l' ordine d' arrivo*).

ARTIKEL DIE AN DIE RUNDSCHAU ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.
(*Nach Ankunftanzeige*).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.
(*D'après la date de réception*).

ARTICLES RECEIWED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.
(*According to date of receipt*).

C. Gini. *Criteri direttivi per l' interpolazione e la perequazione delle serie statistiche.*

C. Gini. *La guerra dal punto di vista dell' Eugenica.*

F. P. Cantelli. *Sulla deduzione delle leggi di frequenza da considerazioni di probabilità.*

R. A. Fisher. *On the « Probable Error » of a Coefficient of Correlation deduced from a Small Sample.*

R. Pearl. *A Biological Classification of the Causes of Death.*

L. J. Reed. *Fitting Straight Lines.*

R. Livi. *Sull' accrescimento della statura oltre i venti anni.*

La previsione statistica ed il calcolo delle probabilità

1. — La statistica ci offre numerosi esempi di previsioni fondate sopra determinazioni quantitative, e che non si possono ricondurre, o almeno apparentemente non si riconducono, alla teoria delle probabilità. Quando, per esempio, dagli indici di variabilità o di oscillazione pei prezzi delle merci in una serie di anni si inducono proprietà intorno alle leggi che governano tali prezzi, noi dalla semplice descrizione statistica delle osservazioni raccolte passiamo ad una previsione che, per essere fondata su elementi quantitativi, non può sottrarsi al dominio delle matematiche.

Il solo strumento di previsione che attualmente sia costituito in dottrina logicamente ed organicamente formata è il calcolo delle probabilità, e perciò sorge naturale la questione se il calcolo delle probabilità sia destinato a costituire la base di tutte le previsioni statistiche, come lo è oggi per alcune particolari questioni, o se invece accanto al calcolo delle probabilità possano e debbano sorgere per le applicazioni statistiche altre teorie matematiche di previsione.

La prima concezione sembra oggi invero assai lontana da quanto i rapporti attuali tra la statistica ed il calcolo delle probabilità ci permettono di attendere nel futuro. È certo che la introduzione di nuovi concetti e di nuovi metodi nel calcolo delle probabilità da un lato, e dall' altro il raffinamento dei metodi statistici, e la complessità e varietà ognor crescente di indici e di procedimenti statistici concorreranno a rendere sempre più numerosi ed importanti i rapporti tra le due discipline. La questione da noi accennata tuttavia sussiste indipendentemente dai progressi scientifici nelle due direzioni; ed

io credo che essa possa essere utilmente affrontata fin d' ora da un punto di vista puramente logico e speculativo.

2. — Riflettendo sulla possibilità di costruire teorie di previsione statistica, che abbiano un campo di applicazione diverso da quello dell' ordinario calcolo delle probabilità, si presentano anzitutto due indirizzi di ricerca, che possono considerarsi come due estensioni, in direzioni diverse, del calcolo delle probabilità.

Il primo è caratterizzato dal seguente postulato: « se due eventi, i quali hanno rispettivamente le probabilità p_1 e p_2, si escludono a vicenda, la probabilità che si verifichi l' uno o l' altro di essi è

(1) $$p_1 + p_2 + A p_1 p_2 \text{ ».}$$

Vedremo nei successivi numeri 4, 5 e 6 per quali considerazioni si può essere condotti a stabilire questo postulato.

Se $A = 0$ si ha l' ordinario calcolo delle probabilità, se invece si suppone A diverso da zero si può costruire una nuova teoria formale delle probabilità, che evidentemente contiene in sè, come caso particolare, la ordinaria teoria.

Può sembrare a primo aspetto che la condizione A diverso da zero contraddica ad una proprietà delle frequenze, e che perciò essa tolga alla nostra teoria formale ogni valore di applicabilità ai fenomeni concreti. Ma tale obiezione non avrebbe maggior valore di quella che fosse mossa contro il postulato caratteristico della geometria non euclidea, fondandosi sul valore ottenuto con le misurazioni per la somma degli angoli dei triangoli concreti, anzi sarebbe tanto meno fondata quanto la precisione con cui si misurano le probabilità è minore della precisione con cui si misurano gli angoli. La frequenza non è che una misura approssimata della probabilità, e noi possiamo supporre A sufficientemente piccolo perchè l' accordo tra i fatti concreti osservati e la teoria sia in ogni caso soddisfacente; anzi, ed è questa la ragione di questa ricerca, si può *a priori* sperare che l' accordo tra il complesso dei fatti osservati e le deduzioni della teoria possa riuscire in determinati casi migliore introducendo il nuovo postulato.

3. — L' altro indirizzo si basa sulle seguenti considerazioni: Oggetto del calcolo delle probabilità sono gli eventi fu-

turi ed incerti; ora la ipotesi o convenzione fondamentale sulla quale è costruito il calcolo delle probabilità risiede nell' ammettere che la incertezza degli eventi di cui si ragiona possa essere caratterizzata da un solo numero. È questa una ipotesi perfettamente plausibile e che in molti casi ci serve molto bene: ma nulla autorizza a ritenere che essa debba valere per tutti gli eventi che a noi appaiono incerti.

Se si ammette che esistano eventi futuri la cui incertezza meglio che da un solo numero sia caratterizzata da un sistema di numeri, noi con ciò ci saremo aperta la via a costruire altre teorie matematiche di previsione, adiacenti all' ordinario calcolo delle probabilità.

Per intendere con un esempio quali rapporti ed applicazioni ciò possa avere nei riguardi della statistica supponiamo che la incertezza di un evento sia caratterizzata da due numeri, di cui uno abbia un significato analogo a quello della frequenza o probabilità nella ordinaria teoria, l' altro a quello di stabilità. Noi già intravvediamo la possibilità di costruire una teoria matematica della previsione nei riguardi degli eventi a dispersione tipica sia normale che sottonormale o supernormale, rinunciando alla faticosa e non sempre soddisfacente e conclusiva ricerca di schemi, più o meno artificiosamente costruiti sulla base del calcolo ordinario delle probabilità, e che debbano realizzare e interpretare la dispersione osservata.

In ogni modo, partendo dalla ipotesi che la incertezza di un evento sia caratterizzata da un sistema di numeri anzichè da un numero solo, noi potremo certamente costruire una teoria matematica in tutto analoga al calcolo formale delle probabilità; noi potremo dedurne i teoremi fondamentali e saggiarne la fecondità ed utilità pratica nelle applicazioni statistiche.

4. — I concetti ora accennati ci conducono a riprendere in esame i postulati del calcolo formale delle probabilità e a presentarli sotto una forma alquanto diversa dalla consueta. Questa infatti, se ha il vantaggio della semplicità e della intuitività, quando ci si limita a considerare eventi pei quali sussiste il postulato fondamentale: *la probabilità di un evento è un numero*, non si presta al caso più complesso che noi vogliamo considerare, di eventi la cui aleatorietà è caratterizzata non da un numero solo, ma da un sistema di numeri.

Conviene dunque seguire altra via, che sarà qui accennata brevemente.

Quando la incertezza di un evento è misurata da un solo numero è evidente che questo deve essere contenuto tra un massimo, ω, che corrisponde agli eventi certi, ed un minimo, α, che corrisponde agli eventi impossibili. Quando si associa la idea di probabilità a quella concreta di frequenza si vede anche quali valori concreti debbansi assegnare ad ω ed α; noi però abbiamo bisogno per il momento soltanto di supporre che ω ed α siano numeri finiti.

Si introduce ordinariamente il postulato che la probabilità della somma di due eventi che si escludono a vicenda è eguale alla somma delle rispettive probabilità: in forma simbolica

$$p_{a+b} = p_a + p_b \tag{1}$$

in cui a, b sono eventi, $a + b$ la loro somma logica, p_a, p_b... le probabilità degli eventi a, b, ...

A questo postulato, semplice e intuitivo, sostituiamo il seguente: la probabilità della somma logica di due eventi è una funzione della probabilità: a) del coesistere dei due eventi, b) del coesistere dell' uno con il complementare dell' altro e viceversa: in forma simbolica

$$p_{a+b} = F(p_{ab}, p_{a'b}, p_{ab'}) \tag{2}$$

in cui a', b' indicano eventi complementari di a, b (cioè *non* a, *non* b), ab esprime il prodotto logico dei due eventi a e b, ecc..., ed F è una funzione sulla quale noi possiamo dire soltanto che essa deve essere necessariamente simmetrica rispetto a e b.

5. — Noi dobbiamo a questo punto considerare che la forma della funzione F, qualunque propriamente essa sia, deve condurre a valori per p_{a+b} non molto diversi da quelli che si ottengono con la equazione (1); altrimenti noi avremo definito una probabilità, se pur così la vogliamo chiamare, che non ha nessun rapporto con i fatti statistici che noi desideriamo rappresentare e interpretare.

Questa considerazione ci conduce a pensare la F sviluppata in serie secondo le potenze crescenti delle espressioni $p_{ab} - \alpha$, $p_{a'b} - \alpha$, $p_{ab'} - \alpha$; e, per limitare la nostra ricerca al caso più semplice, ad ammettere che la F sia un polinomio di secondo grado rispetto alle dette espressioni.

Per precisare ora la forma che necessariamente deve assumere F dobbiamo aggiungere alcune condizioni logiche, che possono considerarsi quasi come condizioni ai limiti.

Consideriamo il prodotto e la somma logica di due eventi, a e b, dei quali uno sia impossibile, oppure certo. Se b è evento certo, si ha

$$p_{a+b} = \omega$$

$$p_{ab} = p_a ;$$

se b è evento impossibile, si ha

$$p_{a+b} = p_a$$

$$p_{ab} = \alpha.$$

Consideriamo ancora il prodotto e la somma logica di due eventi a e b, dei quali uno sia complementare, oppure identico all'altro. Se b è complementare di a ($b = a'$), si ha:

$$p_{a+a'} = \omega$$

$$p_{aa'} = \alpha.$$

Se b è identico ad a si ha

$$p_{a+a} = p_a$$

$$p_{aa} = p_a.$$

Tenendo conto di queste relazioni, si trova che la equazione (2) se b è un evento certo, diventa:

$$\omega = F(p_a, p_{a'}, \alpha) \tag{3}$$

se b è un evento impossibile:

$$p_a = F(\alpha, \alpha, p_a) \tag{4}$$

se b è complementare di a, cioè $b = a'$:

$$\omega = F(\alpha, p_{a'}, p_a) \tag{5}$$

infine, se b è identico ad a:

$$p_a = F(p_a, \alpha, \alpha) \tag{6}$$

È poi da tener presente che la funzione F deve essere simmetrica rispetto a e b.

Questa osservazione ci permette dunque di scrivere:

$$p_{a+b} = a_0 + a_1(p_{ab} - \alpha) + a_2(p_{a'b} + p_{ab'} - 2\alpha) +$$
$$+ a_3(p_{ab} - \alpha)^2 + a_4(p_{ab} - \alpha)(p_{a'b} + p_{ab'} - 2\alpha)$$
$$+ a_5\left\{(p_{a'b} - \alpha)^2 + (p_{ab'} - \alpha)^2\right\} + a_6(p_{a'b} - \alpha)(p_{ab'} - \alpha)$$
$$[+ \text{termini di } 3^\circ \text{ ordine} + \ldots.\ ]$$

dalla (4) si ricava

$$a_0 = \alpha,\quad a_2 = 1,\quad a_5 = 0$$

dalla (6) si ricava

$$a_1 = 1 \qquad a_2 = 0.$$

quindi trascurando i termini di ordine superiore al secondo:

$$p_{a+b} = p_{ab} + (p_{a'b} + p_{ab'} - 2\alpha) + a_4(p_{ab} - \alpha)(p_{a'b} + p_{ab'} - 2\alpha) + a_6(p_{a'b} - \alpha)(p_{ab'} - \alpha)$$

dalle (3) e (5) si deduce che

$$a_4 = a_6$$

e che

$$\omega = (p_a + p_{a'} - \alpha)(1 - \alpha a_4) + p_a p_{a'} a_4.$$

e quindi

$$p_{a+b} = p_{ab} + p_{a'b} + p_{ab'} - 2\alpha + A\left\{(p_{ab} - \alpha)(p_{ab'} + p_{a'b} - 2\alpha) + (p_{a'b} - \alpha)(p_{ab'} - \alpha)\right\}$$

in cui A è una costante che resta indeterminata.

Se supponiamo

$$\omega = 1 \qquad \alpha = 0$$

e se gli eventi a, b si escludono a vicenda, e quindi $p_{ab} = 0$, si ha:

$$p_{a+b} = p_{a'b} + p_{ab'} + A\, p_{a'b}\, p_{ab'}$$

e tenendo presente che se b ed a si escludono $a'b$ vale αb ed ab' vale a

(7) $$p_{a+b} = p_a + p_b + A p_a p_b$$

6. — Tratteniamoci un momento su questo risultato.

Si sono considerati due eventi e si è visto che la probabilità dell' evento costituito dalla somma logica dei primi due si esprime con una formula nella quale interviene una costante A, che perciò si può considerare legata alla coppia di eventi.

Siano n eventi $a_1, a_2, \ldots a_n$ che si escludono a vicenda, ma di cui uno certamente si verifica. Supponiamo che per tutte le coppie a_i, a_k si abbia la identica costante A. Allora è

$$(8)\quad p_{a_1+\cdots+a_n} = \Sigma p_{a_i} + A\Sigma p_{a_i}p_{a_k} + A^2\Sigma p_{a_i}p_{a_k}p_{a_l} + \ldots + A^{n-1}p_{a_1}\ldots p_{a_n} = 1$$

Supponiamo che tutte le probabilità $p_{a_1}, p_{a_2}\ldots, p_{a_n}$ siano eguali tra loro, e indichiamo con x il loro valore comune; abbiamo

$$1 = nx + \binom{n}{2}Ax^2 + \binom{n}{3}A^2x^3 + \ldots + A^{n-1}x^n$$

che si può scrivere anche così:

$$A = (1 + Ax)^n - 1$$

da cui si ricava

$$1 + Ax = \sqrt[n]{A+1}$$

e quindi:

$$x = \frac{\sqrt[n]{A+1} - 1}{A}$$

Se $|A| < 1$ sviluppando in serie secondo le potenze crescenti di A la espressione $\sqrt[n]{A+1}$, si ha

$$(9)\qquad x = \frac{1}{n} - \frac{n-1}{2n^2}A + \ldots.$$

dove i termini omessi sono di ordine superiore al primo in A, e perciò se A è sufficientemente piccolo possono essere trascurati. *Se* n *eventi hanno tutti la stessa probabilità, e si escludono a vicenda, e sono tali che di essi uno certamente si verifica, la loro probabilità comune è data dalla formula* (9).

Nel caso $A = 0$, si ha la espressione nota $x = \frac{1}{n}$.

7. — Consideriamo, nelle ipotesi del numero precedente, l'evento $a_1 + a_2 + \ldots + a_s$ in cui $s < n$; cioè l'evento per il cui verificarsi è condizione necessaria e sufficiente che si verifichi l'uno o l'altro degli eventi $a_1, \ldots a_s$.

Si ha per $p_{a_1+\cdots+a_s}$ una espressione analoga alla (8), in cui però le sommatorie anzichè essere estese a tutti gli indici da 1 ad n, vanno da 1 ad s.

Tenendo dunque presente che $p_{a_1} = p_{a_2} = \ldots = p_{a_s} = x$, si ha:

$$p_{a_1+\cdots+a_s} = sx + \binom{s}{2} Ax^2 + \ldots + A^{s-1}x^s$$

cioè

$$p_{a_1+\cdots+a_s} = \frac{(1+Ax)^s - 1}{A}$$

e ricordando che

$$1 + Ax = \sqrt[n]{A+1}$$

si ha infine

$$p_{a_1+\cdots+a_s} = \frac{(A+1)^{\frac{s}{n}} - 1}{A}$$

Se $|A| < 1$ si può dunque scrivere

$$(10) \qquad p_{a_1+\cdots+a_s} = \frac{s}{n} - \frac{s(n-s)}{2n^2} A + \ldots$$

dove i termini omessi contengono le potenze seconde, terze,... di A.

Noi vediamo comparire in questa formula la frequenza $\frac{s}{n}$ accompagnata da un termine caratteristico in cui compare la costante A. Supponiamo di aver determinata una frequenza statistica; noi dobbiamo considerare tale frequenza come valore approssimato di una probabilità. Se si suppone $A = 0$ la frequenza stessa ci fornisce un valore approssimato della probabilità, se invece A è diverso da zero, ma sufficientemente piccolo, dalla formula (10) si ottiene per la probabilità un valore poco diverso dal valore ottenuto nella ipotesi precedente, cioè poco diverso dal valore stesso della frequenza, e quindi nei

nostri limiti di approssimazione possono ritenersi in un primo momento egualmente plausibili tutti i valori di A perchè sufficientemente piccoli.

Il vantaggio della (10) consiste nella introduzione della costante A, di cui si può sperare di poter disporre in modo da rendere più soddisfacente sotto altri riguardi l' accordo tra i fatti osservati e le deduzioni della teoria.

8. — In due prove ci si presentano le n^2 combinazioni (a_i, a_k). Se le probabilità degli eventi $a_1, a_2 \ldots a_n$ sono eguali tra loro, si è condotti naturalmente ad ammettere che le probabilità delle n^2 combinazioni (a_i, a_k) siano eguali tra loro. Ne segue che la probabilità di ogni combinazione (a_i, a_k) è misurata da

$$\frac{\sqrt[n^2]{B+1}-1}{B}$$

Si può dimostrare che $B = A$. Basta considerare le n combinazioni (a_i, a_1), $(a_i, a_2), \ldots (a_i, a_n)$ che hanno il primo elemento comune ; la probabilità che si verifichi l' una o l' altra di esse è, per le formule precedenti, espressa da

$$\frac{(B+1)^{\frac{1}{n}}-1}{B}.$$

Ma essa è eguale alla probabilità che si verifichi a_i, quindi

$$\frac{(B+1)^{\frac{1}{n}}-1}{B} = \frac{(A+1)^{\frac{1}{n}}-1}{A}$$

da cui, tenendo conto delle condizioni cui debbono soddisfare A e B, si conclude $A = B$.

Ciò premesso, la probabilità che l' evento E, rappresentato dalla somma logica $a_1 + a_2 + \ldots + a_s$, si presenti 0, 1, 2 volte in 2 prove è espressa rispettivamente da :

$$\frac{(A+1)^{\left(\frac{n-s}{n}\right)^2}-1}{A}$$

$$\frac{(A+1)^{\frac{2s(n-s)}{n^2}}-1}{A}$$

$$\frac{(A+1)^{\left(\frac{s}{n}\right)^2}-1}{A}$$

In generale indicando con p la probabilità dell' evento E, con q quella del suo contrario, e posto quindi

$$p = \frac{(1+A)^{\frac{s}{n}} - 1}{A}$$

$$q = \frac{(1+A)^{\frac{n-s}{n}} - 1}{A}$$

da cui

$$\frac{s}{n} = \frac{\log(1+Ap)}{\log(1+A)} = \xi$$

$$\frac{n-s}{n} = \frac{\log(1+Aq)}{\log(1+A)} = \eta$$

Si possono dimostrare i seguenti teoremi, dei quali ognuno vede l'analogia con quelli della ordinaria teoria delle probabilità :

a) La probabilità che l' evento E si presenti ν volte in in n prove è dato da

$$\frac{(1+A)^{\binom{n}{\nu}\xi^{\nu}\eta^{n-\nu}} - 1}{A}$$

b) In una serie di prove in ciascuna delle quali l' evento E ha la probabilità p ed il suo contrario la probabilità q, (dove $p + q + Apq = 1$), il caso più probabile è che ognuno dei due eventi si presenti un numero di volte proporzionale rispettivamente a :

$$\frac{\log(1+Ap)}{\log(1+A)} \qquad \frac{\log(1+Aq)}{\log(1+A)}$$

c) Se p e q sono le probabilità costanti in ciascuna prova di un evento E e del suo contrario, la probabilità che in n prove E si presenti un numero di volte compreso tra

$$n\xi + \alpha\sqrt{2n\xi.\eta}$$

ed

$$n\xi + \beta\sqrt{2\xi.\eta}$$

tende, al crescere di n, mentre α e β rimangono costanti, il limite

$$\frac{(1+A)^{\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{\alpha}^{\beta} e^{-\xi^2} d\xi} - 1}{A}$$

d) In una serie di n prove un evento che in ognuna di esse ha la probabilità costante p si presenti v volte; la probabilità che la differenza $\frac{v}{n} - \xi$ sia in valore aritmetico inferiore ad un numero positivo assegnato tende alla certezza con il crescere del numero delle prove.

9. — Si siano eseguite m serie ciascuna di n prove.

La probabilità che in una serie l'evento la cui probabilità costante è p si sia presentato v volte è data dalla espressione

$$k_v = \frac{(1+A)^{\binom{n}{v}\xi^v\eta^{n-v}} - 1}{A}$$

Quindi, per il teorema *b*) del numero precedente, il caso più probabile è che il numero v nelle m serie si presenti un numero di volte

$$\frac{\log(1+Ak_v)}{\log(1+A)} = \binom{n}{v}\xi^v\eta^{n-v}$$

Si possono quindi enunciare i due risultati:

1) Se un evento ha la probabilità costante p in ogni prova, il valor medio del numero delle volte che l'evento si verifica in n prove è $n\xi$.

2) Nelle ipotesi del numero precedente lo scarto quadratico medio del numero delle volte che l'evento si verifica in n prove è $\sqrt{n\xi\eta}$.

10. — Possiamo ormai, raccogliendo i risultati precedenti, constatare che la premessa dalla quale siamo partiti non ci conduce a costruire una teoria sostanzialmente nuova; perchè essa si risolve in un cambiamento convenzionale di definizione.

Il risultato positivo di questa ricerca potrebbe essere piuttosto la conclusione che sia vano tentare, per questa via, di accrescere la forza dei nostrì strumenti matematici di precisione.

11. — Supponiamo ora che ad ogni evento siano legati due numeri che ne caratterizzano la aleatorietà; indichiamo con p_a, q_a i numeri relativi all' evento a e come postulato delle probabilità relative alla somma di due eventi, per analogia a quanto si è fatto al n. 4, poniamo:

$$(11) \qquad \begin{cases} p_{a+b} = F(p_{ab}, p_{a'b}, p_{ab'}, q_{ab}, q_{a'b}, q_{ab'}) \\ q_{a+b} = \Phi(p_{ab}, p_{a'b}, p_{ab'}, q_{ab}, q_{a'b}, q_{ab'}) \end{cases}$$

Supponiamo ancora che ognuno dei numeri p_a, q_a che misurano la incertezza di un evento sia contenuto tra un massimo e un minimo, e precisamente indichiamo con α_1, α_2 i minimi per p_a, q_a e con ω_1, ω_2 i massimi. In altri termini supponiamo che per un evento certo si abbia

$$p_a = \omega_1 \qquad q_a = \omega_2$$

e per un evento impossibile si abbia

$$p_a = \alpha_1 \qquad q_a = \alpha_2$$

Ciò posto se b è un evento certo, sarà

$$(12) \qquad \begin{cases} \omega_1 = F(p_a, p_{a'}, \alpha_1, q_a, q_{a'}, \alpha_2) \\ \omega_2 = \Phi(p_a, p_{a'}, \alpha_1, q_a, q_{a'}, \alpha_2) \end{cases}$$

se b è impossibile sarà:

$$(13) \qquad \begin{cases} p_a = F(\alpha_1, \alpha_2, p_a, \alpha_2, \alpha_2, q_a) \\ q_a = \Phi(\alpha_1, \alpha_2, p_a, \alpha_2, \alpha_2, q_a) \end{cases}$$

se b è complementare di a:

$$(14) \qquad \begin{cases} \omega_1 = F(\alpha_1, p_{a'}, p_a, \alpha_2, q_{a'}, q_a) \\ \omega_2 = \Phi(\alpha_1, p_{a'}, p_a, \alpha_2, q_{a'}, q_a) \end{cases}$$

se b è identico ad a:

$$(15) \qquad \begin{cases} p_a = F(p_a, \alpha_1, \alpha_2, q_a, \alpha_2, \alpha_2) \\ q_a = F(p_a, \alpha_1, \alpha_2, q_a, \alpha_2, \alpha_2) \end{cases}$$

Da queste relazioni e dalla condizione di simmetria rispetto a, b nel caso in cui le F e φ siano polinomi di secondo grado rispetto a tutte le quantità da cui dipendono, restano determinati tutti i coefficienti all' infuori di sei tra essi, precisamente si ha:

$$(16)\ p_{a+b} = p_{ab} + (p_{ab'} + p_{a'b} - 2\alpha_1) + (p_{ab} - \alpha_1)\left\{ A(p_{ab'} + p_{ba'} - 2\alpha_1) + \right.$$
$$\left. + B(q_{ab'} + q_{ba'} - 2\alpha_2 \right\} + (q_{ab} - \alpha_2)\left\{ B(p_{ab'} + p_{ba'} - 2\alpha_1) + C(q_{ab'} + q_{ba'} - 2\alpha_2) \right\} +$$
$$+ A(p_{ab'} - \alpha_1)(p_{a'b} - \alpha_1) + C(q_{ab'} - \alpha_2)(q_{a'b} - \alpha_2) +$$
$$+ B\left\{ (p_{ab'} - \alpha_1)(q_{a'b} - \alpha_2) + (p_{a'b} - \alpha_1)(q_{ab'} - \alpha_2) \right\}$$

ed una relazione analoga per q_{a+b} in cui intervengono altre tre costanti, A_1, B_1, C_1.

Nel caso in cui gli eventi siano complementari si ha

$$(17) \qquad \omega_1 = p_a + p_{a'} - \alpha_1 + A(p_a - \alpha_1)(p_{a'} - \alpha_1) +$$
$$+ C(q_a - \alpha_2)(q_{a'} - \alpha_2) + B\left\{ (p_a - \alpha_1)(q_{a'} - \alpha_2) + (p_{a'} - \alpha_1)(q_a - \alpha_2) \right\}$$

ed una relazione analoga per A_1, B_1, C_1.

Se supponiamo $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, e se gli eventi a, b non possono insieme verificarsi, per modo che sia $p_{ab} = 0$, $q_{ab} = 0$, la (16) diventa:

$$(18)\ p_{a+b} = p_a + p_b + Ap_ap_b + Cq_aq_b + B(p_aq_b + p_bq_a)$$

a cui deve associarsi la

$$(19)\ q_{a+b} = q_a + q_b + A_1p_ap_b + C_1q_aq_b + B_1(q_aq_b + p_bq_a)$$

Il numero delle costanti arbitrarie può essere ancora diminuito osservando che:

$$p_{(a+b)+c} = p_{a+(b+c)}$$
$$q_{(a+b)+c} = q_{a+(b+c)}$$

In altri termini se consideriamo tre eventi dei quali due non possano mai insieme verificarsi la equazione che si ottiene per la probabilità del verificarsi dell' uno o dell' altro dei tre deve essere simmetrica rispetto alle probabilità dei singoli eventi.

Scrivendo queste condizioni si trova che le costanti A, B, C, A_1, B_1, C_1 debbono essere legate tra loro dalle tre relazioni seguenti :

$$(20) \qquad \begin{cases} BB_1 = CA_1 \\ B^2 + CB_1 = BC_1 + AC \\ B_1^2 + BA_1 = B_1A + C_1A_1 \end{cases}$$

Si può soddisfare a queste condizioni ponendo $A = B = C = 0$; in tal caso deve essere

$$B_1^{\,2} = C_1A_1$$

Si intravede da ciò la possibilità di caratterizzare la incertezza di un evento con due numeri dei quali uno sia la ordinaria probabilità ; e l' altro fornirebbe entro l' ordinario calcolo di probabilità un secondo criterio di classificazione degli eventi incerti.

12. — Questa nota non ha altro scopo che di mostrare come, nello studio delle frequenze statistiche, sia possibile introdurre metodi di previsione diversi dall' ordinario calcolo di probabilità.

In questa nota è mostrata soltanto la possibilità *logica* della introduzione di metodi nuovi. Naturalmente poco gioverebbe fermarsi a questa constatazione ; bisogna vedere se i metodi la cui possibilità ci si è manifestata sono tali da fornirci effettivamente una migliore, cioè una più completa e approssimata rappresentazione dei fatti osservati ; e per questo è necessario anzitutto dare alle teorie formali sopra accennate, un più completo sviluppo.

P. Medolaghi.

Metodologische Gesichtspunkte für die statistische Untersuchung der Vererbung bei *Dementia praecox*

In einer grösseren Arbeit über Grundlagen der Vererbungsstatistik deren allgemeinste Ergebnisse ich den Herren GRUBER e RUEDIN bereits Mitte 1919 mitteilte, die aber bis jetzt wegen der ungünstigen Zeitverhältnisse nicht gedruckt werden konnte, habe ich die Notwendigkeit der Berechnung erwartungsmässiger Erbzahlen unter Berücksichtigung der erfahrungsmässigen Häufigkeit der Merkmale betont und Formeln dazu für verschiedene Vererbungsregeln angegeben und dabei weitgehend Polymerie und Wirkung der äusseren Einflüsse auf die Offenbarung der genotypischen Verfassung berücksichtigt. Bei der Kritik der Ergebnisse von RUEDINS bekannter Arbeit über *Dementia praecox* habe ich gezeigt, dass eine endgiltige Entscheidung über den Vererbungsmodus auf Grund zweier Kreuzungsarten nicht möglich ist und daher unter anderem erneute Untersuchung der Häufigkeit der Blutverwandtenehen zum Zweck der Entscheidung über Bestehen eines dominanten oder recessiven Merkmals einfacher oder komplizirter Art gefordert. In einem Kapitel dieser Arbeit ist daher auch die erwartungsmässige Häufigkeit der Abstammung aus Blutsverwandtenehen auf Grund der empirischen Häufigkeit des Merkmals berechnet. Auf dem Zusammenhang zwischen Häufigkeit der Abstammung aus Blutsverwandtenehen habe ich schon 1912 (*Vererbung* und *Untersuchungsmethoden*) aufmerksam gemacht, die allgemeine Formel für Berechnung der Merkmalsträger unter den Nachkommen von Verwandtenehen ist aber bereits in meinen *Vererbungsgesetzen* (1908-09) enthalten. Die jetzt fertige Arbeit enthält nun exakte Formeln für die erwartungsmässige Belastung

mit Verwandtenehen, in erster Linie mit Vetternehen. Sie decken sich nicht völlig mit denen, welche LENZ kürzlich angab, weil ich von vornherein nicht mit unendlich seltenen Merkmalen und Anlagen rechnete und daher auch nicht von dem Sonderfall der Kreuzung zweier Heterozygoten ausging. Die Ergebnisse der Formeln von mir und LENZ zeigen aber erst bei sehr seltenen Merkmalen erhebliche Unterschiede. Ohne die Einsicht in den zahlenmässigen Zusammenhang zwischen Häufigkeit der Verwandtenehen aus Abstammung und Häufigkeit des Merkmals und der dazu nötigen Erbanlangen wäre es mir nicht möglich gewesen diese Abstammung als Reagens auf seltene recessive Anlagen zu bezeichnen; ich glaube aber, dass auch andere diese Bedeutung auf Grund der Erkenntnis der zahlenmässigen Zusammenhänge erkannt und deshalb die Wichtigkeit der Verwandtenehen betont haben, wie z. B. BATESON.

Tatsächlich konnte es also lediglich darauf ankommen, diesem Zusammenhang exakt auszudrücken. Dies ist aber nur unter bestimmten Voraussetzungen möglich deren Zutreffen in jedem Einzelfall noch zu prüfen wäre. Unter der Voraussetzung rein zufälliger Verteilung der Erbenlagen auf die Individuen einer Generation und die Ehegatten, ergibt sich die Formel

$$b = \frac{v_4 (1 - m) + 16\, v_4 m}{v_4 (1 - m) + 16\, m}$$

wobei b die Belastung der Träger eines einfachen recessiven Merkmals mit Vetternehe ersten Grades, v_4 die Häufigkeit der Vetterehen in der Generation und m (bei LENZ n) die Haüfigkeit der recessiven Anlage in den Keimzellen der Generationen bedeutet. Die Ableitung dieser Formel wird in meiner Originalarbeit zu finden sein. Aus ihr ergibt sich, wenn v_4 und b empirisch gegeben sind, der Wert m und die Häufigkeit m^2 in der das Merkmal Eltern-generation vermittelst der Formel

$$m = \frac{v_4 (1 - b)}{v_4 (1 - b) + 16\, (b - v_4)}.$$

Mit der Aufstellung dieser Formel ist die Vorstellung vorhanden, dass innerhalb der Verwandtenehen eine Auswahl nach bestimmten Erbanlagen nicht stattfindet. Diese führt aber zu dem Ergebnis einer Aufspaltung der Heterozygoten und einer Zunahme der

Homozygoten von Generation zu Generation. Wenn daher bei der Elterngeneration die Häufigkeit recessiver Homozygoten $= m^2$ ist, so ist sie bei der Kindergeneration $= m^2 \frac{v_4 m\,(1-m)}{16}$, also grösser. Die relative Zunalme der Homozygoten von Generation zu Generation erfolgt umso rascher, je seltener das Merkmal ist.

Bei einer Häufigkeit der Vetternehen $= 1\,\%$ muss z. B $m = 1 : 1599$ sein, wenn sich die Zahl der recessiven Homozygoten von einer Generation zur andern verdoppeln soll.

Wenn daher bei häufigen recessiven Merkmalen dieser Vorgang der Veränderung der Zusammensetzung der Generationen sich bei der erfahrungsmässigen Seltenheit der Vetternehen nur langsam vollzieht, so ist doch nicht anzunehmen, dass er gerade bei den einer Untersuchung unterzogenen Generationen seinen Anfang nehme, wir müssen vielmehr mit einer Häufung seiner Wirkung seit Generationen rechnen und dürfen daher nicht erwarten, dass die oben angegebene Formel einen absolut zutreffenden Wert ergibt. Im Grunde dient sie lediglich dem Zwecke uns den Zusammenhang zwischen Häufigkeit der Abstammung aus Vetternehe und Häufigkeit der Erbanlage zahlenmässig zu erläutern. Praktisch kann sie uns nur Näherungswerte von noch fraglicher Vertrauenswürdigkeit liefern und wir wenden sie daher auch nur an, wo uns andere Methoden im Stiche lassen.

An und für sich ist es ja allerdings erwünscht, einen zahlenmässigen Ausdruck für die Beziehung swischen Häufigkeit der Verwandtenehen und einer Erbenlage zu besitzen, um daraus bei Mangel anderer Möglichkeiten die letztere Häufigkeit zu berechnen oder die Ergebnisse anderweitiger Berechnungen nachzuprüfen. Der theoretische Wert eines solchen Hilfmittels wird aber erst dann deutlich, wenn wir uns die anderweitig möglichen Methoden vergegenwärtigen. Ihre Anwendung ist umsomehr am Platz als Verwandtenehen eben doch relativ selten sind und daher ihre statistische Feststellung mit relativ grossen Zufallswirkungen verbunden ist. Wenn ein recessiver Homozygot stets als solcher sich offenbart und die Erbanlagen in der Generation rein zufällig verteilt sind, so ist die empirische Häufigkeit dieses Genotypus in der Generation $k = m^2$ und somit $m = \sqrt{k}$. Lässt sich nun k aus irgend welchen Gründen nicht direkt ermitteln, ist aber Panmixie anzunehmen, so kommt der recessive Genotypus bei seinen Eltern mit der relativen Häufigkeit m, bei seinen Geschwistern mit der relativen Häufigkeit $\left(\frac{1+m}{2}\right)^2$ vor.

Die empirische Bestimmung dieser Häufigkeit lässt sich aber leicht durchführen und der Wert m in einfacher Weise ermitteln. Indessen liegt die Sache nicht immer so einfach. Wenn der recessive Genotypus nicht immer auch als Phaenotypus erkannt wird, sondern nur mit einer relativen Häufigkeit y, so ist die Häufigkeit des recessiven Phaenotypus in der Generation $k = m^2y$, bei den Eltern $p = my$, bei den Geschwistern $c = \left(\frac{1+m}{2}\right)^2 y$, und man muss also mindestens zwei der drei Werte c, p und k bestimmen, um daraus m und gleichzeitig y zu ermitteln.

Aus der Formel für k und p ergibt sich $m = \sqrt{\frac{k}{p}}, y = \frac{p^2}{k}$. Zu der Voräussetzung der Pamnixie kommt aber dabei noch die, dass die Bedingungen der Entfaltung des Genotypus zum Phaenotypus sich rein zufällig in der Generation verteilen. Dies braucht nicht unbedingt der Fall zu sein.

Je seltener der Genotypus als Phaenotypus erkennbar wird, je kleiner also y ist, umso grösser wird dabei der Wert m. So ergibt sich aus

$$k = m^2y \qquad m = \sqrt{\frac{k}{y}}$$

$$p = my \qquad m = \frac{p}{y}$$

$$c = \left(\frac{1+m}{2}\right)^2 y \qquad m = 2\sqrt{\frac{c}{y}} - 1.$$

Weitere Möglichkeiten zur Bestimmung von m und y bietet die Teilung des Gesamtmaterials nach den möglichen Kreuzungsarten. Man hat also mehr Formeln zur Bestimmung von m und y zur Verfügung als notwendig und es besteht die Gefahr, dass die verschiedenen möglichen Auswahlen je 2er Formeln verschiedener Werte von m und y ergeben. Das *kann* Zufall sein, aber auch die Folge davon, dass der angenommene Vererbungsmodus nicht zutrifft. Man muss daher auch Formeln für andere Vererbungsregeln, Dominanz und kompliziertere Regeln aufstellen; diejenige Hypothese über die Vererbungsregel hätte dann die grösste Wahrscheinlichkeit, deren Ergebnisse sich mit allen Formeln zur Bestimmung von m und y zu decken. Mann muss aber auch anderweitige Voraussetzungen in Rechnung stellen.

Hier sei zunächst nur die Hypothese von der einfachen Recessivität eines Merkmals weiter verfolgt.

Bei einfacher Recessivität des Merkmals ergibt:

Kreuzung zweier recessiver Genotypen stets 100 % recessiver Genotypen.

» eines recessiven Genotypus mit einem Dominanten Heterozygoten stets 50 % recessiver Genotypen

» zweier Dominanten Heterozygoten stets 25 % recessiver Genotypen

wenn $y = 1$ ist, also der Genotypus stets erkennbar ist. Wenn aber ein Teil der recessiven Genotypen infolge mangelnder Aussenbedigungen unerkannt bleibt und daher mit der Häufigkeit $1 - y$ einen Dominanten Phaenotypus vortäuscht, so stellen die Nichtträger des recessiven Merkmals ein Gemisch dominanter und recessiver Genotypen der, dessen Zusammensetzung von der Grösse des Wertes y abhängt.

Die Kreuzung zweier recessiven Genotypen ergibt dann allerdings statt 100 % recessiver Genotypen 100 y % recessiver Phaenotypen und der Wert y ist in diesem Falle einfach bestimmbar. Leider ist bei krankhaften Merkmalen diese Kreuzung selten und unausgesuchtes Material darüber schwer zu gewinnen. Theoretisch ist aber diese Kreuzung von grösster Bedeutung, weil sie und die Bestimmung des Mindestwerts von y erleichtert.

Hingegen ergibt wenn y kleiner 1 die Kreuzung von Merkmalsträgern und Nichtmerkmalsträngern nicht 50 y % die zweier Nichtmerkmalsträger nicht 25 y % recessiver Phaenotypen, sondern höhere Werte, um so höher, je kleiner y ist. Mann kann daher nicht wie Lenz in einfacher Weise durch Division der empirischen Ergebnisse dieser Kreuzungen mit 0.5 und 0.25 bestimmen. Wir müssen vielmehr damit rechnen, dass die Kreuzungen eines Nichtmerkmalträgers mit einem Merkmals- oder Nichtmerkmalsträgers in diesem Fall Gemische von Kreuzungen darstellen.

(Dies ist nebenbei auch eine der Ursachen, dass sich bei Ruedins Material erhöhte Belastung mit Verwandtschaftsehe fand, denn das wäre bei einer nichtgemischten Kreuzung unmöglich).

Wenn also z. B. Ruedins Material über *Dementia praecox* bei den Geschwistern der aus Kreuzung zweier phaenotypisch Nichtkranker stammender Kranken statt der bei Kreuzung zweier einfacher Heterozygoten zu erwartenden 25 % Kranke nur deren

4.5 % ergibt, so ist y nicht, wie LENZ berechnet $= \frac{4.5}{25}$ und annähernd $\frac{1}{5}$, sondern, wie sich zeigen lässt, erheblich kleiner anzunehmen und wenn die phaenotypische Häufigkeit der *Dementia praecox* $= 0.25\,\%$ ist, wie LENZ berechnet, so ist die der Kranken dazu veranlagten nicht 5 fach, sondern erheblich grösser anzunehmen. Unter der Voraussetzung der Panmixie erhält man nämlich als Häufigkeit der Geschwister von Kranken aus Kreuzung zweier Gesunder

$$c_o = \frac{\left(\frac{1+m}{2} - my\right)^2}{1 - m^2 y} \cdot y$$

und aus $c_0 = 0.045$ und $k = m^2 y = 0.0025$ ergibt sich $m = 0.13$ somit $m^2 = 0.0169$ und somit $y = 0.15$ oder annähernd $\frac{1}{7}$ gegen etwa $\frac{1}{5}$ nach LENZ.

Man hätte also m 2.6 mal grösser anzunehmen als der Wert 0.05, der sich bei Ausschluss jeden Einflusses äusserer Faktoren ergibt und musste damit rechnen, dass die Genotypische Anlage zu *Dementia praecox* nur in $^1/_7$ aller Fälle sich der Umwelt offenbart, vorausgesetzt dass die Erbenlage dazu tatsächlich einfach monomer ist. Damit wären also $^6/_7$ der Verlanlagten nicht als solche der Erkenntnis zugänglich und würden einer auf die Ausschaltung der Geisteskranken von der Ehe sich beschränkenden Rassenhygiene entgehen. Daraus geht die praktische Wichtigkeit der Bestimmung des Wertes y hervor. Auf Grund der hier berechneten Werte für m und y lässt sich auch das erwartungsmässige Ergebnis der Geschwistermethode bei Kreuzung von Kranken und Gesunden berechnen. Die Formel hierfür ist, bei einfacher Recessivität,

$$c_1 = \frac{\frac{1+m}{2} - my}{1 - my} \cdot y$$

woraus sich für *Dementia praecox*

$$c_1 = 0.08 = 8\,\%$$

ergibt, während der empirische Wert nach RUEDINS Material 6.18 % beträgt. Die Abweichung kann bei dem geringen Material RUEDINS über diese Kreuzung, das nur 3 positive Fälle aufweist, rein zufällig sein.

Es ergibt sich ferner bei Kreuzung zweier Kranker $c_2 = y$ also etwa $\frac{1}{7}$.

RUEDIN selbst hat hierfür bisjetzt kein Material angeführt; soweit darüber Casistik angeführt ist, erhält man erheblich höhere Werte; dieses Material kann aber nach verschiedenen Richtungen einseitig ausgelesen sein. Um genügendes repräsentatives Material für diese Kreuzung zu erhalten wäre schon eine mehrere Jahre fortgesetzte Sammlung aller dieser Fälle in sämtlichen Jrrenanstalten Deutschlands nötig; und dann könnte man zusehen wie weit der mit der letzten Formel für c_2 so einfach erhaltene Wert y sich mit den Ergebnissen der anderen Kreuzungen und der allgemeinen empirischen Häufigkeit des Merkmals verträgt, wenn man die Hypothese der einfachen Recessivität zu Grunde legt.

Bei allen Vererbungsregeln, abgesehen von einfacher Recessivität und komplizierter Recessivität mit nur einem einzigen Recessiven Genotypus, wird man, auch bei $y = 1$, c_2 kleiner als 1 finden, also Kreuzung zweier Kranken auch dann Gesunde ergeben, wenn kein Einfluss äusserer Faktoren in Betracht kommt, in allen diesen Fällen wird daher die Formel $y = c_2$ einen zu geringen Wert für y, also ein Minimum dieses Wertes ergeben.

Voraussetzung dabei ist aber, dass nicht mit der Abstammung von zwei Merkmalsträgern eine Erbschaft der Aussenfaktoren für die Entfaltung des Merkmals stattfindet. In diesem Fall erhält man nicht das absolute Minimum für y.

Die Formel für die Häufigkeit der *Dementia praecox* für die Halbgeschwister von scheinbar gesunden Eltern stammender Kranker lautet

$$\frac{\frac{1+m}{2} - my}{1 - m^2 y} \cdot my$$

und ergibt, mit obigen Werten für m und y, den erwartungsmässigen Wert $= 1.08\,\%$, während RUEDIN $\frac{1}{2}\,\%$ findet. Auch hier kann Zufall vorliegen. Es muss aber bemerkt werden, dass man auch bei Annahme einer Dominanten Anlage für *Dementia*

praecox eine nicht viel über 1 % betragende erwartungsmässige Ziffer für kranke Halbgeschwister erhält, so dass deren Untersuchung allein keinen Stichentscheid zwischen Recessivität und Dominanz ermöglicht, wenn nicht sehr grosses Material vorliegt.

Die an die Halbgeschwistermethode geknüpften Erwartungen beruhen eben auf der Voraussetzung absoluter Seltenheit der Anlage einerseits und auf ungenügender Berücksichtigung der Wirkung äusserer Faktoren auf die zu erwartenden Ziffern. Aus der verhältnismässig guten Übereinstimmung der empirischen Zahlen für die einzelnen Formeln darf man aber nicht ohne Weiteres auf die Richtigkeit der Hypothese einfacher Recessivität der Anlage zu *Dementia praecox* schliessen. Auch bei der Annahme von einfacher Dominanz und verschiedenen Formen der Polymerie für deren Wirkungen ich die Formeln berechnet habe, vertragen sich weningstens die mit grösserem Material erhaltenen erwartungsmässigen Ziffern ganz wohl mit den empirischen.

Mit der Annahme einer Polymerie, an der alle 23-24 Chromosomenpaare des Menschen beteiligt sind— auf die Geschlechtsunterschiede in dieser Hinsicht gehe ich hier nicht ein, sie sind auch für diese Frage belanglos— und welche des Merkmal *Dementia praecox* nur bei 24 recessiven Anlage-paaren auftreten lässt, ist auch das Ergebnis der Geschwistermethode für *Dementia praecox* bei Kreuzung zweier Kranker zur Not verträglich, ohne dass man mit einem Wert von y unter 1, also mit einem nennenswerten Einfluss äusserer Faktoren zu rechnen brauchte; allein das gleiche gilt nicht für das Ergebniss der Kreuzung Gesunder und Kranker, hier bleibt die empirische Zahl Ruedins mit 6.18 % beträchtlich hinter der Erwartung von 20 % zurück und da auch Wittermanns und Bovens Material hier ähnlich niedere Werte ergab (das gilt auch für die Ergebnisse Lundborgs wenn man sein Material in gleicher Weise bearbeitet wie das der angefürten Autoren) so erscheint ein Verzicht auf die Annahme eines Einflusses äusserer Faktoren zur Erklärung sämtlicher Ergebnisse ausgeschlossen. Denn keine andere Hypothese ergibt so niederen Werte als die einer solchen Polymerie und auch diese ist von vornherein nur als ein Versuch zur Bestimmung unterster Grenzwerte von Bedeutung. Praktisch wird man bei einer hochgradigen Polymerie ja stets mit Zwischenstufen rechnen müssen und dann erwarten dürfen, dass eine krankhafte Anlage nicht erst bei Vertretung in 23-24 Chromosomenpaaren sich offenbart.

Welcher Art die Aussenfaktoren sind deren Wirkungen sich in dem Wert *y* sich ausdrücken, ist dabei eine Sache für sich. Schon die verschiedene Fähigkeit der Umgebung krankhafte Veranlagung zu erkennen stellt einen solchen Faktor dar. Es wird aber leichter sein sich mit ihrem Vorhandensein abzufinden, wenn man darauf verzichtet, hinter der Bestimmung eine Unterlage für ein Werturteil über die vergleichsweise Bedeutung von Vererbung und Umwelt zu suchen; statt einer einfachen Bestimmung der durchschnittlichen Häufigkeit der äusseren Gelegenheiten für die Erkennung einer Erbanlage.

Auch die von LENZ angeführte Hypothese mehrerer einfach recessiver Arten Anlagen, von denen zwei verschiedene in einem Individuum vereinigt keine *Dementia praecox* zu erzeugen vermögen, kann zur Ausschaltung eines Einfluss äusseren Faktoren, als auch eines Wertes *y* der kleiner als ca. $^1/_5$ ist, nicht führen, wenn es sich um Ergebnisse der Geschwistermethode handelt. Um die tatsächliche rechnerische Wirkung der von LENZ aufgestellten Hypothese zu untersuchen muss mann sie noch etwas genauer ausgestalten. Wir können uns die Chromosomenpaare des Menschen nummeriert denken, wobei einem dieser Paare, etwa mit der Nummer 15, die Anlage zu *Dementia praecox* zukäme, wenn diese einfach recessiv und stets gleicher Art ist. Mit der LENZ'schen Hypothese sind nun rechnerisch folgende Möglichkeiten vereinbar:

a) des Cromosomenpaar 15 kann verschiedenartige recessive Anlage zu *Dementia praecox* enthalten, aber gleichzeitig ein bestimmtes Chromoson je nur eine, wobei die Vereinigung zweier mit ungleichartigen Anlagen behafteter Chromosomen in einem Individuum nicht *Dementia praecox* erzeugt, sondern nur die Vereinigung gleichartigen. Diese Hypothese ist schwer annehmbar, wenn man die Anlage zu *Dementia praecox* als einen Defekt einer normalen Anlage zuffasst, denn wie sollte die Vereinigung zweier Defektanlagen die Entstehung eines gesunden Individuums ermöglichen.

b) die verschiedenartigen angenommen Anlagen zu *Dementia praecox* sind an verschiedene Chromosomenpaare gebunden, aber jede an ein bestimmtes; man könnte dann, wenn man die Chromosomen als kleinste Träger der Vererbungssubstanz betrachtet im Höchstfall 23-24 verschiedenartige Anlagen beim Menschen unterscheiden, je nachdem man sich die Geschlechtschromosomen mitbeteiligt denkt oder nicht. Das Zusammentreffen eines Paares gleichziffriger Chromosomen würde dann *Dementia praecox* aus-

lösen, das zweier verschiedenziffriger nicht. Damit nimmet man also eine Polymerie an und man konnte sogar die verschiedenbezifferten Anlagen als gleichartige betrachten, ohne dass sich die rechnerische Wirkung ändern würde. Hauptsache ist, dass dabei das Zusammentreffen mehrerer Chromosomenpaare mit der doppelten Anlage von keiner besonderen Wirkung erscheint, oder dass sofern eine solche besteht, durch die Nichtberücksichtigung von Zwischenstufen von der rechnerischen Verfolgung ausgeschlossen ist. Diese Hypothese ist immerhin vorzuziehen. Sie stellt das eine und einfachste Extrem der möglichen Formen recessiver Polymerie und das Gegenstück der oben behandelten kompliziertesten Form der Polymerie dar. Während letztere jedes einzelne Chromosomenpaar als gleich notwendige behandelt die einfachste Hypothese dieser als gelegentliche Ursache der *Dementia praecox*.

Wir haben hier also ein Beispiel des in letzterer Zeit in der Ursachentheorie mehrfach behandelten Gegensatzes notwendiger und gelegentlicher Ursachen vor uns und können uns seine Wirkungen rechnerisch veranschaulichen.

Ob man sich nun die von Lenz angeführte Hypothese als eine besondere Art der Monomerie (mehrfache Monomerie) oder als extrem einfache Polymerie ausmalt, ist nun für die Beurteilung ihrer rechnerischen Wirkung gerade bei den für *Dementia praecox* vorliegenden niederen Erbzahlen gleichgiltig. Denn sie kann bei diesen nicht ohne Zuhilfenahme eines Aussenfaktoren aukommen.

Allerdings wird bei beiden Unterarten dieser Hypothese nur die Kreuzung zweier Gesunder Heterozygoten mit gleicher Chromosomennumer 25 %, die zweier Heterozygoten mit ungleicher Chromosomennumer 0 % *Dementia praecox* Genotypen ergeben und ein Gemisch von solchen Kreuzungen kann daher eine beliebig niedere Ziffer, also auch 4.5 % ergeben.

Allein dies gilt nur für die wahren, der Erforschung bisjetzt so gut wie nicht zugänglichen Durchschnittsergebnisse solcher Kreuzungsgemische, die repräsentativ also ohne einseitige Auslese zusammengesetzt sind. So lange man aber nur mit solchem Familienmaterial zu tun hat, das einseitig nach dem Vorhandensein mindestens eines Trägers der fraglichen Merkmals ausgelesen ist, und das nur mit Hilfe der Geschwistermethode einfach bearbeit werden kann, erhält man, wie ich schon früher ausführte, bei Kreuzungsgemischen mit verschiedenen Erbzahlen für die darin enthaltenen Kreuzungen höhere, unter Umständen erheblich

höhere Werte, als die repräsentativen Durchschnittswerte. Kreuzungen die überhaupt keine Merkmalsträger liefern, kommen bei der Geschwistermethode überhaupt nicht rechnerisch zur Wirkung und wenn die solche liefernden Kreuzungen stets deren 25 % liefern wie bei der hier besprochenen Hypothese, so erhält man mit der Geschwistermethode mindestens 25 %, bei Auslegung der Hypothese im Sinne der Polymerie sogar noch mehr. Die mittelst meiner Geschwistermethode erhaltenen Ergebnisse Ruedins bei *Dementia praecox* mit 4.5 % verlangen also unter allen Umständen die Annahme eines Einflusses äusserer Faktoren, sofern man nicht etwa Eheirrungen oder eine verminderte Lebenfähigkeit der *Dementia praecox* Kandidaten vor und in dem kritischen Alter annahmen will. In dieser Hinsicht bietet also die von Lenz angeführte Hypothese keinen Vorteil, hingegen lässt sie, wie übrigens jede Abweichung von der Annahme extremcomplizierter Polymerie oder einfacher Monomerie das Auftreten Gesunder bei Kreuzung zweier Kranker verständlich erscheinen.

Die Bedeutung einer Uutersuchung auf die Häufigkeit der Abstammung aus Ehen Blutsverwandter liegt nun darin, dass wir vorläufig wenigstens, mit der Berechnung erwartungsmässiger Zahlen und deren Vergleich mit den tatsächlichen zu keinem Stichentscheid zwischen Dominanz und Recessivität selbst unter den einfachsten Voraussetzungen gelangen, so lange wir nicht über alle möglichen Kreuzungsgruppen genügend zahlreiches Material besitzen. Bei recessiven Merkmalen muss die Häufigkeit der Abstammung aus Verwandtenehen, soweit Kreuzungsgemische vorliegen, vermehrt und dementsprechend bei Dominanten-Merkmalen vermindert sein.

Aus diesem Grunde habe ich bereits im Juni vorigen Jahres die Untersuchung über Verwandtenehen in meinem Schreiben an die Herren Gruber und Ruedin gefordert und damit diese Forderung der wissenschaftlichen Welt übergeben und Ruedin, allerdings vergebens, um Zahlen hierüber ersucht.

Die jetzt durch Lenz mitgeteilte Tatsache, dass Ruedins Material über *Dementia praecox* in etwa 2 % Abstammung aus Ehe erster Vettern ergab, spricht also im Sinne der Recessivität der Anlage. Die Erwartung auf Grund des obigen Wertes für m und der Formel für b ergibt etwa 1.44 %. Der Ueberschuss kann Zufall und Folge unrichtiger Voraussetzungen über die Häufigkeit der Vetternehen und der *Dementia praecox* bei den Eltern sein. Wir müssen aber auch mit der Möglichkeit rechnen,

dass kein Zufall vorliegt. Die Hypothese mehrer Arten von *Dementia praecox* Anlage wäre nun tatsächlich, gleichgiltig ob sie im Sinn einer mehrfachen Monomerie oder einer einfachen Polymerie aufgefasst wird, geeignet, einen Ueberschuss über die bei Annahme einfacher Monomerie erhaltenen erwartungsmässigen Zahlen zu erklären, während man bei kompliziertester Polymerie noch geringere Werte als bei einfacher Monomerie erwarten müsste. Dies hängt aufs engste damit zusammen, dass die mittleren Häufigkeitwerte der Einzelanlagen im erstern Fall kleiner, im zweiten geringer sind als bei einfacher Monomerie, wenn man von konstanter erfahrungsmässiger Häufigkeit des Phaenotypus in der Bevölkerung ausgeht. Demnach scheint die Erfahrung über die Häufigkeit der *Dementia praecox* Kranken vorläufig im Sinne einfachster Polymerie zu sprechen. Allein dieser Schluss würde aus verchiedenen Gründen zu weit gehen. Dass auch eine Berücksichtigung von Aussenfaktoren bei Eingehung von Verwandtenehen, die je nachdem von mir mitgeteilten Ergebnissen der ungarischen Statistiks zwiefellos keine geringe Rolle spielen, Ueberschuss im gleichen Sinn wie die obige Hypothese zu erklären vermöchte, sei nur nebenbei erwähnt.

Aber wenn man schon mit Polymerie rechnet, muss man unbedingt auch mit den höchstmöglichen Graden derselben, also mit Beteiligung sämtlicher Chromosomenpaare und deren Wirkungen rechnen, und da ergibt sich 2 % Abstammung aus Vetternehen bei *Dementia praecox* als zu nieder gegenüber der Erwartung die etwa 3 % ergibt. Man muss also mit der Moglichkeit rechnen, dass weder die Hypothese einer einfachsten noch die der kompliziertensten Form der Polymerie den Tatsachen völlig gerecht wird also ein mässiger Grad komplizierter Polymerie vorliegt, wie nur sie aus der Biologie kamen. Es ist ein Unding bei einer hochgradigen Polymerie, welcher Art sie sei, Zwischenstufen zwischen Gesund und Krank völlig auszuschalten; dieses Verfahren hat seine Berechtigung nur solange es sich um Gewinnung von Grenzwerten handelt.

Ob man sich diese Zwischenstufen nun als jederzeit erkennbare verschiedene Phaenotypen oder als verschieden häufig oder als verschieden intensiv entsprechend der Zahl der belasteten Chromosomenpaare, auf Aussenfaktoren reagierend oder in verschiedenen Alter und auch damit verschieden häufig erkennbar ausdenkt, ist von untergeordneter Bedeutung.

Dasselbe gilt auch für das Problem intermediäer Bastarde. Sind sie als solche erkenntlich, so muss man bei ihnen eine

untermässige Abstammung aus Vetternehen finden. Die Psychopathen würden in dieser wie in anderer Hinsicht ein geeignetes Material darstellen. Sind sie hingegen nicht phaenotypisch unterscheidbar so muss man mit einer verschiedenen Häufigkeit der Entfaltung des Merkmals im Vergleich mit den Homozygoten rechnen.

Wegen der Ableitung der hier teils angeführten, teils nicht angeführten Formeln und Ziffern verweise ich auf meine Originalarbeit.

Ich bemerke nur das Eine, dass die Annahme einer irgendwie gestalteten Polymerie mir nicht blos aus rechnerischen Gründen, sondern auch aus sachlichen berechtigter zu sein scheint als die einer Monomerie. Die bei letzterer zu erwartenden Erbzahlen können sich auf die bei Polymerie erhältlichen unter Umständen bedenklich nähern, der Nachweis annahernd klassischer Zahlen Monomerie schliesst also Polymerie keineswegs aus.

Wenn ich weiterhin lediglich die Chromosomentheorie berücksichtigt habe, so ist mir die weitergehende und die MENDEL'sche Spaltungsregel in ihrer allgemeinen Bedeutung erschütternde und durch Beispiele bei der Obstfliege nahe gelegte Chromosomentheorie keineswegs unbekannt geblieben. Ihre Berücksichtigung würde aber hier zu weit führen. Sie wäre selbstverständlich geeignet auch noch weit kleinere Erbzahlen als die RUEDINS ohne Annalme eines Einflusses äusserer Faktoren zu erklären.

Indessen kann die Frage aufgeworfen werden ob Ausnahmen von der Spaltungsregel bei Arten mit Zahlreichen Chromosomen wie der Mensch eine erhebliche Rolle spielen.

W. WEINBERG.

LITERATUR

BATESON — *Mendels principles of heredity.* 1909.

LENZ — *Die Bedeutung der statistisch ermittelten Belastung mit Blutverwandschaft der Eltern,* in *München med. Wochenschr.*, 1919, S. 1340.

RUEDIN — *Zur Vererbung und Neuentstehung der* Dementia praecox. Berlin, Springers Verlag, 1916.

WEINBERG — *Vererbungsgesetze beim Menchen,* in *Zeitschrift für ind. Abstammungs- und Vererbungslehre,* II, 1909. S. 295-97.

— *Vererbung,* in GROTJAHN u. KAUP, *Handwörterbuch der socialen Hygiene.*

— *Ueber Methoden der Vererbungsforschung beim Menschen,* in *Berl. klin. Wochenschr.*, 1912.

— *Ausleseerscheinungen bei biologisch-statistischen Problemen,* in *Archiv für Rassen- und Gesellschafts Biologie,* 1913.

Sulla mortalità
degli insegnanti elementari pensionati.

Contributo allo studio della stabilità delle frequenze di morte.

È noto quanta importanza abbiano, per giustificare la legittimità dell'applicazione del calcolo della probabilità alla statistica, le indagini critiche sulle frequenze statistiche, fatte sulla scorta della teoria della dispersione; ed è altresì noto come ancora poco numerose, e non del tutto probatorie, siano dette indagini, sopratutto per mancanza di materiale di osservazione opportunamente elaborato. Gli studiosi debbono perciò andare grati agli uffici che forniscano occasioni per estendere il campo di tali indagini le quali, nel campo della mortalità, mancano fino ad ora completamente in Italia.

Appunto perchè offre il campo ad una applicazione della teoria della dispersione ad una categoria professionale ben determinata, è da segnalare agli studiosi un lavoro recentemente pubblicato dall'Ufficio tecnico della Direzione Generale degli Istituti di previdenza (1), che fornisce le frequenze statistiche della mortalità degli insegnanti elementari pensionati, separatamente per anni di osservazione, per anni di età e per sesso dei pensionati.

Prima di fare sulle dette frequenze la ricerca della relativa stabilità, gioverà esporre brevemente il procedimento seguìto per l'ordinamento del materiale statistico, onde mostrare come sia stata cura di determinare le frequenze di morte con un metodo che fosse esente da ogni errore sistematico dovuto a quelle ipo-

(1) *Relazione dell' Amministrazione della Cassa depositi e prestiti e degli Istituti di previdenza. Anno 1917, Vol. II.* Direzione Generale degli Istituti di previdenza, pag. 99 e segg.

tesi arbitrarie che vengono di solito introdotte con l'uso di altri procedimenti e di altre formole, di cui abbiamo avuto occasione di occuparci in una indagine critica pubblicata nel *Giornale degli Economisti* del dicembre 1917.

Il metodo di ordinamento del materiale statistico adottato per la determinazione delle frequenze di mortalità è quello degli *anniversari di nascita*, con opportuni adattamenti allo scopo di determinare le frequenze in singoli periodi di tempo. Per ciascuno dei pensionati sono stati determinati: il primo anniversario di nascita compiuto entro il ventennio di osservazione 1895-1914, purchè posteriormente alla data di pensionamento e prima della data della eventuale morte, nonchè l'età intera compiuta in corrispondenza dell'anniversario stesso; l'ultimo anniversario di nascita compreso in detto ventennio, posteriore alla data di pensionamento e anteriore alla eventuale data di morte, nonchè l'età intera compiuta in corrispondenza di tale anniversario. Sono stati esclusi completamente, in quanto non osservati fra due anniversari di nascita: i pensionati morti nel 1895, prima del giorno natalizio scadente in detto anno; i pensionati morti durante il ventennio, anteriormente al primo natalizio posteriore alla data di collocamento a riposo; tutti i pensionati il cui primo natalizio ebbe luogo nel 1914, poichè, chiudendosi il periodo di osservazione al 31 dicembre di detto anno, essi non sono stati osservati fra due anniversari di nascita.

Con opportune classificazioni sono stati poi determinati i numeri:

$n_{x\,h}$, dei pensionati che al primo anniversario di nascita scadente nell'anno di calendario h, hanno compiuto l'età x;

$d_{x,h}$, dei pensionati morti dopo l'anniversario di nascita scadente nell'anno h e in corrispondenza del quale compirono l'età x.

Poscia i numeri $E_{x,h}$ di tutti i pensionati che hanno compiuto l'età x nell'anno di calendario h, e che sono stati esposti al rischio di morte fra le età x e $x+1$, in un lasso di tempo compreso entro gli anni di calendario h e $h+1$, sono stati calcolati con la nota formola ricorrente, di ovvio significato,

$$E_{x,h} = E_{x-1,h-1} - d_{x-1,h-1} + n_{x,h},$$

nella quale formola sono nulli i valori il cui secondo indice è inferiore a 1895.

Infine sono state calcolate le frequenze di mortalità:

$$q_{x,h} = \frac{d_{x,h}}{E_{x,h}},$$

le quali si riferiscono quindi a gruppi di coetanei che compiono una medesima età entro uno stesso anno di calendario, e che vengono osservati per tutto l'anno successivo all'anniversario di nascita, e cioè in periodi di tempo, della durata di un anno, compresi entro due consecutivi anni di calendario.

Come si è già detto, e come risulta evidente dall'analisi del procedimento di calcolo usato, le frequenze così determinate sono esenti dall'influenza di qualsiasi ipotesi.

Si tratta ora di procedere ad una analisi, in base alla teoria della dispersione, dei risultati ottenuti ed esposti nella citata pubblicazione e che si tralasciano dal riportare per economia di spazio.

È noto che i risultati delle indagini sulla dispersione dei quozienti statistici sono tanto più probatori quanto più numerose sono le osservazioni, in quanto una dispersione normale o quasi normale in un campo alquanto ristretto può tramutarsi in dispersione ipernormale (caso delle probabilità fondamentali variabili) o in dispersione subnormale (caso delle probabilità medie composte in modo costante), quando il numero delle osservazioni cresce sufficientemente.

Ora il campo delle osservazioni presentate dalle statistiche in esame è veramente ristretto, cosicchè ai risultati che dall'analisi critica dei dati statistici sarà fatta non potrebbe senza altro attribuirsi un grande valore probatorio per concludere sulla stabilità delle frequenze di mortalità in generale.

Si mostrerà però come un espediente che abbiamo usato, per esaminare frequenze fondate su numeri più elevati di osservazioni, abbia fornito risultati egualmente soddisfacenti così da potere confortare la supposizione che, entro i limiti di tempo e nell'ambiente considerati, le frequenze di mortalità degli insegnanti pensionati presentino sufficiente stabilità, cioè si comportino come frequenze relative ad eventi di probabilità costante.

Del resto, poichè, per lo sviluppo della istituzione, che provvede alle pensioni degli insegnanti elementari, il campo di osservazione tende ad allargarsi notevolmente, esso potrebbe fornire in prosieguo di tempo un materiale sempre meglio idoneo ad indagini più concludenti.

Non occorre qui ripetere la esposizione della teoria della dispersione, bastando per essa rinviare alle trattazioni fattene da vari autori (1); è noto che la sua applicazione verte sullo studio e sulle indagini relative al *coefficiente di divergenza*, e sull'esame della distribuzione degli scarti delle varie frequenze intorno alla loro media.

Il caso da noi esaminato è il seguente: si sono osservate in vari anni successivi, e per una medesima età, le frequenze di mortalità

$$\frac{d_1}{E_1}, \frac{d_2}{E_2}, \ldots\ldots, \frac{d_z}{E_z},$$

nelle quali l'indice conservato denota l'anno di calendario al quale si riferiscono le osservazioni; si vuol conoscere se esse possono ritenersi come espressioni empiriche di una probabilità costante di morte durante gli z anni di osservazione.

Posto

$$q_0 = \frac{d_1 + d_2 + \ldots. + d_z}{E_1 + E_2 + \ldots. + E_z},$$

è noto che il coefficiente empirico di divergenza Q è ricavato dalla seguente eguaglianza

$$Q^2 = \frac{1}{z-1} \sum_{i=1}^{i=z} E_i \left(\frac{d_i}{E_i} - q_0\right)^2 : q_0(1-q_0).$$

Affinchè possa dirsi che le frequenze esaminate possono considerarsi come corrispondenti ad una probabilità costante, dovrà essere approssimativamente

$$Q = 1$$

---

(1) Dopo il Dormoy e il Lexis nei classici lavori, si è occupato diffusamente della teoria specialmente il Bortkiewicz. Per una completa analisi critica della teoria stessa e dei contributi del Bortkiewicz, cfr. F. Cantelli: *A proposito dell'ordine e dei limiti delle serie statistiche* in *Bollettino dell'Associazione degli Attuari Italiani* N. 24, Milano 1913.

Del Bortkiewicz sono poi notevoli i seguenti altri lavori in cui i concetti della teoria della dispersione vengono notevolmente estesi ed applicati a ricerche fisiche: *Ueber die Zeitfolge zufälliger Ereignisse. Institut International de Statistique, Rapports, N. 6*, Settembre 1913; e *Die radioaktive Strahlung als Gegestand wahrscheinlichkeitstheoretischer Untersuchungen*. Berlino 1913.

e dovranno gli scarti delle frequenze annuali dalla frequenza media q_0, ridotti all'unità di peso, cioè i valori

$$\sqrt{E_i}\left(\frac{d_i}{E_i} - q_0\right)$$

seguire approssimativamente la legge gaussiana di distribuzione con errore medio dato da

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{z-1}\sum_{i=1}^{i=z} E_i\left(\frac{d_i}{E_i} - q_0\right)^2};$$

e tutto ciò dovrà verificarsi anche comunque crescano i numeri E_i delle osservazioni.

Per giudicare poi dell'approssimazione del coefficiente di divergenza all'unità sono da tener presenti le relazioni date dal BORTKIEWICZ, in base alle quali il valore medio teorico di Q è, approssimativamente,

$$1 - \frac{1}{4z} + \frac{1}{32z^2}, \quad (*)$$

e il valore medio teorico del quadrato della differenza $Q - 1$ è, pure per approssimazione,

$$\frac{1}{\sqrt{2z}} \quad (**)$$

Nella citata pubblicazione ufficiale sono dati separatamente i quozienti annuali $\frac{d_i}{E_i}$, nonchè la media q_0; risultano per i valori E_i numeri che, dove più dense sono le osservazioni, sono compresi fra 100 e 200; le frequenze q_0 risultano in buona parte fondate su numeri compresi fra 1000 e 1700.

Nel quadro seguente sono riportati i valori, da noi calcolati, dei coefficienti di divergenza separatamente per le frequenze relative ai due sessi dei pensionati e per ogni singola età, escluse quelle in cui il numero delle osservazioni era assolutamente insufficiente.

Età	Maschi			Femmine		
	Q coefficienti di divergenza	Differenze $Q-1$		Q coefficienti di divergenza	Differenze $Q-1$	
		+	—		+	—
49	—	—	—	0,871	—	0,129
50	—	—	—	0,942	—	0,058
51	—	—	—	1,174	0,174	—
52	—	—	—	0,888	—	0,112
53	—	—	—	1,140	0,140	—
54	0,960	—	0,040	1,096	0,096	—
55	1,028	0,028	—	1,242	0,242	—
56	0,795	—	0,205	0,982	—	0,018
57	0,812	—	0,188	0,951	—	0,049
58	1,031	0,031	—	0,920	—	0,080
59	0,951	—	0,049	1,050	0,050	—
60	1,106	0,106	—	0,994	—	0,006
61	1,301	0,301	—	1,002	0,002	—
62	1,098	0,098	—	0,765	—	0,235
63	0,962	—	0,038	0,924	—	0,076
64	1,018	0,018	—	0,903	—	0,097
65	1,089	0,089	—	0,844	—	0,156
66	0,977	—	0,023	1,118	0,118	—
67	1,084	0,084	—	0,942	—	0,058
68	0,828	—	0,172	1,004	0,004	—
69	0,748	—	0,252	1,057	0,057	—
70	1,011	0,011	—	0,967	—	0,033
71	0,918	—	0,082	1,069	0,069	—
72	1,013	0,013	—	1,195	0,195	—
73	0,967	—	0,033	1,061	0,061	—
74	1,187	0,187	—	0,688	—	0,312
75	0,957	—	0,043	0,871	—	0,129
76	0,768	—	0,232	0,782	—	0,218
77	0,955	—	0,045	0,808	—	0,192
78	1,199	0,199	—	1,100	0,100	—
79	0,773	—	0,227	0,886	—	0,114
80	1,134	0,134	—	1,061	0,061	—
81	0,834	—	0,166	—	—	—

Risulta che i coefficienti di divergenza sono tutti abbastanza prossimi all'unità; la loro media è, per i maschi,

0,982,

per le femmine

0,978,

sufficientemente vicine al valore medio teorico del coefficiente di divergenza che risulta, in base alla formola (*)

0,987.

Le medie dei quadrati delle differenze fra i coefficienti di divergenza osservati e l'unità risultano, per i maschi

0,139,

per le femmine

0,131,

abbastanza prossime al valore medio teorico che, in base alla formola (**), risulta

0,162.

Per l'esame della distribuzione degli scarti si è considerato che, secondo la legge gaussiana degli errori, il numero degli scarti ridotti all'unità di peso, che dovevano risultare in valore assoluto inferiori al multiplo λ dell'errore quadratico medio dell'unità di peso, dato dalla formola soprariportata, è rappresentato dalla seguente espressione:

$$19\,\varphi\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\right) = 19 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\lambda}{\sqrt{2}}} e^{-v} dt\,.$$

E precisamente, posto successivamente $\lambda = \frac{1}{2}, 1, 2, 3$ risultano rispettivamente 7,3; 12,6; 18,1; 18,9 i numeri teorici degli scarti non superiori alla metà dell'errore medio, all'errore medio, al doppio, al triplo dell'errore medio; tali scostamenti debbono essere naturalmente metà positivi e metà negativi.

I seguenti prospetti dànno la distribuzione effettiva degli scarti osservati per ciascuna età, nonchè la distribuzione media in tutte le età considerate, e la distribuzione teorica degli scarti.

Distribuzione degli scarti.
Maschi.

Età.	Numero degli scarti che non superano.							
	$\frac{1}{2}\,\mu$		μ		$2\,\mu$		$3\,\mu$	
	+	−	+	−	+	−	+	−
54	4	—	4	13	4	13	6	13
55	3	5	5	6	8	10	9	10
56	4	3	6	4	10	9	10	9
57	2	5	4	6	8	11	8	11
58	3	3	3	6	9	10	9	10
59	3	1	7	3	11	8	11	8
60	3	2	7	6	10	9	10	9
61	5	3	7	7	8	10	9	10
62	5	5	6	8	7	10	9	10
63	—	4	6	5	8	11	8	11
64	5	2	7	4	11	8	11	8
65	2	4	5	7	6	11	9	11
66	5	4	7	8	9	10	9	10
67	5	5	6	8	7	10	8	10
68	3	4	7	6	10	8	10	9
69	5	2	7	7	10	8	10	9
70	4	6	5	10	5	12	7	12
71	3	3	5	7	9	10	9	10
72	4	5	6	7	9	10	9	10
73	5	4	6	6	9	10	9	10
74	1	2	5	8	8	10	9	10
75	6	1	9	4	12	6	12	7
76	4	5	8	7	10	8	10	9
77	4	4	6	6	10	9	10	9
78	3	3	7	7	8	10	9	10
79	5	5	7	6	10	9	10	9
80	4	1	8	6	9	9	10	9
81	1	2	4	8	8	11	8	11
Totali	99	93	170	186	243	270	257	274
Media	3.5	3.3	6.1	6.6	8.7	9.6	9.2	9.8
N. teorico degli scarti	3.6	3.6	6.3	6.6	9	9	9.5	9.5

Distribuzione degli scarti.
Femmine.

Età	Numero degli scarti che non superano.							
	$\frac{1}{2}\,\mu$		μ		$2\,\mu$		$3\,\mu$	
	+	−	+	−	+	−	+	−
49	—	2	2	14	4	14	5	14
50	5	—	6	7	10	9	10	9
51	1	1	2	11	6	11	8	11
52	4	—	6	8	8	10	9	10
53	1	—	4	11	8	11	8	11
54	3	3	5	10	7	11	8	11
55	2	5	2	14	4	14	5	14
56	2	1	6	6	8	9	9	10
57	3	5	5	10	6	12	7	12
58	4	5	7	8	7	10	9	10
59	7	4	7	7	8	10	9	10
60	4	5	6	7	8	10	9	10
61	2	3	4	7	8	11	8	11
62	4	4	6	5	10	9	10	9
63	3	2	7	4	10	9	10	9
64	2	5	4	9	6	11	7	12
65	5	2	9	3	11	8	11	8
66	1	3	6	6	8	11	8	11
67	3	3	9	6	9	9	10	9
68	3	6	5	10	7	11	8	11
69	1	4	7	9	7	11	8	11
70	6	3	7	7	9	9	10	9
71	1	5	4	9	8	10	8	11
72	5	4	5	10	7	11	8	11
73	3	2	8	5	11	8	11	8
74	5	1	7	4	9	9	10	9
75	3	9	4	12	4	14	5	14
76	5	4	6	6	8	10	9	10
77	5	6	7	6	9	9	9	10
78	4	3	7	6	10	8	11	8
79	4	—	7	8	10	9	10	9
80	2	3	4	11	6	12	7	12
Totali	103	103	181	256	251	329	274	334
Media	3.2	3.2	5.6	8	7.8	10.3	8.6	10,4
N. teorico degli scarti	3.6	3.6	6.3	6.3	9	9	9.5	9,5

La concordanza fra la distribuzione teorica e quella effettiva degli scarti è sensibile, specialmente per i dati relativi ai maschi.

I risultati numerici dell'analisi delle frequenze di mortalità degli insegnanti pensionati sembrerebbero dunque dimostrare la esistenza della distribuzione tipica con dispersione normale degli scarti, cosicchè i dati esaminati conforterebbero la persuasione che le frequenze di mortalità della collettività esaminata si comportano come corrispondenti, in ciascuna età, a probabilità costanti di morte.

Abbiamo però voluto esperimentare se desumendo dal medesimo materiale di ossservazioni frequenze fondate su più elevati numeri delle osservazioni si mantenevano i risultati caratteristici della distribuzione tipica con dispersione normale. A tal fine abbiamo proceduto al raggruppamento delle osservazioni relative ad anni consecutivi di osservazione considerando cioè, in luogo delle 19 frequenze di morte osservate dal 1895 al 1913, 7 frequenze relative ai seguenti gruppi di anni di osservazioni: 1895-96-97, 1898-99-900, 1901-902-903, 1904-905-906, 1907-908-909, 1910-911, 1912-913. In tal modo il numero degli esposti al rischio, in ogni intervallo, è cresciuto sensibilmente cosicchè nelle età in cui le osservazioni sono più numerose, i numeri di esposti al rischio sono saliti, da numeri compresi fra 100 e 200, a numeri compresi fra 300 e 400. Tralasciamo dal riportare, per economia di spazio, le nuove frequenze così calcolate; diamo invece qui appresso i coefficienti di divergenza calcolati per ogni età, e separatamente per ciascun sesso, in base alle 7 frequenze di mortalità relative agli intervalli poliennali indicati.

La concordanza fra i valori osservati dei coefficienti di divergenza e il valore medio teorico continua ad essere notevole, infatti si ha una media osservata, per i maschi, di

$$0{,}966,$$

e per le femmine di

$$0{,}927,$$

di fronte ad un valore medio teorico di

$$0{,}964.$$

Per quanto la formola (**), data la piccolezza di z, in questo caso non sia più applicabile con molta approssimazione, può pure

Età	Maschi			Femmine		
	Q coefficienti di divergenza	Differenze $Q-1$		Q coefficienti di divergenza	Differenze $Q-1$	
		+	−		+	−
49	—	—	—	0,920	—	0,080
50	—	—	—	1,118	0,118	—
51	—	—	—	1,458	0,458	—
52	—	—	—	0,556	—	0,444
53	—	—	—	0,764	—	0,236
54	0,831	—	0,169	1,453	0,453	—
55	0,889	—	0,111	1,145	0,145	—
56	0,887	—	0,113	0,668	—	0,332
57	0,756	—	0,244	0,683	—	0,317
58	1,023	0,023	—	0,887	—	0,113
59	1,012	0,012	—	0,768	—	0,232
60	0,572	—	0,428	1,099	0,099	—
61	1,515	0,515	—	0,948	—	0,052
62	1,029	0,029	—	0,792	—	0,208
63	1,428	0,428	—	0,642	—	0,358
64	1,201	0,201	—	0,949	—	0,051
65	0,736	—	0,264	0,656	—	0,344
66	0,699	—	3,301	0,956	—	0,044
67	1,571	0,571	—	0,821	—	0,179
68	0,989	—	0,011	0,977	—	0,023
69	0,626	—	0,374	1,072	0,072	—
70	0,766	—	0,234	0,859	—	0,141
71	1,118	0,118	—	0,363	—	0,637
72	0,710	—	0,290	1,467	0,467	—
73	1,149	0,149	—	1,051	0,051	—
74	0,978	—	0,022	0,650	—	0,350
75	0,991	—	0,009	1,076	0,076	—
76	0,603	—	0,397	0,518	—	0,482
77	1,403	0,403	—	0,689	—	0,311
78	0,695	—	0,305	1,473	0,473	—
79	0,932	—	0,068	0,855	—	0,145
80	1,157	0,157	—	1,338	0,338	—
81	0,772	—	0,028	—	—	—

notarsi che il valore medio del quadrato della differenza $Q - 1$ risulta per i maschi

0,271,

e per le femmine

0,295,

mentre la formola (**) darebbe un valore medio teorico per tale quadrato di

0,267.

Non è il caso di fermarsi sulla distribuzione degli scarti, dato il piccolo numero delle frequenze osservate in ciascuna età.

Questi risultati non ci allontanano dalla persuasione di una sufficiente stabilità, quantunque non possano dirsi conclusivi in modo generale.

È da augurarsi che, nell' interesse degli studi statistici attuariali, il materiale idoneo per simili ricerche, assai rare fino ad ora, per quanto interessantissime specie per singole categorie professionali, possa essere accresciuto mediante opportune elaborazioni, dagli uffici che dispongono di convenienti elementi di osservazione.

Roma, febbraio 1920.

GAETANO BALDUCCI.

Nuovi contributi alle ricerche sull' azione dell' ordine di nascita

1. — Da alcuni anni è stata presa in esame, in base a numerosi materiali statistici, la questione dell' influenza dell' ordine di nascita sulle qualità individuali, spinti però dal desiderio di controllare l' affermazione di alcuni scrittori, circa una presunta inferiorità del primonato rispetto ai cadetti, anzichè da quello di stabilire l' eventuale esistenza di una base naturalistica di antiche norme giuridiche, le quali, quantunque abbiano avuto molto maggiore importanza nel passato, non sono ancora del tutto scomparse dalla legislazione dei popoli civili.

I risultati parvero dapprima contradittori. Di fronte ad elementi che conducevano ad ammettere una superiorità nel primonato, altri se ne allegavano in base ai quali il primonato appariva inferiore, ed altri ancora che non lo facevano differenziare dai nati successivi.

Fu il Gini che comprese come questi elementi si potessero accordare in una formula unica: egli crede non si possa parlare nè di superiorità nè di inferiorità, sibbene di una variabilità del primonato superiore alla variabilità dei nati successivi, e, secondo me, non mancano argomenti fisiologici in sostegno di questa idea: il primonato verrebbe concepito, e vedrebbe poi la luce, in un periodo di crisi femminile del tutto analoga a quella della pubertà e della menopausa, crisi che mi pare si possa chiamare della maternità, durante la quale si costituirebbe una situazione ormonica materna, relativamente stabile e riconoscibile per lunghi anni, dopo il primo parto (1).

Il Weinberg e il Gini, uno indipendentemente dall' altro, hanno fatto notare l' erroneità del metodo statistico impiegato nell' ela-

(1) M. Boldrini. *Sulle famiglie con pazzi e sulla variabilità del primonato* in *Rivista d'antropologia*, 1914. In questa memoria può anche vedersi riassunta la bibliografia dell' argomento di cui ora ci occupiamo.

borazione delle cifre raccolte dai vari autori ed hanno suggerito il metodo corretto che, da allora, è stato da tutti seguìto.

Posto che si conosca l' ordine di nascita di un certo numero di individui che posseggono un dato carattere, per stabilire se l' ordine di nascita agisca sul comparire di tale carattere, è necessario confrontare la frequenza dei primonati, secondonati, terzonati, ecc., che effettivamente lo posseggono, con la frequenza dei primonati, secondonati, terzonati, ecc. che dovrebbero possederlo per puro effetto del caso. Orbene, teoricamente, il numero dei primonati, che dovrebbero possedere il carattere considerato, è uguale al numero di tutti gli appartenenti alle fratellanze di un solo membro che lo posseggono, aumentato di metà degli appartenenti alle fratellanze di due membri, che lo posseggono, di un terzo degli appartenuti alle fratellanze di tre membri, che lo posseggono, e così via, mentre, in pratica, il numero dei primonati che posseggono il carattere considerato sarà sensibilmente uguale, oppure sensibilmente diverso, a seconda che la primogenitura non influisca, oppure influisca sulla sua comparsa. Analogamente, in teoria, il numero dei secondonati che dovrebbero possedere il carattere considerato è uguale a metà degli appartenenti a fratellanze di due membri che che lo posseggono, aumentato di un terzo degli appartenenti alle fratellanze di tre membri che lo posseggono, di un quarto degli appartenenti alle fratellanze di quattro membri che lo posseggono, e così via, mentre, in pratica, il numero dei secondonati, che posseggono il carattere considerato, sarà sensibilmente uguale, oppure sensibilmente diverso, a seconda che la secondogenitura non influisca, oppure influisca sulla sua comparsa. Questo ragionamento si può ripetere per i terzonati, i quartonati, ecc., che posseggono il carattere esaminato. Si riuscirà, così, a determinare l' influenza della terzogenitura, quartogenitura, ecc., sulla sua comparsa. Valendomi di tale metodo, esporrò in questa nota alcuni elementi statistici che ho raccolto successivamente alla pubblicazione di una mia memoria, citata in nota, e che servono ad accrescere la casistica, ormai abbastanza ricca, dell' argomento.

2. — La signora Ersilia Majno Bronzini, Presidente del Comitato di Milano contro la tratta delle bianche, ha gentilmente aderito a una mia richiesta, pregando la signora Luisa Cettuzzi, che si è gentilmente prestata, di rilevare la classificazione delle fanciulle e delle donne adulte, assistite dal Comitato, secondo il loro ordine di nascita, rispetto ai sopravviventi delle rispettive

fratellanze, nel momento in cui il Comitato medesimo venne loro in soccorso. Questa classificazione non corrisponde alla classificazione secondo l'ordine di nascita, rispetto a tutti i fratelli, ma, siccome si può ammettere che la mortalità non colpisca i fratelli in maniera troppo differente (1), non sembra che il fatto debba esercitare un' influenza importante sulle osservazioni che se ne possono trarre.

Ho riunito le fanciulle e le donne adulte in due gruppi, a seconda dei motivi per i quali il Comitato prestò loro assistenza: traviate e pericolanti. Le une, già cadute nella malavita, o sono coattivamente presentate al Comitato perchè fornisca loro ricovero, o, desiderose di redimersi, chiedono ad esso spontaneamente soccorso; le altre, in vece, sono segnalate al Comitato per sottrarle ad ambiente malsano, o al pericolo della prostituzione. Per le prime, c'è stata un' azione attiva che le ha condotte al mal fare, mentre le seconde sono il più delle volte vittime della corruzione o del vizio altrui. Quelle possono considerarsi come donne perdute, queste come donne quasi comuni, nelle basse sfere della società da cui tutte quante provengono. Il loro confronto può, quindi, interessare, quando si voglia vedere se esista un' influenza dell' ordine di nascita sulla prostituzione.

Nella tabella seguente, riporto le frequenze effettive delle traviate e delle pericolanti, distinte secondo l'ordine di nascita, le frequenze teoriche, calcolate nel modo accennato, e i rapporti di quelle a queste.

Ordine di nascita	Traviate			Pericolanti			Totale		
	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	144	142.09	*101.3*	173	175.25	*98.7*	317	317.34	*99.9*
2	98	101.09	*96.9*	119	111.25	*107.0*	217	212.34	*102.2*
3	81	70.59	*114.7*	64	67.25	*95.2*	145	137.84	*105.2*
4	46	48.25	*95.3*	28	34.59	*80.9*	74	82.84	*89.3*
5	31	30.00	*103.3*	22	19.34	*113.7*	53	49.34	*107.4*
6	12	16.40	*73.2*	13	8.74	*148.7*	25	25.14	*99.4*
7–9	9	12.41	*72.5*	4	6.61	*60.5*	13	19.02	*68.3*
10–12	1	0.89	*112.4*	—	—	—	1	0.89	*112.4*
13–15	—	0.29	—	—	—	—	—	0.29	—
Totali	422	422.01	*100.-*	423	423.03	*100.-*	845	845.04	*100.-*

(1) Vedi mem. cit., p. 5-6.

Non si osservano differenze rilevanti e sistematiche tra le frequenze effettive e le frequenze teoriche delle traviate e delle pericolanti distinte secondo l'ordine di nascita. I rapporti delle colonne 4, 7 e 10 non si discostano mai fortemente da 100, almeno finchè si considerano gli ordini di nascita più bassi, per i quali il numero delle osservazioni si può ritenere sufficiente, e le oscillazioni sembra che si possano, pertanto, attribuire al puro caso.

Ho voluto anche vedere se le prostitute presentassero una frequenza diversa della teorica fra gli ultimonati. Ho ottenuto le cifre seguenti, le quali non permettono alcuna affermazione, potendosi, anche qui, considerare la divergenza dei rapporti dal valore di indifferenza (100), come accidentale.

Traviate			Pericolanti			Totale		
Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$
137	142.09	*96.4*	160	175.25	*91.3*	297	317.34	*93.6*

3. — Per interessamento del prof. S. Ottolenghi, direttore della Scuola di Polizia Scientifica, e del suo aiuto prof. G. Falco, ho potuto esaminare, per un lavoro in corso, i documenti esistenti negli archivi della Questura di Roma, relativi a un grande numero di individui che tentarono, oppure consumarono il suicidio. Per 2000 di essi, ho anche eseguito ricerche nell'Ufficio-Anagrafe del Comune di Roma, riuscendo a stabilire, in 366 casi, il loro ordine di nascita, rispetto a tutti i membri delle fratellanze da cui provengono, oppure — quando trattavasi di individui immigrati — rispetto ai membri sopravviventi, all'epoca del trasferimento a Roma.

Anche per i suicidi ho fatto due gruppi. Senza che mi dilunghi ad illustrare ampiamente i criteri, piuttosto vari e complessi, di cui mi sono valso, e sui quali avrò occasione di ritornare un'altra volta, basti dire che, alla distinzione tradizionale, di persone che tentarono e persone che consumarono il suicidio, ho sostituito l'altra, di persone che si valsero di un mezzo più idoneo e persone che si valsero di un mezzo meno idoneo. Credo, in tal modo, di aver ottenuto il vantaggio di chiarire, almeno in generale e fino a un certo punto, l'*animus* di chi al suicidio ricorre, senza tener conto di un carattere, come l'esito, che spesso è fortuito, e più spesso ancora ignoto o mal noto, specie se la morte segua a notevole distanza dall'attentato, o segua a complicazioni patologiche, che all'attentato stesso si riconnettono.

Nella tabella seguente, sono esposte le frequenze effettive delle persone che tentarono di suicidarsi con un mezzo più idoneo e con un mezzo meno idoneo, distinte secondo l' ordine di nascita, le frequenze teoriche, calcolate nel modo accennato, e i rapporti di quelle a queste.

Ordine di nascita	Persone che si servirono di un mezzo più idoneo			Persone che si servirono di un mezzo meno idoneo			Totale		
	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	43	39.24	*109.6*	46	53.11	*86.6*	89	92.35	*94.4*
2	33	32.24	*102.4*	53	45.11	*117.5*	86	77.35	*111.2*
3	24	24.24	*99.0*	42	36.61	*114.7*	66	60.85	*108.5*
4	18	18.50	*97.2*	24	27.28	*88.0*	42	45.78	*91.7*
5	10	11.07	*97.3*	22	19.78	*111.2*	32	30.85	*103.7*
6	9	8.67	*103.8*	12	13.38	*89.7*	21	22.05	*95.2*
7-9	7	9 89	*70.8*	18	20.47	*87.9*	25	30.36	*82.3*
10-12	2	2.07	*96.6*	3	3.64	*82.4*	5	5.71	*87.6*
13-15	—	0.08	—	—	0.57	—	—	0.65	—
Totali	146	146.—	*100.-*	220	219.95	*100.-*	366	365.95	*100.-*

Neppure qui, si osservano differenze rilevanti e sistematiche, tra le frequenze effettive e le frequenze teoriche, delle persone che tentarono di suicidarsi, ricorrendo a un mezzo più idoneo o meno idoneo, distinte secondo l' ordine di nascita. I rapporti delle colonne 4, 7 e 10 non si discostano mai fortemente da 100, il che ha tanto più valore, quando si tratta degli ordini di nascita più bassi, per i quali il numero delle osservazioni è più considerevole. Le oscillazioni sembra che si possano, pertanto, attribuire al puro caso.

E anche per i suicidi, ho voluto vedere se la loro frequenza effettiva fra gli ultimonati si discostasse sensibilmente dalla frequenza teorica. Ho ottenuto le cifre seguenti, che, se mostrano

Persone che si servirono di un mezzo più idoneo			Persone che si servirono di un mezzo non idoneo			Totale		
Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$	Numero effettivo dei casi a	Numero teorico dei casi b	$\frac{100 \cdot a}{b}$
33	39.24	*84.1*	50	53.11	*94.1*	83	92.35	*89.9*

una frequenza sensibilmente sottonormale, di persone ultimonate che si servirono di un mezzo di suicidio più idoneo, hanno però scarso valore, per l' insufficiente numero dei casi osservati.

4. — È necessità conchiudere, adunque, che non si osserva un' influenza dell' ordine di nascita sul traviamento e sul suicidio. Siccome MOLL afferma di avere notato una frequenza supernormale di omosessuali fra i primogeniti (1), dovremo dire che, se pure la sua affermazione è dedotta con metodo corretto, essa non trova analogia con quanto si è visto relativamente alle traviate. E le precedenti osservazioni non rivelano neppure alcunchè di analogo con quelle esposte nella mia precedente memoria sui pazzi. Difatti, allora, io potei mostrare una forte superfrequenza fra i primonati di pazzi e di criminali, superfrequenza che non è dato, invece, di ritrovare per le prostitute e i suicidi, due categorie di degenerati che, secondo le più autorevoli testimonianze, presentano numerosissimi punti di contatto morfologici, fisiologici e sociali con quelle (2). Cosicchè, sotto questo aspetto, i dati esposti assumono maggiore importanza di quella che non si attribuirebbe loro, considerando solo i risultati negativi che offrono, e valevano, pertanto, la pena di venire brevemente illustrati.

MARCELLO BOLDRINI.

---

(1) MOLL. *Untersuchungen über die Libido sexualis*, Berlin, 1898, Vol. I°, p. 19.

(2) Un' altra differenza dei suicidi rispetto ai pazzi è accennata nella mia memoria: *I cadaveri degli sconosciuti. Ricerche demografiche e antropologiche sul materiale della « Morgue » di Roma*, in *La scuola positiva*, 1920.

La natimortalità negli anni di guerra

Le cause remote e indirette della natimortalità sono tuttora poco note, nonostante l'ampio materiale di studio che dovunque vanno raccogliendo i demografi e gli ostetrici. Però la maggior parte degli autori che si sono occupati di questo argomento (PINARD, J. BERTILLON, PRINZING, HIRSCH, CONRAD, VERRIJN STUART, RASERI, MANGIAGALLI, VICARELLI, ALFIERI, ecc.) convengono nel ritenere che tanto il *surmenage* fisico, dovuto all'eccesso di lavoro, quanto la deficenza di nutrizione possano produrre nell'organismo delle gestanti delle particolari alterazioni che, alla lor volta, determinano sia la morte endouterina del feto, sia la sua morte durante la nascita. Così, ad esempio, la natimortalità molto elevata, che si riscontra nei distretti tessili della Boemia settentrionale, si spiega col fatto che quelle operaie prolungano il lavoro sino alla fine della gravidanza, il che ha per conseguenza dei parti prematuri e delle presentazioni anomale. Alla stessa causa si attribuisce pure la maggiore natimortalità che, in certi paesi, come in Prussia e in Danimarca, si è osservata nelle campagne, dove le contadine si sottopongono a lavori molto faticosi anche durante gli ultimi tempi della gestazione (1). Dannosi del pari per l'andamento della gravidanza e per la vitalità del feto sono, secondo l'opinione unanime degli ostetrici, tutti quei lavori che possono dar origine a delle intossicazioni (saturnismo, fosforismo, etc.), quelli che esigono delle posizioni coatte tenute troppo a lungo, come p. e. la posizione che tiene la donna durante la mondatura del riso, e infine quelli che cagionano dei traumatismi, anche lievi, ma spesso ripetuti in prossimità della zona sessuale, come p. e. il trasporto di canestri pesanti appoggiati al ventre, il lavorare con macchine mosse a pedale e così via (2).

---

(1) Cfr. FRIEDRICH PRINZING, *Handbuch der medizinischen Statistik*, Jena, 1906, pag. 57 e 61.

(2) Cfr. EMILIO ALFIERI, *La protezione delle madri*, Cagliari 1918, pag. 15.

In quanto all'influenza che la scarsità di alimentazione può avere sulla frequenza della natimortalità, i demografi ricordano che in Finlandia, duarante la carestia del 1868, la percentuale di natimorti attinse un massimo di 4,1 %, mentre negli anni precedenti oscillava intorno al 3 %, e nell'anno successivo 1869 ridiscese a 2,90 %. BERTILLON osservò, a sua volta, un incremento sensibile della quota di natimortalità tra i bambini nati e concepiti durante l'assedio di Parigi.

Però i dati sinora raccolti intorno all'azione che il *surmenage* fisico e la deficenza di nutrizione delle madri esercitano sulla natimortalità, sono troppo frammentari e limitati a numeri troppo esigui per permettere di giudicare, con una certa sicurezza, in quanto quelle due cause possano operare ad accrescere il numero dei nati morti. La conflagrazione, testè finita, che ha prodotto una straordinaria estensione del lavoro femminile tanto nelle industrie belliche che nell'agricoltura e che, con il blocco, con la guerra dei sottomarini, con la diminuzione della produzione, ha costretto intere popolazioni a un regime alimentare molto ridotto, che nei paesi bloccati rasentava addirittura la fame, ci consente di esaminare sulla base di grandi numeri e attraverso periodi di tempo sufficentemente lunghi, quali effetti abbiano avuto sulla natimortalità le condizioni anormali di lavoro e di alimentazione, alle quali furono assoggettati, durante la guerra, larghissimi strati della popolazione femminile negli Stati belligeranti, ed anche, per quanto concerne l'alimentazione, la popolazione di alcuni Stati neutrali, sebbene in grado molto minore.

Calcoleremo quindi i coefficenti di natimortalità (nati-morti per 10.000 nascite, compresi i nati-morti), negli anni di guerra, prima per alcuni Stati belligeranti e poi per alcuni Stati neutrali, di cui potemmo procurarci i dati, confrontandoli con quelli degli anni antecedenti dal 1906 in poi. Va da sè che, data la diversità dei criteri adottati da paese a paese per definire il nato-morto, i coefficenti dei vari Stati non vanno paragonati l'un l'altro. Il confronto si può fare invece soltanto tra i coefficenti annuali dello stesso Stato.

STATI BELLIGERANTI

Germania, Prussia, Baviera, Sassonia, Württemberg. — Oltre ai coefficenti della Germania, riportiamo pure quelli di alcuni degli Stati che ne fanno parte, perchè per la Baviera, la Sassonia e il

Württemberg disponiamo anche delle cifre per l'anno 1918 (1). Avvertiamo inoltre che:

a) in Prussia vengono considerati come nati-morti i feti giunti a termine e venuti alla luce senza vita; i feti che, dopo 180 giorni di gestazione, vengono alla luce senza vita e hanno una statura di 0,32 m.; i feti giunti quasi a termine;

b) in Sassonia vengono considerati come nati-morti i feti venuti alla luce senza vita dopo una gestazione di 6 mesi o più di 6 mesi;

c) nel Württemberg vengono considerati come nati-morti i feti venuti alla luce senza vita dopo una gestazione di 28 settimane e che hanno una statura di 0,37 m. (2).

Nati-morti per 10.000 nascite

Anni	Germania	Prussia	Baviera	Sassonia	Württemberg
1906	299	300	279	344	286
1907	296	298	274	340	270
1908	297	297	277	339	282
1909	295	295	275	336	286
1910	293	296	270	341	261
1911	292	293	268	336	275
1912	292	294	269	331	279
1913	295	297	262	353	262
1914	298	299	262	354	269
1915	302	306	265	352	266
1916	309	310	276	362	293
1917	296	300	271	333	274
1918	—	—	275	346	301

(1) Il totale delle nascite e quello dei nati-morti negli anni 1915, 1916, 1917, 1918, in base ai quali abbiamo calcolato i coefficenti, ci furono cortesemente comunicati per la Germania, per la Prussia, per la Baviera e per la Sassonia dai rispettivi direttori di quegli uffici centrali di Statistica, per il Württemberg dal dott. Weinberg, ai quali tutti porgiamo qui pubblicamente i nostri più vivi ringraziamenti. I coefficenti di natimortalità per gli anni 1906-1914 furono desunti dall' *Annuaire international de statistique* II. *Mouvement de la population* (*Europe*), L'Aia, 1917, pag. 40-42.

(2) Per la definizione di nato-morto cfr. *Annuaire international*. etc. pag. V. Per la Baviera manca la definizione; per la Germania i nati-morti risultano dalla somma dei nati-morti dei singoli Stati tedeschi.

Nell'intera Germania e in Prussia si riscontra un lievissimo aumento nel 1915 e nel 1916, ma nel 1917 i rispettivi coefficenti scendono al livello normale degli anni di pace. In Baviera negli anni 1916, 1917 e 1918 i coefficenti sono un po' più elevati di quelli delle annate immediatamente precedenti, ma eguali all' incirca a quelli del periodo 1906-1910. In Sassonia e nel Württemberg gli anni 1916, 1917 e 1918 segnano delle fluttuazioni più brusche e saltuarie; però è lecito ritenere che sull'ampiezza delle variazioni, in questi paesi, abbiano influito notevolmente delle cause di carattere accidentale, della cui azione i coefficenti di natimortalità si sono risentiti più sensibilmente negli anni di guerra che in quelli di pace, in causa appunto del numero relativamente piccolo di nascite e di nati morti, dovuto alla diminuzione generale e fortissima della natalità, determinata dalla guerra. In conclusione, si può affermare che durante la guerra la natimortalità non ha subito, nè nella Germania tutta, nè negli Stati germanici qui considerati, dei notevoli incrementi. Degna di esser messa in particolare rilievo appare la diminuzione dei coefficenti di natimortalità verificatasi nel 1917, annata durante la quale in tutti i paesi tedeschi si manifestò la prima crisi veramente seria negli approvvigionamenti, crisi che venne aggravandosi ancor più nel 1918, senza però influire particolarmente sull' aumento della natimortalità, nè in Baviera, dove il coefficente di 275 è eguale a quello del 1909 e inferiore a quelli del 1906 e del 1908, nè in Sassonia, dove il coefficente di 346 è inferiore a quello del 1913. Nel Württemberg invece l'anno 1918 attinge il massimo della serie, ma, come si è detto dianzi, non si può escludere che l'alto livello del coefficente sia determinato puramente da cause accidentali.

Francia. — I dati sul numero dei nati-morti e delle nascite durante gli anni 1914-1917 si riferiscono soltanto ai 77 dipartimenti non invasi, e quindi, per poter fare gli opportuni confronti, si sono riportati non solo i coefficenti per tutta la Francia dal 1906 al 1913, ma si sono pure calcolati i coefficenti di natimortalità per quei 77 dipartimenti nei tre anni, precedenti alla guerra, 1911, 1912 e 1913 (1).

---

(1) Il totale delle nascite e quello dei nati-morti nei 77 dipartimenti non invasi durante gli anni 1914, 1915, 1916, 1917, in base ai quali abbiamo calcolato i coefficenti, furono desunti dalla *Statistique annuelle du mouvement de la population* (pubblicata dalla *Statistique générale de la France* negli estratti del *Journal Officiel* del 10 Novembre 1915 e del 10 Febbraio 1919); le stesse cifre negli anni 1911, 1912, 1913 furono da me calcolate in base ai dati per i singoli dipartimenti contenuti in *Statistique*

Gli uffici di stato civile considerano come nati-morti tutti i feti venuti alla luce senza dar segno di vita e quelli che hanno bensì dato segno di vita, ma che sono morti prima della dichiarazione, la quale può farsi nei tre giorni che seguono la nascita. Ne risulta quindi che un certo numero di nati vivi viene classificato tra i nati-morti (1). Consta però dallo spoglio dei relativi bollettini che, nel periodo 1911-1913, e 1907-1910, la proporzione dei veri nati-morti ammontava all'85 % circa del totale dei bambini registrati come nati-morti (2).

Nati-morti per 10.000 nascite

Anni	Francia intera	77 Dipartimenti
1906	442	—
1907	454	—
1908	452	—
1909	448	—
1910	444	—
1911	439	436
1912	442	442
1913	445	433
1914	—	428
1915	—	423
1916	—	473
1917	—	452

Mentre nel 1914 e nel 1915 il coefficente di natimortalità subisce un lieve abbassamento, nel 1916 esso segna un forte aumento, che permane, sebbene sensibilmente attenuato, anche nel 1917. Questo

---

du mouvement de la population, Nouvelle Série, Tome II, Années 1911, 1912, et 1913, Paris 1917. I coefficenti di natimortalità di tutta la Francia, per gli anni 1906-1911 furono desunti dall'*Annuaire international etc.* pag. 47 e per gli anni 1912-1913, dalla *Statistique du mouvement* etc. pag. XLVII.

(1) Cfr. *Annuaire international* etc. pag. VI.

(2) Cfr. *Statistique du mouvement* etc. pag. *LXVI.*

aumento sarebbe dovuto, secondo il MARCH, (1) alle condizioni sfavorevoli in cui versavano al momento del parto alcune madri, sia in seguito al lavoro che molte di esse dovettero prestare, sia, per quanto riguarda le madri provenienti dalle regioni invase, in conseguenza delle privazioni e degli strapazzi. Osserviamo però che l'accrescimento della natimortalità appare rilevante soltanto nel 1916, poichè nel 1917 il coefficente di 452 per i 77 dipartimenti è uguale a quello del 1908 per tutta la Francia e minore di quello del 1907.

Italia. — I dati si arrestano al 1916 — anno in cui ancor poco si risentivano fra noi le conseguenze dannose della guerra — e non consentono quindi di formarsi un giudizio sicuro intorno alla ripercussione che la guerra può aver avuto sulla natimortalità italiana. (2). La statistica italiana considera come nati morti tutti i feti morti prima della nascita o durante la nascita (3).

Anni	Nati-morti per 10.000 nascite	Anni	Nati-morti per 10.000 nascite
1906	430	1912	403
1907	433	1913	401
1908	432	1914	410
1909	431	1915	409
1910	421	1916	405
1911	416		

Nel 1915 e nel 1916, i due anni di guerra, non si riscontra alcuna variazione degna di nota nei coefficenti, che si mantengono sempre a un livello inferiore a quello dei coefficenti degli anni 1906-1911.

STATI NEUTRALI

Paesi Bassi, Danimarca, Norvegia, Spagna. — Quantunque molto meno interessanti di quelli degli Stati belligeranti, abbiamo vo-

(1) Così si esprime il MARCH nel commento che fa alla *Statistique annuelle* etc. per gli anni 1915, 1916, 1917 nei 77 Dipartimenti, pag. 9 dell'estratto del *Journal officiel* del 10 febbraio 1919.

(2) I coefficenti di natimortalità per gli anni 1906-1914 furono desunti dall'*Annuaire international* etc. pag. 49, e per gli anni 1915-1916 dal *Movimento della popolazione nell'anno 1915 e notizie sommarie per l'anno 1916*, Roma 1918, pagg. XLI e LXV.

(3) Cfr. *Annuaire international* etc. pag. VI.

luto calcolare pure i coefficenti di natimortalità dei quattro Stati neutrali che ci hanno fornito i dati richiesti (1). Nei Paesi Bassi si considerano come nati-morti: *a*) i feti giunti a termine o prima del termine venuti alla luce senza vita; *b*) i bambini nati vivi e morti prima del giorno della dichiarazione, che deve farsi nei tre giorni che seguono alla nascita. La statistica olandese non fa menzione di nati-morti, ma di « bambini presentati senza vita ». In Danimarca si considerano come nati-morti tutti i feti venuti alla luce durante o dopo la ventinovesima settimana della gestazione senza dar segno di vita. In Norvegia si considerano come nati-morti tutti i feti nati senza dar segno di vita dopo il principio dell'ottavo mese della gestazione. In Spagna si considerano come nati-morti tutti i feti venuti

Nati-morti per 10.000 nascite

Anni	Paesi Bassi	Danimarca	Norvegia	Spagna
1906	397	226	227	247
1907	401	240	230	235
1908	392	236	228	244
1909	395	232	229	243
1910	390	231	227	244
1911	383	231	223	248
1912	375	230	229	255
1913	373	234	219	261
1914	375	230	217	269
1915	381	246	232	263
1916	384	247	219	269
1917	377	247	221	268
1918	378	253	268	276

(1) Il totale delle nascite e quello dei nati morti, in base ai quali abbiamo calcolato i coefficenti, ci furono cortesemente comunicati per i Paesi Bassi anni 1917 e 1918, per la Danimarca anni 1916, 1917 e 1918, per la Norvegia anni 1915, 1916, 1917 e 1918, per la Spagna anni 1916, 1917 e 1918, dai rispettivi direttori di quegli uffici centrali di Statistica, ai quali tutti porgiamo quì pubblicamente i nostri più vivi ringraziamenti. I coefficenti di natimortalità per gli anni antecedenti a quelli dianzi menzionati furono desunti dall' *Annuaire international* etc. pagg. 44, 46, e 50.

alla luce senza dar segno di vita e quelli nati vivi ma decessi nelle prime 24 ore dopo la nascita. (1).

Nel periodo 1915-1918 la natimortalità non supera il consueto livello nei Paesi Bassi; cresce alquanto in Danimarca in confronto a quella degli anni precedenti; non subisce variazioni notevoli in Norvegia salvo uno sbalzo brusco e forte nel 1918; aumenta, infine, ma di poco, in Ispagna. L'accrescimento improvviso del coefficente norvegese nel 1918 — semprechè le cifre, che ci furono comunicate, siano esatte — è inesplicabile e dovrebbe attribuirsi a un concorso fortuito di cause accidentali. In quanto all'incremento, del resto lievissimo, dei coefficenti spagnuoli, conviene osservare che tutta la serie dal 1906 in poi ha una tendenza ben definita all'aumento, tendenza che si spiega con una rilevazione sempre più accurata dei nati morti. Anzi, in proposito, ci sia lecito esprimere l'opinione che il valore del coefficente spagnuolo di natimortalità sia ancor troppo basso, tanto più che tra i nati-morti sono compresi pure i bambini nati vivi ma morti nelle prime 24 ore dopo la nascita.

Dall'esame dei coefficenti non risulta — fatta eccezione per la Danimarca dove s'è verificato un piccolo aumento — che la natimortalità degli Stati neutrali, siasi accresciuta durante gli anni del conflitto.

Il risultato più importante delle nostre ricerche si è che, tanto nei due Stati belligeranti, per i quali disponiamo di dati più estesi nel tempo, quanto nei neutrali, qui considerati, la natimortalità non ha mostrato negli anni di guerra una tendenza ben definita all'aumento. Se ciò è ovvio per gli Stati neutrali — dove non vi erano ragioni speciali per cui le condizioni delle madri fossero durante la guerra sensibilmente più sfavorevoli che nel periodo precedente — non lo è invece altrettanto per i belligeranti. E sopratutto per la Germania, poichè in questa — a differenza della Francia e dell'Italia che dal punto di vista dell'alimentazione ebbero a soffrire relativamente poco — ai danni che l'eccesso di fatica arrecava alle gestanti, venivano ad aggiungersi quelli di una nutrizione sotto ogni aspetto deficentissima.

Ora, il fatto che negli Stati tedeschi i coefficenti di natimortalità non solo non siano cresciuti durante la guerra, ma anzi, come s'è già rilevato, siano scemati appunto in quell'anno 1917, in cui

---

(1) Cfr. *Annuaire international* etc. pagg. VI e VII

la crisi alimentare si fece più minacciosa in conseguenza del cattivo raccolto del 1916 e dei maggiori rigori del blocco, ci induce a formulare le seguenti ipotesi, di cui esamineremo e controlleremo sin golarmente la veridicità anche nei riguardi della Francia:

1.) che il *surmenage* fisico delle donne e la mancanza di alimenti siano stati meno gravi di quanto generalmente si crede;

2.) che in seguito alle eccezionali condizioni demografiche, create dalla guerra, l'azione di qualche fattore, che, in tempi ordinari opera ad accrescere la natimortalità, si sia attenuata, sì da controbilanciare, in tutto o in parte, l'aumentata efficenza di altri fattori, quali un più intenso *surmenage* e una nutrizione più scarsa;

3.) che l'eccesso di lavoro e la deficenza di nutrizione delle gestanti abbiano, quali cause di natimortalità, una importanza molto minore di quella che sinora veniva loro attribuita.

Ad 1. — *a*) Surmenage *e lavoro femminile.* — I richiami di nuove classi e le continue leve di revisione, sottraendo un numero sempre maggiore di operai all'economia nazionale, fecero sì che in Germania l'elemento femminile fosse impiegato sempre più largamente in tutte le industrie. Alcune cifre intorno al numero delle operaie iscritte alle casse di assicurazione contro la malattia ci permettono di constatare l'enorme aumento del lavoro femminile durante gli anni di guerra (1).

Anni	Numero delle donne assicurate
1 Gennaio 1914	1,617,009
» » 1915	2,775,220
» » 1916	3,185,521
» » 1917	3,751,452
» » 1918	4,440,738

Il numero delle donne operaie, agli inizi del 1918, era poco meno che triplicato in confronto a quello del 1914, e, secondo alcuni dati, comunicati nel novembre 1916 da HELFFERICH alla Commissione parlamentare del commercio e dell'industria, il numero di lavoratrici era cresciuto particolarmente nelle industrie metallurgiche, elettriche, chimiche ed anche, sebbene in minori proporzioni, nelle edilizie, le quali tutte prima della guerra erano quasi precluse

(1) Queste e le altre notizie riferite in seguito intorno alle condizioni alimentari della Germania furono desunte dalla monografia di C. DÖRING, *Die Bevölkerungsbewegung im Weltkrieg. I. Deutschland*, II ed. pubblicata nel *Bulletin der Studiengesellschaft für sociale Folgen des Krieges*, Nr. 4, Kopenhagen, Marzo 1919.

alle donne. La donna veniva così ad esercitare dei mestieri che richiedono una speciale tensione delle forze muscolari, e nelle industrie belliche compiva molti di quei lavori pesanti che prima erano riservati esclusivamente agli uomini. Secondo il DÖRING, è appunto « questo spostamento nel genere di occupazione, e non l'aumento del lavoro femminile di per sè, che implica pericoli più gravi per la salute delle donne che lavorano, ed esercita così un'influenza anche sulla mortalità e sulle nascite » (1). Ai danni che le eccessive fatiche potevano causare alle madri e ai nascituri, lo Stato, sino dal dicembre 1914, cercò di porre riparo, emanando delle misure legislative in favore delle madri sia legittime che illegittime, in base alle quali si affidava alla casse per gli ammalati il compito di tutelare e sussidiare le partorienti. L'opera dello Stato in questo campo fu integrata dall'assistenza privata che durante la guerra ebbe un largo sviluppo.

Tutto ciò dimostra che, in Germania, non solo il lavoro della donna si estese straordinariamente negli anni della conflagrazione, ma — quello che più importa — che la donna fu assoggettata a un *surmenage* vero e proprio, essendo stata occupata appunto in quelle industrie e adibita a quel genere di lavori che i ginecologi ritengono più dannosi per le gestanti e tali da determinare la natimortalità.

Per quanto concerne la Francia, il fatto ch'essa fu costretta a compiere il massimo sforzo militare, richiamando alle armi tutti gli uomini validi, basta per asserire che le condizioni delle lavoratrici francesi siano state analoghe a quelle delle tedesche. Anche in Francia si comprese la necessità di tutelare le madri e, tra le varie istituzioni sorte a questo scopo, primeggia l' *Office central d' assistance maternelle et infantile,* creato a Parigi per iniziativa del PINARD allo scoppio delle ostilità, la cui azione ebbe i benefici risultati di far diminuire la natimortalità, la mortalità infantile e quella puerperale (2).

b) *Alimentazione.* — Con lo scoppio della guerra non solo venne a cessare quasi completamente in Germania l'importazione di generi alimentari (cereali per circa 6 milioni di tonnellate all'anno, legumi, frutta, carne, uova, pesce, etc.), ma diminuì pure il raccolto dei cereali e delle patate.

---

(1) Cfr. DÖRING, l. c. pagg. 22 e 23.
(2) Cfr. ALFIERI, l. c. pagg. 51 e segg.

Anni	Migliaia di tonnellate		
	Cereali	Patate	Totale
1913	30.691	54.121	84.812
1914	26.947	45.560	72.507
1915	21.844	53.973	75.817
1916	22.048	25.074	47.122
1917 (*)	14.788	34.410	49.198

(*) Senza l'Alsazia e la Lorena.

Nei primi anni di guerra, non ostante la restrizione dei consumi, la situazione alimentare si mantenne sopportabile, ma lo scarso raccolto del 1916 determinò nella primavera del 1917 una gravissima crisi, che si acuì vieppiù durante il 1918 per la ognora crescente mancanza di carne, di grassi, di latte, etc. Dai dati suesposti intorno ai raccolti appare che nel 1917 e nel 1918 una quantità di cereali e di patate, di poco superiore alla metà di quello che si produceva nel 1913, dovette bastare ai bisogni alimentari del popolo tedesco. Anche se le cifre ufficiali degli ultimi due anni sono inferiori al vero, perchè ai contadini riuscì certamente di occultare una parte del raccolto, pure la riduzione è sempre tale da giustificare l'opinione che l'alimentazione di una gran parte della popolazione sia stata del tutto insufficente. Dalla crisi furono colpite specialmente le classi povere e medie delle città, e, come afferma il Döring « in questi strati della popolazione la denutrizione è stata la causa della morte in centinaia di migliaia di casi » (1). Infatti, secondo certe comunicazioni, fatte a Berlino nel decembre 1918 in una seduta delle Società mediche riunite, sarebbero morte in Germania, durante la guerra, in seguito a denutrizione, 763.000 persone, di cui ben 554.000 nei due anni 1917 e 1918, in cui la crisi alimentare raggiunse il massimo d'intensità.

Quanto siamo venuti esponendo ci consente di escludere, almeno nei riguardi della Germania, la validità della ipotesi dianzi affacciata che l'eccesso di lavoro delle donne e la deficenza di nutrizione siano stati meno gravi di quello che comunemente si ritiene. Rispetto alla Francia si può affermare che il *surmenage* delle lavoratrici fu altrettanto intenso che in Germania, mentre invece la situa-

(1) Cfr. Döring, l. c. pag 71.

zione alimentare durante la guerra non peggiorò tanto da infliggere gravi sofferenze alla popolazione civile francese.

Ad 2. — *La diminuzione dei matrimoni e delle nascite di primogeniti.* — Il primo e più immediato effetto demografico della guerra è quello della diminuzione della nuzialità. Il numero dei matrimoni, ridotto già negli ultimi mesi del 1914, decresce notevolmente negli anni successivi, in confronto alla cifra del 1913, tanto nell'intera Germania, quanto in Prussia, in Sassonia e nel Württemberg (1).

Anni	Germania		Prussia		Sassonia		Württemberg	
	Numero dei matrimoni	Variazione rispetto al 1913 %	Numero dei matrimoni	Variazione rispetto al 1913 %	Numero dei matrimoni	Variazione rispetto al 1913 %	Numero dei matrimoni	Variazione rispetto al 1913 %
1913	513.283	—	323.709	—	40.307	—	17.733	—
1914	460.608	— 10,3	286.197	— 11,6	40.414	+ 0,3	15.511	— 12,5
1915	278.208	— 45,8	177.566	— 45,0	26.323	— 34,7	7.598	— 57,2
1916	—	—	176.872	— 45,3	24.183	— 40,0	8.356	— 52,9
1917	—	—	—	—	25.049	— 37,9	9.812	— 44,7
1918	—	—	—	—	25.224	— 37,4	11.149	— 37,1

In Baviera i matrimoni scemano dell' 11,8 % nel 1914 e del 53 % nel 1915 in confronto al 1913. In base a questi dati si può ammettere che nel periodo 1915-1918 il numero annuo dei matrimoni contratti in Germania sia stato tutt'al più il 55 o il 60 % della media normale degli ultimi anni di pace.

Più notevole ancora è la diminuzione di nuzialità verificatasi nei 77 dipartimenti non invasi della Francia, dove il numero dei matrimoni, che nel 1915 era meno di un terzo di quello del 1913, si risolleva un po' nel 1916 e raggiunge nel 1917 circa i due terzi della cifra del 1913 in conseguenza delle speciali facilitazioni concesse ai militari desiderosi di ammogliarsi, e di altre circostanze favorevoli (2).

---

(1) Il numero dei matrimoni per gli anni 1913 e 1914 fu desunto dall'*Annuaire international* etc., pagg. 4 e 5; quello per l'anno 1915 in Germania e per il 1915 e 1916 in Prussia dalla pubblicazione del Döring pagg. 90 e 99: quello per gli anni 1915, 1916, 1917, 1918 in Sassonia dalla *Zeitschrift des Sächs. Statistichen Landesamtes*, Anno 64 e 65 pag. 351, quello dello stesso periodo nel Württemberg mi fu cortesemente comunicato dal dott. Weinberg.

(2) Il numero dei matrimoni fu desunto dalla *Statistique annuelle* etc.

Anni	Numero dei matrimoni	Variazione rispetto al 1913 %
1913	247.880	—
1914	169.011	— 31,8
1915	75.327	— 69,6
1916	108.562	— 56,2
1917	158.508	— 36,1

Il decrescere dei matrimoni determinò a sua volta, durante gli anni di guerra, una riduzione delle nascite di primogeniti, le quali, oltre che per questa ragione, divennero più rare anche perchè molte delle coppie matrimoniali di recente formazione rimasero infeconde in causa del richiamo alle armi di un certo numero di giovani mariti poco dopo la celebrazione delle nozze. Di quanto siano diminuite in Germania, in Francia e negli altri Stati belligeranti le nascite di primogeniti, non ci è dato di sapere. Però, confrontando alcuni dati intorno alla diminuzione della natalità secondo l'ordine delle nascite, verificatasi a Berlino dal 1900 al 1913, con altri consimili che si riferiscono alla diminuzione avvenuta dal 1914 al 1915, possiamo formarci un' idea approssimativa dell' entità del fenomeno. (1).

Ordine delle nascite legittime	Diminuzione %	
	Dal 1900 al 1913	Dal 1914 al 1915
I geniti	9,5	25,0
II »	22,5	15,0
III »	33,0	11,0
IV »	37,0	5,0
V »	42,0	11,5
Successivi	45,0	11,0
Natalità legittima	26,0	17,0

(1) Cfr. Döring, l. c. pag. 56.

Prima della guerra, dal 1900 al 1913, la diminuzione della natalità legittima era da imputarsi per la massima parte al decrescere delle nascite di secondi, terzi geniti etc., e la percentuale di diminuzione dei primogeniti era di gran lunga inferiore a quella dei nati di rango superiore e, del pari, a quella della natalità legittima generale. Dopo lo scoppio della guerra, dal 1914 al 1915, avviene esattamente il reciproco e la percentuale di diminuzione delle nascite di primogeniti è non solo superiore a quella di tutte le altre categorie, ma anche a quella della natalità legittima generale. Il numero complessivo delle nascite legittime a Berlino nel 1915 fu di 5043 inferiore a quello del 1914, quello delle nascite di primogeniti di 2784, vale a dire più della metà di tutte le nascite mancate. Se i dati di Berlino potessero estendersi a tutta la Germania e per tutta la durata della guerra, ne verrebbe che la metà delle nascite mancate avrebbero dovuto essere prime nascite.

In Francia nel triennio 1911-1913 la composizione della massa dei nati legittimi secondo l'ordine di genitura fu la seguente: (1).

Ripartizione di 100 nascite secondo l' ordine di genitura

Ordine delle nascite legittime	Dichiarati vivi	Nati-morti	Totale (nati vivi e morti)
I geniti	29,0	41,6	29,5
II »	24,2	18,4	24,0
III »	16,5	12,7	16,4
IV »	10,6	8,9	10,5
V »	6,9	6,0	6,9
Successivi	12,8	12,4	12,7
	100	100	100

Il totale delle nascite legittime francesi era quindi formato quasi per un terzo da prime nascite e per più della metà da prime e seconde nascite. Si noti inoltre che tra i nati-morti la proporzione dei primogeniti era molto più forte che tra i nati vivi. E' naturale però che, negli anni di guerra, in causa del numero notevolmente minore di matrimoni contratti e della conseguente rarefazione delle

(1) Cfr. *Statistique du mouvement* etc. pag. *LIX.*

prime nascite, la composizione del contingente dei nati debba essersi radicalmente mutata nel senso di una notevolissima diminuzione della percentuale di primogeniti e di un aumento nelle percentuali delle altre categorie di nati.

Riguardo alla natimortalità secondo l'ordine di genitura è ormai assodato già da lungo tempo che i primogeniti hanno una natimortalità più elevata di quella dei nati d'ordine successivo per lo meno sino alla sesta o settima nascita (1). Inoltre, ove si consideri la vitalità dei neonati non solo in funzione dell'ordine di genitura, ma anche dell'età delle madri, come s'è fatto recentemente in Francia (1911-1913), (2) risulta che, qualunque sia l'età della madre, i coefficenti di natimortalità dei primogeniti sono superiori a tutti quelli degli altri nati successivi e che la natimortalità diminuisce quando cresce il numero d'ordine della nascita per tutti i gruppi di età.

Premesso che la percentuale dei primogeniti tra i nati-morti è superiore alla percentuale dei primogeniti tra i nati vivi, in causa appunto della natimortalità più elevata di essi, e che, per effetto della guerra, le prime nascite scemarono relativamente di più che quelle di ordine successivo, per modo che i primogeniti venivano a rappresentare nella massa dei nati una frazione più piccola di quella di prima — ne risulta che, essendosi così ridotto il numero dei primogeniti più esposti alla natimortalità di quello che non lo siano i nati di altro rango, anche il coefficente generale di natimortalità avrebbe dovuto, a parità di ogni altra condizione, risultare negli anni di guerra minore che nei precedenti.

Ora il fatto che la natimortalità si sia invece mantenuta quasi costante significa che la diminuzione, che avrebbe dovuto aver luogo per la riduzione delle prime nascite, è stata compensata da un aumento del quoziente di natimortalità per i nati di ordine successivo ed anche per i primogeniti stessi. E quindi l'ipotesi che l'aumento di natimortalità, che potrebbe derivare dall'eccesso di lavoro delle madri e dalla cattiva nutrizione, sia stato mascherato durante la guerra dall'attenuarsi di qualche altro fattore, e precisamente dalla rarefazione dei primogeniti, appare pienamente giustificata. Questa causa di diminuzione della natimortalità dovrebbe aver avuto mag-

---

(1) Cfr. Prinzing l. c. pag. 56 e R. Benini, *Principii di demografia*, Firenze 1901, pag. 75.

(2) Cfr. *Statistique du mouvement* etc. pag. LXI.

giore importanza per la Francia (1) che per la Germania, in primo luogo perchè, data la limitazione volontaria della prole, la proporzione dei primogeniti nelle nascite francesi era, nel periodo antebellico, maggiore che nelle tedesche, e in secondo luogo perchè la diminuzione dei matrimoni fu in Francia, negli anni 1914, 1915 e 1916, più forte che nei paesi tedeschi.

Ad 3. — *L' influenza dei fattori prenatali sulla mortalità infantile e sulla natimortalità.* — Dato che la mortalità infantile nel primo anno dipenda tra loro, come molti asseriscono, dall'impiego industriale della donna e da una scarsa alimentazione, durante il periodo della gestazione, sembra ovvio che le condizioni prenatali sfavorevoli debbano causare la morte del neonato specialmente nelle prime settimane, allorquando il bambino non subisce ancora che in minima parte l'influenza dell'ambiente esterno. Se così fosse, i quozienti di mortalità nelle età da 0 a 15 giorni, o tutt'al più da 0 a 30 giorni, dovrebbero essere più elevati per quelle categorie di nati che provengono da madri povere, appartenenti alla classe operaia, che per i nati da madri delle classi borghesi e agiate. Invece, tanto dal BREND nel suo studio sulla mortalità infantile in Inghilterra, (2) quanto da noi nelle nostre ricerche sulla mortalità alle varie età tra 0 e 1 anno nei dipartimenti francesi e nel distretto di Columbia, (3) si è dimostrato che quei quozienti variano pochis-

---

(1) In base ai dati greggi riportati nella *Statistique du mouvement* etc. pagg. 44 e 45, ho calcolato la riduzione che avrebbe dovuto subire durante la guerra il coefficente generale di natimortalità per effetto della maggiore rarefazione delle prime nascite, nella ipotesi che i quozienti di natimortalità dei primogeniti e degli altri nati di rango superiore fossero rimasti costanti, e che la composizione delle nascite francesi, di cui noto l' ordine di genitura, si fosse così spostata nel periodo bellico:

	Periodo ante-bellico (1911-1913)			Periodo bellico (1915-1917)		
	Composizione delle nascite	Quozienti di natimortalità per 1000	Nati-morti	Composizione delle nascite	Quozienti di natimortalità per 1000	Nati-morti
Primogeniti	3000	59	177	2000	59	118
Altri nati	7000	34	238	8000	34	272
Totale	10000	—	415	10000	—	390

Se lo spostamento nella composizione fosse stato, com' è probabile, più forte, anche il coefficente generale di natimortalità sarebbe diminuito di più.

(2) WILLIAM A. BREND, *Health and the State*, Londra, 1917, pagg. 62-113.

(3) FRANCO SAVORGNAN, *La mortalità infantile alle varie età durante il primo anno di vita*, in *Studi economici-giuridici* della R. Università di Cagliari, Anno X, 1918.

simo da luogo a luogo e da classe sociale a classe sociale, e che le differenze molto notevoli che si riscontrano nei coefficenti generali di mortalità infantile da 0 a 1 anno per le diverse categorie di nati sono dovute quasi esclusivamente all'azione dell'ambiente postnatale (insalubrità delle abitazioni, allattamento artificiale, deficenza di cure materne, etc.) in cui viene allevato il bambino. Il BREND non esita quindi a sostenere che « la denutrizione della madre sembra esercitare un'influenza molto piccola sul bambino » e che l'unica interpretazione possibile della costanza dei quozienti di mortalità delle prime settimane è quella « che, in media, i bambini di ogni classe, concepiti nelle più svariate condizioni d'ambiente, nascono egualmente sani ». Per evitare che la portata della sua tesi sia fraintesa, egli spiega di non voler affermare con ciò che una madre, mezza morta d'inedia possa dare alla luce un bambino altrettanto sano di quello nato da una madre ben nutrita, ma che « generalmente il campo di variazione di queste condizioni materne da classe a classe e da luogo a luogo non è tanto esteso da produrre degli effetti apprezzabili sulla prole ». E del pari non nega che vi sia, in ogni classe e in ogni ambiente un certo numero di bambini, che muore in conseguenza delle condizioni prenatali, ma constata che questo numero è costante e non sembra avere relazioni con l'ambiente esterno. La morte nelle prime settimane sarebbe dovuta a « qualche oscura perturbazione interna del processo normale nella madre o nel feto e sarebbe, o indipendente dall'ambiente esterno, o da ascriversi a qualche fattore, o a un complesso di fattori dell'ambiente esterno, fattori questi comuni a tutte le classi e a tutti gli ambienti ». In quanto all' impiego industriale delle donne, il BREND trova che non si può stabilire un nesso molto stretto e costante tra il lavoro della donna e un alto coefficente di mortalità infantile e non gli pare che «la domanda, senza precedenti, di lavoro femminile durante la guerra abbia causato nessun incremento del coefficente di mortalità infantile ».

Dal canto nostro — risultando minima la variabilità dei quozienti di mortalità delle prime settimane per varie categorie di nati da madri di opposte condizioni sociali e d'ambiente — ci si trovava indotti a concludere doversi per lo meno ritrarre « l'impressione che ogni donna, qualunque sia entro certi limiti l'ambiente in cui si svolge la gestazione, ha la stessa probabilità di dare alla luce dei bambini destinati a morire pochi giorni dopo la nascita ». Ma in pari tempo ci veniva fatto di osservare che, contro coloro i quali negano che la denutrizione e lo scarso sviluppo fisico delle madri

riescano a deteriorare la resistenza vitale della prole, si potrebbe sollevare l'eccezione: « la scienza non essere, per ora, in grado di fornire la prova che l'azione dei fattori prenatali sfavorevoli si manifesti unicamente nei primi giorni di vita e non si estenda, invece, anche alle età successive, rendendo l'organismo dei nati meno resistente alle cause di mortalità, che si riconnettono all'ambiente postnatale » (1). Salvo questa restrizione teorica, accoglievamo la tesi del BREND che corrispondeva ai risultati della nostra indagine.

La mortalità infantile nelle prime settimane può concepirsi, direi quasi, come una *natimortalità ritardata*, e ciò tanto più in quanto le morti sino alla età di un mese sono da attribuirsi per la massima parte a nascite premature, a vizi congeniti e a malattie fetali, che sono in pari tempo le cause meglio precisate della natimortalità tanto prima che durante la nascita (2).

Ora se — prescindendo dai casi estremi di *surmenage* e di denutrizione delle madri — i fattori prenatali non influiscono che molto poco sulla intensità della mortalità infantile nelle prime settimane, perchè dovrebbero invece esercitare un'azione molto efficace nel determinare la natimortalità? Ciò non è probabile e quindi sembra plausibile l'ipotesi che al lavoro e alla scarsa alimentazione delle gestanti, quali cause indirette di natimortalità, si sia attribuita una importanza molto più grande di quella che in realtà hanno. Anche il GINI ha di recente provato « che la natimortalità infantile nelle città d'Inghilterra, di Francia, di Germania e in qualche città d'Italia, come in Roma, ha potuto attraversare le asprezze economiche della guerra testè chiusasi senza mostrare un aumento costante »; ed egli afferma inoltre che « i concepiti di guerra non mostrano — a quanto concordemente attestano per le città della Germania i dati sulla natimortalità, sulla mortalità infantile e in particolare sulla mortalità per debolezza e vizi congeniti, a quanto fanno sospettare per le città di altri Stati belligeranti i dati sulla mortalità infantile — una particolare debolezza di costituzione » (3)

Vi è stato veramente durante la guerra, in Germania e in Francia, un aumento di natimortalità? A questa prima questione non esitiamo di rispondere affermativamente, perchè il fatto che il va-

---

(1) Cfr. F. SAVORGNAN, l. c. pag. 14 e 16.
(2) Cfr. PRINZING l. c. pagg. 49 e segg.
(3) Cfr. CORRADO GINI, *Sulla mortalità infantile durante la guerra*, Estratto dagli *Atti della Società Italiana di ostetricia e ginecologia*, Volume XIX, Anno 1919, Roma, 1919, pagg. 17 e 19.

lore numerico dei coefficenti generali di natimortalità degli anni di guerra si scosti di poco da quello degli anni di pace — mentre, a parità di ogni altra condizione, doveva diminuire in seguito alla rarefazione delle prime nascite — sta a dimostrare che i quozienti parziali di natimortalità per le singole categorie di nati secondo l'ordine della genitura si sono accresciuti, e quindi che, nel periodo bellico, il fenomeno della natimortalità si è aggravato (1).

In quanto le condizioni anormali di alimentazione e di lavoro, alle quali durante la guerra furono sottoposte le madri, hanno contribuito all'incremento della natimortalità? Distinguiamo anzitutto l'influenza della denutrizione da quella dell'impiego della donna nell'industria.

In Germania nel 1917 e 1918 si ebbe una vera e propria carestia che cagionò la morte di più di mezzo milione di persone. Ciò non ostante i coefficenti generali di natimortalità del 1917 segnarono una lieve diminuzione in confronto a quelli dell'annata precedente, e i coefficenti del 1918 non furono superiori al livello normale. Ora — pur tenendo conto della compensazione verificatasi per la riduzione delle prime nascite — se la denutrizione avesse un'influenza molto forte sulla natimortalità, quei coefficenti avrebbero dovuto crescere notevolmente, anzichè rimanere costanti o addirittura scemare. Quindi sembra lecito ritenere che la scarsità di alimentazione non abbia contribuito che in misura minima all'aumento della natimortalità, e precisamente con quei casi, relativamente rari, ma in ogni modo più numerosi che in tempi normali, in cui la deficenza di nutrimento è tale da produrre nell'organismo materno lo sfinimento che spesso è accompagnato da manifestazioni patologiche.

Effetti più dannosi per natimortalità ebbe certamente, tanto in Germania che in Francia, l'impiego industriale della donna, quantunque si sia cercato di attenuarne le conseguenze mediante provvedimenti intesi a dare assistenza alle gestanti. Ma anche a questo

---

(1) Se nell'esempio numerico, dianzi esposto in nota, facciamo crescere i quozienti di natimortalità dei primogeniti e degli altri nati durante il periodo bellico (1915-1917), il coefficente generale di natimortalità diventa pressochè eguale a quello riscontrato nel periodo antebellico (1911-1913).

	Composizione delle nascite	Quozienti di natimortalità per 1000	Nati morti
Primogeniti	2000	60	120
Altri nati	8000	37	296
Totale	10000	—	416

proposito conviene osservare che se il lavoro e la fatica, come tali, operassero a menomare la vitalità dei nati, l'assorbimento sempre più largo della donna nelle industrie avrebbe dovuto determinare, durante la guerra, un aumento di natimortalità molto maggiore di quello che in realtà s'è verificato Ad accrescere la natimortalità hanno invece concorso soltanto quei casi di *surmenage* eccessivo, di lavoro protratto sino agli ultimi tempi della gestazione, di intossicazione etc., che l'intensità febbrile della produzione bellica rese certamente più frequenti e più acuti.

Un altro fattore, sebbene non molto importante, che può aver influito sulla natimortalità si è quello della mancata assistenza medica all'atto del parto in seguito al richiamo in servizio militare di un gran numero di medici (1). Questa mancanza di cure produsse un sensibile aumento di mortalità per febbre puerperale .Così p. e. in Germania su 10.000 puerpere morirono di febbre: (2)

1913	*23*	1915	*29*	1917	*32*
1914	*24*	1916	*30*	1918	*37*

In conclusione il grande esperimento demografico di questa lunga guerra ha dimostrato in base ai dati statistici sinora noti:

1.) che la natimortalità nei paesi belligeranti è bensì lievemente aumentata, ma in misura molto minore a quanto ci si poteva attendere da previsioni aprioristiche;

2.) che la denutrizione e il lavoro, contenuti entro certi limiti, non provocano nè nella madre nè nel feto alterazioni organiche tali da determinare un aumento notevole di natimortalità.

Inoltre i risultati di queste ricerche intorno alla natimortailtà vengono a confermare le parole con cui il Gini chiude il suo studio sulla natimortalità infantile durante la guerra, che cioè: « le relazioni tra guerra ed eugenica sembrano in realtà molto più complesse (e fortunatamente non tanto dannose per la razza) di quanto non apparissero agli autori che si sono occupati di questo argomento » (3).

Franco Savorgnan

---

(1) Il Döring, l. c. pagg. 11 e 12 riferisce che al principio del 1917 dei 33.000 medici tedeschi, 19.500 prestavano servizio al fronte e 5000 negli ospedali militari dell' interno.

(2) Già il Gini l. c. pag. 18 aveva constatato l' aumento del numero delle madri morte per febbre puerperale ; maggiori dettagli e dati precisi espone in proposito il Döring l. c. pagg. 80 e 81.

(3) Cfr. Gini, l. c. pag. 20.

De la population de Constantinople sous les empereurs byzantins

INTRODUCTION

Importance exceptionnelle de Constantinople dans l'histoire medievale — Pourquoi il importerait de connaître sa population; pourquoi il n'est point de travaux detaillés sur la question — Les indices indirects; la superficie de la ville, les calculs de Foord, leur faiblesse — Pourquoi aucun des indices n'est suffisant; comment on pourrait les utiliser en les combinant avec les renseignement fournis par les chroniqueurs — Nècessité de distinguer quatre periodes.

Pendant tout le moyen-âge l'empire grec d'Orient fut des états chrétiens de beaucoup le plus étendu, le plus puissant et le plus civilisé. Souvent il fut le seul à posséder les attributs qui aujourd'hui nous paraissent indispensables à l'existence d'un véritable état: une administration plus ou moins centralisée, une armée permanente et un budget basé sur l'impôt. Pendant huit siècles, il fut le boulevard de la civilisation contre les barbares du Nord, de l'Est et du Sud; ce fut lui aussi qui sauva les chefs-d'oeuvres de la littérature classique.

Mais si, pour ces raisons, la science contemporaine reconnaît que ce fut une injustice d'avoir donné au mot " byzance „ un sens péjoratif, elle admet, par contre, que ce ne fut pas sans raison que l'empire grec d'Orient est connu dans l'histoire sous le nom " d'empire byzantin „.

En effet, et ce fut une de ses plus curieuses particularités, alors que les empires précédents étaient, soit issus d'une ville (Athènes, Rome, Venise) soit formés par une Nation (empires Persan, Macédonien, Franc, Germanique), l'empire d'Orient était à la fois l'oeuvre d'une Nation: la nation grecque, qui avait tiré profit, tant de ses victoires que de ses défaites (1), et l'oeuvre d'une ville: Constantinople.

(1) C'est elle, en fin de compte, qui bénéficia de l'action de l'administration romaine dans tout l'Orient.

La position exceptionnelle de Constantinople dans l'empire a été résumée par ALFRED RAMBAUD, le rénovateur des études byzantines en France, dans une formule frappante: "*Byzance faisait l'empire, à l'occasion elle le refaisait; parfois elle était tout l'empire* (1) „.

De fait l'élan vital de la Nation s'était à tel point concentré dans la Capitale, que tant que la " Ville „ (2) restait sauve, l'état resserré la veille dans ses murailles formidables, réussissait le lendemain à regagner ses vieilles frontières du Danube et de l'Euphrate (3), tandis qu'au contraire, privé d'elle, il était privé de tout.

Le caractère exceptionnel de Constantinople avait été parfaitement perçu par les contemporains (4). Il transparait même dans leur terminologie (5). Constantin Porphyrogénète parle de lui-même, si fier pourtant du titre " empereur des Romains „ comme de " l'empereur de Constantinople „. Chose plus curieuse encore les Chinois appelaient l'empire Grec non pas " état „ (*thoun*) mais " ville „ (*foulin*).

Tout cela étant, une question se pose et s'impose: *quelle était donc la population de cette ville qui pendant onze siécles pouvait incarner et au besoin remplacer un aussi grand empire?*

A cette question les historiens de Byzance ont répondu en évaluant les habitants de Constantinople entre 500,000 et 1,000,000

---

(1) *Constantin Porphyrogénète ou l'empire byzantin au Xéme siècle* (Paris, 1870, p. 640).

(2) C'est par le terme " Polis „ (*Urbs*) que Constantinople était designée par les byzantins et continue à l'être par les Grecs modernes et même par les Turcs (Stambul). Déjà au Xème Siécle, le géographe arabe Mas'udi traduit les expressions grecques: *Polis* et *eis tin Polin* par " Bulin „ et *Istan Bulin* (Cf. G. LE STRANGE p. 138. *The Lands of the Eastern Caliphate*, Cambridge 1905; fait partie des " Cambridge Geographical Series „).

(3) Peu d'états ont eu la puissance de renaître sinon de leurs cendres du moins de leurs ruines, au même degrè que l'empire grec. Au moins à quatre reprises il a pu être jugé perdu et à quatre reprises il a fini par érasser des adversaires dont les plus redoutables furent, après les multiples barbares du début, les Perses, les Arabes, les Bulgares et les Turcs Seldjoukides. Les Lascaris et les Palèologues finirent aussi par avoir raison des croisés; mais la IV^{ème} croisade avait sapé les fondements de l'empire et les Ottomans purent abattre un édifice qui avait résisté victorieusement à de plus grands qu'eux (cfr. plus bas chap. IV).

(4) Voyez notamment le discours que prononça Michel Paléologue à l'annonce de la libération de Constantinople des Francs (v. PACHYMÈRE p. 154-5 de l'édition de Bonn; tous mes renvois aux historiens byzantins se réfèrent à cette collection).

(5) Le terme " byzantin „ leur était, il est vrai, inconnu, mais avec raison car Constantinople n'avait de commun avec Byzance que son emplacement.

d'âmes (1). Mais il s'empressent d'ajouter que ce sont là des évaluation toutes conjecturales ; et à part deux exceptions (E. A. Foord et Victor Schultze) sur lesquelles nous reviendrons, ils ne songent pas à justifier des évaluations faites en passant. Le vague est tel que Beloch, amené à parler de Constantinople dans une étude générale sur les grandes villes (2), se borne à dire que " du V^ème^ au XII^ème^ siécle, Constantinople est la seule grande ville chrétienne dont la population aie dépassé 100,000 habitants et aie, selon toute probabilité, même dépassé considérablement ce chiffre „.

En vain chercherait-on des renseignements plus précis dans les nombreux travaux consacrés non plus à l'empire byzantin mais à sa seule capitale (3). L'un des plus complets d'entre eux celui de Dom H. Leclercq contient en tout et pour tout deux lignes sur

---

(1) Parmi les partisans du premier chiffre il faut ranger Hertzberg, *Histoire de la Grèce sous la domination romaine* (tome III, p. 325 de la traduction grecque de P. Carolidès) ; Hans Gehrig, *Das Zünftwesen Konstantinopels im X. Jahrhundert* (dans *Jahrbücher Nat. U. Statistik*, tome 38, p. 592) ; Oberhummer, dans la *Real-Encyclopedie* de Pauly Wissowa au mot " Konstantinopolis „.

Par contre évaluent la population à un million Lebeau (*Histoire du Bas Empire*, t. xx. p. 417) ; Zachariae von Lingenthal. (*Geschichte d. gr. röm Recht* IIIe édit Berlin, 1892, p. 370). Krause (*Die Byzantiner des Mittelalters* : Halle, 1869, p. 17). Bury (*History of the later roman empire*, Londres 1889, t. II, p. 55). Spyridion Lambros prend une position intermédiaire ; pour lui la moyenne probable est de 800,000 âmes (*Histoire de la Grèce* en grec. t. VI, p. 927).

(2) *Antike and Moderne Grosstadte* dans *Zeitschrift f. Sozialwissenschaft*, t. I., 1898, p. 418.

(3) P. Gylii, *De Constantinopoleos topographia*, lib. IV (Lugdunum Batavorum, 1561 ; important à cause de l'époque où il fut écrit) ; Du Cange, *Constantinopolis Christiana* (Paris, 1685 ; reste précieux) ; Constantin I, patriarche de Constantinople, *Constantinias* (Constantinople 1844 ; traduction française de M. R., Constantinople, 1846) ; Skarlatos Vyzantios, *Constantinoupolis* (3 vol. Athènes ; 1851-1869) ; Edwin Pears, *Fall of Constantinople* (Londres, 1885 ; le chapitre VIII) ; A. von Millingen, *Byzantine Constantinople* (Londres, 1899) ; E. A. Grosvenor, *Constantinople* (2 vol. Londres 1896) ; Ph. Brunn, *Constantinople ses sanctuaires et ses reliques au début du XV^ème^ siècle* (Odessa, 1883) ; Mordtmann, *Esquisse topographique de Constantinople* (Lille, 1892) ; H. Barth *Constantinople* (Paris 1906) ; Cornelius Gurlitt, *Konstantinopel* (Berlin, 1908) ; Victor Schultze, *Altchristliche Städte and Landschaften, I Konstantinopel 324-450* (Leipzig, 1913 ; excellent ; s'arrête malheureusement aux milieux du V^ème^ siècle).

On pourra se référer encore à J. von Hammer, *Constantinopolis und der Bosporos* (Pesth, 2 vol. 1822) ; Andréossy, *Constantinople et le Bosphore de Thrace* (Paris, 1828) ; P. de Tchihatchef, *LeBosphore et Constantinople* (Paris, 1864).

Pour la période antérieure à Constantin voyez C. de la Berge. *De rebus Byzantinorum ante Constantinum* (Paris 1877) ; pour l'époque ayant suivi

notre sujet. Encore se basent-elles uniquement sur un auteur moderne sans autorité et sur un texte de Procope mal interpreté (1).

A la vérité cette absence de renseignements n'est pas faite pour étonner les personnes familières avec la byzantinologie.

Comme je l'ai montré dans mon *Histoire des Finances Grecques* (2), les renseignements statistiques que nous possédons sur le moyen-âge hellénique sont encore plus rares que ceux que nous avons sur l'antiquité. Or, si sur les questions financières, nous avons peu de statistiques officielles (3), sur les questions démographiques elles font complètement défaut. Au surplus, il ne semble pas qu'on ait jamais procédé à un recensement de la population (4).

Force est donc de nous rabattre sur les chroniqueurs; mais ceux-ci ont une telle indifférence en matière de dénombrements que

---

de près la chute de l'empire E. Oberhummer *Konstantinopel unter Suleiman dem Grossem* (Munich, 1903).

Il faudra également consulter les dictionnaires, particulièrement la *Real-Encyclopedie* de Paulys-Wissowa (mots *Byzantion* et *Constantinopolis*) et le *Dictionnaire d'Archéologie Chrétienne* publié par dom Cabrol; il contient au tome II (Paris, 1910) et au mot Byzance un article très développé, dû à la plume de dom Leclercq, l'auteur du *Manuel d'Archéologie Chrétienne*, (Paris, 1907). Les personnes lisant le grec moderne devront ne pas négliger l'article fort complet du savant byzantinologue Manuel Gédéon, dans le dictionnaire *Historias Kai Géographias* de S. Voutyras et G. Karydis, t. II (Constantinople, 1881) p. 929-1123.

(1) Leclerq se référant à Krause (voyez plus haut p. 70, note 1) évalue la population de Constantinople sous Justinien à un million, dont au dire de Procope 70.000 barbares (*Anecdotes*, ch. XXIII, 8). Mais l'ouvrage de Krause, s'il est agréable à lire, ne jouit plus d'un grand crédit; quant à Procope, il ne dit pas que les barbares étaient 70.000 mais bien que les soldats barbares que Justinien faisait loger chez l'habitant se montaient à ce chiffre. On ne peut donc rien inférer de ce texte relativement au nombre des étrangers residant à Constantinople. Au surplus, quelle foi ajouter aux racontars des *Anecdotes?* Isambert, traducteur et commentateur de Procope, annote notre texte comme suit: *70,000 barbares*: il faut sans doute l'entendre de trente deux ans écoulés et non d'une seule année puisque l'armée tout entière de Justinien fut réduite à 150,000 hommes, disséminés sur les frontières (M Isambert, *Anecdota ou Histoire Secrète* avec traduction et notes, Paris 1856, p. 505). C'est tomber dans l'autre extrême; la garnison de Constantinople de tout temps, composée en partie considérable d'étrangers, comprenait certainement plus de deux à trois mille barbares par an. Mais de pareilles erreurs sont fatales quand on veut prendre à la lettre un ouvrage comme les *Anecdotes*.

(2) *Historia tès Hellénikès Démossias Economias* (Athènes, 1918, p. 624). La première partie a seule paru; elle comprend l'antiquité et les dépenses publiques de l'empire byzantin. Toutes les fois que nous nous reporterons à cet ouvrage, nous citerons seulement le nom de l'auteur.

(3) La source la plus abondante sont les travaux de l'empereur Constantin Porphyrogénète.

(4) Voyez *Siége et prise de Constantinople par les Turcs* par A. Paspatès (en grec. Athènes, 1890, p. 115).

A. G. Paspatès (1), rapportant certains renseignements fournis sur les étrangers résidant à Constantinople, par un des hommes les plus considérables du moyen-âge grec, le métropolite de Salonique Eustathe (2), ajoute: " Je reproduis ces chiffres tels qu'ils sont donnés. En Orient, alors comme aujourd'hui, les renseignements concernant le nombre des habitants sont peu clairs et peu dignes de foi (3) „. Mais, dira-t-on, la statistique ne possède-t-elle pas des moyens indirects pour évaluer une population? N'y a-t-il pas le nombre des maisons, la quantité du blé consommé, la superficie de la ville?

Cela est vrai; mais les deux premiers indices qu'on a employés sans succès décisif pour Rome (4) n'existent qu'à l'état rudimentaire (5) pour Constantinople; quant au troisième, s'il existe, il est comme l'a montré J. Beloch, qu'il ne faut jamais négliger dans nos études, encore moins sûr que les deux premiers. En effet de ce que deux villes ont une superficie égale, l'on ne peut rien inférer avec certitude: la configuration du sol (6), le prix du terrain (7), le climat, les moeurs, l'art de bâtir, bien d'autres facteurs encore, devraient être pris en considération. Ces arguments valables encore

---

(1) A. Paspatès était médecin; mais il écrivit de nombreux ouvrages sur Constantinople médiévale et était tenu par nombre de savants, notamment les Anglais et les Américains, comme l'homme de son temps le mieux versé dans les choses byzantines (cfr. Sir Edwin Pears, *Forty years in Constantinople*, Londres, 1915).

(2) Il s'agit du fameux commentateur d'Homère, qui fut aussi un grand historien.

(3) *Byzantinai Mélétai* (Constantinople, 1877), p. 147, note 3.

(4) Voyez J. Beloch, *Die Bevölkerung der Griechisch-Römischen Welt*, (Leipzig, 1886), p. 392-412. La population de Rome est diversement estimée de 800,000 à 2,000,000; L. Friedlaender, *Darstellungen aus der Sittengeschichte Roms* livre I. (p. 65 sq de la huitième édition et p. 33 sq de la traduction française de Vogel); Eduard Meyer, *Bevölkerung der Stadt Rom*, (dans le *Handwörterbuch* de Conrad, tome II, pp. 912-13).

(5) Voyez plus bas les vagues renseignements qu'on possède sur l'annone; quant aux maisons, nous verrons que seuls les hotels des riches furent recensés.

(6) Celle-ci était fort importante car elle influait considérablement sur le tracé de l'enceinte.

(7) Bien entendu moins le terrain est cher, moins il y a de concentration; pareillement moins il y a de population, plus le terrain est meilleur marché et plus les habitants en prennent à leur aise.

aujourd'hui (1) sont renforcés dans l'antiquité du fait que l'étendue d'une ville était déterminée par son enceinte fortifiée. Or, l'érection de fortifications est une opération coûteuse et de longue haleine faite pour un temps très long; aussi nombre de villes ont-elles vu leur population varier en conservant la même enceinte.

Ces considérations n'ont pas empêché un auteur auquel j'ai déjà fait allusion EDWARD A. FOORD (2), de se livrer aux calculs suivants:

" L'étendue de la presqu'île où se trouve le Stamboul actuel est de 4,000 acres; si nous comptons 100 habitants par acre ce qui est une proportion très élevée relativement à Londres, nous avons un total de 400,000 habitants. Plusieurs écrivains évaluent la population de la capitale byzantine à 1,000,000. Il me paraît impossible qu'elle ait jamais dépassé sensiblement les 500,000 âmes. Il est vrai que les parcs et les terrains destinés aux ébats du peuple (*pleasure-grounds*) se trouvaient hors des murs, mais ceux-ci contenaient par contre beaucoup d'esplanades et de terrains non bâtis. Il est cependant possible que, vu la surpopulation qui existait dans l'antiquité, la population totale, y compris les faubourgs des deux rives du Bosphore, ait atteint à certains moments 700,000 âmes „.

Sans revenir sur ce que nous avons dit au sujet de la nécessité de distinguer entre une population qui variait et une superficie immuable, je dois remarquer que M. FOORD a eu tort de prendre pour point de comparaison une ville aussi étendue que Londres; étant

---

(1) La preuve en est dans le tableau suivant que nous empruntons à l'ouvrage bien connu du prof. N. COLAJANNI (*Statistica* e *Demografia*, Naples 1904, t. II, 43).

Villes	Habitants par hectare de la ville entière.	Habitants par hectare de seule la superficie bâtie.
Paris (1881)	291	392
Londres (1881)	128	
Berlin (1882)	189	657
Vienne (1880)	131	637
Budapest (1882)	150	
Milan (1881)	148	645
Turin (.....)	152	294
Gênes (.....)	56	933
Florence (.....)	40	356
Venise (.....)	241	530

Ces statistiques sont un peu anciennes mais elles suffisent à l'établissement de la vérité formulée dans le texte.

(2) *The Byzantine Empire* (Londres, 1911), p. 11.

donné que sur les bords de la Tamise à une acre correspondent 50 habitants, il a cru se montrer libéral en calculant 100 Byzantins par acre. Il oublie qu'à Paris la proportion est de 120. Or quelqu'ait été le nombre de ses places publiques et de ses terrains non bâtis, Byzance avec ses principales artères tellement encombrées qu'il n'était pas sans danger de s'y risquer (1), avec ses quartiers populaires au rues étroites et sombres, grouillant de femmes et d'enfants (2), avec son type de grande ville orientale, en un mot, devait malgré tout offrir une densité de population plus grande que la capitale de la France. A vrai dire pour se faire une idée plus précise des grandes villes du VI^{ème} et du V^{ème} Siècle, il faudrait comme l'ont fait Beloch et Meyer (3), prendre pour point de comparaison les quartiers populaires de Rome et de Naples, où la population arrivait en 1881 à 813, et 969 voir à 1470 habitants par hectare, tandis qu'à Londres et à Paris, la moyenne était la même année de 128 et 291 (4).

Il faudrait aussi se rappeler qu'Alexandrie dès avant la période romaine (5) comptait 533 habitants par hectare.

Mais ce point de départ a aussi ses dangers; il aboutit à des chiffres colossaux; car il ne tient pas compte des parties plus clairsemées de la ville, des immenses enclos des palais, des convents et des églises ainsi que de l'insuffisance où nous sommes des détails de la topographie byzantine (6). Sans compter aussi qu'avec lui on aboutirait à une population à peu près égale pour tous les siécles, alors que celle-ci a incontestablement beaucoup varié.

Est-ce à dire que la pauvreté des sources écrites et l'incertitude de l'indice " superficie „ doive nous décourager? Non pas. Le problème a trop d'importance au point de vue historique pour être si facilement abandonné.

D'ailleurs, ni l'indice "superficie„ n'est dénué de valeur (d'autant plus que l'enceinte de Constantinople ayant varié avec le temps, il permet de suivre les augmentations de la population), ni l'indice "blé„ n'est, comme nous le verrons, complètement absent, ni les sources

---

(1) V. Schultze, loc. cit.

(2) Cfr. la description de M. Charles Diehl, dans son *Manuel d'Art byzantin* (Paris, 1910), p. 401.

(3) Loc. cités.

(4) Voyez note 1 p. 73.

(5) L'an 60 A. J.; cfr. Beloch, *Bevölkerung*, p. 410.

(6) Les terribles incendies qui ont ravagé la ville ne sont pas à ce point de vue une des moindres sources de difficultés.

historiques tout à fait muettes. Il s'agit de combiner les éléments dont nous disposons.

Mais avant tout, *il s'agit de distinguer différentes périodes.* Quant on parle de l'Empire Byzantin on oublie que de la fondation de Constantinople à sa prise par les Turcs il s'est écoulé onze siècles. Et je n'ignore point que du moins jusqu'à la IV^{ème} croisade, on peut percevoir dans la vie de l'empire certains phénoménes de crystallisation. Mais l'immuabilité est plus dans la forme que dans le fond et, s'il est vrai que les choses ont évolué beaucoup plus lentement à Byzance qu'ailleurs, il est tout de même absurde de vouloir tirer des conclusions de la juxtaposition d'un texte de IV^{ème} et d'un autre du XII^{ème} siècle.

De plus les phénomènes de crystallisation administrative, sociale ou littéraire qu'on peut relever n'empêchaient pas l'empire d'avoir une vie extérieure très agitée. Il y eut des moments où il était un état restreint, d'autres où il avait une étendue démesurée. Edward Foord à la fin de son ouvrage donne un tableau de la superficie de l'Empire à différentes époques. Elle aurait été:

Sous	Théodose II	(an 422)	de	745,000	kilomètres carrés
»	Justinien I	(» 560)	»	1,010,000	» »
»	Constantin VI	(» 770)	»	405,000	» »
»	Constantin VIII	(» 959)	»	420,000	» »
»	Basile II	(» 1024)	»	545,000	» »
»	Manuel I	(» 1180)	»	390,000	» »

En réalité, depuis Justinien il y eut des moments tragiques où l'empire tomba au-dessous de 300,000 k. c. et d'autres où, avec les terres réellement et non plus nominativement vassales (1), il se rapprocha une fois encore de 700,000 kilométres carrés (2).

Etant donnée la très grande centralisation que régnait, centralisation non seulement administrative mais aussi intellectuelle et sociale (3), il est impossible que la Capitale n'ait pas subi le contre-coup des tribulations de l'état.

Ceci suffirait a imposer une distinction entre les différentes époques. Mais, en outre, la grande cité a eu elle-même une histoire

---

(1) Notamment à la fin du règne de Basile II.

(2) Quelle population contenait l'empire? Il est tout à fait impossible de répondre à la question. On trouvera, cependant, certains calculs à l'appendice II.

(3) Voyez pour les raisons de ceci les chapitres II et III.

locale agitée et a connu, à côté d'heures de grandeur et d'éclat sans pareilles, des heures d'épreuves répétées (pestes, tremblements de terre, guerres civiles, sièges, etc.).

Le moins que l'on puisse faire est de distinguer quatre périodes (1):

1° De la fondation de Constantinople à la chute de l'empire d'Occident (environ les deux premiers siècles).

2° De la chute de l'empire d'Occident aux Croisades (c'est le moyen-âge byzantin proprement dit).

3° La période des croisades jusq'à la chute du premier Empire byzantin.

4° L'empire des Paléologues.

Ces distinctions imposées par l'histoire facilitent aussi le groupement des renseignements que nous possédons.

CHAPITRE I.

Constantinople pendant le IV^ème^ et le V^ème^ siècles.

Rapidité avec laquelle Constantinople est bâtie de toutes pieces — Elle l'emporte sur Rome " en richesse et en population „ — Discussion de cette affirmation de Sozomène: 1° Le recensement des maisons; 2° La superficie de la ville (densité des superficies bâties) 3° Impression produite sur les barbares — Comparaison avec les autres grandes villes contemporaines: temoignages de Zosime et d'Ausonius — Comment Costantin arriva-t-il si rapidement a surpeupler sa ville? — La creation de la nouvelle Rome ne correspondait pas à une fantaisie imperiale; la ville s'accroit aprés la mort de son fondateur.

On a récement étudié avec soin (2) les raisons qui ont amené Constantin à transporter sur les bords du Bosphore, le centre de

---

(1) A vrai dire il en faudrait distinguer douze et examiner la question siècle par siècle; mais ceci aurait donné à notre étude déjà trop détaillée une longueur démesurée.

(2) Voyez Jules Maurice, *Les origines de Costantinople.* Centenaire de la Société des Antiquaires de France, Paris, 1904; M. Maurice est l'auteur de la très savante, *Numismatique Constantinienne* (2 vol., Paris 1908, 1911) et Louis Bréhier, *Constantin et la fondation de Constantinople* (Extrait de la *Revue Historique*, t. CXIX, 1915).

l'Empire et les ressources qui lui ont permis de bâtir de toutes pièces uue capitale colossale et splendide (1) en dix ans (2).

Il semblerait que ce soient des considérations militairc plutôt que politiques (3) qui aient dicté le déplacement. Et il paraît aussi que si les dépenses furent énormes (4), puisqu'à côté des palais, églises, monuments, édifices, publics et municipaux, on construisit aussi des hôtels et maisons privées destinées aux futurs habitants, les agents de finances parvinrent à y faire fâce grâce aux trésors de Licinius, à l'empoi de 40,000 Goths fédérés, à une véritable razzia à travers l'empire (5) et aussi à une affectation de revenus déterminés, d'une part à la construction des édifices et de l'autre à l'entretien des habitants (6).

On n'évita pas d'ailleurs de cruels embarras au fisc (7) et la précipitation avec laquelle on batissait fit que la plupart des monuments élevés par Constantin durent être remplacés avant peu du siècles (8).

Mais, si ces faits méritaient d'être rappelés, ce qui nous intéresse est de savoir " *quelle population Constantin arriva t-il à réunir dans sa ville?* „.

---

(1) " Outre les palais et les églises, entre ces voies triomphales ramifiées par une multitude de rues plus étroites qu'on imagine un immense promontoire couvert de tous les organes indispensables à une grande cité politique, tribunaux, bâtiments publics d'administration, greniers, entrepôts, réservoirs, tout était à faire et tout fut fait avec *splendeur* „ (Leclercq. col. 1383). A quoi il faut ajouter les hôtels et les maisons bâtis pour les sénateurs ou les simples citoyens dont on allait provoquer l'afflux.

(2) Les travaux furent inaugurés en Octobre 324 (Bréhier p. 8).

(3) C'est le point de vue de Gibbon (ch. XVII) auquel revient la science contemporaine. Il est incontestable aussi que le pouvoir absolu à forme orientale " se trouvait mal à l'aise devant les souvenirs du Sénat et du forum „ (Duruy *Histoire Romaine*, t. v. II, Paris, 1885, p. 202) et que le christianisme pouvait s'ériger plus facilement en culte officiel dans une capitale nouvelle.

(4) L'auteur anonyme des *Patria* (ed. Banduri, *Imperium Orientale*, Paris, 1717, p. 359) évalue les seules dépenses des murs, aqueducs et portiques à 6,000 livres d'or: 6,480,000 francs qui vaudraient aujourd'hui 30 millions au moins (cfr. Millingen, op. cit, p. 38).

(5) Cfr. Saint Jérome. *Chronicon.*

(6) La distinction est nettement faite par Sozomène (*Histoire Ecclésiastique*, livre II, ch. 3, p. 938 de l'édition de Migne) et fort justement; le principe était qu'à tout groupe de dépenses on affectat un groupe de revenus. C'était là des procédés budgétaires remontant à l'antiquité; c'est plus tard que se révélera à Byzance le principe moderne de l'unité budgétaire (cfr. Andreadès, p. 318, 324 et 433-459).

(7) Cfr. Julien, *Oratio* I, p. 9 collection Teubner. Cfr. Maurice, *Numismatique*, I, p. CLIV, et Bréhier p. 7.

(8) Un autre de ses effets fut qu'aucun style nouveau ne fut inventé (cfr. Leclercq. colonne 1385).

Sur ce point, nous avons un renseignement indirect mais précis : Sozomène nous dit " Constantin ne négligea rien pour rendre (Constantinople) digne de la Rome des Italiens. Avec l'aide de Dieu, il réussit tellement dans ce dessein qu'il est reconnu par tous qu'elle l'emporte sur cette dernière tant au point de vue de la richesse *qu'à celui de la population* „ (1).

Quelle était la population de la Rome impériale?

D'après les calculs les plus modérés (2), de 800.000 âmes. Il résulte donc de l'affirmation de Sozomène que la population de Constantinople au IV^{ème} siècle s'approcherait du million.

Est-ce vraisemblable? Schultze (3) dit que oui et je crois qu'on pourrait renforcer et développer les arguments qu'il donne.

Mais posons la question autrement:

Y a-t-il des indices confirmant l'affirmation de Sozomène?

Oui, à notre estime, et au moins trois.

1° *Les recensements des maisons.*

Les textes de l'époque distinguent les *domus*, maisons seigneuriales, en grec, *mégara* (ce qu'on pourrait appeler en français " hotels „) des logements des familles plus modestes : *aedificia, exiguae habitationes* (4) ou, pour employer un terme dont font usage les recensements, *insulae* (5).

Nous connaissones précisément le nombre des maisons romaines à l'époque Constantinienne; la vieille ville comprenait 23,726 *insulae* et 959 *domus*, les faubourgs 20,574 et 823; en tout 44,290 *insulae* et 1782 *domus* (6); certaines sources donnent les chiffres un peu plus élevés de 46,603 et 1797 (7).

Pour Constantinople, nous avons le recensement adjoint à la *Notitia dignitatum Orientis* (8) et qui paraît remonter à l'année

---

(1) Loc. cit. p. 990 édition Migne.

(2) Ceux de Beloch, p. 404-12, cfr. plus haut note 4 page. 72.

(3) Page 185.

(4) Henri Monnier (*L'épibolé* dans *Nouvelle Revue Historique*, 1892, p. 507) parlant d'un impôt qu'Honorius imposa en 400 (C. Th. XI, 20, 3) sur les " *horrea, balnea, ergasteria, caenacula* (salles de festins), *domus* „ dit " le mot s'oppose à *aedificia, exiguae habitationes* „.

(5) Beloch (*Bevölkerung*, p. 407-408) après avoir montré combien les autres interprétations de ce terme sont erronées, dit qu'il ne saurait être compris autrement que comme " getrennte Familienwohnungen „ ; il correspondrait exactement aux *fuochi*, aux feux, dont parlent les recensements du moyen-âge. Il peut donc y avoir plusieurs *insulae* dans un grand édifice.

(6) Beloch, p. 406.

(7) Voyez le texte syriaque de l'histoire de Zacharias Rector édité par Ignazio Guidi, dans le Boll. Della Comm. Arch. Rome, série II^{ème} an XII^{ème} (1884) p. 218.

(8) Dans la belle édition de Otto Seeck (Berlin, 1876, p. 227-243).

413 (1). C'est comme le dit GROSVENOR (2), un " dénombrement aristocratique „ car s'il énumère les palais, bains, monuments, grandes rues et hôtels des riches " il néglige les rues humbles et étroites ainsi que les habitations plus modestes (3) „.

Tel quel, il est précieux. Il fixe, en effet, le nombre des *domus* à 4387, chiffre deux fois supérieur à celui des *domus* romaines. Nous n'avons aucune raison de douter de l'exactitude du renseignement d'autant mieux que le chiffre des sénateurs était monté de 300 à 2000 (4). A eux seuls ils avaient besoin de 1500 *domus* au moins et il faut ajouter à eux tous les gens riches de l'empire qui devaient déjà avoir pris l'habitude, encore intensifiée depuis (5), d'affluer à Constantinople, une des rares villes où ils étaient sûrs de trouver plaisirs et sécurité (6).

Or, si le nombre des *domus* avait plus que doublé, est-il invraisemblable de supposer que le nombre des *insulae* avait aussi augmenté? Non pas; bien au contraire, cette conjecture est confirmée par les deux observations qui vont suivre.

A) Si les Sénateurs et autres habitants des *domus* avaient été attirés à Constantinople, les habitants des *insulae* ne l'avaient pas été moins.

---

(1) C'est l'avis de SEECK (p. 227) et de SCHULTZE (p. 177). On l'attribue aussi à ARCADIUS (GROSVENOR, t. I, p. 290).

(2) Loc. cit.

(3) Les Turcs qui ont en tout pris Byzance pour modèle semblent l'avoir imité même en ceci. Dans un ouvrage très curieux: *Les voyages d'Evliya éfendi*,dont JOSEPH von HAMMER a donné une traduction anglaise (Londres, 1850, 2 vol. 3 parties), il est question d'un recensement qui aurait été opéré en 1638 sur l'ordre de Muhrad IV. A côté des monuments et édifices de toutes sortes qui y sont énumérés figurent les " palais des vizirs „ au nombre de 6890; il s'agit evidemmen de quelque chose d'analogue aux " domus „ . Par contre les maisons plus modestes sont énumérés en bloc, par " mahalla „ mot qu'on rendrait plus exactement par " groupe de maisons „ que par " quartier „ puisque le recensement nous apprend qu'il existait 990 " mahalla „ turcs, 657 juifs, 354 grecs, 29 arméniens et 17 francs.

(4) Voyez LÉCRIVAIN, *Le Sénat Romain depuis Dioclétien à Rome et à Constantinople* (Paris 1888) p. 217 sq. Cfr. O. A. ELLISSEN, *Der Senat in Oströmischen Reiche* (Gottingen, 1881).

(5) Cfr. plus bas Ch. II.

(6) Nous parlons trois notes plus haut du recensement du Sultan Muhrad. Il fut fait quand les Sultan semblaient au comble de leur gloire. EVLIYA (t. I partie II p. 102) nous dit que la population avait tellement augmenté depuis le jour où le Sultan Sélim avait fait un recensement antérieur, qu'il ne restait plus de place pour bâtir. Ce recensement de 1638 donne 6890 " palais de vizirs „ soit un bon tiers plus de " domus „ que celui de 411. Mais il comprend toute la circonférence de Constantinople et dénombre evidemment toutes les maisons de plaisance que les Constantinopolitains puissants ou riches possèdaient dans les environs (Bosphore, Iles des Princes, Scutari etc. etc.). On sait combien celles-ci furent de tout temps nombreuses.

Les distribution de blé, le grand attrait pour la plèbe, avaient été étendus à la Nouvelle Rome; même pour encourager les constructions à côté des *panes palatini* (destinés aux milices) et aux *panes populares* ou *gradiles* destinés à la plèbe, on avait créé les *panes aedium* (1), attribués non à des personnes mais aux maisons et ne pouvant être vendus sans elles (2). On sait même que Théodose pour stimuler le zèle des constructeurs en avait augmenté le nombre (3).

Sozomène (4) dit formellement que Constantin attribua huit myriades (80,000) de blé par jour aux habitants de sa ville. On discute la question de savoir s'il s'agit de 80,000 pains civils ou de 80,000 boisseaux de blé (5). Presque tous les écrivains depuis Henri Valois (6) penchent pour la deuxième solution. Aux arguments qu'ils donnent (7) on pourrait ajouter que Rome recevait 75,000 selon les uns (8), 80.000 selon les autres (9) de *modii* de céréales par jour. Il est probable que Constantin a voulu mettre la Nouvelle Rome sur le même pied que l'ancienne.

Quatre vingt mille boisseaux par jour supposent une population de 700 à 800,000 âmes selon les calculs les plus modérés (10).

B) Si Rome n'était pas une cité industrielle, Constantinople était, au contraire, un foyer industriel et économique de premier

---

(1) Les différentes espèces de *panes* sont souvent confondues.

(2) Cfr. Une Constitution de Valentinien, datant de 364 (C. Th. XIV, 17, 1).

(3) C. Th. XIV, 17, II, 14. C. J. XI, 29, 2.

(4) *Historia Ecclesiae* t. II, ch. XIII dans la *Patrologie* de Migne, t. 67 p. 209.

(5) La controverse remonte aux temps byzantins. Henricus Valesius qui publia sous Louis XIV l'*Histoire de l'église* avec des commentaires reproduits par Migne, rapporte que l'auteur de la vie de Saint Paul, patriarche de Constantinople (prélat que fit périr Constance en exil, 350 ou 351) auteur cité par Photius dans sa *Myriobiblos*, dit " le total du don était 80,000 pains ,,. Au contraire Ephiphane le Scolastique croit qu'il s'agit de boisseaux.

(6) Ou Valésius; c'est le fameux historien du XVII^{ème} siècle; cfr. la note précédente.

(7) A savoir d'abord que le mot " blé ,, évoque plus l'idée de mesures de blé que celle de pains. Ensuite que les dires d'Eunape " sur les énormes quantités de blés importées à Constantinople d'Egypte et de toute l'Asie, Syrie et Phénicie ,, rendent vraisemblable le chiffre énorme de 80.000 boisseaux par jour. Voyez aussi plus bas page 88 les quantités de blè importées sous Justinien.

(8) Selon Spartian, *Septimus Severus*, 23.

(9) Selon les *Scholies à Lucain* (I, 319, vol. III); j' emprunte ces deux sources à Beloch, pp. 411-2.

(10) L'interprétation du mot blè par " pains ,, ne conduirait pas à des conclusions très différentes. Elle amènerait à conclure qu'il y avait 80,000 maisons à qui des pains avaient été affectés. Et toutes les maisons ne bénéficiaient pas de *panes aedii*.

ordre. Or les classes attirées par le commerce et l'industrie sont justement celles qui habitent plutôt les " insulae „ que les " domus „.

2° *La superficie des deux villes.*

Un second argument qu' on pourrait évoquer en faveur de Sozomène, se rattache à *la superficie des deux villes.*

La circonférence de Rome est de 11.87 - 12.42 miles (1), celle de Constantinople de 18 miles. Ce renseignement emprunté à Frantzès (2) comprend une Constantinople plus grande que celle de Constantin car les murs furent étendus à plus d'une reprise; mais l'enceinte ne fut pas élargie d'un tiers; Constantinople avait donc dès le début une étendue plus grande que Rome.

Et certes l'étendue ne signifie pas grande chose en face d'une population plus dense.

Mais si grande que fut la densité sur les bords du Tibre, elle n'était pas supérieure à celle de Constantinople. Le manque d'espace se fit, en effet, si rapidement sentir dans cette dernière que dès les jours de Constantin les habitants furent réduits à bâtir à l'aide de pieux, des maisons sur la mer (3).

Les résultats de la surpopulation eurent aussi leur contre-coup sur l'architecture. Le juge le plus compétent en la matière, le Général Beylié (4) dit:

" Constantin avait attiré par des privilèges et des distributions de vivres une population très nombreuse. En peu de temps la ville fut tellement peuplée que l'enceinte à peine achevée devint trop petite. Les maisons entassées dans un terrain nécessairement borné, chevauchèrent les unes sur les autres et rendirent les rues fort étroites, au point d'entraver absôlument la circulation des voitures. Il est fort probable que, dès cette époque, les architectes adoptèrent les balcons en encorbellement, les loggia, les moucharabies, les bow-window pour gagner de l'espace sur la mer. Cette mode existait déjà à Pompeï. Elle existait également en Syrie dès le VI^{ème} siècle, et nous en trouvons de nombreux exemples plus tard au XI^{ème} siècle, d'après le manuscrit de Skylitzès (5) „.

Mais m'objectera-t-on l'abolition de l'esclavage n'eut-elle aucune influence? Et ne sait-on pas qu'une population servile demande moins de place qu'une population libre?

---

(1) Beloch, p. 485; calculs rectifiés.
(2) p. 238.
(3) Zosime, II, 35.
(4) *L'habitation byzantine* (Grenoble, 1904), p. 30.
(5) Il s'agit du fameux manuscrit de Madrid dont la plupart des illustrations ont été reproduites par M. Schlumberger dans son *Epopée Byzantine.*

L'argument en l'espèce porte peu. Tout d'abord comme l'a remarqué E. Meyer " Rome n'étant pas une ville industrielle contenait relativement peu d'esclaves (1) „.

Ensuite ce serait une erreur de croire qu'à Constantinople l'esclavage eut disparu. Comme l'agriculture avait remplacé les esclaves par les serfs, de même l'industrie employait des hommes, libres en droit mais attachés à un corps de métier aussi solidement que le paysan l'était à la glèbe.

A côté de cette " servitude dissimulée „ pour employer la définition si heureuse de M. E. Ciccotti, (2) il y avait la servitude ouverte.

Les services domestiques étaient assurés par des esclaves (3). Les nombreuses *domus* en étaient pleines et c'était la manière la plus habituelle d'étaler sa richesse que d'avoir des esclaves nombreux (4). La réaction chrétienne contre l'esclavage se fait sentir plus tard, mais encore au VIII^{ème} et XI^{ème} siècles les dispositions législatives (5) montrent que les esclaves sont loin d'avoir disparu (6). Au XII^{ème} siècle (7), nous voyons l'état intervenir et racheter en masse les esclaves; Manuel Comnène rendit la liberté à ceux qui résidaient à Constantinople et étaient nés d'un père libre; même sous cette forme restreinte cette mesure généreuse " vida le trésor public „ (8). Ceci indique l'importance de l'élément servile en plein XII^{ème} siècle.

---

(1) Loc. cit.

(2) *Le déclin de l'esclavage antique*, p. 451 de la traduction française de G. Platon (Paris, 1910).

(3) Voyez Paul Allard, *Les esclaves chrétiens jusqu'à la fin de la domination romaine en Occident.* (3^{a} edit., Paris, 1900).

(4) " Un grand nombre d'esclaves semblait chose convenable aux gens d'un rang élevé, surtout pour les banquets où chaque esclave avait des devoirs spéciaux, et pour les apparitions en public tant des hommes que des femmes „ (Schultze, p. 246, où on trouvera des renvois nombreux).

(5) Voyez *l'Epanogogé*; voyez encore les droits de douane sur les esclaves, dont l'empereur Nicéphore le logothète attendait des recettes sans doute considérables, l'importation d'esclaves étant active. Il est souvent aussi question d'esclaves dans *Le livre du préfet* de Léon le Sage (édition J. Nicole, Génève, 1893).

(6) L'église ne condamnait pas absolument l'esclavage; Théodore de Stoudion, un regoriste pourtant, se borne à dire que la possession d'esclaves à l'instar du mariage, permise aux laïcs, doit être interdite aux moines (Cfr. Finlay, t. II, p. 220-I).

(7) A l'époque on se rend compte de ce que l'esclavage a d'antichrétien. Voyez la novelle 35 d'Alexis I; les écrits d'Eustathe (notamment la page 334 dans les *Opuscula*, édit. de T. Tafel, Francfort, 1832) etc.

(8) Eustathe *Oraison funèbre à Manuel Comnène*, ch. 18 p. 200 édit. Tafel.

En tout cas et pour en revenir à notre point de départ, ouvriers liés aux corporations et esclaves domestiques étaient fort nombreux aux IV^ème^ et V^ème^ siècles et devaient contribuer à la densité de la population par l'exiguité de leurs logements.

A la vérité, ainsi que nous l'expliquions plus haut (1), les quartiers populaires de Constantinople ne devaient pas différer beaucoup de ceux de la Rome et de Naples d'aujourd'hui, et dès lors même en tenant compte des terrains non bâtis, relativement étendus à cause des places publiques, des marchés, des monuments publics et surtout des édifices religieux, on a peine à admettre que la capitale Byzantine pouvait avoir beaucoup moins d'un million d'habitants.

3° *L'impression que Constantinople faisait aux ennemis de l'empire.*

Au cours du V^ème^ siècles, Rome fut prise trois fois par les barbares (2); la grandeur de Constantinople les épouvanta. AMMIEN MARCELLIN (3) nous apprend comment en 378 les Goths victorieux à Andrinople poussèrent jusqu'à la Corne d'Or, mais à la vue de la multitude enfermée dans la ville, ils renoncèrent à l'attaquer. En 381 Athanaric ne pouvait revenir de la surprise que lui causait le caractère cosmopolite et fourmillant de la cité (4).

Mais, indépendamment de toute comparaison avec Rome, le fait que la population de Constantinople approchait du million pourrait être déduit de deux autres textes datant du IV^ème^ siècle. ZOSIME (II 35) dit que Constantinople devint rapidement une ville " fort grandissime „ (*sfodra mégisté*). Si cet ennemi de Constantin use de ce superlatif renforcé par un adverbe c'est que, partageant en ceci du moins l'avis de SOZOMÈNE, il veut convier l'idée qu'elle avait peu de rivales dans le monde. Or, en ce temps, les très grandes agglomérations n'étaient pas rares. Le phénomène date de l'époque hellénistique mais il lui survécut. Il suffit de rappeler les exemples des anciennes capitales des royaumes Gréco-Macédoniens (Alexandrie, Antioche, etc.) Mais les choses n'allaient pas différemment en Occident.

---

(1) Cf. plus haut page 74.
(2) En 410 par Alaric; en 455 par Genseric; en 475 par Odoacre.
(3) *Hist. rom.* XXXII, 16.
(4) JORNANDES, *Hist. goth.* XXVIII.

Le plus éminent peut-être des byzantinologues du jour, le professeur J. B. BURY, qui a bien voulu s'intéresser à cette étude, et qui tout en reconnaissant la grande incertitude régnante, estime lui aussi que la population de Constatinople " n'a pu être beaucoup inférieure à 800,000-1,000,000 d'âmes „ appelle mon attention, sur un texte négligé. Il m'écrit " Procope était en Italie en 538-9 quand Milan fut pris par les Francs. Un grand massacre s'ensuivit, 300,000 *mâles* auraient été mis à mort. Le chose semble incroyable et GIBBON la considère telle. Mais, tout en faisant une large part à l'exagération, l'affirmation indique une population très élevée dûe probablement au fait que Milan servait au IV^{ème} siècle de résidence impériale. Il semble que Milan a dû avoir une population aussi élevée que celle d'aujourd'hui, laquelle, je crois, dépasse 600,000 âmes. S'il en est ainsi on doit attribuer à Constantinople, Alexandrie et Antioche plus peuplées que Milan, une population supérieure à celle qué souvent on suppose „.

Alexandrie et Antioche, que cite le professeur BURY, nous amènent à notre second texte. Le poète AUSONIUS (*Ordo Urbium Nobilum*, 18) énumérant les grandes villes dc son temps cite d'abord Rome, Constantinople et Carthage ensuite Antioche et Alexandrie. Milan ne vient qu'au troisième rang. Constantinople l'emporte donc dès la seconde moitiè du IV^{ème} siècle (1) sur la capitale de l'Egypte. Or, il semble bien que cette ville qui dès le premier siècle atteignit le demi-million (2), dépassait sensiblement à l'époque les 600,000 âmes (3) et semble avoir gardé cette population jusqu'à la conquête arabe (4).

---

(1) AUSONIUS (309-394) composa la plupart de ses poèmes après 379 (S. SAKELLAROPOULOS, *Abrégé de l'Histoire des Lettres Latines*, en grec, Athènes, 1915, p. 323).

(2) Le recensement officiel de 60 avant Jésus-Christ donna 300,000 hommes *libres*. La population ne cessa depuis d'augmenter (BELOCH p. 479).

(3) Je déduis ceci une fois encore d'un massacre. PERNICE dans son *Imperatore Eraclio* (Florence, 1905, p. 204) rapporte que sous Justinien, Apollinaire " magister militum „ et patriarche d'Alexandrie, massacra 200,000 monophysites qui refusaient d'adhérer à l'orthodoxie. Le byzantinologue italien ne doute pas du fait affirmé par le patriarche melchite EUTYCHIUS (*Annales* , p. 152, édit. POCOCKE).

Même si les massacrés ne se montaient qu'à 100,000 ou voir à 50,000, ceci suppose une population énorme; car malgrè tout il ne s'agissait pas d'un massacre organisé par l'ennemi à la suite d'un assaut heureux (cfr. ce que nous disons au ch. II de l'émeute de Nika).

(4) MUIR (*Annals of the Early Caliphate*, p. 240, cfr. WEIL, *Geschichte der Chalifen*, tome I p. 116) rapporte certaines statistiques arabes sur la population d'Alexandrie au moment de la conquête arabe (année 641). D'après

A tous ces témoignages on pourrait, il est vrai, opposer un passage de SAINT JEAN CHRYSOSTOME (1) qui évalue le nombre des chrétiens de Constantinople à 100,000 et ceux des indigents à 50,000 (2). Mais si ce dernier chiffre est confirmé par une autre homélie du grand orateur (3), le premier, est de l'avis de la critique, dû à une faute du copiste (4). Ne nous arrêtons donc pas à ce texte et posons-nous une question de première importance.

Comment Constantin le grand a-t-il pu reunir en quelques années pareille quantité d'hommes?

D'abord par des privilèges de toute espèce, parmi lesquels on peut citer: La concession du "jus italicum„ et l'exemption de l'impôt foncier et la capitation (C. Th. XIV, 13, I); les distributions de blé qui furent encore étendues par Théodose (5) et des fêtes publiques de tout genre.

C'était là l'aimant le plus puissant dont put disposer l'état mais il agissait surtout sur les vagabonds et les fainéants, aussi les

---

elles la population mâle à elle seule se montait à 600,000 dont 200,000 grecs et 70,000 juifs, la ville contenait 4,000 bains et 400 théatres. Même en réduisant ces chiffres de moitié, nos suppositions sont confirmées.

(1) Le grand hiérarque devrait bien faire l'objet d'une monographie où on étudierait non seulement ses théories économiques mais aussi les très nombreux faits économiques sur lesquels il base ses homélies où qu'il note en passant. Un pareil travail serait facilité par l'admirable répertoire ajouté par MONTFAUCON à son édition des oeuvres du Chrysostome (13 vol. 1718-1738) et reimprimé au tome 64 de la Patrologie de MIGNE. On pourrait faire usage aussi de l'oeuvre classique de A. NEANDER *Der hl. Chrysostomus* (2 vol. 3ème édit. Berlin 1858) et des ouvrages de A. PUECH, *Saint Jean Chrysostome et les moeurs de son temps* (Paris, 1891); F. LUDWIG, *Der hl. Johannes Chrysostomos in seinem Verhältnis zur byzantinischer Hof* (Braunsberg, 1883), C. BAUR, *St Jean Chrysostome* (Louvain, 1907) et surtout IGNAZ SPIEL, *Die Wirtschaftlichen Lehren der Kirchenväter* (Vienne, 1907; N° 18 des *Théologische Studien* de la " Léo Gesellschaft „ de A. EHRHARD et F. SCHINDLER).

(2) *Commentaire des Actes des Apôtres*, homélie XI, 3.

(3) *Pros tous echontas parthenous syneisaktous* (t. 62, p. 268 de la Patrologie de MIGNE). Il y est dit que Constantinople compte 20,000 *femmes* sans ressources; or, il ressort des enseignements de la démographie que le nombre des indigents hommes est généralement un peu supérieur à celui des indigentes.

(4) SCHULTZE, p. 186. Il saute aux yeux que la moitié des chrétiens n'aurait pas pu être dans l'indigence. Du reste du texte et d'autres passages il ressort d'ailleurs que CHRYSOSTOME considère que les gens sans ressource formaient le *dixième* de la population. Cfr. L. LALLEMAND, *Histoire de la Charité; les neuf premiers siècles de l'ère chrétienne*, Paris, 1903) p. 114-5.

(5) Cfr. note 3 p. 80.

auteurs païens ne manquèrent-ils pas de se scandaliser en voyant un empereur chrétien chercher à créer une nouvelle capitale en gorgeant et rassasiant une foule ivre et en vidant les autres villes de leurs habitants (1).

Pour prévenir ces reproches, surtout pour justifier l'assimilation entre l'ancienne et la nouvelle Rome, Constantin ne négligea rien, ni douceur ni violence (2), afin d'attirer les familles sénatoriales de Rome, et en général le plus de véritables romains possible (3). Il y réussit dans une certaine mesure; plusieurs familles sénatoriales des plus illustres le suivirent sur les bords du Bosphore (4).

Il réussit aussi à y attirer, indépendamment de la plèbe, un grand nombre de provinciaux de marque qui n'allaient pas s'établir antérieurement sur les Bords du Tibre : ceci parce que la nouvelle Rome l'emportait sur l'ancienne tant au point de vue administratif qu'au point de vue économique.

Au point de vue politique elle eut cet avantage marqué de ne pas être seulement une ville souveraine, mais aussi, du fait qu'elle était le siége du Gouvernement Impérial, la résidence des principaux fonctionnaires de l'Empire. Diocletien avait cru pouvoir séparer les deux titres; les capitales de la tétrarchie avaient simplement laissé à Rome son rang de métropole de l'empire (5).

Avec la centralisation en vigueur on devine ce que signifiait un pareil privilège; il s'ajoutait au fait que Rome ne pouvait être un centre commercial et ne devint jamais un centre industriel tan-

---

(1) Je reproduis la phraséologie fielleuse d'Eunape, *Vie des Philosophes : Aedesius* (t. I. p. 22 de l'edition de Boissonade, 2 vol. Amsterdam, 1822).

(2) Leclercq (col. 1383) après avoir parlé des vastes domaines dans l'Asie Mineure et le Pont offerts à ceux des sénateurs qui consentiraient à s'établir dans la nouvelle capitale, ajoute: " Certains sénateurs, des hommes distingués, des familles illustres établies à Rome depuis toujours, reçurent *l'invitation* de venir s'établir à la suite de l'empereur dans la nouvelle Capitale. Avec les uns Constantin se montra séduisant, construisit des palais et les offrit: on ajoute même qu'il avait poussé la délicatesse jusqu'à faire reproduire les habitations que certains possédaient afin qu'en se transportant à Constantinople ils n'eussent rien à changer à leurs habitudes; avec d'autres la volonté impériale s'affirma despotiquement. Par violation exorbitante du droit de propriété l'empereur ordonna que les possesseurs de domaines dans l'Asie ne pourraient pas faire des dispositions testamentaires en faveur de leurs héritiers, s'ils ne bâtissaient pas un palais à Constantinople „.

(3) L'auteur anonyme des *Patria* marque ceci fortement en disant: "Constantin voulant peupler sa ville ou plutot y detenir les romains „ (dans *Imperium Orientale* de Banduri, I. 4).

(4) Lécrivain, *Sénat*, p. 218, en donne les noms.

(5) Bréhier, p. 14.

dis que Constantinople, est forcément - par son admirable position géographique - l'un, et devint rapidement l'autre.

Cela étant on s'explique comment la population devint rapidement " surabondante „; les gens, soit qu'ils fussent militaires, ou commerçants, ou de toute profession, y affluant de toutes les parties de la terre (Zosime II, 35).

Que cependant, la création de la Rome Nouvelle correspondit non à un caprice impérial mais à une haute inspiration politique cela fut montré par l'histoire du IV^{ème} siècle. Tandis que Rome sombrait Constantinople loin de décroître gagnait tellement en importance qu'en 413 sous Théodose II les murs durent être considérablement agrandis.

CHAPITRE II.

De la chute de l' empire d' Occident aux croisades.

Pourquoi toute diminution de la population fut au début impossible — Les siécles sombres; possibilité d'une diminution; pourquoi elle dut être passagère — Les empereurs s'efforcent de prévenir l'afflux des provinciaux — Raisons de l'attraction de Constantinople sur les sujets de l'Empire — Causes de l'affluence des étrangers — Conclusion: à part certaines époques des VII^{ème} et VIII^{ème} siecles la population de Constantinople du VI^{ème} au XII^{ème} siècle n'a pu être inférieure à ce qu'elle était durant le IV^{ème} et le V^{ème}.

La première moitié du VI^{ème} siècle ne put guère être marquée par une diminution de la population. Le règne du sage Anastase (1) fut une période de grande prospérité économique et financière (2). La première partie du règne de Justinien ajouta la gloire militaire à cette prospérité. Les victoires de Bélisaire et de Narsès étendirent énormément les frontières. Comparée à celle de 395, la superficie de l'empire fut augmentée d'un tiers (3). La capitale ne put que bénéficier de ces heureux événements.

L'auteur du traité des *Édifices* (I, 11) parlant des énormes hotelleries que Justinien avait fait construire dans le voisinage des tri-

---

(1) Anastase régna jusqu'en 518; vinrent ensuite Justin I (518-527) et Justinien (527-565).

(2) Anastase put soulager les contribuables en abolissant le plus pesant des impôts (le *chrysargyron*) et laisser un trésor énorme. Voyez, sur la politique financière d'Anastase, le t. I. p. 251-532 de l'*Istorjia Vizantii* (2 vol., Pétrograde, 1911) de J. Kulakowski.

(3) Elle fut portée de 745,000 à 1,010,000 kil. c. (cfr. plus haut p. 75).

bunaux explique qu'elles avaient été nécessitées " par l'étendue de l'empire „ et la nécessité où se trouvait " une multitude variée „ à venir faire trancher ses différents devant les tribunaux de l'empereur.

Ce que dit PROCOPE pour les plaideurs s'applique aussi, dans une large mesure aux provinciaux ayant à faire aux autres branches de l'Administration, qui, nous l'avons dit, était fort centralisée.

Pareillement, les bâtiments que Justinien, comme plus tard Louis XIV (1), aimait autant que les guerres, durent attirer à Constantinople de nombreux ouvriers attirés par de hauts salaires (2).

L'augmentation de la population ne peut être testifiée par un nouvel élargissement de l'enceinte; mais il faut songer qu'aucun ennemi ne menaçant alors la ville, les faubourgs purent prendre librement essor.

Sans doute le quartier des Blachernes qu'Héraclius se vit dans la nécessité de protéger au début du siècle suivant date-t-il du moins en partie, de cette époque. D'ailleurs si on n'élargit pas l'enceinte on dut améliorer le service des eaux (3). Les anciens aqueducs devenant insuffisants, on adopta la citerne souterraine Alexandrine; la plus grande des citernes, celle qui fait encore l'admiration des touristes, date de Justinien. On voit avec raison dans ces travaux une preuve de l'augmentation de la population.

Nous avons vu précédemment qu'à défaut de dénombrements, on peut tirer profit des renseignements que les sources nous donnent sur le blé importé et les gens mis à mort pendant les séditions. Nous avons deux renseignements de ce genre pour l'époque Justinienne:

1° La quantité du blé importé d'Egypte est calculée par WILCKEN (4) à 26 ⅓ millions de *modii* romains. Ce qui avec les calculs de BELOCH pour Rome (5) correspond à une population de plus

---

(1) " J'ai trop aimé la guerre et les bâtiments „ disait le Roi Soleil sur son lit de mort.

(2) On aura une idée de ceux-ci par les salaires versés aux ouvriers de Sainte Sophie; cfr., ANDRÉADÈS, p. 552; "l'argent, dit Jean Lydus, coulait à flots „.

(3) Consulter Ph. FORCHEIMER et J. STRYZGOWSKI, *Die Byzantinischen Wasserbehälter von Konstantinopel* (Vienne 1893); voir aussi le livre troisième d'ANDRÉOSSY.

(4) *Grieschische Ostraka aus Aegypten* (2 vol., Leipzig, 1899). t. I, p. 421. WILCKEN se base sur Justinien, edit. 13, ch. 8, qui parle de 8 millions *d'artabes;* chaque artabe contenait plus de 3 *modii*.

(5) Loc. cit. Je considère ces calculs comme exacts car il faut tenir compte des vieillards, des femmes, enfants et de la population servile qui

de 700,000 âmes. Or, Constantinople ne devait pas importer des blés seulement d'Egypte (1).

2° Le nombre des séditieux massacrés pendant la grande émeute dite de Nika est évalué entre 35,000 (2) et 50,000. Or, malgré tout on ne peut pas supposer que plus de 5 % des habitants aient été mis à mort.

Les dernières années de Justinien et les règnes des princes de sa famille - période de rapide décadence - furent accompagnés d'évènements qui affectaient particulièrement la capitale elle-même, tremblements de terre, incendies, pestes se suivent de près (3), et pendant deux siècle tendent à devenir des maux chroniques (4). Ce n'est pas tout, l'agonie de la dynastie de Justinien et d'Héraclius, engendra des troubles, des guerres civiles et des sièges auxquels vinrent s'ajouter trois grands sièges dûs à des étrangers (5).

Il est impossible que tant de calamités, coïncidant avec un rétrécissement rapide (6) des frontières de l'empire n'aient pas eu leur contre-coup sur la population (7).

---

se nourrissent moins que les hommes; il faut aussi considérer que les hommes ne consommaient pas autant de blé que le font les soldats bien nourris des armées contemporaines. Je fait ces remarques car j'avoue que j'avais d'abord cherché à tirer profit des statistiques militaires actuelles. Avec l'aide de M. Sp. Chassiotis, Inspecteur Général de l'Agriculture, j'avais abouti à la conclusion qu'un *modius* nourrit actuellement 4 soldats par jour. A ce compte comme les 26,300,000 *modii* importés par an d'Egypte, correspondent à 72,547 *modii* quotidiens, ils auraient suffi à nourrir à peine 290,188 hommes.

(1) Cfr. plus haut page 80 note 7.

(2) Malalas donne le premier chiffre, Lydus le second. Zonaras, de beaucoup postérieur cherche à concilier ces contenporains en fixant les victimes à 40,000; cfr. Kalligas, *I Stassis tou Nika* (reproduit dans *Mélétai kai Logoi*, p. 351-2), Bury, *The Nika Riots* (dans le *Journal of Hellenic Studies*, 1897, p. 106), Diehl, *Justinien* (Paris, 1901, p. 465).

(3) Ces trois fléaux furent fréquents durant les dernières années du règne de Justinien: voyez Hertzberg, *Histoire Byzantine* (traduction grecque par P. Carolidès, Athènes, 1906) p. 132.

(4) Encore, sous les premiers Isauriens, les tremblements de terre sont si terribles que Léon III décrète un impôt spécial pour réparer les fortifications de la capitale. La peste qui dépeupla tout l'empire sous son fils nous occupera tout à l'heure.

(5) Les sièges de 627, 674, 717.

(6) Dû au développement foudroyant de l'islamisme et à la naissance de l'état bulgare.

(7) Peut-être que les grands sièges sus-mentionnés apportèrent-ils une augmentation de la population, à cause du grand nombre de ceux cherchant abri dans la " Ville gardée de Dieu ,.. Mais cette augmentation fut compensée par ce qu'eurent à souffrir les faubourgs immédiats de Constantinople (cfr. plus bas p. 90 note 1). Sans parler de la mortalité qui fatalement augmente en temps de siège.

Il est donc probable qu'il y eut des moments au VII[ème] et surtout au VIII[ème] siècle où celle-ci *tomba sensiblement au-dessous de 500.000 âmes.* Mais nous estimons *que cette diminution fut passagère.*

Nous sommes conduits à cette conclusion par les raisonnements suivants:

1° *L'enceinte du V[ème] siècle* (1), *pourtant plus vaste que celle de Constantin, devint insuffisante.* Elle fut élargie, non seulement par l'Empereur Héraclius qui y comprit le quartier des Blachernes (2), mais encore, deux siècles environ plus tard, par l'Empereur Léon l'Arménien (3).

2° *Qu'à la veille de sièges nous voyons les Byzantins craindre beaucoup plus la famine que les ennemis.* On relève ce phénomène même au moment où le niveau de la population a dû être le plus bas, c'est-à-dire sous Anastase II (715-17) (4); cet empereur prévoyant la grande attaque arabe, repoussée si glorieusement par son successeur Léon l'Isaure (5), ordonna que tous les habitants devraient réunir des vivres pour trois ans ou quitter la ville.

3° *Les empereurs ne permettaient pas que la population Constantinopolitaine décrut.* Quand les multiples priviléges de la Ville et l'attraction qu'elle exerçait sur les provinciaux ne suffisaient pas à combler les vides causés par tel ou tel fléau, ils n'hésitaient pas à recourir à la violence. Ainsi, après la peste de 746-7, la plus terrible épidémie qu'ait connu la Grèce Médiévale (6), Constantin

---

En outre si les sièges entrepris par des étrangers échouèrent comme ils continuèrent à échouer jusqu'en 1204, certains de ceux entrepris par des grecs séditieux, possédant sans doute des intelligences dans la place, aboutirent. Leur succès n'alla pas sans versement de sang. Il en fut ainsi notamment en 698 lors de la déposition de Léontius (précédée, pour comble d'infortunes, d'une peste terrible) et lors de l'arrivée au trône de Théodose III (715).

(1) Ce quartier comme tous les faubourgs de Constantinople avait eu beaucoup à souffrir des Avares (619); le nombre des captifs enlevés par ceux-ci d'Héraclée, Sélymvrie et surtout de la banlieue immédiate de Constantinople se montait à 270,000!!!

(2) Cfr. Pernice, *L'Imperatore Eraclio* pages 140-1.

(3) Sur les fortifications de Constantinople aux différentes époques, sur les frais qu'elles occasionnèrent et la manière dont ces frais furent couverts v. Andréadès, pp. 497-500 où on trouvera aussi une bibliographie complète.

(4) Voyez un résumé vivant et succinct de l'état misérable où l'empire était alors réduit dans N. Turchi, *La Civiltà Bizantina* (Turin, 1915), p. 123.

(5) Ce fut le second siège entrepris par les arabes; le premier fut repoussé par Constantin IV Pogonat (668-685) lequel avait pris des mesures considérables pour assurer le ravitaillement (Bury, II, 310).

(6) Cfr. Alfred Lombard. *Constantin V* (Paris, 1902); un autre auteur également nommé Lombard mais dont le prénom est Jean prit les transplan-

V transplanta dans sa capitale des gens de toutes les parties de l'empire et notamment du Péloponèse; mesure qui eut même des conséquences considérables car, d'une part, elle donna un caractère complétement hellénique à Constantinople (1) et de l'autre elle facilita l'émigration dans le Péloponèse de peuplades slaves, descente qui à son tour servit de fondement aux théories aujourd'hui condamnées de FALLMERAYER (2).

Hâtons-nous d'ajouter que les mesures de ce genre étaient tout à fait extraordinaires. D'ordinaire, la population était plutôt pléthorique que déficitaire; si les empereurs avaient recours à la force c'était pour éloigner et non pour attirer. Ainsi nous les voyons pourvoir au renvoi des agriculteurs (3) à leurs champs dépeuplés (4), et à l'éloignement des mendiants ou plutôt des sans-travail (5). Dans le même ordre d'idées il faut citer l'invitation aux juges de hâter les procès afin que les plaideurs ne s'accoutument pas à la vie de la capitale (6), et celle aux évêques provinciaux de ne pas y résider " sans raison suffisante „ (7).

---

tations faites sur les ordres de Constantin V pour point de départ d'un roman qui fit quelque bruit (*Byzance*; Paris, 1901; avec préface de PAUL MARGUERITE).

(1) Jusqu'à la grande peste des vestiges des traditions romaines avaient subsisté; ainsi c'est à partir de Constantin V seulement que les monnaies prirent un type grec; cfr. A. ANDRÉADÈS, *De la monnaie et du pouvoir d'achat des métaux précieux sous les Byzantins* (en grec, Athènes, 1918).

(2) Le livre de FALLMERAYER est intitulé *Geschichte der Halbinsel Morea* (2 vol., Stuttgard, 1830-1836); HOPF et PAPARRIGOPOULOS y répondirent longuement: le premier dans le tome I de sa *Geschichte Griechenlands von Beginn des Mittelalters;* le second par une savante monographie: *De l'émigration de quelques tribus slaves dans le Péloponèse*; en grec. (Athènes, 1843); la question a été reprise par MIKLOSICH, *Die Slavische Elemente in Neugriechischen.* (*Annales de l'Académie de Vienne*, tome 68, année 1869) et A. PHILIPPSON, *Zur Ethnographie des Peloponnes* (*Petermanns Mitteilungen*, tome XXXVI, 1890).

(3) Ceux-ci n'étaient admis que dans le cas où ils venaient soumettre une supplique à l'empereur.

(4) C'était au " questeur „ qu'incombait cette tâche (Voyez l'*Epanagogé* et autres sources; cfr. ANDRÉADÈS p. 429).

(5) Pour les vrais pauvres, les infirmes et les malades, il y avait les innombrables établissements de bienfaisance de la capitale. Les vagabonds étaient renvoyés dans leurs provinces; quand ils étaient d'origine Constantinopolitaine ils étaient affectés aux industries de l'état; s'ils se refusaient à y travailler ils étaient expulsés (Novelle 80 de Justinien, cfr. ANDRÉADÈS, p. 576.)

(6) Cfr. DIEHL, *Justinien*, p. 283 et ANDRÉADÈS *Du recensement* (en grec, Athénes, 1908) p. 14.

(7) Voyez la novelle 123, ch. 9 de Justinien et la novelle 75 de Manuel Comnène; cfr. ZACHARIAE, *Jus Grecoromanum*, tome III, p. 501 et CHALANDON, *Jean II et Manuel I* (Paris, 1912), p. 643.

De fait, Constantinople exerçait sur les provinciaux et les étrangers une attraction qui demande à être éclaircie.

Pour les provinciaux, d'abord, on l'explique par la différence énorme entre la vie de la capitale et celle des provinces surtout celle des champs. Ici, sécurité, peu ou pas d'impôts directs, distributions régulières d'abord, fréquentes ensuite (1), de blé, de vivres et occasionnellement d'argent (2), spectacles publics, pour ceux qui se portaient bien, innombrables établissements de bienfaisance pour les cas de vieillesse et de maladie (3). Là, les invasions continuelles des barbares et des pirates, une fiscalité cruelle, des seigneurs quasi-féodaux, une vie en un mot " où tout était peine et misère „. Ajoutez à cela que Constantinople continuait à être la grande place commerciale du temps et de plus un centre industriel des plus importants; elle attirait donc non seulement les oisifs mais aussi ceux qui cherchaient à se distinguer par le travail. Enfin, il ne faut pas oublier non plus qu'elle était comme l'a fort bien remarqué Rambaud " le Paris du moyen-âge „. Si donc de nombreuses villes de province, telles Salonique (4), offraient, par de fortes murailles, des garanties de sécurité et, par leur activité économique, des occasions de s'enrichir, seule la " Ville „ présentait ces raffinements intellectuels et mondains qui devaient être pour des gens comme les Byzantins d'un attrait sans pareil. Elle seule aussi permettait de gravir rapidement les degrés d'une bureaucratie hiérarchisée et pour les gens des grandes familles féodales (5) d'aspirer jusqu'au rang suprême. Aussi paresseux, laborieux, mondains avides de plaisir, jeunes gens assoiffés d'instruction, ambitieux, intrigants, gens de

---

(1) Les " pains civils „ cessèrent avec la perte de l'Egypte mais les distributions de blé et de vivres continuèrent à avoir lieu en maintes occasions; beaucoup d'empereurs soucieux de leur popularité cherchaient des prétextes pour en faire. On a aussi des exemples de vente de blé au-dessous du prix courant, notamment en cas de disette.

(2) Les distributions d'argent n'avaient lieu en principe qu'en certaines occasions déterminées: couronnement de l'empereur etc. Mais rien n'empêchait l'empereur qui voulait se concilier les faveurs de la foule d' en faire en dehors de ces cas. Même certains des meilleurs empereurs, entre autres Jean Comnène , connurent ces faiblesses.

(3) Le rev. père Pargoire dit avec raison que l'assistance était organisée à Constantinople de façon à répondre à tout besoin (*L'église byzantine de 527 à 897;* ed. Paris, 1905, p. 80).

(4) Cfr. *Thessalonique au XIVème siècle* par O. Tafrali (2 vol. Paris, 1913) et G. Tafel, *De Thessalonica* (Ulm, 1839). Mais si Salonique était le plus grand des centres économiques de province il n'était pas le seul (Voyez appendice II).

(5) Comnènes, Doukas, Monomaques, Phocas, Paléologues, etc.

toutes les classes et de tous les tempéraments tous rêvaient d'y vivre.

Quant aux étrangers ils étaient attirés d'un côté par la situation exceptionnelle qu'avait acquise Constantinople, de l'autre par la politique fort libérale, pour l'époque, des empereurs.

Byzance était au moyen-âge le grand centre de transit entre le Nord et le Sud, l'Est et l'Ouest. Cette situation découlant d'une position géographique incomparable avait été - chose curieuse - favorisée encore par des événements malheureux, tels le développement du mahométanisme (1).

PEARS (2) fait ressortir l'opposition entre le libéralisme de la législation byzantine et la xénophobie des autres législations médiévales.

Ce libéralisme qui se manifeste par l'absence de toute distinction éthnologique entre les différents sujets de l'empire (3), par une tolérance extrême vis à vis des non chrétiens et par le respect de la navigation internationale, peut être mieux apprécié par les faits suivants:

1° *Le respect des religions étrangères*, testifié par la pleine liberté laissée au culte romain, allait jusqu'à la construction, aux frais de l'état, d'une mosquée en pleine Constantinople. A quoi l'on peut opposer l'attitude des croisés vainqueurs vis à vis des orthodoxes et le fait que dans leur zèle de purger un sol chrétien de la mosquée précitée ils déchaînèrent un incendie qui détruisit une bonne partie de la ville (4).

2° *Le fait que les Byzantins furent les premiers à prendre des mesures en faveur des navires étrangers faisant naufrage* et décrétèrent que leur pillage serait un délit (5).

---

(1) Déjà avant lui et avant la perte de l'Egypte pour la chrétienté, les longues guerres avec les Perses avaient forcé le commerce de l'Asie Centrale qui auparavant suivait la route Mer rouge - Egypte, de prendre la voie Caspienne - Mer Noire. Aussi dès la seconde moitié du VI^{ème} siècle des Turcs en si grand nombre étaient concentrés à Constantinople que quand Tibère envoya en 575 une ambassade au Grand Khan des Turcs, 106 Turcs profitèrent de l'occasion qui s'offrait pour rentrer chez eux et accompagnèrent les ambassadeurs; voyez MÉNANDRE p. 398; cfr. E. STEIN, *Studien zur Geschichte des byzantinischen Reiches vornehmlich unter den Kaisern Justinus II und Tiberius* (Stuttgart, 1919), p. 59.

(2) Loc. cit.

(3) Cfr. le préambule de la Novelle 21 (*Sur les Arméniens*) de Justinien.

(4) Cfr. plus bas la fin du chapitre IV.

(5) L'importance de ces dispositions fut mise en lumière il y a déjà presque un siècle par des étrangers qui ont même reconnu à cette occasion

3° Les *facilités accordées aux étrangers*. On sait que les quartiers de Constantinople cédés aux Italiens, du temps des Comnènes étaient les plus propres au commerce et que ceux qui les habitaient jouissaient de plus de privilèges que les Constantinopolitains et même, dans le cas des Vénitiens, d'une dispense complète d'impôts (1). D'où un enrichissement facile et une morgue qui exaspéraient les Byzantins (2) et furent une des causes des troubles dont nous parlerons plus loin.

Mais c'étaient les grands privilèges accordés aux Italiens qui seuls constituaient une exception ; pour tous l'hospitalité etait la règle et, sauf certains peuples (3) envers lesquels la prudence la plus élémentaire dictait des conditions spéciales, l'accès de la capitale était libre toute l'année. Plusieurs centaines, pour ne pas dire plusieurs milliers d'étrangers, y venaient aussi tous les ans pour s'enrôler sous la bannière de l'Empire. Bon nombre de ces soldats venus du Nord y passait leur vie (4).

Tout ceci explique comment même avant la période des Croisades, Constantinople abondait en étrangers. " C'étaient dans les premiers siècles des Gépides, Goths, Lombards, Slaves, Huns et toutes espèces d'Orientaux, y compris les eunuques d'Abasgie et les gardes municipaux de Colchide. Plus tard sous les Iconomaques surtout des Arméniens et des Slaves „ (BURY, II, 525).

Pour nous résumer sur ces longs siècles qui vont de la disparition de l'Empire d'Occident aux Croisades et forment le moyen-âge

---

que nous devons aux byzantins " non seulement la renaissance des lettres mais aussi les principes d'une législation civilisatrice „ (Voyez SAULI, *Della Colonia dei Genovesi*, Turin, 1831, tome I p. 24; cfr. DEPPING, *Histoire du Commerce entre le Levant et l'Europe*, Paris, 1830, tome II, page 15).

(1) Les Byzantins furent bien mal payés de leur hospitalité puisque c'est aux Vénitiens qu'est dûe la prise de Constantinople (1204) et la ruine de l'Empire. Mais à leur tour, les Vénitiens durent regretter cette politique. A la place d'un empire qui garantissait à leur commerce mille privilèges et des débouchés admirables et leur servait, en même temps, de boulevard contre l'islamisme, ils mirent le turc victorieux. D'où, en fin de compte, cinq siècles de guerres incessantes avec la ruine au bout. J'insiste en passant sur cette leçon de l'histoire car elle montre qu'il est de l'intérêt mutuel des Grecs et des Italiens d'éviter tout ce qui pourrait porter ombrage à une entente entre les deux peuples.

(2) Voyez l'historien CINNAME.

(3) Les Russes et les Bulgares.

(4) Les cimitières decouverts aux portes de Constantinople montrent que beaucoup de ces septentrionaux avaient embrassé le Christianisme.

proprement dit, nous pensons que pendant les premières années, du V^{ème} siècle, la population a dû être plutôt supérieure qu'inférieure à ce qu'elle était auparavant: c'est-à-dire de 800,000 - 1,000,000.

Ensuite les calamités qui ont frappé l'Empire ont sans doute réagi sur elle, mais ont été compensées dans une large mesure par l'afflux de provinciaux et d'étrangers. La diminution de la population a dû d'autant plus être provisoire que les réformes des Iconomaques infusèrent une nouvelle vie à l'Empire (1) et qu'à partir de la Monarchie macédonienne les victoires incessantes sur tous les ennemis vinrent lui rendre ses anciennes possessions et y ajouter de nouvelles. Sous Basile II le Bulgaroctone, la Monarchie Grecque avait pour frontière l'Euphrate et le Caucase à l'Est, le Danube au Nord, tandis qu'à l'Ouest elle avait repris pied en Italie.

L'élargissement du cercle des possessions impériales, l'énorme richesse de l'état (2), la disparition de la piraterie arabe et le développement du commerce et de la navigation qui nécessairement en résulta, tout ceci dut réunir une population sensiblement égale à celle du temps de Justiniem.

Sans doute les documents précis font défaut mais le lecteur ne devrait pas être influencé par ce qu'il peut savoir des capitales occidentales à la même époque. L'occident était en pleine période féodale, Constantinople était la capitale d'un grand état unitaire. De plus les conditions démographiques en Orient étaient infiniment supérieures et la population infiniment plus dense (3). Un point de comparaison plus juste serait à rechercher du côté du monde islamique. La seule rivale de Constantinople était alors Bagdad (4) qui, comme elle, était à la fois la capitale d'un empire étendu et puissamment riche et un centre commercial intellectuel et social de première grandeur.

Quelle était la population de Bagdad à l'époque? MARRAST répond: « un million d'habitants au moins » mais il n'appuie pas cette évaluation sur des preuves certaines (5). Nul renvoi non plus

---

(1) Michel III en prenant le pouvoir réel (année 856) trouva un trésor de 140,000,000 f.; 700,000,000 de notre monnaie au moins.

(2) Basile II malgré près de quarante années de guerre laissa un trésor de 250,000,000 francs qui vaudraient au moins 1,250,000,000 aujourd'hui.

(3) Cfr. appendice II.

(4) Voyez le chapitre " Bagdad sous les Khalifes „ dans la *Vie Byzantine* de A. MARRAST (Paris, 1881). Cfr. plus bas les impressions de BENJAMIN DE TUDÈLE.

(5) Il dit simplement " toute la région environnante, aujourd'hui désert grisâtre, entrecoupée de marais salins, était alors un jardin splendide, sil-

dans la Grande Encyclopédie selon laquelle la population de Bagdad sous les Abbasides était de 800,000. Les ouvrages faisant autorité en matière d'historie médiévale Arabe ne nous donnent malheureusement pas de précisions (1). Mais ce qu'ils nous apprennent sur l'étendue et la prospérité (2) de la grande ville mésopotamienne tendent à confirmer les évaluations un peu arbitraires de MARRAST (3). Notons aussi que la population de Palerme, ville cependant sensiblement moins importante que Bagdad, est évaluée au X^ème^ siècle entre 350,000 et 750,000 âmes (4).

Si donc nous admettons comme vraisemblable que la capitale des Abbasides avait 800,000 habitants, il est difficile de croire que celle de Nicephore Phocas et de Basile II (5) pouvait être moins peuplée.

---

lonné de canaux navigables. Il s'étendait jusqu'à Bassora, l'industrielle et la savante, " la coupole de l'Islam „ (p. 312); un peu plus loin (p. 339) il dit: " le convoi de Ibn Hanbal (mis à mort par Mamoum) que l'Islam a mis au nombre de ses docteurs orthodoxes fut suivi, dit-on, par 80,000 hommes et 60,000 femmes, ce qui peut donner une idée de la population de Bagdad „. MARRAST dit aussi que Bagdad avait 860 médecins, que le Medresseh principal de la ville comptait 3,000 étudiants (p. 319 et 308).

(1) Les ouvrages que j'ai consultés sont: ALFRED VON KREMER, *Culturgeschichle des Orients unter den Chalifen* (2 volumes, Vienne, 1885-7); G. HUART, *Histoire des Arabes* (2 volumes Paris, 1912-3); AUGUST MULLER, *Der Islam* dans l'*Allgemeine Geschichte de w. Oncken* (2 volumes, Berlin, 1905); l'*Encyclopedie de l'Islam*, publiée sous la direction des professeurs TH. HOUTSMA et R. BASSET (au mot Bagdad). Bien entendu, j'ai compulsé aussi la déjà vieille de soixante-dix ans mais toujours utile, *Geschichte der Chalifen* de G. WEIL. Par contre, je n'ai pu trouver à Athènes l'ouvrage de G. LE STRANGE, *Bagdad during the Abbasid Califate* (Oxford, 1900); mais d'après mes renseignements cet auteur traite bien la question de la superficie mais non celle de la population.

(2) Un autre détail intéressant donné par l'*Encyclopédie de l'Islam*, est qu'Al Manzun employa de 762 à 766, 100,000 travailleurs pour la partie de la ville se trouvant sur la rive occidentale.

(3) A noter aussi que selon *Les Prolégomènes* de de Sloane à Ibn Khaldoun, Bagdad formait une agglomération de 40 villes et bourgades; cité par ELYSÉE RECLUS *L'Asie Antérieure* (Paris, 1884), p. 435 (t. IX^ème^ de la *Géographie Universelle*). Un autre enseignement dont il faut faire état est celui fourni par MARCO POLO (II, 6); selon lui quand Alan le Tartare prit Bagdad en 1225, la ville contenait 100,000 cavaliers, sans compter les fantassins. M. S. CASSON, sous-directeur de l'Ecole Anglaise d'Athènes, à qui je dois ce renseignement ajoute qu'il ne se trouve que dans les premières editions de Marco Polo.

(4) Voyez M. AMARI, *Storia dei Musulmani di Sicilia* (3 vol. Florence, 1854-1868) t. II. p. 305.

(5) Pour ne pas parler des derniers iconomaques, Théophile ne le cédait pourtant pas de beaucoup en splendeur et en puissance à Motassem.

CHAPITRE III.

La période des croisades.

Décroissance de l'Empire; événements qui en ont balancé les conséquences — Xénophilie des Comnènes; tableau de Byzance sous Manuel — Constantinople à la veille de sa destruction par les Croisés; témoignages de Hugo de Saint-Paul et de Villehardouin — La « Ville » et ses faubourgs ne devaient guère avoir moins de 1,000,000 d'habitants.

A partir de la mort de Basile II l'empire subit nombre d'amputations, surtout du côté de l'Asie. On ne voit cependant, à lire les historiens et les voyageurs, rien d'indiquant qu'elles aient réagi sur la population de la capitale; l'effet qu'elles ont pu avoir a dû, sans doute, être amplement compensé par le grand développement du commerce que les Croisades amenèrent avec elles. Au surplus des périodes de renouveau succédaient encore aux périodes d'abaissement et beaucoup des provinces perdues furent reconquises pour un temps plus ou moins long.

En tout cas, sous Manuel Comnène, Constantinople offrait ce spectacle de vie brillante et agitée qu'on retrouve dans certaines capitales, telles le Paris des dernières années de l'empire, à la veille d'une catastrophe.

L'afflux des provinciaux était tel que l'empereur devait faire revivre les vieilles décisions forçant les évêques à ne point quitter leurs diocèses (1); mais il ne put ou ne voulut pas empêcher ses sujets laïcs d'affluer de toutes les parties de l'Empire (2). Parallèlement sa politique résolûment xénophile (3) y attira des étrangers sans nombre. Rien que les Italiens sont évalués par Eustathe à 60,000 (4). Les gens provenant d'autres pays, y compris les musul-

(1) Voyez plus haut, page 91.

(2) Voyez la description de Constantinople dans Tzetzès (Chiliade XIII[ème]).

(3) Consulter outre Chalandon et Paparrigopoulos déjà cités les ouvrages de Heyd (*Histoire du commerce dans le Levant*, traduction française, Reinaud, 2 tom. Leipzig, 1885-6) et Norden (*Papsthum und Byzanz*, Berlin, 1903) et les monographies de H. von Kap-Herr, *Die abendlandische Politik Kaisers Manuels* (Strassbourg, 1881) et Fr. Cognasso, *Partiti politici e lotte dinastiche in Bisanzio alla morte di Manuele Comneno* (Turin, 1912).

(4) Eustathe, *Prise de Salonique*, p. 16, Kalligas *Etudes d'hist. byzantine de 1204 à 1453* (Athènes, 1894) p. 16, Pears, *Fall* p. 142, Cognasso p. 5, accordent foi à ce renseignement; sur les réserves de Paspatès voir plus haut page 72.

mans, ne durent pas être moins nombreux. Le fameux voyageur israélite Benjamin de Tudèle paraît même ne pas avoir reçu l'impression que les Italiens l'emportaient sur les autres étrangers (1).

Il dit: « L'affluence à Constantinople d'un très grand nombre de commerçants venus de tous les coins de la terre donnent à cette ville la plus grande animation. On y rencontre des négociants de Babylone et de Mésopotamie, de Médie et de la Perse, d'Egypte et de Palestine, ainsi que de Russie, Hongrie, Patzinaquie, Boudie (Bulgarie), Lombardie et Espagne. *A cet égard seule Bagdad, la métropole des musulmans, peut être comparée à Byzance* » (2).

Indépendamment de cette invasion étrangère, la perpétuation par les Comnènes de la politique de faveurs spéciales envers la plèbe constantinopolitaine (3), le relâchement des moeurs (4) et l'abondance des plaisirs, la plus grande facilité des communications, ont dû, comme nous l'avons déjà indiqué, agir sur les provinciaux plus encore que par le passé.

Vingt-quatre ans à peine séparent la mort de Manuel Comnène de la prise de Constantinople par les Croisés (5). Ce fut là une période de décadence trop rapide pour pouvoir avoir un contre-coup sur la population de la capitale.

Si à la suite des troubles anti-latins de 1682 les Italiens diminuèrent sensiblement (6), encouragés par la confirmation et l'exten-

---

(1) Tzetzès (loc. cit.) lui non plus ne mentionne pas spécialement les Italiens. Mais il écrit en vers et est guidé par le souci du mètre plus que par celui de l'exactitude. Il a d'ailleurs soin de dire que les étrangers qu'on rencontre à Constantinople viennent de tous les pays du monde et parlent une multitude de langues.

(2) Les voyages de Rabbi Benjamin fils de Jona de Tudèle auxquels nous empruntons ce passage ont été traduits dans presque toutes les langues; en français par J. B. Baratier (Paris, 1734); en anglais par Asher (Londres, 1840); en allemand par Grunhut et Adler (Francfort, 1904). Les pages concernant l'empire ont été mises en latin par G. L. F. Tafel (*De Thessalonica*) et en grec par M. Lazare Bellelis (dans le journal *Néa Himéra* de Trieste, 9 Dec. 1899).

(3) Voyez ce que nous disons plus haut des libéralités de Jean Comnène.

(4) On s'en rendra compte en comparant la vie de la mère ou de la soeur d'Alexis I à celle menée par les princesses de la cour de Manuel. La comparaison est facilitée par la lecture du second volume des *Figures Byzantines* de Charles Diehl.

(5) *L'histoire des Comnènes* de Chalandon s'arrête, pour le moment à la mort de Manuel, mais l'étude de la période subséquente est facilitée par deux excellentes monographies de F. Cognasso: *Partiti politici alla morte di Manuele Comneno* (déjà cité) et *Un imperatore bizantino della decadenza, Isaac II Angelo* (Rome, 1915; a paru d'abord dans la revue Bessarione).

(6) Willelmus Tyrensis (*Rerum in partibus transmarinis gestarum historia*, XXII, 12) donne quelques renseignements statistiques sur les trou-

sion de leurs exorbitants privilèges ils revinrent en masse. En temps normal ils ne devaient pas être loin de 30,000 (1). Les autres éléments étrangers ne furent à aucun moment persécutés. Quant aux indigènes: si le commerce souffrait, Isaac l'Ange, moins par amour que par peur, dépensait sans compter pour la plèbe constantinopolitaine; et si l'empire était diminué par la reconstitution de l'état bulgare, la crainte que la férocité légendaire des « Bougres » inspirait aux paysans de Thrace dut intensifier l'afflux des provinciaux.

En conclusion la population de Constantinople à la veille du grand désastre de 1204 ne dut pas être trés sensiblement inférieure à ce qu'elle était à la mort de Manuel.

Les chroniques des Croisades nous fournissent-elles quelques données permettant d'apprécier un peu plus exactement son total?

Pour ma part, j'en ai trouvé deux.

La première se trouve dans une lettre du comte Hugo de Saint-Paul (2); ce seigneur, pour mieux faire ressortir l'exploit que constituait la prise de Constantinople, dit que les Croisés « *n'avaient mie plus de XX mille hommes armés de toutes gens et si avaient prise une des plus fortes villes du monde et des mieux fermées contre plus de XXX cens mil hommes* ».

Si l'on interprête le texte en ce sens que les Byzantins disposaient d'une armée de 300,000, on, conclura que le comte Hugo a voulu « épater » ses correspondants. Mais si l'on considère qu'une armée de 300,000 non seulement n'existait pas à Byzance (3) *mais*

---

bles terribles d'Avril 1682. Le total des tués fut de 6,000; de plus, 4,000 latins furent vendus comme esclaves (cfr. Belin, *Histoire de la latinité à Constantinople*, p. 6). Mais comme l'attaque était attendue depuis quelques jours tous ceux qui avaient pu partir, étaient partis; de là même, l'absence de toute résistance. Il n'est donc point impossible qu'Eustathe ait raison quand il calcule les Latins à plus de 50,000.

Cette explosion de xénophobie fut provoquée par Andronic Comnène qui exploita les craintes, trop justifiées hélas! par la suite, qu'inspiraient les visées des Francs sur Constantinople. Elle disparut avec ce tyran, curieux mélange d'homme de génie et démon. Dès le début du règne de son successeur, les latins étaient revenus en assez grand nombre pour qu'Isaac l'Ange, assiégé par Vranas, général révolté, put recruter parmi eux 250 cavaliers et 500 fantassins (Cognasso, *Un imperatore*, p. 23).

(1) Villehardouin, ch. XLIV, dit qu'à la suite de l'incendie d'Août 1203, 15,000 Latins vinrent s'installer sur la côte Nord de la Corne d'Or. Mais il s'agit de ceux habitant Constantinople proprement dite, à un moment où les operations militaires de Croisés étaient plus suspendues qu'interrompues.

(2) Publié pour la première fois par Tafel et Thomas, *Urkunden*, tome I, p. 356.

(3) " Alexis III avait réuni, dit-on, une garnison de 60,000 hommes mais seule la garde varangue méritait confiance ,,. Cfr. l'excellent précis d'hi-

ne pouvait pas exister, attendu qu'à l'époque les plus grandes armées ne dépassaient pas quelques dizaines de mille hommes armés (1), on sera amené à conclure qu'il etait question de 300,000 hommes capables de porter le armes. Et s'il en est ainsi, nous tenons un renseignement précieux. A l'époque en effet, on calculait les hommes en état d'entrer en campagne au cinquième de la population totale (2); mais quand il s'agit d'assiégés cette proportion peut-être réduite au quart, car en pareil cas les hommes au-dessous de 20 ans et au-dessus de cinquante peuvent eux aussi remplir leur devoir. A ce compte, HUGO évaluerait la population de Constantinople à 1,200,000 âmes ou, en faisant à l'exagération d'un récent triomphe sa part naturelle, à 1,000,000.

Un second témoignage plus vague dans la forme mais émanant d'une source plus autorisée est celui fourni par VILLEHARDOUIN (Ch. LIV). Le maréchal de Champagne, décrivant le terrible incendie qui accompagna la prise définitive (3) de Constantinople par les Croisés (Avril 1204) dit « *et ce fut le troisième feu qu'il y eut à Constantinople depuis que les Francs vinrent au pays et il y eut plus de maisons brulées qu'il n'y en a dans les trois grandes cités de France* ».

En supposant, comme il est permis de le faire (4), que la population des trois grandes villes de France se montait de 150,000 à 200,000 âmes (5), nous pouvons fixer à ce chiffre les Byzantins

---

stoire byzantine d'HENRI GELZER supplément à l'*Histoire de la littérature byzantine* de KRUMBACHER (tome III, p. 468, de la traduction grecque de G. SOTIRIADÈS).

(1) L'armée byzantine au temps de sa plus grande gloire ne dépassait pas 120,000 (cfr. ANDRÉADÈS p. 466). Louis XIV passa en revue une armée de ce nombre en 1692; RACINE écrivait à Boileau " C'était le plus grand spectacle qu'on ait vu depuis des siècles. Je ne me souviens pas que les Romains en aient vu un tel „ (Lettre du 15 Mai 1692).

(2) Voyez les calculs de GALVANO FIAMMA sur Milan à la fin du XIII^{ème} siècle; dans *Rerum italicarum*, tom. XI p. 711 ; cfr. L. CIBRARIO, *Della Economia Politica del Medio Evo* (2 vol. 3ème edit. Turin, 1861) tome, II p. 48.

(3) Déjà la fuite d'Alexis III, suivie de l'entrée triomphale d'Alexis IV (Juillet 1203) constituait une première capitulation.

(4) Il faut se souvenir qu'à partir du XI^{ème} siècle, la population française augmenta rapidement tant dans les villes que dans les champs. Elle atteignait au début du XIV^{ème} siècle 20-22 millions. La " peste noire „ et les horreurs de la guerre de cent ans la réduisirent à la moitié. Sous Henri III (1574-1589) elle est calculée à 14 millions. Elle ne revint au niveau ancien qu'après plus de quatre siècles, (cfr. LEVASSEUR, *Histoire de la population française avant 1789*, tome I^{er} de *La population française*, 3 vol., Paris, 1889).

(5) La population de Paris au début du XIII^{ème} siècle était selon la *Grande Encyclopédie* (mot *Paris*) de 100,000 habitants. Elle aurait été de

privés de toit par l'incendie d'Avril 1204. Mais, comme le dit VILLEHARDOUIN, cet incendie fut le troisième depuis l'arrivée des Francs. Des deux autres, le premier allumé par les Vénitiens avant la fuite d'Alexis III était relativement limité. Au contraire, le second, qui eut lieu en Août 1203 à la suite de l'attaque des Croisés contre la mosquée musulmane (1) fut au moins aussi terrible que le troisième; NIKETAS CHONIATÈS qui le décrit en détail en montre l'étendue et ajoute qu'en comparaison de lui tous les autres incendies dont avait souffert auparavant Constantinople étaient des feux de paille (p. 732).

Il est donc logique d'évaluer les victimes des trois incendies à 300 ou 400,000. Mais Byzance entière ne brûla pas. PEARS, qui a si longtemps vécu à Constantinople (2) et consacra tout un volume à la prise de la ville par les Croisés (3) calcule que la moitié de la cité échappa au feu. On ajoutera donc aux 300-400,000 cités plus haut un chiffre égal ce qui donnerait un total de 600-800,000. A quoi il faut encore adjoindre la population des faubourgs occupés dès le début du siège par les Francs.

On peut donc conclure, sous toutes réserves et en répétant une fois de plus que les éléments de nos calculs sont purement conjecturaux, que la population de Constantinople à la fin du XII^{ème} siècle peut être évaluée, comme à la fin de V^{ème}, entre 800,000 et 1,000,000.

300,000 en 1328, selon LEVASSEUR (t. I p. 156); mais BELOCH (*Grosstädte* p. 421, note 2), soutient que même alors elle ne dépassait pas 100,000.

(1) Les croisés considéraient ce monument de tolérance byzantine comme une impiété (cfr. plus haut p. 93).

(2) Voyez son ouvrage *Forty years in Constantinople* (Londres, 1915).

(3) C'est le *Fall of Constantinople* déjà souvent cité. Le siége de 1453 lui inspira un second ouvrage également considérable: *The capture of Constantinople by the Turks* (Londres, 1903).

CHAPITRE IV.

Constantinople sous les Paléologues.

Etat déplorable dans lequel les Empereurs latins laissèrent Constantinople — Renaissance apparente — Les voyageurs et le monachisme — La tragédie du 29 Mai 1453: nombre des Constantinopolitains massacrés ou réduits en esclavage — Les renseignements de Tetaldi sur la population au début du siège.

Aprés avoir à demi incendié, consciensceusement pillé et vidé par le fer et le feu la ville de Constantin (1), les Croisés se mirent en devoir de la ruiner définitivement par une domination qui se prolongea 57 ans (2).

Quand les Grecs y rentrèrent la ville était pour ainsi dire déserte et la misère telle que les souverains francs étaient réduits à vendre les toitures des palais impériaux (3).

Sous les premiers Paléologues, encore que la superficie habitable fut réduite par l'interdiction de bâtir entre les murs et la mer (4), la ville reprit une partie de son ancien éclat. Mais l'empire avait du plomb dans l'aile; la renaissance fut plus apparente que réelle (5). Surtout intellectuelle et artistique, elle ne fut pas suffisamment militaire et économique.

Faute d'une armée comparable à celle des Macédoniens ou des Comnènes, en partie aussi à cause de ses trop nombreux ennemis, Constantinople n'est le centre que d'un empire très réduit et s'amoindrissant tous les jours; les provinciaux sans nombre que la justice

---

(1) Les trois grands peuples de l'Europe Centrale avaient participé à la IV^{ème} croisade. Ils rivalisèrent de barbarie: " Les Vénitiens pillaient et faisaient argent de tout, les Français injuriaient et déshonoraient, les Allemands jouissaient et détruisaient. Les pires de tous furent les Latins installés à Constantinople qui, après avoir si longtemps exploité les sujets de l'empereur, devinrent les plus cruels de leurs assassins „ (Gelzer, op. cit, p. 472).

Qui trouvera ce jugement trop sèvère n'a qu'à se reporter aux lettres adressées par le pape lui-même aux chefs de la croisade; cfr. A. Luchaire, *Innocent III et la question d'Orient* (Paris, 1907).

(2) De 1204 à 1261 " Ce demi siècle suffit pour donner à l'empire un coup dont il ne se releva jamais „; Turchi, op. cit., p. 137.

(3) Elles étaient en plomb.

(4) C'était là une mesure de précaution militaire; les maisons entre les murs et la Corne d'Or rendaient l'assaut plus facile.

(5) Cfr. la très pénétrante conférence de M. Charles Diehl, *L'empire grec sous les Paléologues* (réimprimé dans *Etudes byzantines*, Paris, 1905).

où les affaires administratives appelaient jadis à elle, n'existent plus. Constantinople cesse également d'être une grande ville industrielle. Si elle reste, par sa position géographique, un centre commercial, le commerce est fait principalement par des étrangers et à leur profit. Les recettes douanières de Galata (faubourg où sont installés les Génois) dépassent de beaucoup celles de la capitale (1). Et certes avec ses palais, ses églises, ses monuments, l'auréole qui entoure encore l'empereur et sa cour « la Constantinople des Paléologues demeure une des plus belles et des plus illustres villes de l'Univers (2) ». Mais comme l'empire elle ne conserve plus que les apparences de son ancienne grandeur. Ainsi que l'a si bien dit un grand poëte grec contemporain C. PALAMAS, c'est « le fantôme glacé de la Ville de jadis » (3).

Les voyageurs qu'elle éblouit le plus, entr' autres BERTRANDON DE LA BLOQUIÈRE (4) relèvent dans ses murs « beaucoup plus de vide que de plein ».

En effet à l'époque « l'enceinte contenait des terres arables, des vignes et jusqu'à un lac (situé dans la gorge dite du Loup). De plus d'immenses enclos non habités entouraient les innombrables églises et couvents » (5).

Le grand nombre d'établissements religieux frappe tous les étrangers, BERTRANDON qui a passé à Constantinople l'hiver de 1432-1433 évalue les églises à 3,000. Le voyageur arabe IBN BATOÛTAH (6) qui semble être venu entre 1330 à 1334 (7), c'est-à-dire avant la grande décadence, dit que la « ville est divisée entre 13 quartiers (8) bien peuplés » mais il insiste surtout sur « le grand nombre de couvents, chacun desquels comprenait une moyenne de

---

(1) Celles-ci se montaient à 30.000 mille besants d'or contre 200,000 encaissés à Galata (GRÉGORAS, t. II, p. 842). La monnaie d'or byzantine valait sous les deux premiers Paléologues frs. 11.20; ANDRÉADÈS, *Les monnaies et le pouvoir d'achat des métaux précieux à Byzance*, p. 8 (en grec, Extrait de l'*Annuaire de l'Université d'Athènes*, année 1916-17; Athènes, 1918).

(2) DIEHL, loc. cit.

(3) *I floghera tou vassilia* (La flute du roi), chant XII^{ème}.

(4) *Le voyage d'Outre-mer* édition Schéfer (Paris, 1872).

(5) PASPATÈS, *Siège* p. 114.

(6) *Voyages*, traduction française C. DEFREMERY et C. SANGUINETTI (4 vol, Paris, 1853-9).

(7) La date donnée est l'année 1334 (734 de l'Egire) mais certains détails indiquent que la visite eut lieu sous Andronic II, mort en 1332.

(8) Rappelons que la Ville avait été divisée en 14 régions par Constantin le Grand. Cette fidélité au passé apparaît aussi dans le cérémonial de la Cour (Voyez CODINUS) et dans bien d'autres choses encore; en conservant les formes anciennes on se donnait l'illusion que rien n'était changé.

100 moines » et il conclut « la majeure partie de la population de cette ville consiste en moines et en religieux (1) ». Tout en faisant la part de l'exagération, il est impossible de ne pas voir que le monachisme régnait en maître; il n'a pu que hâter la décadence de la cité; car plus qu'aucune autre institution il a des résultats néfastes sur la population (2).

Malgré tout jusqù'à la fin Constantinople reste une ville relativement considérable, et si faute de documents nous avons été obligés de rester dans le vague pour les règnes des huit premiers Paléologues nous avons quelques chiffres concernant le règne du dernier d'entre eux ou plus précisément l'année néfaste 1453 (3).

C'est d'abord le nombre à peu prés certain des Constantinopolitains réduits par les conquérants en esclavage. Il était de 60,000 d'après l'archevêque Léonard de Chio (4) et de 50,000 d'après l'historien Kritopoulos. Ce dernier, qui a pu avoir des renseignements par les Turcs (5), évalue le nombre des tués à 4,500 (6). Il s'agit évidemment des soldats dont deux mille seulement tombèrent, d'après Doukas le jour de la prise de Constantinople.

Mais ce même jour fut marqué par un massacre sur lequel on a de nombreux témoignages. Ils ont été réunis par M. G. Schlum-

---

(1) Voyez tome II, p. 432 et 439.

(2) Ceci avait été perçu dès le IV^{ème} siècle par Zosime, (*Histoire*, V, 23).

(3) On a beaucoup ecrit sur la prise de Constantinople par les Turcs. Des trois principaux travaux publiés dans ces trente dernières années nous avons déjà cités Paspatès (Athènes, 1890) et Pears (Londres, 1903). Gustave Schlumberger a publié à Paris en 1914 *La prise et le sac de Constantinople par les Turcs*. Nos renvois se réfèrent à l'excellente traduction enrichie de notes, qu'en a donné immédiatement le prof. Spyridion Lambros (Athènes, 1914).

(4) *Lettera de la presa di Constantinopoli di Leonardo di Scio, Archivescovo di' Metelino, scritta a Papa Nicolò V, Augusto 1453* (document publié d'abord par Sansovino à Venise en 1573 et depuis compris dans plusieurs collections y compris la *Patrologie* de Migne).

(5) On a relevé (Krumbacher I, p. 624) que, des historiens grecs de la tragédie de 1453: Frantzis, Doukas, Halcokondylis et Kritopoulos, le dernier est le seul qui ait consenti à vivre sous le conquérant. Ceci, s'il n'accroit en rien l'estime qu'on peut avoir pour sa personne, augmente la valeur de son histoire.

(6) Etant donné que la garnison ne dépassait pas huit à neuf mille hommes au maximum (voyez Schlumberger, p. 118), il résulte que la moitié des défenseurs de Constantinople y compris l'empereur tombèrent les armes à la main. Ce sacrifice mitige un peu la triste impression que laisse le faible pourcentage des Byzantins qui, tant en 1453 qu'en 1204, s'armèrent pour défendre leur cité.

BERGER dans le IX^ème^ chapître de *La prise et le sac de Constantinople par les Turcs*. On ne saurait les lire sans frémir; « le sang, dit le Vénitien Barbaro, coulait comme s'il pleuvait »; « la terre dit Frantzès, était tellement jonchée de cadavres, qu'on ne voyait plus le sol ». Toute l'armée de Mahomet y compris les marins, ayant abandonné leurs vaisseaux, prenait part au massacre.

Ces deux cent mille hommes étaient exaspérés par une résistance héroïque, qui se prolongeait dans les rues. Le massacre de l'infidèle leur paraissait chose sainte (1); enfin, rien ne les poussait à ménager les vieillards et les enfants, sans valeur sur les marchés d'esclaves. On imagine les crimes qu'ils purent commettre. Il ressort de tous les temoignages, que, détail atroce, le nombre des tués dut égaler au moins celui des captifs; si on admet également qu'un autre tiers des habitants échappa à la mort ou à la captivité nous avons un total de 150,000-200,000 âmes.

Cette conclusion est confirmée par un autre témoignage unique mais sûr. Si aucun des nombreux témoins de la tragédie de 1453 (2), n'a pris le soin de nous renseigner sur le nombre des habitants de Constantinople à l'époque, TETALDI du moins, marchand florentin et témoin oculaire (3), nous donne le chiffre de 36,000. Il ne peut évidemment s'agir que des hommes capables de porter les armes. Pour avoir le total de la population il convient, ainsi que nous l'expliquons plus haut, de multiplier ce chiffre par 4 ou 5; ce qui donne un total de 140 à 180,000 habitants, soit un chiffre peu différent de celui auquel nous aboutissons par nos calculs sur les chiffres des captifs et des morts.

CONCLUSION

Si nous laissons de côté la période des Paléologues, on peut résumer ce qui précède en disant qu'encore que la pauvreté des

---

(1) Epargner les adultes pour les vendre paraissait déjà une concession considérable aux historiens musulmans. Cfr. SAAD UED-DIN, p. 322 de la traduction anglaise (par E. J. GIBB, Glasgow, 1879) de sa *Prise de Constantinople*.

Mais dans l'espèce les adultes ne commencèrent à être épargnés qu'après que la rage des conquérants eut été apaisée et les débris de résistance brisés.

(2) Voyez la longue bibliographie donnée per SCHLUMBERGER.

(3) Voyez *Informations envoyées tant par Francisco de Franco au très révérend père en Dieu, Monseigneur le Cardinal d'Avignon que par Jehan Blanchin et Jacques Tetaldi marchant florentin, sur la prise de Constantinople par l'empereur Turc*, publiées par MARTHÈNE et DURAND dans *Thesaurus novus anecdotorum* (tome I, p. 1819-1825, Paris, 1717).

sources rend toute affirmation et tout calcul scientifique impossible, il n'est point téméraire d'affirmer que du IV^{ème} au XII^{ème} siècle la population de Constantinople a dû rarement descendre au-dessous de 500,000 âmes tandis qu'elle a dû parfois se rapprocher de 800,000 ou de 1,000,000.

Appendice A.

La population de Constantinople sous les Sultans turcs.

On pourra s'étonner que je n'ai pas fait plus usage des renseignements que nous pouvons avoir sur la population de Constantinople sous le régime turc.

Que savons-nous de celle-ci?

A. — *XIX^{e} et XX^{e} siècles* — Au cours du XIX^{e} siécle on a essayé à plusieurs reprises différentes de déterminer la population sur la base de l'eau et du blé consommés, ou du nombre des maisons. Ces bases étant incertaines il ne faut s'étonner si les résultats de ces calculs aient varié entre 600,000 et 1,000,000 (1); les variations étant d'ailleurs dues en partie au fait que la population a, elle-même sensiblement varié (2).

---

(1) Dans le tome III du grand *Dictionnaire grec d'Histoire et de Geographie* de S. Voutyras (Constantinople, 1888) le savant byzantinologue constantinopolitain Manuel Gédéon a publié au mot *Constantinople* un article deja cité qui est une savante monographie s'étendant sur quatre-vingt-quatre pages (p. 929-1123). Il traite, le problème qui nous occupe dans les termes suivants: " La question de la populations de Constantinople a préoccupé beaucoup d'auteurs, vu que le Gouvernement n'a pas eu l'occasion de dénombrer exactement les habitants de la capitale. Scarlatos Byzantios évalue ceux-ci à 1,000,000. Andreossy calculait en 1818, sur la base de la farine consommée, l'ensemble de la population, faubourgs compris, à 633,000. A. G. Paspatès rapporte que selon Viquesnel les habitants étaient 643,800 dont 376,000 musulmans, et selon Rigler 813,467 dont 400,000 musulmans. Les Européens qui en Mai 1878 (veille du Congrés de Berlin N. D. T.) se sont occupés de la population de Constantinople ont cru pouvoir l'estimer à 680,000 dont 240,000 Greçs, 200,000 Musulmans, 120,000 Arméniens et Israélites, et 110,000 Européens et divers. A notre tour prenant pour base des maisons et calculant 9 habitants par maison (proportion trés modérée, car les vastes conaks des musulmans en contiennent plus et dans les quartiers israélites 4 ou 5 familles vivent dans la même pièce), nous estimons que comme en 1877 on a recensé 82,262 maisons il faut porter la population entiére à 750,000 „. Le recensement de 1885 a prouvé que Gédéon avait raison quand il jugeait fort moderée la preportion de 9 habitants par maison.

(2) Arteau dans son *Dictionnaire Encyclopédique*, mot *Constantinople* (au tome III de la traduction grecque de P. Gérakakis, Smyrne 1863) estime -

En 1885 on procéde a un recensement officiel, le premier en date (1). En comprenant les faubourgs mais non les bourgs voisins (2) on obtint un total de 873,565 âmes réparties come suit:

Stamboul.	389,545
Péra, Galata, Corne d'Or	273,293
Rive Européenne du Bosphore . .	99,102
Rive Asiatique du Bosphore . . .	147,625

Les maisons recensées se montant a 71,000, à chaque maison correspondent 11-12 habitants.

Plus récemment le patriarcat oecuménique a soumis à la conférence de Paris des statistiques (3) d'après lesquelles la ville de Constantinople proprement dite nourrit 841,108 habitants, tandis que le vilayet tout entier comprenant les départements de Constantinople, Tchataldja (faubourgs d'Europe) et Scutari en compte 1,173,683 (4).

---

la population avant 1854 à 630,000 âmes; pendant la guerre de Crimée à 1,000,000; aprés la guerre à 800,000, non compris les marins dont le nombre est considérable, car des milliers de navires ancrent dans les ports de la ville et des faubourgs. Ces calculs sont basés sur le blé et sur la présomption que chaque homme consomme huit kilos par an.

(1) Voyez la *Grande Encyclopédie* au mot *Constantinople.*

(2) Les Iles des princes et les bourgs qui, longeant la Mer de Marmara, vont des Sept-Tours à San Stéfano étaient exclus.

(3) Elles ont été reproduites et commentées à la page 10 de notre étude: *La Grèce devant le congrés de la Paix* (extrait de la *Revue Politique et Parlementaire,* Paris, 1919).

(4) Voici des détails:

Départements	Turcs	Grecs	Arméniens	Bulgares	Juifs	Divers
Constantinople .	308,733	235,215	122,730	4,331	38,791	131,308
Tchataldja . .	16,100	54,717	903		2,035	250
Scutari . . .	124,281	74,457	35,560		5,695	18,497
	449,114	364,459	159,193	4,331	46,521	150,055

A Constantinople, les Turcs paraissent donc avoir la majorité, mais cette majorité toute relative, est à la fois *provisoire* et *apparente.*

Expliquons nous: je dis que la majorité turque est *provisoire,* parce que dans une très forte proportion, les Musulmans, qu'on rencontre à Constantinople, sont des gens venus de tous les coins de l'Islam, qui vivent aux dépens de l'administration turque et qui suivront celle-ci en Asie. Nous calculons à 150,000 les Turcs vivant directement ou indirectement de l'administration; or, il suffirait que 80,000 partent pour que la majorité passe des Turcs aux Grecs.

Apparente, parce qu'elle tout relative et qu'il suffit d'ores et déjà que les Arméniens se joignent aux Grecs pour que ceux-ci l'emportent.

Tous ces chiffres concernant les temps plus récents offrent quelque intérêt pour notre étude en ce sens que, tournant autour du million, ils sont un indice pour la détermination de la population byzantine.

Scientifiquement parlant ils sont un indice assez faible, car la topographie de Constantinople en 1900 ne coïncide pas complétement avec celle de 1000 ou 1200, et, quelque caractère oriental que Constantinople ait conservé, le plan de la ville et celui des maisons diffère sensiblement à mille ans de distance.

Il faut donc se tourner vers les XVI[e] et XVII[e] siécles où malgré quelque différences appréciables (1) la capitale des Ottomans correspondait assez bien à la capitale des Comnènes et des Anges (2).

B. — *XVI[e] et XVII[e] siécle* — On n'a pas essayer de déterminer la population de Constantinople du XVI[e] au XVIII[e] parce que sachant l'aversion des Musulmans pour les dénombrements qu'ils considérent comme contraires à l'aveugle résignation qu'on doit envers les opérations de la Providence (3) on a supposé qu'aucun élément d'appréciation n'existait, il en est pourtant un et inestimable puisque sans parler de la population il nous renseigne sur la vie musulmane du XVII[e] siécle plus que de longs livres.

Je fais allusion à la description de Constantinople faite en 1638 (1048 de l'Egire) sur l'ordre du Sultan Muhrad IV et reproduite dans cet ouvrage extraordinairement intéressant qui s'appelle les *Voyages d' Evliya efendi* (4).

Cette description se compose;

1° D'une brève énumération (pages 103-104) des palais, églises, principaux édifices et des quartiers (*mahallas*). Les maisons n'y figurent pas; seuls les « palais de vézirs » correspondant évidemment aux *domus* ou *megara* des dénombrements byzantins sont recensés (cfr. plus haut p. 79).

---

(1) Paspatès, *Siége*, p. 114. Ce passage doit être lu avec attention car l'auteur a surtout en vue la Constantinople des Paléologues.

(2) Voyez le luxueux ouvrage de E. Oberhummer, *Konstantinopel unter Suleiman dem Grossen* (Munich, 1902).

(3) Voyez Mouradja d'Ohsson, VII p. 300; tout le passage est reproduit plus bas p. 116 note 2.

(4) A été traduit en anglais par Joseph von Hammer sous ce titre: *Narrative of Travels in Europe, Asia, and Africa in the seventeenth century by Evliya efendi* (2 vol., 3 parties, Londres, 1851). La description de Constantinople se trouve aux pages 100-253 du 1[er] vol. 2[ème] partie.

2° D'un recensement des corporations de la ville comprenant, outre le nombre de leurs membres, les nombres des boutiques et fabriques dont ceux-ci font emploi.

Comme tout habitant de Constantinople devait en principe faire partie d'une corporation, même les voleurs et les filous (1), il résulte qu'un opération comme celle qui vient d'être décrite nous donne l'ensemble de la population mâle, tandis que le dénombrement des boutiques remplace dans une certaine mesure le recensement des maisons.

D'autre part, les corporation étaient trés nombreuses, chacune d'elles ne comprenant, comme à Byzance, qu'une branche trés spécialisée de l'actitivité humaine; ainsi les laitiers se distinguent selon qu'ils possédaient des laiteries, vendaient du lait de buffle, ou suivis de leurs chèvres et moutons pratiquaient la vente au détail à travers la ville (2). Il s'en suit que le recensement nous donne une image admirablement détaillée de la vie sociale (3) et qu'il offre plus de chances d'exactitude que les recensements globaux (4).

Les garanties d'exactitude étaient d'autant plus grandes que non seulement chacune des 735 corporations qu'énumére Evliya paraissent strictement organisées mais que les corporations étaient

---

(1) Evliya donne au sujet de ceux-ci les renseignements suivants: " Ils ne figurent pas dans les processions publiques et ne sont pas connus individuellement mais ils paient tribut aux deux officiers de la police dont ils dépendent „.

Cette espéce de patente payée par la corporation des voleurs et qui nous parait chose si invraisemblable, se retrouve à Bagdad; voyez le savant memoire de A. von Kremer *Le budget de recettes des Abassides* (en allemand dans les *Comptes-rendus de l'Académie de Vienne*, t. XXXVI, 1888, p. 291).

(2) Il en est de même de tous les autres corps de métiers; ainsi pour nous borner à un exemple, il y avait six corporations de patissiers, se distinguant selon qu'ils fabriquaient des " kurabiés „ des " kataifs „ des " lukumas „ ou autres gateaux.

(3) Rien de plus édifiant sur l'intensité de la vie religieuse que la III^e^ section: on compte 600 commentateurs du Coran, 800 personnes enseignant la tradition, 4,000 chanteurs d'hymnes en l'honneur du prophéte, 600 *hafises* (personnes sachant le Coran par coeur) et le reste à l'avenant.

Tant de foi ne profitait pas d'ailleurs aux moeurs; la corporation " des garçons „ immatriculés sur les régistres du Subashi et " qu'on trouve rôdants autour des mauvais lieux „ comprenait 5,000 membres.

(4) On fixe en effet avec précision le chiffre des membres de chaque corporation; ceux-ci varient infiniment. Des corporations comptaient plusieurs milliers (e. g. les meuniers), d'autres quelques dizaines (e. g. les tailleurs des diamants) de membres.

elles mêmes groupées en 45 sections, à la tête de chacune desquelles se trouvait parfois une haute personnalité administrative (1).

Les pages 194-253 du t. I[er] 2[e] partie d'Evliya sont d'autant plus précieuses que le chroniqueur turc enrichit les données statistiques d'eclaircissements personnels sur la nationalité et les us et coutumes des membres des différentes corporations. Je ne saurais donc trop recommander aux orientalistes d'étudier ces pages en se référant au texte original et en se livrant à d'utiles comparaisons avec les corporation byzantines snr lesquelles un édit de Léon le Sage nous donne de si utiles renseignements (2).

Ne possédant pas le turc, nous n'avons pu compléter Evliya que sur un point. Notre écrivain énumère bien les membres de chaque corporation mais il ne donne pas de totaux. Et bien selon un petit travail fait à notre séminaire par un de nos élèves (3), il résulte que le grand total

des	membres est	596,275
»	boutiques »	54,117
»	fabriques »	470
»	moulins »	950
»	magasins »	6,370

Retenons, ceci est d'importance, que le premier chiffre ne donne pas un total complèt. A beaucoup de corporations (N.° 1, 4, 10, 27, 28, 46, 47) ne correspond aucun chiffre; pour d'autres (boulangers, fabricants de tentes) nous n'avons que le nombre des boutiques. Au total donc des 596,275 âmes énumérées, il conviendrait d'ajouter, au bas mot (4), une cinquantaine de mille autres et porter le total définitif à 650,000 âmes.

Mais ce total lui-même ne comprend que les mâles. Les femmes ne sauraient être estimées à un nombre égal et ceci pour plusieurs raisons: dans la péninsule balkanique le sexe masculin l'emporte encore de beaucoup (5); de plus la population flottante *dans les*

---

(1) Par exemple le Grand Molla, le Proto-Médicus, etc.

(2) Publié en 1893 à Genève par Nicole sous le titre; *Le livre du préfet.* Commenté par l'éditeur des la même année dans la *Revue Générale du Droit* et en 1909 par Hans Gehrig dans le *Jahrb. Nat. und Statistik,* tome 38, p.p. 577-596). A fait depuis l'objet d'une monographie détaillée: voyez A. Stockle, *Spätrömisehe und byzantinischen Zünfte* (Leipzig, 1911).

(3) M. Michel Avéroff.

(4) N'est point donné, entre autres, le nombre des courtisans, soldats, marins.

(5) Voyez A. Andréadès, *Du Recensement* (en grec, Athènes, 1908, p. 16-18).

villes orientales fut de tous temps surtout masculine, enfin dans la Constantinople du XVII[e] siècle les dangers que couraient les femmes chrétiennes étaient tels que la plupart des *rayas* (Grecs ou Arméniens) qui venaient y gagner leur vie préféraient laisser leurs épouses dans leurs pays d'origine (1). Mais malgré tout les femmes devaient dépasser les $^5/_7$ des hommes: soit, sur la base des renseignements d'Evliya être aux environs de 500,000. Mous avons done un total de 1,000,000 à 1,150,000 habitants.

Le chiffre et énorme (2). Est-il vraisemblable? Il est difficile de se prononcer là-dessus, car nous ne sommes pas à même de controler l'exactitude des chiffres d'Evliya.

Cependant, je dois le dire, ceux-ci donnent par leur caractére circonstancié la sensation de l'éxactitude (3). Et en faveur d'une population énorme militent plusieurs faits:

1° Les détails qu'on nous donne sur plusieurs corps de métiers, (4) sur nombre d'édifices publics ou d'utilité publique: mosquées (5), écoles (6), bains (7), et sur l'alimentation de la ville en eau (8) et en pain (9).

2° Le fait que, malgré l'apparition des premiers signes de la décadence, l'empire ottoman était encore le plus grand empire de

---

(1) Les Epirotes et beaucoup d'autres grecs établis à Constantinople en usent encore ainsi.

(2) Il dépasse ceux touchant le XIX[e] siécle.

(3) Un seul des détails fournis par lui m'a paru invraisemblable. Encore concerne-t-il la première partie: le recensement des choses. Il est dit page 103 que Constantinople compte 1995 *malhallas* (groupes de maisons) dont 990 musulmans, 657 juifs, 354 grecs, 27 arméniens et 17 francs; or il est également invraisemblable que les quartiers israélites aient représenté les $^2/_3$ des quartiers musulmans et aient été de presque 100 % supérieurs aux quartiers grecs.

(4) Ainsi la IV[e] section à laquelle présidait le proto-médicus comprenait, entre autres corporations, celle des medecins au nombre de 1000 avec 700 boutiques; celle des occulistes au nombre de 80 avec 40 boutiques; celle des chirurgiens au nombre de 700 avec 500 boutiques; celle des infirmiers des hopitaux, 700; celle des gardiens de fous, 200; celle de ceux qui conduisent les fous dans les processions, 250; celle des marchands de parfums, 115; celle des marchands d'eau de rose, etc. En tout près de 4000 hommes.

Même remarque pour toutes les principales branches du commerce ou de l'industrie.

(5) 74 grandes mosquées, 1985 moyennes, 6645 petites.

(6) 1993 écoles primaires, 55 maisons pour la lecture du Coran, 135 pour enseigner la tradition.

(7) 14,536 bains publics et privés.

(8) Sans parler des acqueducs, on comptait 9,995 fontaines publiques et privées; 60.000 puits; 54 citernes.

(9) 600 fours à pain, 950 moulins, 900 boulangeries (non compris les boulangers affectés au Service de l'Armée), etc.

son temps, et que la population de sa capitale dépassait, au XVII[e] siécle, celle du XVI[e]. Evliya dit formellement (p. 102) que les résultats du recensement de 1638 furent de beaucoup supérieurs à ceux du recensement (1) exécuté sous le Sultan Selim (1561-1574) car depuis « la population avait tellement augmenté qu'il ne restait pas dans l'enceinte de l'espace pour aucun édifice ».

3° Que le recensement comprenait les faubourgs (2).

En tenant le chiffre de 1,100,000 habitants pour exact on est amené tout naturellement a se demander si le recensement de 1638 peut nous servir pour la période byzantine?

Le seul élément commun qu'il ait avec les recensements byzantins, c'est le denombrement des « domus » appelées maintenant « palais des vésirs ». Le recensement de 1638 fait monter les hotels à 6890 contre 4,388 seulement en 413. Si on se sert de cette donnée pour une généralisation approximative, *la population de la Constantinople medievale serait des deux tiers de celle de 1638, soit de 700,000 âmes environ.* Ce résultat est évidemment conjectural mais il n'est pas invraisemblable d'autant mieux que la population du XVI[e] siécle n'a pas du dépasser ce chiffre (3).

Appendice B.

La population de l'Empire Byzantin.

Dans l'absence de toute donnée précise, il semble vain de vouloir déterminer la population de l'empire byzantin. Cependant comme deux écrivains anglais l'ont fait il y a lieu de reproduire et commenter leurs calculs. Il faut ensuite se domander en prenant une base plus solide, si la population a du sensiblement baisser depuis les temps d'Auguste pour lesquels nons avons les calculs de Beloch.

Des écrivains anglais auxquels nous faisons allusion, le premier est Mr. Foord déjà cité. D'aprés lui (loc. cit.) la superficie et l'éten-

(1) Malheureusement Evliya ne donne aucun renseignement sur cette premiére opération.

(2) Ceci ressort de la V[e] section comprenant 57,000 paysans cultivateurs, 43.900 jardiniers, etc.

(3) Voyez ce qu'Evliya dit du recensement de Selim.

due des empires d'Orient et d'Occident auraient été en 395 les suivantes:

Empire d'Occident.

	Miles Car.		Population
Italie	118,000		10,000,000
Gaules	250,000		15,000,000
Bretagne	56,090		3,000,000
Espagne	230,000		12,000,000
Pannonie, Dalmatie, etc. . .	116,000		10,000,000
Afrique	140,000		5,000,000
	910,000		55,000,000

Empire d'Orient.

Péninsule Balkanique . . .	165,000		12,000,000
Asie-Mineure	214,000		32,000,000
Cilicie, Commagène, Chypre .	36,000		5,000,000
Arménie et Colchide . . .	20,000		1,500,000
Mésopotamie	20,000		1,500,000
Syrie	80,000		7,000,000
Egypte et Cyrénaïque . . .	200,000	(dont 30.000 habitables)	6,000,000
	755,000		65,000,000

Ces chiffres semblent bien élevés; ils donnent un total de 120,000,000 pour tout l'empire alors qu'a la mort d'Auguste, selon Beloch (p. 507), la population se montait a 54,000,000. De plus si on admettait ces calculs pour approximativement exacts on devrait conclure que l'empire sous les Macédoniens et les Comnènes devait avoir une population d'environ 50,000,000 soit:

Péninsule Balkanique . . .	12,000,000
Asie-Mineure	32,000,000
Cilicie, Chypre, etc. . . .	5,000,000
	49,000,000

Or, encore que les donnés précises pour discuter ces chiffres fassent défaut, tout ce que l'on sait de la vie byzantine semble indiquer l'impossibilité d'une population aussi dense.

W. G. Holmes (1), le second des écrivains anglais auxquels nous avons fait allusion, remarque (2) que les limites de l'empire byzantin (sous Anastase) au début du VI[e] siècle correspondent assez exactement à celles de la Turquie au début du XIX[e] siècle (3); ces vastes régions nourriraient aujourd'hui 28 millions d'âmes. Mais, comme, malgré la décadence imminente, la situation y était alors beaucoup meilleure que de nos jours et que notamment les grandes agglomérations urbaines étaient infiniment plus importantes, la population était probablement double de celle d'aujourd'hui (4) et Justinien montant sur le trône régna sur 56 millions d'hommes.

Ces affirmations de Holmes doivent être prises *cum grano salis*. Tout d'abord les territoires composant jadis l'empire d'Anastase nourrissent aujourd'hui plus de 28,000,000 d'âmes. D'aprés le *Statesman's Year Book* (5) à la veille de la guerre européenne

l'empire turc comptait	23,813,600
les provinces tributaires de la Turquie (Egypte, Crète, Chypre, Samos) .	10,600,000
la Grèce	2,631,952
la Serbie	2,910,710
la Bosnie et l'Herzégovine	1,898,044
la Bulgarie	4,337,516
	46,191,822

Soit 46 et non 28 millions.

D'autre part il est arbitraire d'affirmer que la population était en l'an 610 plus du double de celle de 1910.

Au début du VI[e] siécle la péninsule balkanique ne pouvait pas être très densement habitée. La dépopulation s'y faisait sentir dès les jours de Polybe et de Plutarque et les invasions des barbares avaient du augmenter sensiblement le mal.

---

(1) *The age of Justinian and Theodora*, 2 volumes (2[e] édit., Londres, 1912). L'ouvrage vaut par une étude consciencieuse des sources mais il ne brille pas par le sens critique.

(2) Pages 134 et suivantes.

(3) Soit avant la libération des peuples balkaniques, le détachement de l'Egypte, etc.

(4) L'auteur donne comme preuve de cette proposition la population de Salonique et d'Andrinople (alors de 300,000 aujourd'hui de 70,000); celle d'Antioche (alors de 500,000 aujourd'hui de 75,000); celle d'Alexandrie (alors de 750,000 aujourd'hui de 230,000) ainsi que le fait que plusieurs villes alors populeuses: Ephèse, Palmyre, Boalbec ont disparu.

(5) Année 1913.

On peut sans exagérer supposer que les royaumes détachés de la Turquie: Grèce, Bulgarie, Serbie ont une population supérieure à celle d'alors (1). Même remarque pour l'Egypte dont la population s'est énormément accrue dans le dernier siécle (2).

Seules les provinces turques proprement dites présentent peut-être une situation moins avantageuse. Mais ici encore on est réduit aux conjectures. En tout cas l'argument que HOLMES prétend tirer de la disparition des grandes villes ne porte pas, car les grands centres ne manquent pas et les chiffres que M. HOLMES donne à leur sujet ne sont pas exacts (3).

Conclusion: les rapprochements entre le XX^e^ et le VI^e^ siécle ne peuvent conduire à rien. Peut-être trouverait-on une base plus solide en remontant aux débuts du XIX^e^ siécle. Il est vraisem-

---

(1) Ces trois états ont pris un essor énorme depuis qu'ils ont acquis l'indépendance: on peut juger leurs progrés dans les temps récents par le tableau suivant que nous empruntons à G. STAVRAKIS (*Du recensement*, en grec. Athènes, 1916, p. 57).

	Années	Population	Par kil. carré
Grèce . . .	1889	2,187,208	*34,4*
» . . .	1907	2,631,952	*42,0*
Bulgarie . .	1887	3,154,375	*32,7*
» . .	1910	4,337,516	*45,0*
Serbie . . .	1884	1,901,737	*39,1*
»	1910	2,910,710	*60,3*

(2) La population de l'Egypte atteignant 10 millions en 1912 était estimée au début du XIX^e^ siécle à 2 millions seulement. L'augmentation est due avant toute chose à l'irrigation par les eaux du Nil, déjà en honneur, quoique avec des méthodes moins scientifiques dans l'antiquité et le moyen age, et depuis négligée.

(3) Le *Statesman's Year Book* de 1913 (p. 1306) énumère neuf grandes villes et plus de dix-huit autres de quelque importance, puisque leur population variait entre 40,000 et 80,000 âmes, voici les premiéres:

Constantinople . . .	1,200,000	habitants
Salonique	174,000	»
Andrinople	83,000	»
Smyrne.	375,000	»
Bagdad	225,000	»
Damas	350,000	»
Aleppo	210,000	»
Beïrut	150,000	»
Brousse	110,000	»

L'argument tiré des grandes villes devient encore plus faible si on se tourne du coté des états balkaniques sur les territoires desquels on aurait du mal à trouver au VI^e^ siècle l'équivalent d'Athènes, de Belgrade et de Sofia actuels.

blable (1) en effet que la population de l'Empire byzantin sous les Comnènes ne devait pas beaucoup différer de celle de l'empire turc tel que celui-ci était avant l'essor que donnérent à la population la libération des états balkaniques et les grandes inventions mécaniques.

Les données sur la population de l'empire ottoman au début et même au milieu du XIX^e^ siécle manquent (2). Comme cependant nous savons que les provinces correspondant à l'ancien empire des Comnénes avaient au début du XX^e^ siècle une population de 29 millions d'âmes (3) il est vraisemblable que cent ans auparavant elles devaient nourrit de 15 à 20 millions (4). Et comme ainsi que

---

(1) Je base cette " vraisemblance „ sur une similitude de conditions économiques et politiques dont le développement nous conduirait trop loin mais que toutes les personnes versées dans l'histoire byzantine et turque reconnaitront comme incontestable. Sans doute normalement la population aurait du augmenter du XII^e^ au XIX^e^ siécle mais la mauvaise administration turque et les pestes étaient là pour contrecarrer le jeu des lois naturelles.

(2) Voici ce que dit à ce sujet MURADJÀ D'OHSSON: " On ne connait pas la population de l'Empire Othoman; car les préjugés religieux s'opposent à la tenue de registres constatant les naissances et les décés ainsi qu'aux dénombrements des habitants. Le sectateurs de Mahomet pensent que ce serait en quelque sorte contrôler les opérations de la Providence et pécher contre le devoir d'une aveugle résignation à ses ordres ». (*Tableau général de l'Empire Othoman*, tome VII, p. 300). Les ouvrages publiés sur la péninsule balkanique de 1800 à 1870 contiennent, il est vrai, de nombreuses statistiques mais elles sont toutes conjecturales et souvent altérées par l'idée de favoriser telle ou telle nationalitè.

(3) Les territoires formant l'empire des Comnènes avaient en 1912, toujours d'aprés le *Statesman's YearBook*, la population suivante:

Turquie d'Europe	6,130,200
Asie-Mineure	10,509,200
Chypre, Créte, Samos . . .	600,600
Royaume Grec	2,631,952
id.° Bulgare	4,337,516
id.° Serbe	2,910,710
Bosnie et Herzégovine . . .	1,898,042
	29,018,220

(4) Voyez plus haut page 115, note 1 sur les progrés des états balkaniques de 1884 à 1910. Les progrés pour la Serbie et pour la Gréce datent de plus loin car ces deux pays acquirent leur indépendance avant le traité de Berlin. TAMMEO (*La Statistica*, Turin, 1896, p. 349) calcule que l'augmentation dans la deuxiéme partie du XIX^e^ siècle fut de 24.5 par an et par 1000 habitants pour la Gréce et de 21.21 pour la Serbie. Progrès énorme, car une augmentation de 10 ‰ était dans tous les autres états d'Europe considérée comme une excellente moyenne. Malheureusement les progrés dans les terres restées sous le joug turc furent infiniment lents si tant est qu'ils se réalisèrent. C'est pour cela que je calcule que la population dans l'ensemble de la péninsule balkanique et de l'Asie-Mineure n'a augmenté dans un siécle que d'un tiers ou tout au plus de la moitié.

nous le disions tout à l'heure il n'est pas invraisemblable que la population ait été en l'an 1200 ce qu'elle était en 1800, on peut supposer que la population de l'empire byzantin fut au XII[e] siécle de 15 à 20 millions. Il s'agit bien entendu de pures conjectures et c'est pour cela que nous évitons avec soin toute affirmation. Cependant étant donné ce que nous savons des conditions politiques et économiques de l'empire il n'est guère possible que la population dépassât 20 millions. Il n'est guère possible d'autre part qu'elle fut inférieure à 15, pour une raison, à laquelle nous avons fait allusion dès le début de cet appendice et que voici. Les provinces composant l'empire des Comnènes avaient selon BELOCH, au temps d'Auguste une population de 16,500,000 soit: Asie-Mineure 13 millions, péninsule Balkanique 5 millions, Chypre 500,000 âmes. Il est vraisemblable que la population n'a pas du, sauf pendant des périodes de crise (1), tomber beaucoup au-dessous de ce chiffre. Ceci pour deux raisons principales:

1° Que, sans parler de Constantinople, les provinces étaient relativement florissantes et comptaient un grand nombre de centres industriels et commerciaux.

2° Que les raisons qui amenèrent en Occident une forte décroissance de la population se firent sentir en Orient avec beaucoup moins d'intensité.

Reprenons ces deux pointe:

1° *Situation relativement bonne des provinces.*

Pour établir celle-ci *il suffit d'énumérer les états* qui se sont formés après 1204 avec les débris de l'empire byzantin. Comment en effet les empires de Constantinople (état-latin), de Nicée, de Trébizonde, de Bulgarie, les royaumes d'Epire, de Salonique et de Chypre, plus la multitude de principautés franques de la Morée, de la Gréce continentale et des Iles, auraient-elles pu se former et vivre avec tous les attributs d'Etats véritables sans une population importante?

Cet argument est renforcé par le grand nombre de villes provinciales qui florissaient déjà antérieurement à la IV[e] croisade.

Quand on parle de villes de provinces byzantines on pense toujours à Salonique (2). Si c'était là le principal ce n'était pas

---

(1) Notamment d'invasions et de pestes: sur ces deux points voyez quelques détails intéressants chez CLON STEFANOS, *La Gréce au point de vue naturel, ethnologique, anthropologique, demographique et médical* (extrait du *Dictionnaire encyclopédique des Sciences Médicales*) Paris, 1884, p. 422 sq.

(2) C'est la seule ville médiévale grecque qui autant que je sache ai

le seul des grands centres provinciaux. PAPARRIGHOPOULOS (1) rappelle que les Vénitiens avaient obtenus des Comnènes le droit de fonder des comptoirs dans 9 villes d'Asie (Laodicée, Antioche, Mamistra, Adana, Tarse, Attalia, Strovilos, Ephèse ou Théologos et Phocée) et dans 19 villes d'Europe (Avlona, Corfou, Vonitsa, Modon, Coron, Nauplie, Corinthe, Thèbes, Athènes, Chalcis, Demetrias ou Volo, Salonique, Chryssoupolis, Périthéorion, Abydos, Adrianoupolis, Héraclée, Sélymvrie). Les Vénitiens semblent n'avoir demandé des privilèges que dans des centres importants et en effet, toutes les villes précitées nous sont connues pour leur activité économique. Mais ils ne semblent pas avoir obtenu des concessions dans *tous* les centres importants. Ainsi dans la liste donnée plus haut, on relève notamment l'absence des ports de la Mer Noire, des plus grandes des Iles (entre autres Chypre, Crète, Lesbos, Céphalonie, Rhodes, etc.), de beaucoup de villes d'Asie-Mineure que pourtant nous connaissons comme si florissantes (2). Même en Europe où se trouvent les $^2/_3$ de leurs concessions il s'en faut qu'ils se soient établis partout; ainsi en Thrace, où les Vénitiens avaient pris solidement pied (3), il ressort des récits de VILLEHARDOUIN qu'il existait nombre de villes riches et peuplées non comprises dans leurs priviléges.

2° *La décroissance de la population fut moins forte en Orient qu'en Occident*:

LUIGI CIBRARIO trouve quatre raison (4) à la terrible diminution de la population de l'Europe occidentale, durant le moyen age (5).

1° *Les conditions de l'agriculture* — Le paysan était transformé en serf de la glèbe; d'où grande diminution de la production.

2° *Les conditions de la vie urbaine* — Les citadins enfermés dans des petites villes fortifiées, vivaient sous les conditions les plus antihygiéniques.

été l'objet d'une monographie détaillée; voyez TAFRALI, *Thessalonique au XIV^e siécle* deja cité page 92.

(1) *Histoire de la Nation Hellénique* (en grec), tome III, p. 49.

(2) Voyez le bel ouvrage de W. M. RAMSAY, *The Historical Geography of Asia-Minor* (Londres, 1890) et G. LE STRANGE *The Lands of the Eastern Caliphate* (Cambridge, 1905) intéressant parce que basé sur des voyageurs arabes.

(3) Ils y avaient trois comptoirs alors qu'ils n'en possedaient qu'un dans chacune des trois provinces de Macédoine, d'Epire et de Thessalie. Patras aussi ne figure pas sur la liste.

(4) On pourrait y ajouter la tendance à la vie monacale, qui se présente aussi en Orient et fut déja dénoncée par ZOSIME (cfr. plus haut p. 104).

(5) *Della Economia Politica del Medio Evo* (T. II, p. 45 sg).

3° *La situation politique* — Les états étaient partagés en petites principautés en proie à des luttes perpétuelles dégénérant en brigandage chronique.

4° *Les épidémies et les pestes* (1).

De toutes ces calamités seule la quàtrième sévit en Orient avec presqu' autant d' intensité qu' en Occident.

Pour le reste :

1° La petite propriété n' avait pas complètement disparu et les empereurs faisaient de nobles efforts pour l' encourager.

2° Les conditions de la vie urbaine étaient incomparablement supérieures en Orient.

3° La constitution unitaire de l' empire prévenait les guerres intérieures.

Enfin jusqu' a l' apparition des Seldjoukides turcs (2) l' Asie-Mineure ne connut plus d' invasion et il en fut de même pour les provinces d' Europe depuis la dynastie macédonienne jusqu' a la fin du XII[e] siécle.

Conclusion : *la population de l' empire byzantin du VIII[e] siécle au XIII[e] siécle ne pouvait être en temps ordinaire inférieure à 15 millions; nous avons vu qu' elle ne pouvait non plus dépasser 20,000,000 âmes.*

A. Andréadès.

---

(1) Ajouter : la famine " un des plus terribles fleaux de ce temps „ dit Levasseur (p. 141).

(2) Pour les ravages causés par ceux-ci voyez l' ouvrage tout récent de M. J. Laurent, *Byzance et les Turcs Seldjoucides* (Nancy 1919).

Memoria e profitto nei ragazzi (1)

Esperimento di statistica psicometrica sugli alunni delle scuole comunali di Modena

1. — Nel maggio del 1919 eseguii un esperimento psicometrico sopra 287 ragazzi delle scuole comunali di Modena, appartenenti per la quasi totalità alla terza e quarta classe elementare. (2)

Tentai inoltre di valorizzare i risultati dell'esperimento completando l'esito delle osservazioni con talune informazioni relative a ciascun ragazzo.

Anzitutto una breve descrizione del metodo seguito.

Ho studiato soltanto la memoria di parole udite e di lettere e cose viste (memoria uditiva e visiva), eseguendo sopra ciascun alunno tre esperimenti diversi:

Esperimento A — Lettura ad alta voce, fatta in 30 secondi, di dieci sostantivi bisillabi. I ragazzi sono quindi invitati a scrivere i nomi ricordati sopra una schedina.

Esperimento B — Presentazione di un cartellone in cui sono riprodotte dodici consonanti. Il cartellone rimane scoperto per un minuto primo, e, come per l'esperimento precedente, i ragazzi trascrivono sopra un'altra schedina le lettere ricordate.

Esperimento C — Del tutto simile al precedente; nel cartellone sono però riprodotte 12 figure rappresentanti oggetti familiari ai fanciulli.

---

(1) I signori Roberto Barraco e Tancredi Gasperini, studenti di Giurisprudenza della R. Università, mi hanno aiutato nella raccolta dei dati ed hanno eseguito le operazioni di spoglio.

(2) Debbo uno speciale ringraziamento al R. Provveditore agli Studi Prof. Umberto Ronca, che volle autorizzare e facilitare l'esecuzione dell'esperimento; ai dirigenti scolastici, Signori Lorenzo Frassoldati e Marco Marchi; alle insegnanti, signorine Emma Magnoni, Irene Cattani, Paolina Vaccari Rebecchi ed agli insegnanti, signori Ugo Galliani e Roberto Roncaglia, i quali si prestarono gentilmente per il completamento delle schedine.

I 287 alunni vennero osservati in uno stesso giorno in gruppi successivi di 20-40, ad intervalli di mezz'ora, dalle 8,30 alle 17,30 (con una interruzione dalle 12 alle 15)

Allo scopo di osservare le variazioni della memoria durante il corso della giornata, taluni gruppi vennero sottoposti al triplice esperimento due volte (1) cambiando, ben inteso, nella seconda volta le cose dette o presentate, ed avendo cura di non alterare la difficoltà della prova

Esperimenti di tal genere servono per valutare la cosidetta memoria immediata, ma possono servire anche per misurare la persistenza della memoria, facendo ripetere ai soggetti le cose viste od udite dopo un tempo più o meno lungo.

La valutazione dell'errore venne eseguita attribuendo un punto alle omissioni o alle aggiunte del tutto arbitrarie, non tenendo conto delle alterazioni nell' ordine degli elementi presentati, nè delle lievi modificazioni nella ripetizione di questi.

Per tutti e tre gli esperimenti mi sono valso di uno stesso tipo di scheda, suddivisa nel *recto* in tante caselle sufficienti ad accogliere le cose ricordate dal soggetto e contenente nel tergo un questionario relativo al soggetto stesso, e precisamente il nome e cognome, la data di nascita, il profitto complessivo nello studio (in punti da 0 a 10), la vivacità (poca, normale o molta), lo stato gene rale della salute (buona, mediocre o cattiva), ed infine la condizione economica (povero od agiato).

Da questo stesso lato era poi riportato, per facilitare lo spoglio, la lettera dell'esperimento, l'ora in cui questo era stato eseguito, la classe dell'alunno e l'errore totale compiuto. Le notizie riguardanti le condizioni personali degli allievi, furono apposte dagli insegnanti stessi, la cui diligenza ed esattezza nel dare le informazioni richieste non poteva essere maggiore.

Queste notizie complementari sono forse quelle che conferiscono un certo grado di originalità a questo esperimento, inquantochè, mentre hanno servito a far osservare se e quale relazione intercedeva fra la memoria ed altre qualità organiche e psichiche degli alunni, hanno poi completato la descrizione di questi sotto altri aspetti non meno importanti.

2.— Come si vede, nella valutazione del potere mnemonico mi sono attenuto al metodo più semplice, non molto perfetto, è

---

(1) E precisamente alle 11 ed alle 11 $^1/_2$ furono osservati gli stessi ragazzi esaminati alle 8 $^1/_2$ ed alle 9. Alle 17 $^1/_2$ quelli osservati alle 15 $^1/_2$.

vero, ma forse l'unico che, appunto per la sua semplicità, poteva consentire una raccolta piuttosto copiosa di osservazioni.

A questo riguardo mi si permetta una piccola digressione; gli esperimenti psicometrici hanno raggiunto un notevole grado di perfezione, ma le osservazioni collettive sono state inopportunamente trascurate; eppure sono forse quelle che hanno un interesse ed un valore pratico più elevato. La psicometria ha dato un aiuto notevole alla pedagogia; ma la scuola è una collettività formata sempre da elementi i più eterogenei, e solamente studi condotti su un vasto numero di osservazioni possono essere per essa di una certa utilità pratica. Inoltre i fenomeni psichici sono quanto mai variabili da individuo a individuo, e se certe irregolarità sono apprezzabili anche agendo sopra una sola persona, altre più delicate, e non meno importanti, non possono stabilirsi che osservando parecchie centinaia di soggetti. Debbo per esempio confessare che, per lo scopo di stabilire certe relazioni tra la memoria ed altre circostanze esteriori (quali le ore della giornata) o interiori (quali la vivacità e la salute), l'esperimento che ho compiuto, per quanto si rivolga a quasi 300 ragazzi e consti di oltre mille osservazioni, non mi sembra sufficientemente vasto. Per questo ho di proposito omesso da questo breve studio, che del resto non vuol essere che una modesta relazione di un non disutile esperimento, ogni più delicata elaborazione dei dati.

Eccomi all'esame dei risultati.

3.— Il seguente prospetto riporta la distinzione degli alunni secondo l'errore compiuto, e dà l'errore medio fatto nei singoli esperimenti. L'intensità di questo è naturalmente in relazione alla difficoltà della prova, perciò le diversità che presenta hanno scarso interesse.

Ciò che invece mi pare degno di nota speciale è che, nonostante la maggiore difficoltà, i ragazzi si dimostrarono meno variabili per l'errore compiuto nell'esperimento A, in cui le eccitazioni sensoriali erano uditive, che non negli esperimenti B e C in cui le eccitazioni erano visive.

Distribuzione degli alunni secondo l' errore compiuto.

Errore	Esperimento			Esperimento		
	A	B	C	A	B	C
	cifre assolute			cifre relative		
0	—	3	22	—	*1.1*	*7.7*
1	5	23	46	*1.7*	*8.1*	*16.1*
2	8	37	75	*2,8*	*13.0*	*26.3*
3	41	50	56	*14.3*	*17.5*	*19.6*
4	64	56	49	*22.3*	*19.6*	*17.2*
5	74	54	17	*25.8*	*19.0*	*6.0*
6	56	34	11	*19.5*	*11.9*	*3.9*
7	24	19	7	*8.4*	*6.7*	*2.5*
8	6	6	1	*2.1*	*2.1*	*0.4*
9	8	2	1	*2.8*	*0.7*	*0.4*
10	1	1	—	*0.3*	*0.4*	—
Totale	287	285	285	*100*	*100*	*100*
Errore medio	*4.89*	*4.05*	*2.73*			

Gli indici di variabiltà, con qualunque sistema calcolati, risultano notevolmente più piccoli per le serie relative agli esperimenti B e C. Anzi, a giudicare dagli indici di variabilità relativa, il *maximum* di variabilità fu raggiunto nell'esperimento C che si presentò ai ragazzi come il più facile.

Indici di variabilità.

Esperimento	Indici di variabilità assoluta			Indici di variabilità relativa (% della media)		
	Scostamento semplice medio	Scostamento quadratico medio	Differenza media	Scostamento semplice medio	Scostamento quadratico medio	Differenza media
A	1.24	1.60	1.76	*25.3*	*32.7*	*35.8*
B	1.50	1.87	2.11	*37.0*	*46.2*	*51.9*
C	1.36	1.70	1.87	*49.8*	*62.3*	*68.4*

Si può porre l'ipotesi che una impressione visiva, sotto forma di figure familiari ai fanciulli, e per giunta colorate, doveva provocare un complesso di associazioni psichiche assai più vasto, vario e complesso, in rapporto alle singole personalità, di quello che avrebbe invece determinato la semplice ripetizione di una parola sentita; questa maggiore complessità di associazioni psichiche sarebbe stata la causa di quella notevole variabilità.

4. — Gli individui più o meno atti a ricordare in seguito a percezioni uditive, sono del pari più o meno atti a ricordare in seguito a percezioni visive?

A questa domanda risponde la tabella seguente, nella quale gli alunni sono stati distribuiti secondo l'errore compiuto nell'esperimento A (memoria uditiva) e nell'esperimento C (memoria visiva).

Alunni distribuiti secondo l' errore compiuto nell' esperimento A *e* C.

Errore compiuto nell'esperim. A	Errore compiuto nell' esperimento C											Totale	Errore medio
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	1	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	5	*1.00*
2	1	—	4	1	1	—	1	—	—	—	—	8	*2.63*
3	2	11	7	12	7	1	—	—	—	—	—	40	*2.35*
4	5	5	26	14	6	4	—	3	1	—	—	64	*2.69*
5	6	16	18	12	11	5	5	1	—	—	—	74	*2.62*
6	7	6	13	10	15	1	2	2	—	—	—	56	*2.91*
7	—	4	5	4	4	3	1	1	—	1	—	23	*3.43*
8	—	1	1	1	2	—	1	—	—	—	—	6	*3.33*
9	—	—	—	2	2	3	1	—	—	—	—	8	*4.33*
10	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	
Totale	22	46	75	56	49	17	11	7	1	1	—	285	—
Errore medio	*4.59*	*4.52*	*4.60*	*4.79*	*5.39*	*5.76*	*5.73*	*5.22*			—	—	—

Questa classificazione combinata sembra dimostrare, nonostante qualche sensibile oscillazione, che quanto migliore è la memoria uditiva, tanto migliore risulta la memoria visiva. La relazione (che un esperimento condotto su un numero molto più grande di individui dimostrebbe con maggior evidenza) non è però così grande come si sarebbe potuto supporre *a priori*.

Si possono distinguere i ragazzi in tipi visivi e tipi uditivi secondo che in essi l'acquisizione avvenga più facilmente per mezzo di percezioni visive o per mezzo di percezioni uditive.

Quale proporzione hanno in un gruppo di scolari questi due tipi diversi? E quale proporzione hanno quelli pei quali la qualità della impressione ricevuta è indifferente nei riguardi della loro capacità a ricordare?

Anchè a queste domande risponde la precedente classificazione in base alla quale ho distinto i 285 alunni in quattro gruppi, cioè *a*) alunni che hanno compiuto un errore inferiore a quello medio tanto nell'esperimento A che in quello C; *b*) alunni che hanno compiuto un errore inferiore a quello medio nell'esperimento A, ma superiore in quello C; *c*) alunni che hanno compiuto un errore inferiore a quello medio nell'esperimento C, ma superiore nell'esperimento A; *d*) alunni che hanno compiuto un errore superiore a quello medio in ambedue gli esperimenti. Eccone il risultato (1).

Errore nell' esperim. A	Errore nell'esperimento C		Totale
	0 - 2.73	2.73 - 10	
0 - 4.89	88.87	56.97	145.84
4.89 - 10	67.01	72.15	139.16
Totale	155.88	129.12	285.—

Nella prima colonna del seguente prospetto sono riportati questi stessi valori espressi sotto forma di percentuale, nella seconda colonna sono riportati quelli che si sarebbero avuti a calcolo di pro-

(1) Per calcolare il numero degli alunni che avevano compiuto un errore inferiore a quello medio di 2,73 nell'esperimento C o a quello medio di 4.89 nell'esperimento A, ho supposto che i ragazzi classificati con errore di 1, 2, 3, 4 ecc. avessero rispettivamente compiuto errori da 0,5 a 1,5; da 1,5 a 2.5; da 2.5 a 3.5 ecc., e che fosse uniforme l'incremento dell'errore entro gli individui raccolti in queste classi.

babilità, cioè nel caso che non vi fosse stata relazione alcuna tra i due tipi di memoria.

	Frequenza dei vari tipi		a - b
	secondo l'osservaz.	a calcolo di probab.	
	a	b	c
Tipi visivi e uditivi. . . .	31.2	28.0	+ *3.2*
Tipi uditivi.	20.0	23.2	— *3.2*
Tipi visivi	23.5	26.7	— *3.2*
Tipi non visivi nè uditivi .	25.3	22.1	+ *3.2*
Totale	100	100	—

A conferma dei risultati precedenti, il primo e l'ultimo gruppo appaiono lievemente superiori a quelli che sarebbero stati da attendersi a calcolo di probabilità; ma le differenze tra la frequenza dei diversi tipi non sono forti e ciò dimostra la notevole eterogeneità dei ragazzi nei riguardi delle loro attitudini mnemoniche.

5. — E' notorio che non tutte le ore della giornata sono egualmente favorevoli alla acquisizione. Le esperienze finora compiute non sono valse a stabilire neppure approssimativamente una legge generale su queste importanti variazioni della capacità a ricordare. In verità esse sono molto scarse ed assolutamente insufficienti. In uno studio del Pieron non sono ricordate che cinque o sei esperienze (compiute sopra una sola persona o sopra gruppi troppo esigui di soggetti), i cui risultati sono assolutamente contradditorii (1).

---

(1) Henri Pieron — *Recherches expérimentales sur les phénomènes de mémoire* in *Année psycologique*, 1913, pag. 101.

G. E. Müller notò che Rückle, matematico calcolatore di Cassel, apprendeva assai meno bene nelle ore seguenti al risveglio. Secondo Ebbinghaus il tempo necessario all'acquisizione di 13 sillabe era minimo dalle 11 alle 12; massimo dalle 18 alle 20, intermedio dalle 10 alle 11. Neumann dichiara invece che occorre dell'allenamento, ma che il periodo della mattina è quello il più favorevole quando si ha il sonno più profondo nella seconda metà della notte. Larguier des Bancels avrebbe notato una acquisizione più rapida ed una riproduzione più esatta dopo il pasto di mezzogiorno e della sera in coincidenza con la accelerazione delle pulsazioni. Secondo l'esperienza del Pieron, compiuta, come molte altre, sopra una sola persona, le ore migliori sarebbero quelle più avanzate della sera.

Anche i miei tre esperimenti non hanno condotto a risultanze molto concordi. Infatti, nell'esperimento C, appare evidente l'aumentare progressivo dell'errore con l'inoltrarsi delle ore di scuola. A questo proposito debbo far notare che i ragazzi osservati nel pomeriggio non avevano avuto lezione nella mattina. Appare evidente anche l'influenza peggiorativa del pasto di mezzogiorno. In conclusione il periodo più propizio all'acquisizione sembrerebbe verificarsi nelle prime ore della mattina e verso le 4 pomeridiane. Negli altri due esperimenti, colpisce invece, anzitutto, la eccezionale riduzione dell'errore alle ore 11 e 11,30 e, per l'esperimento A, anche alle 17,30. Come ho già detto, i ragazzi osservati in queste ore erano già stati esaminati due ore o due ore e mezzo prima, ed io suppongo che il miglior risultato da essi dato, derivi appunto dalla maggior pratica ed abilità acquistata in virtù della prima prova.

Errore medio secondo l' ora.

Ora	Errore medio nell' esperimento		
	A	B	C
8 ½	5.11	4.00	2.00
9	5.20	4.10	2.50
9 ½	4.64	3.93	2.49
10	5.21	4.23	2.73
10 ½	5.82	4.59	3.32
11	(4.00)	(3.10)	3.06
11 ½	(4.10)	(3.30)	3.90
15 ½	4.62	4.76	2.51
16	4.38	3.05	2.05
16 ½	4.08	2.74	3.50
17	5.07	4.72	3.58
17 ½	(4.13)	(4.54)	3.59

Se questa osservazione è giusta, e non si prendono in considerazione i risultati di queste ore, si noterà allora una grande somiglianza tra l'andamento della serie relativa all' esperimento B e

quello della serie relativa all'esperimento C, i quali si riferivano alla memoria visiva. Per la memoria uditiva invece sembrerebbero meno propizie anche le ore della prima mattina.

Queste osservazioni dimostrerebbero dunque che, nei riguardi della variazione della memoria durante il corso della giornata, non si possa dare una regola unica, ma occorra distinguere tra i diversi tipi di memoria che si studiano.

6. — I risultati di questa indagine danno una conferma alla relazione intercedente tra memoria ed età; in tutti e tre gli esperimenti, salvo qualche oscillazione imputabile alla scarsezza delle osservazioni, la media degli errori compiuti diminuisce con l'aumentare dell'età degli osservati.

Errore medio secondo l' età (1).

Età (anni)	Esperimento A			Esperimento B			Esperimento C		
	n.° osserv.	Errore		n.° osserv.	Errore		n.° osserv.	Errore	
9 o meno	51	*5.00*	*5.08*	53	*4.49*	*4.28*	52	*2.75*	*2.97*
10	72	*5.14*		72	*4.13*		72	*3.12*	
11	81	*5.01*	*4.78*	80	*4.17*	*3.86*	80	*2.85*	*2.57*
12 o più	81	*4.60*		80	*3.54*		81	*2.28*	

Il miglioramento è piuttosto indeciso dal nono all'undicesimo anno, ma dall'undicesimo al dodicesimo si fa ben manifesto in tutti e tre gli esperimenti compiuti. E' risaputo che lo sviluppo delle caratteristiche somatiche non procede durante l'infanzia con uniforme intensità, ma presenta un massimo nei primi anni di vita ed un minimo nell'epoca precedente alla pubertà, per poi passare ad un nuovo e più sensibile risveglio. Con ogni probabilità le stesse fasi presenta lo sviluppo delle caratteristiche psichiche. Forte nei primi anni di vita e durante la pubertà o nel periodo di poco precedente ad essa, questo sviluppo subirebbe un rallentamento nell'età intermedia tra gli 8 e gli 11 anni.

---

(1) Poichè l' esperimento fu compiuto alla fine di maggio ho considerato, con lieve inesattezza, come aventi l' età di 9 anni i ragazzi nati nel 1910, di 10 anni quelli nati nel 1909 e così via.

Da uno studio di J. O. Vertes sulla memoria immediata dei fanciulli, fatto col metodo delle coppie di parole (1), si rileverebbe per esempio un maggior progresso dai 6-7 anni agli 8-9 che non dagli 8-9 ed i 10-11 anni.

Ecco come variò, secondo il citato esperimento, la percentuale delle risposte esatte:

Età (anni)	Gruppo di 58 scolari		Gruppo di 70 scolari	
	% delle risposte esatte	Differenza	% delle risposte esatte	Differenza
6-7	79.48		79.48	
8-9	83.98	+ *4.50*	83.14	+ *3.66*
10-11	87.79	+ *3.51*	86.44	+ *3.30*

Come si vede il miglioramento dal 1.o al 2.o gruppo è più forte che non dal 2.o al 3.o. Ma l'argomento merita uno studio assai più profondo.

7. — La ben riconoscibile condizione privilegiata in cui si trovano i ragazzi agiati rispetto a quelli poveri per tutte le più importanti caratteristiche antropologiche, ha fatto supporre che analoghe differenze dovessero esistere anche per altre caratteristiche psichiche.

Una inchiesta inglese concludeva che i ragazzi poveri si dimostrano intellettualmente più tardi e che la denutrizione è una condizione quanto mai sfavorevole per un buon lavoro intellettuale. Sembrerebbe pure che la resistenza alla fatica mentale sia più grande nei fanciulli agiati (2).

Tutto ciò è senza dubbio vero, ma vien fatto di domandarsi se queste differenze siano il prodotto di una diversità nella natura stessa di questi ragazzi o siano invece il prodotto dell'ambiente e delle condizioni di vita. Le classi povere hanno effettivamente una innata inferiorità mentale? Mi si permetta di dubitarne, o per lo

---

(1) *Das Wortgedächtniss nach Schulkindersalter*, in *Zeitschr. für Ps.* LXVIII, 1-2, 1912 ». — Il metodo delle coppie di parole consiste nel proporre al soggetto due parole insieme e quindi nel richiedergli il secondo termine dopo avergli suggerito il primo.

(2) Vedi A. Niceforo — *Antropologia delle classi povere*. Milano, Vallardi, 1910, pagg. 103 e seg.

meno di dubitare che essa possa desumersi dalle risultanze statistiche raccolte fino ad oggi.

Per tornare al nostro limitato oggetto di studio, dirò che nei tre esperimenti compiuti, i quali si riferiscono alla più semplice forma di memoria cosciente, su cui pertanto tutte le altre si basano, l'errore medio compiuto dai ragazzi poveri, risultò sempre inferiore a quello compiuto dagli agiati.

Errore medio secondo la condizione economica.

Condizione economica	nell'esperim. A		nell'esperim. B		nell'esperim. C	
	n.° osserv.	errore	n.° osserv.	errore	n.° osserv.	errore
agiati . . .	129	*4.90*	130	*4.18*	133	*3.16*
poveri . . .	158	*4.88*	155	*3.92*	152	*2.35*
In complesso	287	*4.89*	285	*4.05*	285	*2.73*

Queste cifre risentono naturalmente le conseguenze della diversa composizione per età dei due gruppi degli agiati e dei poveri; si sa che questi ultimi sono, nei riguardi della carriera scolastica, più indietro dei primi. L'età media dei ragazzi poveri che ho studiato (espressa in anni e centesimi di anno) era di 11,15, quella degli agiati di 10,24 (1) ed a questa differenza d'età deve per gran parte imputarsi il maggior successo dimostrato dai primi. Ma anche se si procede ad un confronto per gruppi di coetanei, la posizione dei poveri non si fa in complesso peggiore di quella degli agiati.

---

(1) Ecco l'esatta distribuzione dei ragazzi fatta in base alle risultanze dell'esperimento B) secondo l'età e la condizione economica.

Anno di nascita	Poveri	Agiati
1904	1	—
1905	—	1
1906	17	4
1907	43	14
1908	49	31
1909	32	40
1910	13	36
1911	—	4
Totale	155	130

Si vedrà dalla seguente tabella che, per ciò che riguarda gli esperimenti A e B, solamente nel gruppo più anziano i ragazzi di condizione economica più elevata hanno dimostrato una sensibile superiorità sugli altri, ma nelle altre tre classi il risultato da essi fornito è più scadente. Si noterà poi che nell'esperimento C (memoria di cose viste) gli agiati di tutte le età hanno dato un errore medio più alto.

Errore medio secondo l' età e la condizione economica.

Età (anni)	Esperimento A			Esperimento B			Esperimento C		
	agiati	poveri	b-a	agiati	poveri	e-d	agiati	poveri	h-g
	a	b	c	d	e	f	g	h	i
12 o più	3.68	4.81	+ *1.13*	3.11	3.67	+ *0.56*	2.33	2.27	— *0.06*
11	5.03	5.00	— *0.03*	4.32	4.08	— *0.24*	3.21	2.65	— *0.56*
10	5.34	4.87	— *0.47*	4.02	4.25	+ *0.23*	3.29	2.90	— *0.39*
9 o meno	4.89	5.27	+ *0.38*	4.75	3.69	— *1.06*	2.79	2.62	— *0.17*

Tutto ciò mi autorizza a concludere che nel gruppo di ragazzi da me osservato, per questa semplice espressione di memoria, non vi era condizione di inferiorità nei poveri. Certo che memoria non significa intelligenza, ma questi risultati confermano che non si possono fare tassative affermazioni in un campo così complesso.

8. — Ho invece potuto riscontrare una ben chiara diversità fra questi due gruppi di ragazzi, nel senso che tra gli agiati varia assai meno la probabilità di ricordare le cose viste o udite a seconda della posizione che queste occupano nella serie presentata.

Mi spiego: Se si esamina quante volte è stata ricordata ciascuna parola delle dieci che furono lette ad alta voce, si noterà che la prima è stata ricordata un numero maggiore di volte, la seconda un numero di volte un poco inferiore, e così via fino all' ultima, che fu trascurata più delle altre. In altri termini, la probabilità di dimenticare la parola udita aumenta con l'aumentare delle parole precedentemente percepite. La stessa regola si verifica per la memoria delle cose presentate contemporaneamente in un cartellone. L'occhio del soggetto corre di regola dalla prima all'ultima cosa raffigurata, con probabilità sempre più piccola di ricordare le cose viste.

Questa regolarità naturalmente è soggetta ad oscillazioni dovute alla maggiore o minore impressione determinata dalle figure o parole. Ho notato per esempio che i nomi o le raffigurazioni di animali sono più ricordati, a parità di condizioni, degli altri. Questa causa perturbatrice può eliminarsi in parte procedendo per coppie di cose ricordate (1).

Orbene, la probabilità di dimenticare una parola o figura di ciascuna coppia, cresce assai più rapidamente per i poveri che non per gli agiati.

Come ho già avvertito, per ciascun esperimento ho presentato due serie di testi diversi, perciò ho potuto confrontare sei serie diverse di osservazioni, e tutte dimostrano il meno rapido accrescersi di detta probabilità presso gli agiati. Si noti che, per ciascun esperimento, i due gruppi dei ragazzi poveri, come pure i due gruppi di quelli agiati non sono costituiti dagli stessi individui; perciò la regolarità sopra accennata, che si verifica in tutte e sei le coppie di serie, non può certo imputarsi a circostanze accidentali.

Probabilità di omissione di un elemento della	A_1		A_2		B_1		B_2		C_1		C_2	
	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati
1ª coppia	0.202	0.232	0.180	0.160	0.076	0.134	0.079	0.171	0.065	0.115	0.103	0.132
2ª »	0.445	0.488	0.455	0.370	0.277	0.376	0.342	0.342	0.126	0.170	0.103	0.146
3ª »	0.651	0.601	0.556	0,531	0.317	0.376	0.289	0.213	0.201	0.209	0.267	0.451
4ª »	0.523	0.518	0.607	0.574	0.464	0.473	0.386	0.390	0.246	0.181	0.353	0.444
5ª »	0.739	0.625	0.517	0.469	0.367	0.387	0.404	0.370	0.252	0.236	0.310	0.347
6ª »	—	—	—	—	0.457	0.468	0.465	0.404	0.356	0.357	0.466	0.458

La precedente tabella riporta la probabilità di omissione di ciascun elemento secondo la posizione che esso aveva nella serie presentata (2).

---

(1) Nell' esperimento A avevo avuto cura di alternare la lettura di un nome di animale con quello di cosa inanimata e similmente nell' esperimento C avevo alternato le cose che presumibilmente potevano attrarre di più l' attenzione dei ragazzi con le altre.

(2) Detta probabilità si ottiene dividendo il numero delle dimenticanze

La differenza fra agiati e poveri risulta meglio dalla seguente tabella, in cui le cifre precedenti sono state sottoposte ad una prima interpolazione lineare secondo il metodo dei minimi quadrati:

Probabilità di omissione di un elemento della	A_1		A_2		B_1		B_2		C_1		C_2	
	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati
1ª coppia	0.281	0.330	0.298	0.256	0.161	0.266	0.170	0.214	0.074	0.117	0.087	0.171
2ª »	0.396	0.411	0.380	0.339	0.227	0.292	0.233	0.254	0.127	0.155	0.159	0.234
3ª »	0.512	0.493	0.463	0.421	0.203	0.343	0.293	0.295	0.181	0.192	0.231	0.298
4ª »	0.628	0.574	0.546	0.503	0.359	0.395	0.359	0.335	0.235	0.230	0.303	0.362
5ª »	0.743	0.656	0.628	0.585	0.426	0.446	0.422	0.376	0.289	0.268	0.375	0.425
6ª »	—	—	—	—	0.492	0.498	0.486	0.416	0.342	0.306	0.447	0.489

Sarei inclinato a supporre che questa evidente caratteristica degli agiati sia il sintomo di una maggiore disciplinatezza delle loro facoltà intellettuali, di una maggiore abilità nello sfruttare la loro capacità mnemonica, la quale pertanto nella sua potenzialità non sarebbe superiore a quella dei poveri.

9. — Gli insegnanti furono pregati di apporre nel retro della scheda un punto relativo al profitto dell'allunno. Secondo le istru-

---

verificatesi per ciascuna coppia, per il doppio del numero dei ragazzi osservati. Le cifre grezze che hanno servito per il calcolo sono le seguenti:

Numero delle omissioni di un elemento della	A_1		A_2		B_1		B_2		C_1		C_2	
	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati	poveri	agiati
1ª coppia	44	39	32	26	21	25	9	25	18	21	12	19
2ª »	97	82	81	60	77	70	39	50	35	31	12	21
3ª »	142	101	99	86	88	70	33	31	56	38	31	65
4ª »	114	87	108	93	129	88	44	57	69	33	41	64
5ª »	161	105	92	76	102	72	46	54	70	43	36	50
6ª »	—	—	—	—	127	87	53	59	99	65	54	66
Numero dei ragazzi osservati	109	84	89	81	139	93	57	73	139	91	58	72

zioni fornite, questo punto non doveva essere desunto da una media di quelli assegnati agli allievi nelle diverse materie scolastiche, ma doveva essere la traduzione numerica del giudizio che, nella sua lunga pratica (1), l'insegnante si era formato del reale profitto conseguito dal ragazzo, a prescindere da ogni altra considerazione particolare, quale il buon volere dimostrato, la buona condotta, ecc., considerazioni che assai spesso influiscono nelle medie scolastiche.

La distribuzione dei 287 scolari secondo il profitto è di una regolarità sorprendente avuto riguardo al non vasto numero di os-

Distribuzione degli alunni secondo il profitto.

Profitto	Cifre assolute	Cifre relative
0	—	—
1	—	—
2	1	*0.35*
3	1	*0.35*
4	21	*7.32*
5	74	*25.78*
6	93	*32.40*
7	72	*25.09*
8	23	*8.01*
9	1	*0.35*
10	1	*0.35*
Totale	287	*100.—*

servati. Anche senza ricorrere ad interpolazioni, la traduzione grafica di questa seriazione, dà luogo ad una curva campanulare che si può dire perfettamente simmetrica; cosa che a me piace di rilevare non tanto perchè fornisce un'altra conferma alla ipotesi che pei caratteri psichici gli uomini si distribuiscono come per i caratteri organici, ma perchè tale simmetria sta certo ad indicare la scrupolosa esat-

(1) L'esperimento ha avuto luogo verso la fine dell'anno scolastico.

tezza degli insegnanti nella compilazione delle schedine, il che rende più sicuri i ragionamenti che seguono.

Man mano che il profitto aumenta, diminuisce abbastanza regolarmente l'errore compiuto

Errore medio secondo il profitto.

Profitto	Errore nell' esperimento		
	A	B	C
4 o meno.	5.48	4.65	3.57
5	5.19	4.27	3.12
6	4.75	3.92	2.65
7	4.58	3.85	2.42
8 o più	4.88	4.23	2.04
In complesso	4.89	4.05	2.73

Questa relazione tra profitto e memoria, non so se possa valere a dimostrare che tra i ragazzi in cui sono più sviluppate le doti psichiche favorevoli ad un maggiore progresso negli studi, quali la intelligenza, la costanza, la diligenza ecc., cresca del pari il potere mnemonico; essa invece dimostra piuttosto di quale aiuto sia per il profitto la facilità di ricordare.

La relazione è meglio visibile ponendo il profitto in funzione dell'errore compiuto negli esperimenti. (Vedi la tabella seguente).

A ben guardare, il profitto, più che decrescere regolarmente col diminuire della memoria, sembra repentinamente sollevarsi e repentinamente abbassarsi per gli individui con memoria sviluppatissima o ridottissima, poco o nulla variando per le condizioni intermedie.

Quando la facilità a ricordare le cose udite si accoppia ad una buona memoria visiva, allora il profitto si fa assai più elevato, e viceversa. Per esempio, il profitto degli alunni che nell'esperimento A avevano compiuto un errore non superiore a 3 risultò di 6,13, il profitto medio di quelli che nell'esperimento C avevano compiuto un errore non superiore a 2 risultò di 6,22, ma per quelli che in tutti e due questi esperimenti non avevano oltrepassato questi limiti, il profitto medio, risultò di 6,50.

Profitto medio secondo l' errore.

Errore	A	B	C
0	—	6.35	6.64
1	6.40		6.20
2	6.38	6.08	6.11
3	6.05	6.08	6.02
4	6.06	6.02	5.90
5	6.05	6.19	5.82
6	6.13	5.79	5.60
7	5.67	5.89	
8	5.17	5.11	
9 e più	5.22		
In complesso	6.02	6.00	6.03

Viceversa il profitto medio degli alunni che nell'esperimento A avevano compiuto un errore superiore a 5 risultò di 5,86, e nell'esperimento C, per errori superiori al 3, risultò un profitto di 5,74; ma per quelli che accomunarono questi due sfavorevoli risultati il profitto medio non fu che di 5,50.

10. — Nonostante che, almeno nel gruppo da me considerato, i ragazzi poveri non abbiano dimostrato di possedere una memoria inferiore a quella dei ragazzi agiati, il loro profitto nello studio è minore. La differenza dimostrata dalla seguente tabella è senza dubbio significativa.

Quale è la causa principale di questa inferiorità dei meno abbienti? Si potrebbe pensare anzitutto alle loro meno floride condizioni fisiche: tra i poveri, i tipi gracili e malaticci sono più frequenti,ed anche a prescindere dall'ipotesi di una minore svegliatezza di mente dei meno robusti, questa sfavorevole condizione potrebbe esser causa di un profitto inferiore semplicemente per le maggiori assenze dalla scuola e per la minore applicazione allo studio, conseguenze dirette di una malferma salute.

Profitto secondo la condizione economica.

Profitto	Agiati	Poveri	Totale
1	—	—	—
2	—	1	1
3	—	1	1
4	8	13	21
5	30	44	74
6	39	53	92
7	37	35	72
8	16	6	22
9	—	1	1
10	1	—	1
Totale	131	154	285
Profitto medio	*6.21*	*5.82*	*6.00*

Ma una tale causa in questo caso specifico è da scartarsi. Vero è che, a conferma di tante altre testimonianze statistiche, ha trovato tra i poveri una maggiore frequenza di individui con salute mediocre o cattiva, ma ho riscontrato anche che tra i ragazzi meno robusti il profitto medio non era inferiore a quello degli altri, anzi, certamente per pura azione del caso, un poco superiore.

Salute e condizione economica.

Condizione economica	Salute				Salute			
	buona	medioc.	cattiva	Totale	buona	medioc.	cattiva	Totale
	cifre assolute				cifre relative			
Poveri . . .	124	26	4	154	*80.5*	*16.9*	*2.6*	*100*
Agiati . . .	113	17	1	131	*86.3*	*13.0*	*0.8*	*100*
Totale	237	43	5	285	*83.2*	*15.1*	*1.7*	*100*

Profitto secondo la salute.

Salute	Numero delle osservazioni	Profitto
Buona	237	*5.95*
Mediocre o cattiva	48	*6.23*
In complesso . .	285	*6.00*

Nè si può addurre una maggiore indisciplina o irrequietezza dei più poveri. I ragazzi più vivaci, benchè dotati di una salute migliore (1), dimostrano un profitto inferiore a quello dei più tran-

Profitto e vivacità.

Vivacità	Numero delle osservazioni	Profitto
molta . .	89	*5.74*
normale .	155	*6.14*
poca . .	41	*6.02*

quilli, ed è pure vero che la loro frequenza tra i poveri è lievemente superiore a quella che si riscontra negli agiati; ma la differenza è così piccola che, se autorizza a concludere che i più poveri, pure essendo meno robusti, non sono per questo meno indisciplinati, non può certo addursi per spiegare la notevole differenza per il profitto.

---

(1) Ecco le cifre per il gruppo osservato:

Salute	Vivacità				Vivacità			
	poca	normale	molta	Totale	poca	normale	molta	Totale
	cifre assolute				cifre relative			
buona . . .	28	126	83	237	*11.8*	*53.2*	*35.0*	*100*
mediocre . .	11	28	4	43	*27.1*	*60.4*	*12.5*	*100*
cattiva . . .	2	1	2	5				
Totale	41	155	89	285	*14.4*	*54.4*	*31.2*	*100*

Vivacità e condizione economica.

Condizione economica	Vivacità				Vivacità			
	poca	normale	molta	Totale	poca	normale	molta	Totale
	cifre assolute				cifre relative			
agiati . . .	19	73	39	131	*14.5*	*55.7*	*29.8*	*100*
poveri . . .	22	82	50	154	*14.3*	*53.2*	*32.5*	*100*
In complesso	41	155	89	285	*14.4*	*54.4*	*31.2*	*100*

Abbiamo già visto poi come la memoria (elemento principale per il buon successo negli studi) sia tutt'altro che inferiore nei poveri.

Io credo che quella notevole differenza nei riguardi del profitto, sia più che altro da ricondursi all'ambiente, assai meno favorevole per l'elevamento intellettuale, in cui vivono i ragazzi poveri. Il minore interessamento dei genitori, la minore attitudine di questi ad indirizzarli nello studio e ad aumentarne la coltura, e forse anche la minore attitudine dei poveri a sfruttare le loro reali capacità mentali per la mancanza di quell'allenamento intellettuale derivante dal continuo contatto con persone colte, sono circostanze influenti di primo ordine, il cui effetto dovrebbe essere annullato prima di trarre dalle cifre del profitto la dimostrazione di una innata inferiorità intellettuale dei ragazzi poveri

Livio Livi.

Scots and scottish influence in Congress

For many years the author has studied unfortunate and unsuccessful individuals in the community, all of whom were in institutions. Such persons are usually classed with the abnormal, but as a matter of fact, probably three-fourths of them, (excepting the insane and feeble-minded) are as normal as other people. While it is important to investigate these so-called abnormals and unsuccessful ones, it is much more important to study those who are successful in the community, that is persone of ability, talent or genius. The methods of study are the same for both normal and abnormal.

Anthropology of modern man.

A study of the Scots and Scottish influence in Congress comes under the general head of Anthropology, but anthropology of modern man and not of dead, savage and prehistoric man, to which anthropologists have given almost all their attention.

That this study of modern man is a new direction for anthropological research, is shown by the fact that the first scientific investigation ever made of a human being, was that conducted upon Emil Zola by some twenty French specialists in anthropology, psychology and medicine; this was published in 1897 (1).

It may seem strange that anthropology has been occupied so little with the study of modern man. Whatever the causes of this neglect, it is due time that man, as he is now, be studied, if for no other reason, than to remove the stigma of our ignorance of human beings, as contrasted with our much more accurate knowledge of animals.

---

(1) See *Senate Document* (by author). No. 532, 60th Congress. First Session, where a summary of this study is given.

Anthropological Study of History.

From the anthropological point of view, history can be regarded as a subject for scientific investigation, with a view of understanding man better and assisting in his development and progress. Here man can be considered both as an individual, organization (1), nation or group of nations (2). It is true that other branches, like history and politics have pursued these fields, but unfortunately not always in the scientific spirit. To cite an ancient pun, it is *his*-story, rather than all the facts.

History of Scotch blood.

There is a tradition that the Scotch were originally a Greek tribe. Tacitus speaks of campaigns against the early Scotchmen, called Caledonians, as though often defeated in battle but never subdued. Scotch leaders may be conquered, but the people are very difficult to suppress.

The inhabitants of Scotland, called Scots or Scotch (after a Celtic tribe originally from Ireland) are derived from widely different stocks. The most primitive races were long-headed (dolico-cephalic); following these, came a broad-headed (brachy-cephalic) people, tall with large jaws and faces; the third ingrediment is a teutonic long-headed race of lofty stature. From the stone age to the 11th century, there is evidence of a continuous Scandinavian invasion, entering largely into the blood of the Scotch Highlanders, who are the tallest people in the world, with an average height of 1.746 meters. Their cephalic index is 76.2-77.9. The population of Scotland contains only a small number of non-Scots: in 1911, only 8 percent were non-Scotch, and more than half of these were Irish. The foreign element is only about $\frac{1}{2}$ %. The mass of the people are Presbyterians.

---

(1) See a study of the United States Senate (by the author) published in Spanish, under the title of *Estudio del Senado de los Estados Unidos de America*, in *Revista Argentina de Ciencias Politicas*, 21 de Enero de 1918. Buenos Aires, 1918.

(2) *Mentality of Nations* (by author). Open Court. Chicago, August 1912. Here nations are compared as to their educational and intellectual status.

General characteristics of the Scotch.

The characteristics of the Scotch are found in almost all peoples, but some qualities seem to be more dominant in the Scotch than in other nations.

The Scotch have been especially noted for three things: independence, persistence and zeal for education. Thus, the history of almost any of the members of Congress with Scotch blood will illustrate these characteristics. The Scotchman sinks his nationality in the country of his adoption; he makes himself at home in all countries and is internationally popular. The Scotch are rational wanderers and good colonizers. It has been predicted that, when the North Pole is finally discovered, a Scotchmann will be found astride of it.

The Scotch have little fear, can endure great privation and peril, but they are not easy to live with, if one does not agree with them. They are not fussy agitators, not visionaries, but cool, calculating and practical, with hard-headed horse sense. Charlatanism and quackery have no place for the Scotsman.

Their family feeling was intense, yet it had little effusive expression; the men were not given to emotional exhibitions of any kind, yet the Scotchman will make any sacrifice for his family, and if necessary would not hesitate a moment to give up his life. The Scotch have always accorded woman a very high pace. The Scots were so thorough and persistent, that when they went wrong, they preferred grand rather than petty larceny, and if it were murder, it was generally to hang.

In war, if the enemy gave up entirely, he was treated with magnanimity. The Scotch had their faults, but they were of force and violence, not of cowardice and treachery; they may have been hard at a bargain; but once made, it was carried out to the letter; their integrity was unquestioned. Their hatred for tyrants was inborn.

Scotch as leaders in Education.

As early as 1496 popular education was strongly advocated in Scotland, even compulsory education for eldest sons of freeholders and persons of substance, was the law.

Scotland recognized the value of NEWTON'S work thirty-five years before England did. NAPIER in the 16th Century of social and ecclesiastical turmoil, was the inventor of logarithms. The

supremacy of the Scotch in the British Isles, in elementary and secondary education, is generally acknowledged. In proportion to population, Scotland has a much larger number of university students than England.

The Scotch-Irish schoolmaster was a familiar figure in the early formative period of American education. The American school system has a Scottish stamp; the American University resembles the Scotch more than the English. The Scotch had such great respect for learning, that they would not listen even to a Calvanistic preacher unless he had a classical and theological education.

Of the College men in the Constitutional Convention, more than one-half were of Scotch descent.

Scotch in America.

The first notable Scotch arrivals in America were shipped as prisoners of war, sentenced to be transported to American plantations and sold into service. No men ever came under such discouraging conditions. Yet the Scotch have cut deeper into the history of the United States, probably, than any other nationality, though they have not been the most numerous or boastful.

The Scotch in America have shown practically the characteristics of their mother country. They are persons of few words, dislike display, quiet and undemonstrative in behavior, but most firm and determined in spirit; cautious and reserved, but energetic and tenacious with a capacity for hard work which with patience, courage and endurance is liable to result in success. « Vigorous initiative » is a phrase especially fitting the Scotch. ROOSEVELT in his *Winning of the West* calls the Scotch a « stern and virile people », and speaks of the leaders of national expansion, who had Scotch-Irish as « dominant strains » in their blood.

The Scotch as political leaders.

BANCROFT, a typical New Englander, says that the first voice raised in America to dissolve all connection with Great Britian, did not come from Puritans in New England, nor Dutch in New York, but from Scotch-Irish Presbyterians (1). It was PATRICK

---

(1) BANCROFT, GEORGE, *History of the United States*, Vol. 5, page 11.

HENRY, a Scot, who said « I know not what course others may take, but as for, me, give me liberty or give me death ». It was JOHN WITHERSPOON, of New Jersey, JAMES WILSON, of Pennsylvania and EDWARD RUTLEDGE of South Carolina, who were of the eleven Scotchmen who signed the Declaration of Independence. WITHERSPOON said, « He that will not respond to its accents and strain every nerve to carry into effect its provisions, is unworthy of the name of freeman ». On this appeal the Declaration of Independence was signed. It is the handwriting of a Scotchman, (who was Secretary of the Congress), publicly read to the people by a Scotchman and first printed by still another Scotchman. Of the fifty-four members of the Convention for the new nation, twelve were of Scotch descent, but on many occasions they had much more influence than their numbers show. One Scot stood easily at the head, and for intellectual eminence and statesmanship outranks them all; it was ALEXANDER HAMILTON, who was a member of Congress at twenty-five years of age.

In an original study of the *Distribution of Ability in the United States*, by Senator LODGE (1), the distinguished author finds, that in statesmen, Virginia leads with Massachusetts, New York and Connecticut closely following; and that, as to nationality, the Scotch-Irish and Scotch lead in statesmen.

From 1860 to 1900, there have been in the United States some eighty Senators, of Scotch descent, among whom are BLAIR, CAMERON, COCKRELL, LOGAN, MCPHERSON, TELLER, MCENERY, VANCE, BLAINE, BRECKENRIDGE, MORTON, MCCUMBER and BEVERIDGE.

Scotch influence in the Senate of the 62ª Congress.

Inasmuch as the Senators, who have favored me with the details of their Scotch ancestry, have had very different lengths of service, it is impossible to estimate by statistical methods their legislative success or ability. As many of the Senators, however, both Scotch and non-Scotch, were members of the Senate of the 62ª Congress. I shall utilize a detailed study, which I made of that Senate, published in Spanish (2) but not as yet in English.

---

(1) LODGE, HENRY, CABOT. *The Distribution of Ability in the United States, Century Magazine*, September, 1891.

(2) *Estudio del Senado de los Estados Unidos de America. Revista Argentina de Ciencias Politicas*, 12 de Enero de 1918. Buenos Aires, page 390-410.

The Senate of this particular Congress was selected because it might be called a normal Senate. The majority party had been in power for a long while and the Senate had settled down to what might be called the regular order.

The present study of Scottish influence upon legislation in this Senate is new, and an additional chapter to the study in Spanish. Thus opportunity will be afforded for comparison between Scotch and non-Scotch ingredients. Therefore, before presenting the main legislative activities of individual Scotch Senators, it will be more instructive and satisfactory to make an investigation in the Senate of the 62d Congress. While the conclusions drawn apply only to this particular Senate, they are liable to be approximately true of other normal Senates.

Scotch more progressive and more faithful in voting.

Table I. gives percentages of attendance at *Quorum* and *Yea* and *Nay* calls of the Senate of the 62d Congress as a whole, of its political divisions, and the Senators with Scotch blood similarly classified. It may be noted incidentally that Senators as a body, attend *yea* and *nay* calls 10 per cent more than they do *quorum* calls, contradicting a statement sometimes made, that Senators dodge voting.

TABLE I.

Quorum *and* Yea *and* Nay *calls.*

	N.°	%	*Quorum*	*Yea* and *Nay*	Increase in Voting
The Senate	80	100	59	69	10
Democrats	34	43	55	66	11
Republicans	46	57	62	71	15
Senators with Scottish blood	18	22	57	68	11
Republicans with no Scottish blood	36	79	63	71	8
» with Scottish blood	10	21	60	68	8
Democrats with no Scotch blood	26	77	55	65	10
» with Scotch blood	8	23	54	67	13
Conservative Republicans with Scotch blood	5	50	60	63	3
Progressive Republicans with Scotch blood	5	50	60	73	13
Conservative Republicans	34	74	63	70	7
Progressive Republicans	12	26	61	75	14

It will be seen from the table, that the progressive Republicans constitute 26 per cent of all Republicans, but that the Scotch progressive Republicans constitute 50 per cent of all Scotch Republicans; that is, Scotch blood shows relatively almost double the amount of progressiveness, illustrating the reputation of the Scotch for persistence in demanding independence. It appears also, that Scotch progressive Republicans attend *quorum* calls the same (60%) as Scotch Conservative Republicans, but in the *yea* and *nay* calls they excel the Conservatives by 10 per cent. As between Democratic and Republican Senators, the relative number of Scotch is about the same. As between Democrats with Scotch blood and those without, the Scotch answer *yea* and *nay* calls 3 per cent more.

In Table II will be found percentages as to educational status and geographical position of all Senators with Scotch blood and

TABLE II.

Scotch superior in Education and Knowledge.

Educational, Geographical and Legislative Division	All Senators %	Scotch Senators %	Non Scotch Senators %
University men	25	37	20
College men.	47	52	46
Common school education.	26	11	34
Eastern States	29	10	33
Western States.	42	61	38
Southern States	29	29	29
Previous legislative experience	64	55	66
Previously in House of Representatives.	32	22	35
Reared in rural districts	67	73	66
Reared in City.	33	27	33
Professional men	79	89	76
Business men	21	11	24
Breadth of Knowledge	Average	Average	Average
Frequency of remarks	166	204	155
Number of subjects discussed	50	60	48
Age in years	59	56	59

those without Scotch blood; also, Scotch and non-Scotch Senators can be compared as to previous legislative experience in State legislatures and House of Representatives. In the last part of the table are given averages for frequency of remarks on the floor and number of subjects discussed. Beginning at the top of the table, it will be seen that 37 per cent of Senators with Scotch blood are university men and 52 per cent college men, and only 11 percent with common school education. These percentages are much greater than those for all Senators and non-Scotch Senators, showing decided educational superiority of the Scotch. Also, it will be seen that relatively a very large proportion (61 per cent) of Scotch Senators went to the Western States, confirming the pushing and aggressive nature of the Scotch. The Scotch have distinctly less (10 per cent) previous legislative experience, before coming to the Senate than the non-Scotch.

It will be noted that a much higher per cent of the Scotch (73) are reared in the country than other Senators.

As their educational status, the Scotch stand much the highest, as they show distinctly the largest per cent (89) of professional men and lowest per cent (11) of business men, as compared with other Senators.

In regard to frequency of remarks on the floor, the Scotch average very much the highest (204) and likewise as to average number of subjects discussed they distinctly excel. The author has shown in his study of the 62^{d} Senate in Spanish, that in general the best educated Senators stand the highest in frequency of remarks and number of subjects discussed. Frequency of remarks has no relation to long speeches, but indicates broader intellectual interest in legislation. Number of subjects discussed, also shows greater breadth of knowledge. The Scotch are in general younger than other Senators, their average age being 56, as over aganst 59, the average of the Senate as a whole.

Estimate of Legislative ability.

The schedule and scale of units of value on which an estimate of legislative ability is based are presented in Table III. By a careful examination of the table, it will be seen that only two and one-half percent (2½ %) of private bills introduced, ten percent (10 %) of public bills, twenty four percent (24 %) of joint

TABLE III.

Scale of units of Value (1) *and schedule.*

Bills and Resolutions	Reported		Passed by Senate		Enacted into Law	
	%	Scale of units	%	Scale of units	%	Scale of units
Private bills	12	20	10	25	2.5	100
Public Bills	35	7	30	8	10	25
Joint Resolutions . .	—	—	42	6	24	10
Pension bills	—	—	50	5	44	6
Concurrent resolutions	—	—	67	4	56 (2)	4
Senate resolutions . .	—	—	74	3	—	—

(1) Fractions are omitted in unit scale. (2) Passing both houses.

resolutions and forty-four percent (44%) of pension bills were enacted into law. The unit scale of value of successful legislation is based upon private bills, the most difficult to have enacted into law. If we let 2½% represent 100 units of value; that is, if every private bill enacted into law counts 100 units, then since 10% of public bills became law, every public bill enacted into law will count 25 units, every joint resolution 10 units, every pension bill 6 units, and so on. In short, the scale is based upon the degree of difficulty in passage of bills and resolutions. Thus if a Senator introduces a private bill and gets it enacted into law, it counts 100 units; if it passes the Senate only, 25 units. While it is true, in exceptional cases, another Senator may get false credit, in the great majority of cases, it is not true; also exceptional cases may balance each other following the general law of averages.

Legislative superiority of Scotch blood.

Applying then our schedule of legislative units of value to the political divisions of the Senate of the 62d Congress, and to the Senators with and without Scotch blood, the results will be seen in Table IV.

The table shows, that Democratic Senators, as a whole, are almost three times less successful in securing legislative results than the Republicans. This, however, is easily understood from the fact that minority parties do not hold themselves politically

TABLE IV.

Applications of unit values.

Political and Scotch Divisions of Senators	Average Units of Value		
	Bills		
	Public	Private	Both
Democratic Senators.	76	121	197
Republican Senators.	156	343	499
Conservative Republicans	161	373	534
Progressive Republicans	126	259	385
The Senate as a whole.	122	250	372
Senators with Scotch blood	121	251	372
Senators whithout Scotch blood.	123	250	373
Scotch Progressive Republicans.	109	300	409
Progressive Republicans, not Scotch	102	196	298
Scotch Conservative Republicans	201	425	626
Conservative Republicans, not Scotch.	161	364	525

responsible for legislation. If the Senate were studied when the Democrats were the majority party, comparisons might be made.

It will be seen that the progressive Republicans are distinctly inferior in obtaining legislative results as compared with the Conservative Republicans. This doubtless is due mainly to the fact that do not always vote with their party and naturally could not expect to be assigned to important committees as frequently as those who are strict party men. Moreover, they are younger and have not been in the Senate as long as the conservative Republicans. In addition, their legislative efforts are liable to meet with stronger opposition than the legislative measures of the conservative Republicans (1).

In regard to the influence of Scotch blood, it will be seen from Table IV that as between Senators with and Senators without Scotch blood, there is practically no difference in legislative success, their average units value being nearly the same for both public and private bills. But comparing Scotch progressive Republicans with progressive Republicans not Scotch, thus eliminating the legislative disadvantage of progressiveism, it will be seen that the Scotch blood is greatly superior to the non-Scotch, it being 409 units of value over against 298 similar units of value for public and private Bills combined. That this legislative superiority

(1) For further data on these points, see articles on the study of the Senate in Spanish already referred to.

of Scotch blood is not accidental, is shown further by the fact, that conservative Republicans with Scotch blood are distinctly superior in legislative results to conservative Republicans without Scotch blood, the average units of value being 626 over against 525.

Pratically considered, legislative success in obtaining results is synonomous with legislative ability, otherwise it might throw doubt upon the integrity of Senatorial rules and activities.

Conclusions as to the Senate of the 62d Congress.

In order to understand better the study of Scottish influence in the Senate of the 62d Congress, it will be helpful to state some of the conclusions based upon the history of the legislative activities of 80 members of that Senate in detail.

As already intimated, these conclusions apply only to this Senate, yet they create a presumption of their general application to other similar Senates.

1. The Republican progressives show a higher percentage (77 per-cent) of attendance at *Yea* and *Nay* calls than the conservative Republicans (70 per-cent).

2. Senators who are business men have a higher percentage (61) of attendance at *Quorum* calls than professional men (58), but a lower percentage (66) at *Yea* and *Nay* calls than professional men (69).

3. Chairmen of important Committees show the highest percentage of attendance (66) at *Quorum* calls.

4. In general more than half of the bills introduced in the Senate receive little or no attention.

5. The progressive Republicans hold the highest average (240) in frequency of remarks on the floor, the conservative Republicans coming second (167), which is very much lower. The Democrats have a still lower average of 138.

6. Frequency of remarks on the floor increases as the degree of education increases; the average for university men is 233, college men 147 and Senators with common school education 137.

7. Of the Democrats 35 per cent and of the Republicans 17 per cent are university men, but 54 per cent of the Republicans are college men over against 38 per cent of the Democrats.

8. Senators without previous legislative experience before coming to the Senate show the least legislative success or ability.

These conclusions apply only to groups of Senators, and not to individual Senators.

As an illustration of the method of estimating the rank of a Senator, we will take Senator number 1 of Table V, who stood the highest in results of public legislative activity.

		Units of Value
Number of public bills reported only	(column 11)	23 × 7 = 161
» » » » passed by Senate only . . .	(» 12)	44 × 8 = 352
» » » » enacted into law	(» 13)	14 × 25 = 350
Joint resolutions passed by Senate only	(» 14)	2 × 6 = 12
» » enacted into law	(» 15)	4 × 10 = 40
Concurrent resolutions passing the Senate only . .	(» 16)	1 × 3 = 3
Senate resolutions adopted	(» 18)	25 × 3 = 75
Total units of value for public legislative activity.		993

Number of Great Statesmen decreasing.

It is a frequent remark, that our modern statesmen do not seem te measure up to those in our early history. This is true, but it is a necessary result of biological law. Though the effects of education and environment are not inherited, they can be handed down to later generations through custom, tradition and history. So while we do not inherit them trough the germ cells, we do receive from the social organism. In this sense « We are the heirs of all the ages ».

Decrease of Great Men caused by modern civilization.

This social inheritance causes the environment to grow more and more complex, while our inherited natures remain unchanged. This produces disharmony and disturbance, and sometimes the elimination of those not able to adapt themselves to new conditions. Our mental and moral environment has come to us with ever increasing, but our inherited natures and abilities have remained fixed. Social heredity has outrun germinal heredity. The struggle between these two forms of heredity, due to the requirements of modern civilization, fortunately is now better understood than in the past.

No modern race of men are equal to the ancient Greeks, who in two centuries produced a galaxy of illustrious men never

found since. The average ability of the Athenian race at this period (530 to 430 B. C.), was (according to GALTON) on the lowest possible estimate, as much greater than that of the English race of the present day, as the English race is above the African Negro in average ability.

Power of mediocrity decreases number of Great Men.

It has been found that fathers 72 inches in height had sons with a mean stature of 70.8 inches, which is a regression towards the normal stature of the race. Again fathers 66 inches in height had sons with a mean stature of 68.3 inches, which is a progression towards the normal. This tendency towards average height or mediocrity of stature produces the regression the average or normal type and applies *generally* because man is subject to heredity in every aspect of his physical and mental make-up.

If the amount of blood inheritance be slight, it should be noted, for it may act as the hereditary balance of power: it may serve as rudder to the larger ingredients. In short, quality of blood is as important as quantity.

It has been found that extreme peculiarities of parents are less extreme in children, and that the most gifted parents cannot expect to have children, as gifted. This is called the *law of filial regression*, which is a tendency to the average or mediocrity For ages, the mountains have been washing down into the valleys, and while the general level has increased in height, the peaks have been disappearing so that we seem to be slowly approaching a generation of exaltation of mediocrity.

Washington, D. C.

ARTHUR MACDONALD.

References on Scots in America.

Baring-Gould, Sabine, *Family Names and their History.* London, 1910, Chapter XVIII gives Scottish and Irish surnames.

Dinsmore, John W. *The Scotch-Irish in America,* Chicago, 1906, 257 pages, 12, describes a typical neighborhood.

Ford, Henry J. *The Scotch-Irish, or the Scot in North Britain, North Ireland, and North America.* New Jork and London, 1902. See chapter III « Scotch-Irish in American Politics ». Volume 2 contains an extensive Scotch-Irish Bibliography.

McLean, John P. *A Historical Account of the Settlements of Scotch Highlanders in America, prior to the Peace of 1783,* Cleveland, Ohio, 1900, 459 pages, 8°, Chapter II is entitled « The Scoteh-Irish in America ».

Reid, Whitelaw. *The Scot in American and the Ulster Scot, substance of addresses before societies,* London, 1912, 67 pages, 8°.

Ross, Peter. *The Scots in America,* New York, 1896, 446 pages, 8°, Chapter X is entitled « Statesmen and Politicians », and Chapter XV, Distinguished Hinglanders in American Interests ».

References on Heredity.

Castle, W. E. *Genetics and Eugenics.* Cambridge, Mass., 1916, 357 pages.

Conklin, Edwin C. *Heredity and Environment,* Princeton, N. J., 550 pages. 1916.

Davenport, Charles Benedict. *Heredity in relation to Eugenics,* New York, 1911, 298 pages.

Galton, Francis. *Hereditary Genius; an inquiry into its laws and consequences,* London, 1892.

Thomson, John Arthur. *Heredity,* London, 1908, 605 pages.

Weismann A. *The Germ-Plasm.* New York, 1893.

La guerra e la popolazione

Rassegna di demografia

(1915-1920)

Se prima della guerra, e specialmente prima degli odierni avvenimenti sociali, poteva esservi chi, tra i fattori dell' evoluzione, non assegnasse giusto posto al fattore demografico, dovrebbe oggi certamente ricredersi, di fronte all' esperienza dei fatti avvenuti ed alla realtà dei fatti quotidiani, anche se, indipendentemente dagli eventi che si son prodotti o si van producendo, non volesse sottoporre a revisione le proprie teorie per correggerle alla stregua di nuovo e più ampio ragionamento.

Che noi abbiamo, in pochi anni, vissuto il periodo più dinamico della storia non può mettersi in dubbio e neppure che, attraverso questo dinamismo, oltre che l' organizzazione politica di alcuni Stati, ne è uscita o sta per uscirne trasformata l' organizzazione sociale di tutto il mondo.

Ma non sempre si è avuta la nozione esatta della diversa importanza e del vario peso delle cause che hanno preparato tale rivolgimento.

Scoppiata la guerra, quantunque non certamente inattesa, si è senz' altro ricollegato il grandioso avvenimento con i fenomeni esteriori di carattere più appariscente: lo spirito di egemonia e di conquista territoriale e politica degli Imperi centrali, il loro imperialismo economico, le rivendicazioni nazionali di determinati paesi, le aspirazioni di autonomia di interi popoli.

Venuta la pace, con una serie di nuovissimi problemi in un' Europa ancora agitata ed in fermento — problemi che, attraverso un contrasto più o meno aspro di interessi, possono riassumersi nella lotta per profonde riforme democratiche, nella conquista di sempre maggiori diritti economici e nella trasformazione della maggior parte degli attuali istituti sociali — si è identificato

questo complesso movimento colla intolleranza creata dalla guerra, che avrebbe determinato un dismodato ed incomposto desiderio di godimento e di ricchezza, mentre, a spiegare la forma violenta che il più delle volte tale movimento ha assunto, si è pensato che la lotta politica avesse come principale movente un aspro odio di classe e non fosse che il piedistallo per garantire le più audaci aspirazioni economiche.

Complessi e profondi movimenti si sono però considerati molto superficialmente quando se n'è colta solo la manifestazione esteriore, e questa si è senz'altro considerata come causa, o quando si è presa come esclusiva causa originaria quella che è soltanto derivata perchè conseguenza alla sua volta di un'intima trasformazione e perturbazione di tutti i processi vitali dei varî organismi politici e sociali.

Se invece si considera che non tutti gli Stati europei si trovano ad eguale stadio di sviluppo, e che quelli i quali più rapidamente crescono sono portati a pretendere nel comune bilancio una quota maggiore di quella che altra volta era stata loro assegnata; che questo diverso sviluppo numerico, laddove si manifesta maggiore, induce a compiere in misura più veloce il ciclo evolutivo che altre nazioni, ad accrescimento minore, compiono inevitabilmente con moto più uniforme e più lento; che le energie di espansione (espansione coloniale, emigrazione, espansione economica) hanno viva la preoccupazione di procacciarsi a tempo lo spazio che sarà loro necessario per il domani; che il riflesso psichico del fenomeno fisiologico di una vigorosa crescenza fa nascere nei popoli più forti una gara per la supremazia territoriale ed economica ed una potenza la quale, davanti alle opposizioni che contrastino il movimento della propria vita, corre per sua natura alle riaffermazioni di fatto, non apparirà più naturale la spiegazione dell'ultima guerra provocata e voluta da nazioni ad esuberante sviluppo, ed a rapida espansività?

E se, nel campo più ristretto di ogni singolo Stato, si cerca di penetrare nella costituzione delle varie classi sociali, nella funzione che queste sono chiamate ad adempiere in seno alla società, e si studia, in rapporto alla loro proporzione numerica, l'entità dei loro bisogni e delle loro aspirazioni; se si ammette — e tale ipotesi non può ormai più essere contrastata — che le classi dirigenti nel tempo si logorano, si sfibrano, si esauriscono ed hanno bisogno perciò di essere rinnovate, rinnovamento che può solamente venire dalle classi più basse le quali costituiscono il serbatoio delle ener-

gie vergini della razza, e sono in grado quindi di rifornire di volontà attuosa e di audacia sempre pronta le parti direttive della Società; se si considera, infine, che di ordinario tale ricambio si produce lentamente, quasi inavvertitamente, attraverso graduali modificazioni nei caratteri fisici. intellettuali e morali, ma che può anche avvenire, per varie ragioni (come, per es., disuguaglianza economica maggiore fra le varie classi sociali, improvviso e rapido sviluppo dell' urbanismo) che questo ricambio in un dato momento si faccia più intenso ed assuma forme violente di intolleranza e di supremazia, in modo che le classi basse della popolazione vogliono raggiungere le classi più alte troppo rapidamente, senza forse la necessaria preparazione alle funzioni che sono chiamate ad adempiere, non si spiega, con maggiore sicurezza di aver colto il vero carattere del fenomeno, l' attuale movimento sociale che non è in fondo, che l' anticipo violento di una rivoluzione che è nella natura stessa dell' evoluzione sociale?

I fattori, dunque, che valgono a spiegare il grandioso fenomeno della guerra o la fatale trasformazione della società odierna, fanno indiscutibilmente capo alle forze demografiche che riassumono e regolano l' organismo e la vita dei popoli.

Certo che la fondatezza e la ragione di questa teoria, la quale riconduce a profonde cause demografiche tutta la storia etnica e politica del mondo, è tanto meno visibile quanto più ci si vuol rendere conto di fatti prossimi o attuali. Ma a distanza di anni e di secoli, allorchè dei più importanti fatti sono scomparsi i contorni esteriori e restano soltanto le grandi linee, risulta chiara ed evidente l' idea del modo con cui quelle cause hanno agito.

Tutte le maggiori trasformazioni statali dell' Europa, di cui ci fornisce ricordo la storia o ci ha lasciato traccia l' archeologia, si riconducono, infatti, nella loro vera essenza, ad una serie di pressioni e di resistenze, di infiltrazioni e di sommersioni o di assorbimenti fra gli elementi delle principali razze (civiltà mediterranee, civiltà greche, civiltà ebraica, etrusca, Stati Uniti d'America, Stati dell'Australia) di cui è costituito il mondo. E come le grandi civiltà ripetono la loro origine, nella maggior parte dei casi, da fenomeni di immigrazione, nei quali il fattore numerico e qualitativo hanno avuto la loro decisiva importanza, ed il fiorire di queste o di altre civiltà si spiega collo sviluppo della popolazione, cui sono connessi primato militare, attività di scambi, progressi economici; così alla decadenza ed all' esaurimento demografico, che porta come conseguenza inevitabile diminuzione di

energie sociali, mancanza di ideali, rallentamento di rapporti commerciali, rilassatezza dei più sani principi morali, deve attribuirsi lo scomparire di Stati e lo spegnersi di civiltà che avevano illuminato il mondo del loro splendore.

Non sappiamo infatti di popoli già fiorenti per sviluppo dell'agricoltura, delle arti e delle industrie che, giunti ad un dato stadio di vita, sono spariti sotto l'urto invasore di genti rozze, povere, ma vergini di forze fisiche, che, quantunque lentamente, pur intrapresero il loro ciclo di civiltà agevolate dagli elementi più sani della civiltà sopraffatta, nelle cui vene esauste vennero a versare un fresco sangue rinnovatore?

E da che cosa in sostanza sono state determinate le maggiori rivoluzioni sociali dell'epoca moderna se non dalla lotta di due classi, e cioè di una classe di popolazione numericamente più forte e quindi più intraprendente, più ricca di aspirazioni, più audace e più fattiva, decisa a prevalere su una classe invecchiata nell'esercizio di potere, attaccata alle proprie prerogative, moralmente e materialmente in dissoluzione?

I più recenti studi, che si sono posto il problema di esaminare tali fenomeni importantissimi di dinamica sociale da un punto di vista generale o in applicazione di particolari avvenimenti storici, vanno certamente segnalati come indice di un nuovo indirizzo scientifico più vero e più profondo nella spiegazione del processo evolutivo della Società.

E la letteratura italiana, in questo campo, ha senza dubbio il primato. Esaminiamo le opere che si pongono come scopo la dimostrazione delle intime cause della guerra europea.

La spiegazione più geniale delle ragioni demografiche per cui tutti i popoli sono fatalmente condotti ad evolversi attraverso le rivoluzioni e le guerre, e l'Europa è stata spinta all'ultimo e più grande conflitto che la storia ricordi, è fornita dal Gini.

In un suo lavoro di alcuni anni fa, che meritamente prende posto tra i più apprezzati studi di sociologia applicata, *I fattori demografici dell'evoluzione delle nazioni* (Torino, Bocca, 1912), egli aveva segnato le linee fondamentali dello svolgimento della vita dei popoli attraverso il modificarsi degli elementi demografici che li compongono e che contengono l'indistruttibile destino dei popoli stessi.

In base a tali linee e prendendo in esame la particolare situazione dei grandi Stati moderni, egli ha successivamente mostrato

in due importanti monografie, (*I fattori demografici della guerra*, in *Riforma Sociale*, Aprile-maggio 1915 e *Fattori latenti delle guerre*, in *Rivista italiana di sociologia*, Gennaio-febbraio 1915) quale influenza le forze demografiche possano avere avuto sullo scoppio della guerra.

Se ogni nazione figura ad un dato momento, nel mondo, quasi esclusivamente per quello che sono e valgono le sue classi dirigenti, il suo avvenire dipende invece direttamente da quello che saranno e varranno altre classi, i cui peculiari caratteri fisici, intellettuali e morali vanno assumendo col tempo diffusione sempre maggiore. Ora tali peculiari caratteri, sono, per lo più, in relazione con una maggiore energia riproduttiva di queste ultime classi le quali, dopo che per tale nuova speciale qualità dinamica si trovano, a capo di un certo periodo di tempo, più o meno lungo a seconda dei casi, ad avere colmati i vuoti delle classi più alte della popolazione, aspirano a prenderne il posto nelle funzioni dirigenti. Questi movimenti di infiltrazione possono avvenire nell'interno dei singoli Stati pacificamente, o dando luogo in determinati momenti, come vedremo, a forme violente di sostituzione, e possono prodursi anche fra popolazioni di Stati diversi. È fenomeno generale che accanto a paesi giovani di grande esuberanza etnica abbiano posto paesi vecchi, esauriti nel loro lungo cammino di civiltà. Nella popolazione più giovane, e naturalmente meno ricca, gli elementi più prolifici e più poveri tendono a migliorare la loro sorte o emigrando od offrendo i loro servizi alla popolazione finitima più antica e quindi più ricca, ma bisognosa maggiormente di forze di lavoro. Il sistema delle popolazioni giovani di trar partito dalle proprie forze per assicurarsi la conquista dei bassi strati delle popolazioni confinanti è il miglior mezzo per scalzare gradualmente le classi medie, e poi le più elevate, in virtù di quel processo di ricambio sociale fra le classi cui abbiamo or ora accennato. È così che le nazioni più prolifiche finiscono col sostituirsi alla razza primitiva in tutto l'organismo sociale delle nazioni limitrofe.

Per converso le popolazioni vecchie, più potenti e più ricche, tentano ad impadronirsi degli strati superiori delle popolazioni finitime, che si trovano nei primi stadi del loro sviluppo, ed abbisognano quindi di persone che guidino ed organizzino le loro energie produttrici. In virtù di questa penetrazione gli elementi più progrediti assumeranno la parte direttiva della vita politica ed economica della Società, spesso le daranno il nome, talvolta anche la

lingua, le leggi, i costumi; imprimeranno così in essa la propria fisonomia nazionale. In seguito, però, il loro sangue, lentamente ma inesorabilmente sarà eliminato dal salire delle classi basse, e la popolazione riprenderà così col tempo la primitiva purezza di razza.

Se può avvenire che questo ultimo movimento di infiltrazione e di sostituzione si compia mercè la guerra o dia luogo ad un conflitto, è quasi sempre vero che il primo movimento determinato dalle nazioni giovani non può svolgersi senza contrasto della nazione vecchia, gelosa custode delle proprie tradizioni, della propria indipendenza.

E molte ragioni contribuiscono a rendere tale contrasto sempre più vivo e pericoloso:

a) Il pericolo politico e il danno economico, rappresentati da questi elementi estranei, crescono, col crescere del loro numero e col salire di essi dalle classi più basse alle superiori.

b) Mentre il loro numero aumenta, la loro qualità quasi sempre ne scapita.

c) Mentre i primi immigrati hanno temperato, almeno provvisoriamente, il bisogno di forze di lavoro, e si sono riversati in mercati, in cui la loro urgente utilità li rendeva bene accolti, i successivi sono costretti a dirigersi in regioni che offrono maggiore resistenza.

d) Col progredire del tempo, l'assimilazione dei nuovi venuti per parte dei nazionali si rende sempre più lenta e difficile. Le mutue relazioni fra gli immigrati contribuiscono, d'altra parte, a dar risalto alle differenze di costumi, di psicologia, di tratti fisici, che li dividono dai nativi, ed accentuano così il senso di individualità etnica, che spesso dall'esterno riceve frattanto nuovi incitamenti. E questa spiccata accentuazione di una nuova individualità etnica è quella che determina e fa più vivo il contrasto colla vecchia che tenta resistere ad ogni assimilazione.

Si intende che questo contrasto diventa tanto più acuto e pericoloso quanto più la nazione vecchia eccelle per ordinati sistemi di organizzazione, per antichi ordinamenti, per solide istituzioni.

Affermando che le grandi lotte nazionali di egemonia devono ricondursi fondamentalmente a circostanze di indole demografica, il Gini non intende punto di negare che fattori psicologici, o colturali, od economici non si accompagnino al fattore numerico e spesso anzi, fornendo le cause occasionali della guerra, non possano apparire come decisivi. Ed è in questo senso che il fattore demografico non può identificarsi col fattore numerico.

D' altra parte, la stessa pressione demografica si fa sentire attraverso a conflitti di sentimenti e di interessi.

Non è che manchi materialmente lo spazio agli elementi stranieri che si infiltrano; gli è che questi, non accettando la lingua, la religione, le abitudini, gli ideali patriottici della popolazione fra cui vivono, ne urtano i sentimenti; offrendo la mano d' opera, spesso anche i prodotti, a miglior mercato, in ragione della maggior abbondanza di forze di lavoro e della maggiore adattabilità derivante dal bisogno di espansione, ne urtano gli interessi economici; conservando le relazioni con i connazionali di oltre confine, aspirando a riunirsi con loro, ribellandosi ai tentativi di assimilazione, sopprimendo, magari con la violenza, le persone che di questi tentativi sono gli esecutori o i responsabili, o semplicemente i simboli, attentano alla sicurezza dello Stato o alla pubblica tranquillità.

Non si guerreggia, dunque, allegando a giustificazione la pressione demografica o l' incremento della popolazione; ma si guerreggia perchè le nazioni più giovani, accrescendosi in misura maggiore e non potendo espandersi in modo adeguato entro gli altrui confini, si trovano più e più a disagio, e, aumentando in forza, vantano sempre nuovi diritti, mentre le nazioni vecchie, un tempo preponderanti, non rinunciano, senza lotta, alle posizioni acquisite, e spesso prevengono l' altrui attacco e sempre profittano di ogni condizione favorevole per tentar di riprendere la perduta supremazia.

E, se ripicchi personali, incidenti diplomatici, attentati politici, dissensi religiosi, affermazioni o rivendicazioni nazionalistiche, conflitti economici, sogni imperialistici forniscono utili pretesti ed occasioni propizie, cause adeguate alle grandi guerre di egemonia, queste non cessano però di costituire un processo di riassestamento di fronte ad uno squilibrio maturatosi, fondamentalmente per cause demografiche, tra le posizioni acquisite in passato e le forze attuali delle nazioni (1).

Un' ampia conferma di questa concezione, mediante l'esame dei dati storici e statistici relativi alle nazioni protagoniste della grande guerra europea, trovasi nel volume di Lanfranco Maroi (*I fattori demografici del conflitto europeo*, con introduzione di Corrado

---

(1) Parecchie di qneste idee si trovano svolte e precisate nei due articoli del Gini: *Cause apparenti delle guerre* e *Teorie sulle cause delle guerre*, in *Politica*. 1° Maggio e 31 Dicembre 1919.

Gini, Roma, Athenaeum, 1919). In tale opera, si contiene pure la documentazione del fatto che i limiti nei quali esercita la sua azione il fattore demografico sono più estesi di quelli ai quali comunemente ci si riferisce.

Le nazioni sorgono e si costituiscono avendo a base un substrato numerico e si sviluppano ed acquistano vigore man mano che la popolazione si accresce; ma il fattore demografico è qualche cosa di più complesso della sua semplice consistenza materiale. È essenziale conoscere invece la popolazione di uno Stato secondo la sua composizione per età e per classi sociali; poi studiarla attraverso quei movimenti interni che danno luogo al ricambio demografico, forte di rinnovata energia degli elementi produttori della società, ed attraverso le varie fasi dei movimenti esterni che producono i fenomeni importantissimi dell' emigrazione e dell' immigrazione. Ne deriva che le popolazioni più vigorose, le quali si muovono, si espandono, vedono mutare necessariamente tutti gli altri aspetti della vita — economici, culturali, psicologici; che ideali dapprima ristretti si allargano, aspirazioni modeste acquistano consistenza, interessi limitati si prospettano più vasti e più urgenti; la vita si presenta in conclusione sotto forme ed atteggiamenti più complessi e decisi. Vi sono popolazioni invece che, per propria natura o per date circostanze, sono costrette a subire le altrui influenze demografiche, o non si trovano in grado di opporre una resistenza della stessa intensità; mentre, d'altra parte, popolazioni di eguale forza espansiva vengono necessariamente a contrasto fra di loro.

Chiarita così l' estensione da attribuirsi al fattore demografico, l'A. passa ad un esame della vita dei singoli Stati europei, mettendo in evidenza speciale gli elementi che dovevano determinare lo squilibrio da cui è stata causata la guerra. E comincia dalla Francia, dalla nazione, cioè, demograficamente più povera, che doveva di necessità risentire gli effetti del movimento delle popolazioni ad accrescimento più rapido con le quali si trovava a contatto. Della situazione demografica francese non poteva a meno di approfittare la Germania la quale, per attuare i propri disegni di espansione, vedeva nella Francia un paese oggetto di facile dominio. E, poichè era altresì convinta che, per forze militari, la Francia si trovasse in condizione di grande inferiorità le sembrò che, battendo in guerra la sua rivale, sarebbe stato poi più facile conquistarla territorialmente.

L' Inghilterra, per la estensione del suo impero, era in grado di assicurare in larga misura alla sua crescente popolazione i

mezzi dell' esistenza e sotto questo riguardo era in condizione di non scorgere neppure un lontano pericolo per un futuro bisogno di espansione; ma un pericolo di altro genere si prospettò e si ingigantì quando la Germania, per attuare le aspirazioni imperialistiche della conquista di territori adatti ad essere popolati ed economicamente sfruttati, non vide altra via che costituirsi un vasto dominio coloniale a spese della sua rivale.

In rapporto ai suoi maggiori bisogni ed al suo progamma di predominio, il fattore demografico si presentava per la Germania sotto un aspetto più complesso. Lo studio dell' accrescimento della popolazione, e del fenomeno migratorio in relazione allo sviluppo economico, danno modo di chiarire il vero carattere della espansione del popolo tedesco. Più lungo è l' esame dei mezzi coi quali la Germania ha cercato imporre il suo dominio mediante un' azione lenta ma di effetto sicuro; ed il fenomeno dell' infiltrazione demografica da essa attuata ha costituito argomento di uno studio particolare rispetto ai principali Stati di Europa ed alcuni di oltre Oceano, studio che dà modo di dimostrare come agisca il fattore demografico nel preparare l' assorbimento di popolazioni che non possono o non sanno opporre valida difesa.

Non sembrerebbe a prima vista che per l' Austria-Ungheria si potesse giustificare una provocazione alla guerra per cause demografiche, ma una minuta disamina delle forze vitali delle nazionalità costituenti l'organismo dell' Impero, conduce invece a ritenere che nel problema etnico di quello Stato, considerato demograficamente, si trova la base dei varî irredentismi e delle aspirazioni di autonomia e di indipendenza dei popoli soggetti. Dall' elemento slavo dell' Austria, contrastante lo sviluppo di quello tedesco, l'A. è passato, attraverso un esame della potenza demografica dei varî Stati slavi, ad una più vasta concezione della lotta fra germanesimo e panslavismo, la quale si sarebbe forse svegliata in maggiori proporzioni più tardi, ma che ha assunto intanto una importanza singolare come determinante del conflitto europeo.

La forza di espansione dell' elemento slavo, che non solo si è andato moltiplicando di numero più rapidamente delle altre razze, ma che negli ultimi decenni è andato crescendo maggiormente in coltura e ricchezza, deciso a difendere ad oltranza il proprio patrimonio tradizionale e linguistico, è uno dei fattori di straordinaria importanza come determinante di quella politica di contrasti etnici, demografici, economici che dovevano condurre fatalmente alla guerra.

Dal fatto di aver considerato il fattore demografico in stretto rapporto con quello economico, il Carli nella sua opera: *La ric-*

chezza e la guerra (Treves, Milano, 1915) fa ritenere di non avere inteso dare decisiva importanza a quel fattore. Ed infatti, propostosi il quesito se ognuna delle nazioni in conflitto avesse in sè sufficienti disponibilità per procurarsi agevolmente i beni necessari al soddisfacimento degli aumentati bisogni della sua crescente popolazione, egli intende provare come la lotta per la vita, considerata per ogni singolo Stato oggettivamente, non poteva essere la causa del conflitto attuale. Non lo poteva essere per la Russia che quantunque avesse il più alto coefficiente di natalità, produceva tanti alimenti da avere un largo margine per l' esportazione: non per la Francia che per nutrire una popolazione stazionaria possedeva una grande ricchezza nazionale; non per l' Inghilterra che col suo immenso impero coloniale aveva la sicurezza che non le sarebbero mai venute a mancare le condizioni di esistenza e di sviluppo della sua popolazione, e neppure per la Germania la quale, se aveva un *deficit* alimentare di quasi tre miliardi di franchi, aveva in contrapposto una tale esuberanza di produzione industriale, per il cui smercio si era assicurati i più importanti mercati mondiali, da compensare ad usura i propri bisogni alimentari (1).

Al Carli, però, si deve un recente volume (*L' equilibrio delle nazioni. Studi di demografia applicata.* Bologna, Zanichelli, 1920), nel quale il fenomeno demografico è esaminato e discusso, non solo in rapporto alla guerra, ma in rapporto alla vita in genere delle nazioni, e non solo nel loro stadio attuale di sviluppo, ma attraverso il secolare cammino della loro civiltà.

Il Carli pone a base del suo ragionamento quel nuovo indirizzo delle scienze sperimentali che, all' antica nozione statica dell' equilibrio, ha sostituito una nozione cinetica, secondo cui l' equilibrio non *è*, ma *diviene*, non è uno stato di riposo o di inerzia, nascente dall' annullarsi di due forze uguali ed opposte, ma si attua continuamente tra forze all' origine differenti, che si bilanciano con un seguito di variazioni uniformi. L' equilibrio si distinguerebbe dallo squilibrio, solo perchè quello bilancia forze all' origine diseguali con variazioni uniformi, questo invece con variazioni irregolari e saltuarie.

---

(1) Sotto altro rapporto, e cioè nello studio del fattore economico, che egli non si limita a considerare nell' ultimo stadio del suo sviluppo, e che invece esamina nel gioco delle sue complesse reazioni in rapporto al tempo ed alle condizioni speciali di ciascun Stato, l' opera del Carli acquista particolare pregio.

Ora, affinchè sia possibile, nei limiti di uno Stato, un equilibrio cinetico, che è quanto dire una direzione uniforme del movimento sociale o variabile in modo uniforme, è necessario che esistano piccole differenze di potenziale fra le classi (*Potenziale,* per l'A., nella sua più semplice espressione, sta a designare l'insieme della dinamica fra l'individuo e l'ambiente, in dipendenza della non equivalenza fra azione e reazione. Ogni classe ha un suo potenziale, il quale è funzione del potenziale del singolo. Il fattore potenziale dell'individuo è anche il fattore primario di quel fenomeno complesso che si chiama il potenziale nazionale). Allora sarà possibile una interpenetrazione dei rapporti, una reciproca infiltrazione degli elementi propri di ciascuna, che darà luogo ad un attivo ricambio delle vite, delle idee, delle tendenze pratiche; ricambio demografico, psicologico, politico. E allora tutta la nazione sarà vitale rimanendo in equilibrio cinetico, mentre, ove esistessero grandi differenze di potenziale, si avrebbero varianti eccessive che portano alla guerra delle classi.

Questi stessi principi si applicano all'equilibrio cinetico di un gruppo di nazioni. Affinchè non avvengano deviazioni che sconvolgano tutti i rapporti preesistenti o spostino la direzione di tutto il sistema sociale, è necessario che esistano fra le nazioni del gruppo piccole differenze di potenziale. Allora infatti è possibile che avvenga fra una singola nazione e tutte le altre un continuo ricambio di azioni e reazioni benefiche alla vitalità delle nazioni stesse.

A fondamento dell'equilibrio cinetico di cui abbiamo parlato, quasi come *primum mobile* di tutto l'insieme di movimenti in che si riassume lo svolgimento della vita delle classi o delle nazioni, è necessario che vi sia un fattore di ordine spirituale, che l'A. chiama la *fede nelle possibilità* e che sarebbe l'insieme delle rappresentazioni di condizioni future concepite come realizzabili. Ogni nazione possiede, in un dato momento della sua vita, un insieme di condizioni obbiettive e di condizioni soggettive corrispondenti che si può chiamare *le attualità.* Le attualità sono fatti e ideologie. I primi possono essere naturali e sociali. Sono naturali: il territorio, il numero degli abitanti, la loro riproduttività; sono sociali: gli ordinamenti giuridici, politici, religiosi, la divisione della popolazione in agricola ed urbana, la sua differenziazione in classi. A tutti questi fatti corrispondono altrettante ideologie. Così al fatto del territorio o della frontiera corrisponde una idealità, la quale è più o meno limpida a seconda che la nazione possiede una coscienza a stati più o meno forti; la rappresentazione del sistema con cui

la nazione è governata costituisce una idealità; il diritto di proprietà, di successione costituiscono delle idealità ecc. Se i rapporti interni della nazione ed i rapporti fra essa e l'ambiente, e cioè i rapporti internazionali, rimanessero invariati, rimarrebbero pure invariate e le forme e la quantità di attività della nazione e dell'ambiente, ed allora rimarrebbero inalterati fatti ed ideologie collettive. Ma, poichè la popolazione aumenta o diminuisce, si alterano di continuo i rapporti numerici fra le sue classi, così fatti ed ideologie sono in movimento. Allora è possibile che condizioni future siano antivedute, e che la coscienza collettiva rappresenti a sè stessa condizioni future come realizzabili. Si formano così idealità, che non corrispondono alle attualità, ma presentano una divergenza da queste. La divergenza può essere positiva o negativa; è negativa quando la realizzazione delle condizioni antivedute conduce ad una deteriorazione quantitativa o qualitativa delle presenti; è positiva quando conduce ad un ampliamento di queste o ad un miglioramento tale da determinare per la nazione una facilitazione di movimento o una nuova possibilità di conquiste di carattere superiore. Alle divergenze positive si riserva più precisamente la designazione di *possibilità*. Mentre, dunque, le attualità sono fatti e ideologie, e mentre le rappresentazioni collettive delle condizioni attuali sono idealità statiche, le rappresentazioni di condizioni future, concepite come realizzabili, sono idealità dinamiche. Nell'insieme di queste idealità dinamiche consiste dunque *la fede nelle possibilità* della nazione.

Le cause che determinano tale fede possono essere cause naturali, ma specialmente sono cause sociali, e cioè: *a*) cause politiche, come la presenza di una grande personalità organizzatrice, una guerra vittoriosa; *b*) la scoperta di nuove terre; *c*) un rapido slancio del processo inventivo; *d*) le riforme sociali atte a dare all'individuo un più vivo senso di libertà.

L'ampiezza della divergenza fra le attualità e le possibilità dipende principalmente dal dinamismo demografico.

Il dinamismo demografico influisce sull'ampiezza della divergenza prima di tutto col variare dei rapporti numerici, poi col variare dei fattori qualitativi. Il fatto che una popolazione cresca tanto da alterare profondamente il rapporto tra essa ed il territorio che attualmente ha a sua disposizione, può determinare in lei un sentimento di angustia e d'insufficienza dello spazio e condensare nella coscienza collettiva la rappresentazione di una più vasta unità spaziale o territoriale: se questa è concepita come realizzabile, si

avrà nella nazione una fede nella possibilità di un ampliamento di quella attualità che è la frontiera. Il fatto che cangiano i rapporti tra la popolazione feconda e non feconda, attiva e passiva, deve pure influire moltissimo sull'ampiezza della divergenza tra le attualità e le possibilità; poichè più numerosa è la popolazione passiva che la popolazione attiva deve mantenere, e maggiore dev'essere in quest'ultima la capacità di fare ampi programmi di lavoro, di concepire vaste realizzazioni, maggiore in sostanza, dev'essere la sua fede nelle possibilità. E lo stesso dicasi del variare dei rapporti fra la popolazione urbana e rurale: nelle città difatti tutte le attività hanno un coefficiente di potenza maggiore che nelle campagne, onde ivi si formano in maggiore misura idealità dinamiche, poichè le speranze, le aspettazioni, le cupidigie individuali più facilmente si fondono — per il giuoco delle azioni e reazioni psichiche — in rappresentazioni collettive di condizioni future pensate come realizzabili. E infine lo stesso dicasi del mutare dei rapporti numerici fra le classi, poichè le classi inferiori, appunto perchè possiedono poco o nulla dei beni sociali, hanno molto o tutto da conquistare, e quindi sono quelle che naturalmente devono alimentare lo spirito di novazione. E poichè, per la legge dell'accrescimento delle classi in ragione inversa della loro altezza, il rapporto fra esse e le superiori si sposta continuamente in loro favore, è evidente che, in seguito a questo dinamismo, si deve determinare una serie di divergenze di ampiezza crescente fra le attualità e le possibilità almeno in un certo campo della coscienza nazionale, il quale potrà anche diventare il più assorbente e preponderante.

Quando un popolo crede alla esistenza di un vasto campo di possibilità, è attivo, energico, dinamico, conquistatore; tende ad assumere sempre più una parte di iniziativa nella storia; e non è meraviglia che, in tal caso, debba dilatarsi, aumentarsi, espandersi anche demograficamente. Così fu del popolo romano, la cui massima ascesa demografica coincide col punto in cui il campo potenziale delle possibilità fu in gran parte realizzato con le vittorie su Cartagine, in seguito alle quali Roma conquistò il primato nel Mediterraneo. Altrettanto avviene all'epoca della lotta comunale in Italia la quale è, dal punto di vista demografico-economico, la lotta delle città per la conquista delle campagne. Quando le nuove popolazioni cittadine avvertono la possibilità di tale conquista, diventano sempre più dinamiche e si dilatano rapidamente non solo a spese della popolazione campestre immigrante, ma anche e sopratutto per loro intima virtù. E lo stesso fenomeno seguì contemporaneamente a

Milano, a Padova, a Brescia, a Verona, e in tutte le principali città italiane. Fu un nuovo slancio vitale che si manifestò in diverse guise nella volontà di resistenza allo straniero, nella conquista della ricchezza, nella crescente natalità. Così in Francia, se vi fu un tempo in cui la psiche francese non dovette avere il senso di un limite insuperabile, ma dovette avere quello di possibilità infinite, esso fu quello compreso fra lo scoppio della rivoluzione e la fine delle guerre napoleoniche. Ebbene, fu precisamente questo il periodo in cui la popolazione francese aumentò notevolmente. E in Russia il massimo slancio demografico è cominciato dopo il 1861, dopo l'atto di affrancazione dei servi, un atto, cioè, che diede a larghi strati della popolazione il senso della libertà e quindi delle possibilità. E questo senso di autonomia e questa fede nelle possibilità fu ancora maggiore quando l'ukase del 1906 ampliò le concezioni e rese più effettivi i benefici accordati dall'atto liberale del 1861.

Su questa concezione che stabilisce un rapporto intimo fra le idealità o fedi nelle possibilità delle nazioni e i movimenti demografici, si fonda tutta l'opera del Carli, il quale si prefigge di dimostrare — e riesce a farlo con ricchezza di argomentazioni e di notizie — come i movimenti demografici diventano a loro volta il substrato di tutti gli altri movimenti economici, psicologici e politici.

Come il fattore demografico, reagendo sugli altri fattori ora accennati prepara lo sviluppo e il progresso dei popoli, così lo stesso fattore demografico può causare quegli squilibri che prendono il nome di decadenze e rivoluzioni se si producono nell'interno dei singoli Stati, e di guerre se si producono fra Stati e Stati.

Quando la classe dirigente di una nazione non si rinnova in modo sufficiente nè assorbe abbastanza elementi surrogatori, in modo da mantenersi sempre attiva demograficamente e psicologicamente e da variare quindi in modo opportuno il programma nazionale, il giuoco delle azioni e reazioni psichiche illanguidisce e si attenua; non si riesce più a mantenere nè le cose nè i valori intellettuali e morali che si possedevano; la coscienza collettiva ne smarrisce la memoria e la volontà nazionale perde il desiderio di potere. La nazione si avvia dunque alla decadenza.

Quando in una stessa nazione accade, nelle classi superiori da una parte e nelle inferiori dall'altra, un inverso movimento demografico, di deperimento nel primo caso, di sviluppo nel secondo, deve avvenire anche un inverso movimento psico-sociale. Da un lato, per il principio della crescente negatività delle reazioni continue inizialmente negative, i valori spirituali del primo gruppo degradano;

dall'altro, per il principio inverso, accade nel secondo gruppo una continua esaltazione dei valori. È naturale che debba venire il momento in cui i due movimenti interferiscano; perchè il mantenimento dell'ordine di una nazione non è possibile se non in quanto esista un elemento psichico comune a tutti i suoi componenti, se non in quanto ciascun *ego* si senta *socius* di ciascuno degli altri. Invece, nel caso attuale, aumenta continuamente il distacco fra le idealità delle classi dirigenti e quelle delle classi sottoposte, cosicchè deve venire il momento in cui sarà scomparso ogni elemento comune. E allora le idealità più forti cercheranno di realizzarsi sostituendosi alle più deboli; ed, ove ciò non possa avvenire pacificamente, accadrà con la violenza.

La formazione della coscienza rivoluzionaria pertanto ha, come substrato demografico, la legge dell'accrescimento delle classi in ragione inversa della loro altezza, con un contemporaneo ostacolo al ricambio sociale. Là dove gli ordinamenti giuridico-politici costituiscono un diaframma rigido fra le classi da consentire una immissione di elementi nuovi nelle classi dirigenti sufficiente per rinnovarle, ivi avviene in tutta la sua portata il fenomeno sopra descritto. Allora la coscienza rivoluzionaria si forma inevitabilmente, poichè, intensificandosi nelle classi inferiori il dinamismo delle azioni e reazioni psichiche, hanno luogo residui positivi continuamente maggiori: il quale fatto si traduce in quest'altro, che si forma una coscienza collettiva, e che questa si rappresenta sempre nuovi particolari del fatto futuro. Verrà un momento in cui la rappresentazione apparirà così limpida, così nitida, e così ricca di contenuto, da essere quasi a dire sensibile, onde poi la volontà collettiva sarà sospinta irresistibilmente alla sua realizzazione. Ed invero, sotto tutte le rivoluzioni, noi troviamo questo duplice movimento demografico: tanto in quella dei Ciompi quanto in quella del 1889, così in quelle di Roma come nella rivoluzione russa (1).

La formazione della coscienza rivoluzionaria dipende, però, soltanto in prima istanza dal fattore numerico; poichè essa dipende ancora dal fattore qualitativo. Le popolazioni, in cui le età giovani prevalgono, sono più proclivi ai cangiamenti che non quelle in cui le età adulte sono in prevalenza; i giovani sono precisamente gli spiriti più avventurosi, quelli che, nel giuoco delle azioni e reazioni fra l'in-

(1) L'imperialismo proletario determinato dall'accrescimento demografico, in contrasto coll'imperialismo dei ceti dominanti, è la causa delle rivoluzioni su cui ritorna il Carli in un suo recentissimo volumetto: *L'evoluzione delle rivoluzioni* (Treves, Milano, 1920).

dividuo ed il gruppo, danno luogo ai maggiori residui psichici. E questa stessa è la ragione per cui i focolari della coscienza rivoluzionaria si devono ricercare nelle città: queste difatti si alimentano della popolazione immigrata la quale si inurba in età atta a produrre e cioè in età giovane.

Come, poi, lo squilibrio fra il fattore demografico e gli altri fattori sociali possa portare alla guerra è dimostrato dall'A. specialmente colla esperienza della guerra europea.

La società che, demograficamente, possiamo chiamare europea, era nata dalla rivoluzione industriale inglese e dalla rivoluzione francese con una grande fede nella possibilità, la quale doveva essere il fattore primo del suo rapidissimo accrescimento numerico.

Il forte sviluppo numerico diede un polso particolarmente celere al ritmo demografico-economico nel secolo 1815-1914; il forte sviluppo numerico e l'agglomerazione urbanistica determinarono numerose e forti varianti economiche, demo-psichiche e politiche. Queste varianti però non si distribuirono tutte in maniera uniforme, ma si distribuirono diversamente sia per qualità sia per numero nelle singole nazioni e nelle serie degli anni. È questa una prima causa che doveva impedire al movimento di tutto il sistema di continuare in un'unica direzione. Ciò tanto più in quanto che le varianti erano complicate da una serie di antitesi, le quali dipendono precisamente dall'incrociarsi delle tendenze individualistiche e per ciò umanitaristiche sui risultati del processo di differenziazione dell'Europa.

Tuttavia una certa uniformità di movimenti si era prodotta nelle nazioni anglo-latine attraverso lunghe esperienze storiche, ch'esse avevano compiute in gran parte sopra se stesse, e mediante numerose e lievi riequilibriazioni interne e coll'ambiente. La grande variante incompatibile con quelle di tutto il resto del sistema, e cioè dell'ambiente, fu nel mondo germanico. La Germania aveva in più alto grado di tutte le altre nazioni la « fede ego-centrica in possibilità non mai esaurientisi ».

Come le altre nazioni, essa organizzava politicamente il sentimento imperialistico, ma, a differenza di quelle, senza tener conto delle possibilità dell'ambiente, senza cioè un sentimento del *limite europeo*, e cioè senza avere la consapevolezza o, comunque, senza tener conto del processo millenario di differenziazione dell'Europa. La sua immensa « fede nelle possibilità » dava un polso oltremodo celere al suo dinamismo vitale; la divergenza positiva fra le « attualità » e le « possibilità » era enorme. Inizialmente positiva, dopo

il 1813, la sua reazione sul mondo esteriore procedeva con positività crescente; era naturale che dovesse venire il momento in cui tale reazione avrebbe impedito al movimento di tutto il sistema di continuare in modo uniforme. Ciò tanto più in qnanto che, deficiente di istinto politico, la Germania non aveva saputo costruire all'interno un sistema nazionale in equilibrio. Il suo sistema nazionale era viziato da un grave squilibrio demografico-politico, da un grave squilibrio economico, da un grave squilibrio politico. Questi squilibri erano però soltanto potenziali, vale a dire non erano giunti al momento critico; se fossero giunti al momento critico, la Germania avrebbe subìto o una immane crisi o una grande rivoluzione che l'avrebbero sfasciata e ricostruita su nuove basi. La enorme variante incompatibile col movimento di tutto il sistema europeo era adunque questa, che, mentre la Germania era in forte squilibrio interno, aveva contemporaneamente una fede infinita nelle proprie possibilità, credeva di possedere un potenziale infinitamente più alto di quello del suo ambiente. Essa, pertanto, cercò la riequilibrazione non con un adattamento *di sè*, ma con un adattamento *a sè*. E, poichè l'ambiente era esso stesso inficiato da contraddizioni interne, essa potè credere di salvare l'Europa organizzandola e salvando se stessa. In realtà la Germania andava all'incontro di tutto un processo storico millenario che essa era incapace di valutare e che probabilmente avrebbe finito coll'esprimere dalle sue profondità nuove forze di organizzazione.

Questa, in sintesi, l'opera del Carli, della quale si può non accettare il metodo di esposizione, nella quale si possono rilevare contraddizioni nella esposizione dei fenomeni da lui assunti a documento delle sue teorie, ma che giunge indubbiamente al suo scopo, che è quello di mostrare quale posto di preminenza tocchi al fattore demografico nella evoluzione sociale.

Se le crisi economiche sono d'ordinario accompagnate da effetti demografici di non trascurabile importanza, tanto più le guerre, che provocano ristagni di produzione e perturbazioni industriali e commerciali più forti di quelli causati dalle crisi di origine puramente economica, debbono far risentire maggiori le loro conseguenze sul movimento della popolazione.

Così l'Hersch, dell'Università di Ginevra, in una comunicazione fatta all'Istituto Nazionale Ginevrino (*La mortalité chez les neutres en temps de guerre* - Georg et C.° - Genève - 1915) riassume gli effetti generali demografici delle grandi guerre moderne:

1° - Le perturbazioni demografiche provocate dalla guerra si

fanno sentire non solo durante le ostilità, ma ancora dopo la conclusione della pace, per un certo periodo di anni che si chiama « periodo demografico della guerra », sempre più lungo che la guerra stessa.

2° - Il periodo demografico di ogni guerra moderna si compone di due fasi successive: di una fase *distruttiva*, caratterizzata da un aumento brusco di mortalità e da una diminuzione egualmente brusca della nuzialità e della natalità, e di una fase *riparatrice*, la cui caratteristica è una discesa brusca della mortalità al di sotto del tasso normale ed una improvvisa e notevole ascesa della nuzialità e della natalità anch'esse al di sopra del loro livello normale.

3° - In definitiva, considerando il risultato finale delle due fasi del periodo demografico della guerra, si osserva che sia la mortalità che la nuzialità e la natalità si saldano con eccedenze positive nel senso matematico della parola; e cioè si constatano, in un periodo demografico di guerra, più morti, più matrimoni e più nascite che in tempo normale.

4° - Il periodo demografico della guerra non comincia e non termina contemporaneamente per tutte e tre le categorie dei fenomeni demografici: il periodo demografico incomincia per le morti e per i matrimoni un anno (più esattamente nove mesi) prima che per le nascite e termina più presto per la mortalità, poi per la nuzialità ed in ultimo per la natalità.

5° - Da un punto di vista generale la fase distruttrice si fa sentire più fortemente sul movimento dei morti, mentre che la fase riparatrice non esercita su questa categoria che un'azione molto ridotta; i matrimoni, invece, e le nascite sono meno provati durante la fase distruttrice e molto più favoriti nella fase riparatrice.

Per quanto riguarda in ispecial modo *l'eccesso della mortalità* causato da una guerra moderna, l'A. rileva le seguenti costanti regolarità:

a) Le grandi guerre moderne causano un eccesso di mortalità in due modi: direttamente fra i combattenti, indirettamente fra la popolazione civile.

b) Mentre che l'eccesso di mortalità direttamente prodotto dalla guerra non riguarda che gli uomini appartenenti a determinati gruppi di età, l'azione indiretta della guerra sulla mortalità si estende alle persone dei due sessi e di tutte le età.

c) L'eccesso di mortalità indirettamente causato dalla guerra è molto più forte di quello che la guerra produce direttamente. Così, in Austria, nella guerra del 1866, il numero dei combattenti

uccisi o dispersi è stato di 53,000, mentre che l'eccesso di mortalità della popolazione civile deve valutarsi a 200,000. Nel 1870-1871 il numero dei soldati tedeschi uccisi, morti negli ospedali o dispersi, è stato di 41,000 mentre che, secondo i registri dello stato civile, il totale dei morti, in seguito alla situazione interna creata dalla guerra, è stato di 270,000 nella sola Prussia. In Francia, durante la stessa guerra, sono morti per effetto diretto della guerra 100,000 soldati, mentre che l'eccedenza di mortalità nella popolazione civile si calcola a quasi 600,000 persone.

d) L'eccesso di mortalità indirettamente provocato dalla guerra si produce in misura presso che uguale nei due sessi; presso che uguale, perchè è leggermente superiore fra gli uomini che fra le donne.

e) È alle due classi estreme della vita, pei bambini al di sotto di cinque anni e per i più vecchi, che gli effetti distruttori della guerra si manifestano più forti; ed invece per gli individui da 10 a 15 anni ed età prossime, l'eccesso di mortalità è più debole. Dopo l'età di 20 anni la mortalità sale leggermente e gradualmente fino all'età di 55-65 anni, per risalire poi bruscamente nelle persone di oltre quella età. E, poichè il numero delle persone che hanno una età molto avanzata è ristretto, così è specialmente nelle età più basse che avviene la maggiore perdita per effetto indiretto della guerra. Si arriva, cioè, alla conclusione paradossale che i grandi fanno la guerra ed i piccoli ne sono le principali vittime.

Ma più lungamente si intrattiene l'Hersch sugli effetti che le grandi guerre passate hanno avuto sulla mortalità nei piccoli paesi neutri, limitrofi ai paesi in guerra, eccesso di mortalità provocato dai gravi perturbamenti economici che quelle guerre hanno prodotto inevitabilmente.

Così in Olanda, nel 1865, si ebbero 91,074 morti e 101,854 nel 1866, con una eccedenza dunque di 10,780, pari al 12 per cento. Per il Belgio, che era più vicino al teatro delle ostilità e che è un paese più industriale, si ebbero, fra i due anni 28,775 morti in più, e cioè il 24%. E l'anno 1865 era stato, sia per il Belgio che per l'Olanda, un anno di mortalità assai elevata. Si noti, a titolo di confronto, che l'eccedenza della mortalità cagionata dalla stessa guerra nei paesi belligeranti era stata di 130,000 per la Prussia e e di 200,000 per l'Austria; ciò che corrisponde al 25 ed al 34% della loro mortalità nel 1865.

La guerra nel 1870 è stata, per i neutri, anche più grave della precedente. La fase distruttrice ha durato tre anni (1870-73), durante

il quale periodo l'eccesso di mortalità è stato, in Olanda di 46,979 morti, e cioè il 57% della mortalità del 1869, considerato anno normale, nel Belgio di 55,413 morti, e cioè del 51%. Nella Svizzera, la mortalità del 1870 e del 1871 superò quella del 1872, che può considerarsi per quel paese un anno normale, di 23,232 morti, e cioè del 40%. Nei due paesi belligeranti, Francia e Prussia, la mortalità del 1870-71 superò quella di un anno normale nella misura rispettivamente del 40 e del 60%.

Gli eccessi di mortalità sopra considerati riguardo al sesso ed all'età si distribuiscono secondo le norme generali sopra indicate.

Il sesso maschile, quindi, è stato generalmente più provato di quello femminile. Nell'Olanda l'eccesso è stato, nel 1866, del 51% per i maschi e del 49% per le donne e nel 1870-72 del 53 e del 47%. Nel Belgio la sproporzione è stata anche maggiore: il 52 e 48% nel 1866 e 55 e 45% nel 1870-72.

Anche la distribuzione dell'eccesso della mortalità per età avviene, per l'Hersch, seconda la regola già esposta. Nel Belgio i bambini di meno di 5 anni hanno dato il 46%, e cioè quasi la metà dell'eccesso della mortalità di tutto il periodo 1870-72. In Olanda lo stesso gruppo ha fornito il 62% del totale della mortalità causato indirettamente dalla guerra. In Isvizzera la proporzione è stata minore, ma sempre alta: il 32%.

Questi sono, in fedele riassunto, i risultati più importanti esposti dall'Hersch, ai quali sono state mosse, da parte di alcuni statistici, obbiezioni notevoli.

Prima di esporre tali obbiezioni, che segnano per altro altrettanti contributi sull'argomento, preme esser sicuri se tutte le proposizioni enunciate dall'Hersch sulla esperienza delle guerre passate abbiano avuta applicazione nell'ultima guerra.

Mi pare che la proposizione quinta, relativa agli effetti generali demografici della grande guerra, sia stata smentita in base ai risultati che possono trarsi dalle statistiche fino ad ora note.

Consideriamo prima i paesi belligeranti.

Mentre in Francia il numero dei matrimoni da 5.1 nel 1914 per mille ab. del cens. 1911 è sceso a 2.3 nel 1915, per risalire soltanto a 3.3 nel 1916 e a 4.8 nel 1917 e le nascite da 18.0 nel 1914 sono scese a 11.7 nel 1915, a 9.5 nel 1916, a 10.4 nel 1917, a 12.1 nel 1918, i morti da 19.6 nel 1914 sono saliti appena a 19.8 nel 1915, per scendere negli anni successivi a 18.4 nel 1916 e 18.5 nel 1918. La proporzione di 23.8 nel 1918 è dovuta all'epidemia influenzale.

Gli effetti della guerra si sono fatti sentire più sulla nuzialità e natalità che sulla mortalità anche in Inghilterra e Galles, dove mentre i matrimoni sono scesi da 7.9 per mille nel 1914 fino a 6.9 nel 1917 e le nascite da 23.8 nel 1914 a 17.7 nel 1918, i morti da 14.0 nel 1914 sono saliti solo a 15.7 nel 1915; negli altri anni, 1916 e 1917, salirono appena a 14.4. La mortalità eccezionale di 17.6 nel 1918 è pure essa dovuta all'influenza.

Per l'Impero tedesco le cifre assolute danno questi risultati:

	Matrimoni	Nati vivi	Morti
1913	513.283	1.838.750	1.004.950
1914	460.608	1.818.596	1.052.559
1915	278 208	1.382.546	1.019.658
1916	279.076	1.029.484	960.667

In Germania, dunque, la mortalità non è il fenomeno demografico che ha risentito in maggiore misura gli effetti della guerra.

Nel Belgio i matrimoni da 8.0 per mille nel 1913, anno normale, sono scesi fino a 3.4 nel 1915 e saliti a non oltre 4 5 negli anni di di guerra ed i nati da 21.6 sono diminuiti a 11.3 nel 1917; i morti da 13.9 sono saliti a 14.2 nel 1914, poi discesi a 13.9 nel 1915, a 13.2 nel 1916. Solo nel 1917 salirono di nuovo a 16.4. Ma in proporzione l'aumento della mortalità non è stato così forte come la diminuzione della nuzialità e della natalità.

L'Italia non ha neppur'essa fatto eccezione alla regola degli altri Stati:

	Matrimoni ‰ ab.	Nati vivi ‰ ab.	Morti ‰ ab.
1914	7.03	31.1	17.9
1915	5.11	30.5	19.6
1916	2.89	24.1	19.7
1917	2.70	19.0	18.7

A conferma ecco altresì i dati relativi alla città di Roma:

	Matrimoni ‰ ab.	Nati vivi ‰ ab.	Morti ‰ ab.
1914	7.0	26.7	17.4
1915	5.8	25.2	17.5
1916	4.9	20.9	17.7
1917	4.1	18.8	17.1
1918	4.7	16.6	28.7

Ma a noi importa conoscere anche gli effetti demografici dei paesi neutri, alcuni dei quali hanno risentito in sensibili proporzioni le conseguenze della guerra:

Svizzera	Matrimoni ‰ ab.	Nati vivi ‰ ab.	Morti ‰ ab.
1913	6.9	23.1	14.3
1914	5.7	22.5	13.8
1915	5.0	19.5	13.3
1916	5.7	19.0	13.0
1917	5.9	18.2	13.2

Spagna	Matrimoni ‰ ab.	Nati vivi ‰ ab.	Morti ‰ ab.
1913	6.8	30.4	25.1
1914	6.5	29.8	26.2
1915	6.2	30.8	25.0
1916	6.6	29.0	24.9
1917	6.8	28.8	26.3
1918	6.8	29.4	34.1

Olanda	Matrimoni ‰ ab.	Nati vivi ‰ ab.	Morti ‰ ab.
1913	7.8	28.1	12.3
1914	6.8	28.2	12.4
1915	6.7	26.2	12.5
1917	7.2	26.5	12.9
1917	7.3	26.0	13.1
1918	7.3	24.8	17.1

Danimarca	Matrimoni ‰ ab.	Nati vivi ‰ ab.	Morti ‰ ab.
1913	7.2	25.6	12.5
1914	6.9	25.6	12.5
1915	6.5	24.2	12.8
1916	7.2	24.3	13.4
1917	7.0	23.7	13.3
1918	7.7	24.2	13.0

Nei paesi neutri che più direttamente hanno sopportato gli effetti demografici della guerra, e cioè la Svizzera e l'Olanda,

la mortalità ha meno risentito della nuzialità e della natalità. Gli altri Stati, in genere, non hanno avuto fenomeni molto rilevanti su tutto il movimento della popolazione; tuttavia sia la nuzialità che la natalità son scese più di quello che non sia salita la mortalità.

Ed ora veniamo alle obbiezioni di carattere metodologico mosse al procedimento adottato dall' HERSCH.

La prima obbiezione è venuta dal NIXON, in un articolo dal titolo « *War and national vital Statistics with special referenee to the franco-prussian war*, in *Journal of the Royal Statistical Society*, July, 1916 ». L'HERSCH, abbiamo visto, ha calcolato l'aumento della mortalità determinato dalla guerra facendo la *differenza assoluta* tra la mortalità riscontrata nel periodo di guerra e la mortalità di un anno normale del tempo di pace. Egli, cioè, si sarebbe servito nelle sue indagini di una formula corrispondente alla seguente:

$$e = q_{ng} - q_n$$

in cui q_n sarebbe il tasso normale di morte, q_{ng} il tasso di morte che risente della guerra. L'eccesso di mortalità dovuto alla guerra sarebbe rappresentato da e.

E dopo avere osservato che e riesce più elevato dove q_n è più elevato, ne deduce che le conseguenze indirette della guerra sono più gravi per gli individui più deboli dal punto di vista della vitalità. Infatti egli dimostra che, durante la guerra franco-prussiana del 1870-71, l'aumento di mortalità nelle popolazioni del Belgio, della Svizzera e dell'Olanda fu più forte alle estremità della vita e molto più basso nelle età intermedie.

Al procedimento dell'HERSCH il NIXON oppone che, per giudicare dell'aggravarsi della mortalità, conviene basarsi, non sopra l'aumento assoluto, ma sopra l'aumento relativo, desunto dal rapporto dell'aumento assoluto di mortalità alla mortalità normale. Usando il metodo degli aumenti assoluti dell'HERSCH si direbbe che un aumento dei tassi di mortalità dal 10 al 15 per mille è molto più grave di un aumento dei tassi di mortalità dal 3 al 6 per mille. Il primo, tuttavia, è un aumento del 50 per cento, il secondo del 100 per cento. Sono, dunque, queste ultime le cifre che dovrebbero essere paragonate. Il NIXON fonderebbe il suo procedimento sul seguente rapporto:

$$e = \frac{q_{ng} - q_n}{q_n}$$

E con quest'indice egli arriva a risultati opposti a quelli dell'HERSCH. Appare dai suoi calcoli, infatti, che, in alcuni paesi le

età più alte, ed in altri paesi le età infantili presentano l'aumento minimo di mortalità; mentre il massimo si sarebbe verificato dappertutto nella puerizia e nella adolescenza o nella età adulta.

Il GINI (*Sull'aumento di mortalità determinato dalla guerra* in *Rivista Italiana di Sociologia*, Settembre-dicembre 1916) ritiene che la critica del NIXON all'HERSCH sia fondata nella sua essenza, perchè, per giudicare dell'importanza di una variazione, conviene anzitutto tener conto dello stato da cui la variazione si inizia. E per fare ciò, nel caso concreto dell'aumento di mortalità determinato dalla guerra, conviene prendere a fondamento del calcolo, non l'aumento assoluto, ma l'aumento relativo della mortalità. Ma in quanto al modo col quale l'aumento della mortalità debba porsi in relazione col suo stato precedente, il metodo del NIXON sembra al GINI inaccettabile poichè conduce, per gli stessi dati, a risultati contradditori. Se la mortalità, egli dice, in una categoria di popolazione A è aumentata dal 10 al 15 per mille, ed in una categoria di popolazione B dal 5 al 10 per mille — e cioè in entrambe del 5 per mille — seguendo il procedimento adottato dal NIXON si dovrebbe dire che la mortalità è cresciuta più fortemente nella categoria B che in quella A poichè è $\frac{15-10}{10} < \frac{10-5}{5}$. Ma dire che, nella categoria di popolazione A, la mortalità è aumentata dal 10 al 15 per mille, è come dire che la sopravvivenza ne è diminuita dal 990 al 985 per mille; e similmente, dire che nella categoria B la mortalità è aumentata dal 5 al 10 per mille, è come dire che la sopravvivenza vi è diminuita dal 995 al 990 per mille. Ora, adottando il procedimento seguito dal NIXON, si dovrebbe dire che la sopravvivenza è diminuita più fortemente nella categoria A, poichè è $\frac{990-985}{990} > \frac{995-990}{995}$. Nella categoria B, dunque, la mortalità sarebbe aumentata più fortemente, ma la sopravvivenza sarebbe diminuita meno fortemente che nella categoria A. A tale conclusione contradditoria condurrebbe il procedimento seguito dal NIXON.

Il GINI crede, invece, che procedimento razionale da adottarsi sarebbe quello di convenire di « riguardare come più o meno forte quell'aumento di mortalità che, a pari numero di osservazioni, avrebbe avuto minore o, rispettivamente, maggiore probabilità di verificarsi per puro effetto del caso ». Per un noto teorema del calcolo delle probabilità, si sa che la probabilità, che la frequenza di un fenomeno, dotato di una probabilità di avverarsi p_n presenti, in un dato numero di osservazioni, una variazione, in più od in

meno, da p_a di intensità $\gtrless k : \sqrt{p_a (1 - p_a)}$, si può ritenere, se il numero delle osservazioni è abbastanza grande, uguale alla probabilità che la frequenza di un secondo fenomeno, dotato di una probabilità di avverarsi p_b, presenti, nello stesso numero di osservazioni, una variazione, in più od in meno, da p_b di intensità $\gtrless k : \sqrt{p_b (1 - p_b)}$. Ne segue che, se in una categoria di popolazione *A*, la mortalità, dalla sua altezza normale m_1 è salita a m_2 e, in un'altra categoria *B*, dalla sua altezza normale m_3 è salita ad m_4, dovremo dire, in base al suesposto criterio, che è maggiore l'aumento nella categoria *A* o nella *B*, a seconda che sia

$$\frac{m_2 - m_1}{\sqrt{m_1 (1 - m_1)}} \gtrless \frac{m_4 - m_3}{\sqrt{m_3 (1 - m_3)}}.$$

In base a tale indice il Gini ha calcolato, per gli stessi paesi considerati dall'Hersch, l'eccedenza di mortalità secondo il sesso e l'età dei morti; ed è giunto, quantunque in diverse proporzioni, alle stesse conseguenze; che cioè, d'ordinario, la mortalità maschile è superiore a quella femminile; che la mortalità delle classi basse di età è superiore, in genere, a quella delle classi adulte; che la mortalità, nelle ultime classi di età è sensibilmente superiore a quella delle età medie, ma senza, per altro, negli ultimi due casi, quei bruschi sbalzi che risultano in base al procedimento seguito dall'Hersch.

Il Cantelli che, in base ai precedenti studi, ha ripreso la questione in due successivi articoli (*Sull' aumento di mortalilà dovuto alla guerra*, in *Giornale degli Economisti*, Novembre 1917, e *Sull' applicazione delle probabilità parziali alla Statistica*, in *Giornale di Matematica finanziaria*, Giugno - settembre 1919), espone la critica dei procedimenti seguiti e propone un nuovo indice per il calcolo.

Conviene, anzitutto, col Gini che l'indice usato dall'Hersch non tiene conto dello stato iniziale della mortalità. Le cause di morte, infatti, dovute all'azione indiretta della guerra agiscono su di un numero maggiore o minore di esposti al rischio secondo che la probabilità normale di morte è minore o maggiore. In quanto, perciò, si cerca una misura della mortalità per cause esclusivamente dovute agli effetti della guerra è necessario tenere conto adeguato dell'intensità normale di morte. E dimostra opportunamente ciò con un esempio. Gli individui di una popolazione *A* godano di un reddito netto di 100 lire. Subiscano, però, un'imposta di 3 lire onde il loro reddito si riduca a 97 lire. Intervenuta una guerra, il loro

reddito netto si riduca ancora a 95 lire. Per gli individui di una popolazione *B*, invece, il reddito netto di 100 lire, ridotto a 96 per un'imposta normale, venga ulteriormente ridotto a 94 per un' imposta di guerra. Chi soffriva un' imposta maggiore, per causa esclusiva della guerra, la popolazione *A* o la popolazione *B*? Contando la imposta di guerra — di due lire in ambo i casi — sulle 100 lire di reddito netto iniziale, si concluderebbe che le due popolazioni soffrono ugualmente l'imposta di guerra. E questo è il criterio, appunto, che corrisponde alla formula adottata dall'HERSCH. Si può osservare, però, che per apprezzare chi sopporta di più l'imposta di guerra non bisogna tener conto delle 100 lire che gli individui, componenti la popolazione *A* e *B*, riscuotevano quando non esisteva alcuna imposta, ma bensì dei redditi netti che essi riscuotevano nelle condizioni normali prima che venisse la guerra. In tal caso l'imposta di guerra per i componenti la popolazione *A* è di $\frac{2}{97} \times 100$ per cento e quella per i componenti la popolazione *B* è di $\frac{2}{96} \times 100$ per cento. La conclusione è che soffre una imposta di guerra maggiore la popolazione *B*.

Neanche la formula di NIXON, - osserva il CANTELLI - come aveva già messo in evidenza il GINI, risponde allo scopo. Pur considerando un caso astratto, ecco come egli mette in evidenza la erronea portata dell'indice. Due popolazioni *A* e *B* hanno risentito moltissimo le conseguenze di una guerra. Nella popolazione *A* la mortalità è aumentata dal 10 per mille al 100 per mille; nella popolazione *B* è aumentata dal 10 per cento al 100 per cento. Quale delle due popolazioni è stata più gravemente colpita dagli effetti della guerra? Evidentemente la popolazione *B* che è completamente scomparsa. Invece l'applicazione dell'indice del NIXON dà lo stesso risultato per le due popolazioni, e cioè: $\frac{100 - 10}{10}$.

Anche l'indice proposto dal GINI, è sottoposto, da parte del CANTELLI, a critica, sulla quale per altro, per l'indole della rassegna, non è il caso di trattenersi (1).

Vediamo, piuttosto, quale sia l'indice che il CANTELLI stesso propone.

Si supponga che su l individui esposti al rischio di morte durante un anno ne muoiano, complessivamente, m per cause nor-

(1) Vedasi anche, su questo punto, la nota (2) dell'articolo di M. BOLDRINI, *I figli di guerra*, in *Giornale degli Economisti*, Giugno 1920.

mali e per cause di guerra. Si supponga poi di conoscere che, se le cause di guerra non agissero, e cioè agissero soltanto le cause normali di morte ne morirebbero n. Si può dire allora che, durante tutto l'anno di rischio, $l-n$ individui non sono suscettibili di morte per cause normali. Pertanto gli $m-n$ individui che muoiono sugli $l-n$ considerati, muoiono per cause esclusivamente dovute alla guerra. Ne segue che il rapporto

$$(1) \qquad \frac{m-n}{l-n}$$

rappresenta la probabilità di morte per cause di guerra, relativa ad una collettività di individui di cui nessuno potrebbe morire per cause normali durante l'anno di rischio; ossia la probabilità di morte nella ipotesi che sugli esposti al rischio agiscano soltanto le cause di guerra. Essa coincide con la probabilità di morte, per cause di guerra, pura o indipendente (secondo KARUP). Si ha:

$$(2) \qquad \frac{m}{l}=q_{ng};\quad \frac{n}{l}=q_n;\quad p_{ng}=1-q_{ng};\quad p_n=1-q_n$$

e pertanto la (1) può scriversi:

$$(3) \qquad q_g=\frac{q_{ng}-q_n}{1-q_n}=\frac{p_n-p_{ng}}{p_n}$$

dove q_g misurerebbe la probabilità pura per causa di guerra.

Tale indice - aggiunge il CANTELLI - non può dare più luogo agli inconvenienti che provengono da una diversa mortalità normale. Infatti l'indice risulta nullo se $q_{ng}=q_n$ e risulta eguale all'unità nel caso $q_{ng}=1$.

Quando si voglia quindi giudicare, per due paesi A e B, dove si sia più esposti al rischio di morte per causa di guerra, e si intendano neutralizzare gli effetti diversi della mortalità normale, secondo il CANTELLI è da scegliere, come indice, la *probabilità pura di morte* per causa di guerra. Le conclusioni tratte dall'applicazione di questa formula non sono in contrasto coi risultati dell'HERSCH.

A questo nuovo indice del CANTELLI, come agli altri del NIXON e del GINI, muove critica l'INSOLERA (*Sulla misura dell' aumento di mortalità per effetto indiretto della guerra*, in *Rivista Italiana di Sociologia*, Gennaio-giugno 1918) a cui pare che l'indice più semplice dell'HERSCH sia anche il più soddisfacente, mentre lo CZUBER (*Zum Einfluss des Krieges auf die allgemeine Sterblichkeit*, in *Oesterreichische Revue*, 17 Mai 1920) ammette che i varî indici rispon-

dano a criteri diversi ed abbiano ciascuno il loro campo di applicazione, e questa, per diverse considerazioni, è pure la conclusione adottata dal Livi (*La tubercolosi in Italia*, in *Riforma Sociale*, Maggio-giugno 1919).

Mi par tempo di concludere, come si conviene ad una semplice rassegna:

a) che è evidente l'errore base del procedimento dell' Hersch di non tener conto dello stato iniziale della mortalità, ma che le sue conclusioni confermano un principio per se stesso esatto, che cioè le età cui normalmente corrisponde un maggiore rischio di morte, infanzia e vecchiaia, sono quelle che risentono più delle altre gli effetti della guerra;

b) che le conclusioni cui porta il procedimento del Nixon sono inaccettabili in quanto contrarie a realtà;

c) che gli indici del Gini e del Cantelli portano agli stessi risultati logici dell'Hersch, correggendone, quantunque con criterio diverso, l'errore che lo infirma.

Su particolari fenomeni relativi alle conseguenze demografiche della guerra esistono, oltre quelle ora esaminate, notevoli monografie, le quali, quantunque non abbiano sempre potuto raccogliere, per l'epoca in cui furono scritte, materiale completo e definitivo, rappresentano importanti contributi scientifici ai singoli problemi esaminati.

E così l' Hersch ha trattato della nuzialità dei paesi neutri; il Gini della mortalità infantile durante la guerra; il Michels del movimento della popolazione durante la guerra europea con speciali cenni sulle migrazioni; il Boldrini della fecondità dei soldati; il Girault delle conseguenze economiche e sociali della diminuzione della popolazione adulta maschile; il Wolfe del movimento delle nascite dopo la guerra; il Mallet di alcuni effetti della guerra sul movimento della popolazione inglese; il Maroi del problema della tubercolosi in rapporto alla guerra in Italia; il Savorgnan, in un volume ed in scritti minori, delle perdite della guerra e delle sue conseguenze demografiche ed eugeniche.

Les guerres et la nuptialité des neutres dell'Hersch, memoria pubblicata nella *Zeitschrift fur schweizerische Statistik und Volkswirtschaft* (Heft I, 1918), che fa parte, con la precedente monografia sulla mortalità, di una serie di articoli sugli effetti demografici delle guerre moderne relativamente ai paesi neutri, giunge a conclusioni di notevole importanza scientifica e pratica. La memoria dell' Hersch,

completata con l'aggiunta di ulteriori dati, costituì oggetto di una nota da parte dell' autore di questa rassegna nel *Bollettino dell' Ufficio del Lavoro della città di Roma* (Anno III, n. 4, Aprile 1920).

È facile comprendere come la crisi economica causata da una guerra si propaghi anche ai paesi che restano fuori dal conflitto, ed in misura tanto maggiore quanto più questi paesi si trovano in vicinanza al teatro della guerra e per la loro piccolezza o per la dipendenza economica dall'estero non sono in grado di far fronte alle maggiori e nuove necessità. Ne deriva che questa crisi debba far sentire i suoi effetti, nei riguardi della popolazione, anzitutto sulla nuzialità. Ma, dopo la cessazione delle ostilità, il ritorno dei giovani dall'esercito alle proprie case, la ripresa della vita industriale e commerciale, il graduale miglioramento della situazione economica, contribuiscono ad aumentare i matrimoni, non solo facendoli ritornare all'antico livello, ma determinando un accrescimento al disopra di quel livello; poichè bisogna credere che al numero normale dei matrimoni si aggiungeranno una buona parte di quelli che sarebbero stati contratti durante il periodo della guerra e che si sono rimandati. Accade, cioè, pei paesi neutri, quello che si verifica per gli Stati belligeranti, come si è potuto constatare con l'esperienza delle guerre precedenti. I minimi tassi di nuzialità in Francia ed in Prussia si verificarono nel 1870-71; ed i più elevati, come non si erano visti da quasi un secolo, furono registrati nel 1872-73 per la Francia e nel 1871-74 per la Prussia. Anche per l'Austria, le cifre più basse della nuzialità, dopo il 1885 e fino al 1914, si ebbero nel 1866 e le più alte nel 1867-69.

Nei riguardi della nuzialità il periodo demografico della guerra, e cioè lo spazio di tempo durante il quale il movimento della popolazione si trova influenzato dalla guerra, si compone di due fasi ben distinte; la prima che può chiamarsi *distruttiva*, contrassegnata da una forte diminuzione della nuzialità, la seconda fase che può chiamarsi *riparatrice*, marcata da un' altezza assai notevole della nuzialità stessa. Questi effetti sono tanto più notevoli quanto più la guerra è lunga ed il paese neutro è più prossimo ai paesi belligeranti.

Prendendo in considerazione la guerra franco-prussiana del 1870-71, nella quale è più esteso il numero dei paesi neutri da costituire oggetto di osservazioni, si può osservare il movimento dei matrimoni in Danimarca, nel Belgio, nei Paesi Bassi, in Svizzera,

in Italia. Stabilito il tasso medio del periodo 1860-69, si hanno i dati di cui al prospetto seguente:

Anni	Nuovi sposi per 10.000 abitanti				
	Danimarca	Belgio	Paesi Bassi	Svizzera	Italia
1860-69	151	162	163	—	151 (media 1863-69)
1869	147	150	154	144	160
1870	147	141	159	140	147
1871	146	149	160	146	149
1872	150	157	165	158	151
1873	162	158	171	152	159
1874	164	155	168	166	153
1875	170	149	167	180	168
1876	171	144	165	162	164
1877	161	138	162	158	155

Nel primo anno della guerra, dunque, la nuzialità presenta un ribasso generale in confronto alla media del 1860-69 ed in tutti gli Stati, eccetto nei Paesi Bassi, anche in confronto dell'anno 1869. In tutti gli Stati la fase distruttiva non è stata di lunga durata, mentre la fase riparatrice si presenta più spiccata. Nella Danimarca, dove già alla vigilia della guerra la nuzialità era al disotto del tasso normale, non subisce novella diminuzione durante la guerra, e nei Paesi Bassi, dove era già al disotto del livello normale nel 1869, la nuzialità sale anche nel 1870, restando però sensibilmente al disotto del tasso normale. Più sensibile è stata la diminuzione nel Belgio e nell'Italia.

L'ascesa della nuzialità è stata molto più forte della discesa, raggiungendo dei livelli eccezionali. Per la Danimarca, le proporzioni dal 1873 al 1876 sono state le più forti che si siano registrate in questo paese dal 1865 ai giorni nostri. Anche per i Paesi Bassi, le proporzioni degli anni 1872-77 non sono state mai osservate dal 1867 ad oggi e per l'Italia la cifra del 1875 segna un livello non mai raggiunto dal 1865. Lo stesso si dica per la Svizzera, nel quale paese una nuzialità alta come quella degli anni 1872 e 1874-77 non è stata mai raggiunta. E queste altezze sono tanto più considerevoli

in quanto si sono verificate in un periodo in cui tutti gli Stati europei entravano in una nuova fase della loro vita demografica, contrassegnata da una diminuzione della nuzialità e della natalità, ed in cui tutta l'Europa si trovò a dover superare una grave crisi economica.

Gli effetti della fase riparatrice della nuzialità nei paesi neutri durarono, dopo la guerra franco-prussiana, per un periodo da tre a sei anni. Solo per il Belgio, paese industriale e dove quindi le conseguenze della crisi europea scoppiata nell'autunno 1873 si fecero sentire più vive, la fase riparatrice cessò nel 1874.

Per la guerra attuale, non si è ancora in grado di disporre di statistiche complete per quanto riguarda il movimento della popolazione in genere e quindi anche la nuzialità. Ad ogni modo, dalle statistiche già note possono trarsi interessanti conclusioni. Nelle due tavole seguenti sono riportate le cifre assolute e relative della frequenza dei matrimoni nei paesi che non presero parte al conflitto europeo scoppiato nel 1914.

Stati	Cifre assolute dei matrimoni						
	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919
Svizzera . .	26.841	22.245	19.527	22.251	23.254	—	—
Paesi Bassi	48.387	42.558	42.626	46.990	49.344	—	—
Danimarca.	20.463	19.757	18.985	21.071	20.820	22.976	25.137
Svezia . . .	33.329	32.932	33.182	35.056	35.589	38.626	—
Norvegia . .	15.262	15.773	15.940	17.312	18.086	19.745	—
Spagna . . .	137.604	133.716	128.269	136.670	142.118	141.294	—

La guerra, dunque, ha in tutti gli Stati portato una diminuzione della nuzialità fino dal primo anno di guerra. Diminuzione più forte negli Stati più intimamente legati ai paesi belligeranti e meno forte in quelli più lontani dal teatro delle ostilità. La Svizzera, situata fra Stati tutti belligeranti, è stata la nazione più provata dagli effetti demografici della guerra; poi vengono l'Olanda, la Danimarca e la Spagna; in minor misura la Svezia. La Norvegia non risulta quasi avere risentito degli effetti della guerra sulla nuzialità, essendo il paese più lontano da quelli in guerra ed appena limitrofo alla Russia.

Per la Danimarca, il tasso della nuzialità del 1915 (130 sposi per 10.000 abitanti) costituisce il minimo che nei registri del movimento della popolazione di questo paese, che cominciano dal 1801,

Stati	Sposi su 10.000 abitanti						
	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919
Svizzera . .	138	114	100	114	118	—	—
Paesi Bassi	156	136	133	144	148	—	—
Danimarca.	144	138	130	144	140	154	166
Svezia . . .	119	116	116	123	123	133	—
Norvegia . .	126	129	129	139	141	150	—
Spagna . . .	136	130	124	132	136	136	—

si sia avuto mai se si eccettua quello del 1874, all' epoca della guerra colla Prussia e l'Austria, quando la nuzialità scese a 113 per 10.000 abitanti. In Olanda, i cinque mesi di guerra del 1914, hanno abbassato il tasso annuale di nuzialità ad un livello mai segnalato dal 1847, quando la nuzialità scese a 126 per 10.000 abitanti; nel 1915, la nuzialità è scesa anche al disotto di quel livello. In Svizzera, poi, la diminuzione della nuzialità è stata veramente impressionante. La proporzione del 1914 costituisce un minimo che resta alquanto inferiore a quelli più bassi di anni precedenti (134 nel 1868 e 136 nel 1880-82). La proporzione del 1915 rappresenta non solo il minimo assoluto dei tassi annuali della nuzialità in Svizzera, ma uno dei più bassi che siano stati osservati in Europa.

Dalle cifre sopra riportate risulterebbe, dunque, che il 1915 segna per tutti gli Stati l'anno della più bassa nuzialità. Bisogna osservare, però, che gli effetti distruttivi della guerra sono stati maggiori nel 1914 che nel 1915. La diminuzione, infatti, del 1914 è stata effetto di soli cinque mesi di guerra, e per la Svizzera per esempio, se durante i cinque mesi di guerra del 1914 la nuzialità è diminuita del 17 per cento, una diminuzione nel 1915 della stessa intensità avrebbe dovuto essere di $\frac{17 \times 12}{5}$ per cento, e cioè del 41 per cento, quando invece, nel 1915, non è stata che del 28 per cento, in rapporto al 1913.

Ma, se pare che gli effetti deprimenti della guerra sulla nuzialità vadano diminuendo a misura che la guerra si prolunga, come dovrebbe concludersi dal fatto che, mentre ancora la guerra dura, la nuzialità dopo un periodo di discesa, accenna a salire sensibilmente, questo miglioramento è solo apparente e non significa che la pressione della guerra diminuisca, ma è dovuto al fatto che non si tiene conto del numero crescente dei candidati al matrimonio durante la fase distruttiva.

Prendiamo, come fa l'HERSCH, il caso della Svizzera. Possiamo ritenere normale, per questo paese, la proporzione del 1913: 138 sposi su 10,000 abitanti. Si chiamano « candidati al matrimonio » gli individui che normalmente si sarebbero sposati, e non sono da confondersi cogli individui maritabili, e cioè in età di contrarre matrimonio. Nel, 1914 invece di 138, si sono sposati 114 individui; 24 sono rimasti candidati. L'anno seguente crea in via normale 138 candidati a cui occorre aggiungere 24 dell'anno precedente; in tutto 162 candidati. Di questi, secondo le statistiche, solo 100 si sono sposati; 62 per 10,000 abitanti sono impediti dalla guerra. Quindi, nel 1915, la diminuzione della nuzialità non è del 28 per cento, quale sarebbe in confronto alla nuzialità normale del 1913, ma del 38 per cento, quale risulta dal rapporto con la mortalità del 1913, e tenuto conto dei candidati al matrimonio che sono rimasti tali nel 1914. Per il 1916, si sono sposati solo 114 individui, quando invece avrebbero dovuto sposarsene 138 più i 62 candidati che normalmente si sarebbero sposati nel 1914 e nel 1915 e che hanno dovuto rimandare il matrimonio a causa della guerra. Quindi la diminuzione non è del 17 per cento, percentuale che segnerebbe un miglioramento in confronto al 29 per cento dell'anno precedente, ma del 45 per cento che segna un peggioramento in confronto al 38 per cento effettivo dell'anno precedente. Per il 1917, gli individui sposati sono 118, mentre avrebbero dovuto essere 138 più 24 candidati non sposati nel 1914, più 38 candidati non sposati nel 1915, più 24 candidati non sposati nel 1916 e quindi 224. Una maggior diminuzione, perciò, del 47 per cento.

Le cifre, che apparentemente segnerebbero dal 1916 in poi un aumento di nuzialità, rivelano invece una diminuzione progressiva, quando si pongano in rapporto non ad una cifra fissa, quale sarebbe la nuzialità normale ante-guerra, ma ad una cifra che, oltre che della nuzialità normale, tenga conto per ogni anno del numero di coloro che per effetto della guerra non hanno potuto sposarsi. Finchè la nuzialità non risalirà a proporzione superiore a quella normale ante-guerra, in modo da compensare, in un dato numero

di anni, tutti i mancati matrimoni di guerra, non si potrà dire che i matrimoni siano effettivamente aumentati in confronto a quelli che si concludevano prima della guerra.

Avverrà un aumento tale dopo la guerra, e cioè nella fase riparatrice cui abbiamo accennato? Secondo i risultati delle guerre precedenti e dalle cifre parziali che si hanno fino ad oggi, si può presumere che si avrà un aumento tale che farà chiudere il periodo demografico anche di questa guerra con una eccedenza positiva di matrimoni.

Possiamo trarre da quanto si è detto le seguenti conclusioni:

1. — Le grandi guerre colpiscono la nuzialità dei paesi neutri in misura tanto maggiore quanto più tali paesi sono vicini ai paesi belligeranti.

2. — Il periodo di tempo durante il quale il movimento della popolazione, nei riguardi della nuzialità, si trova influenzato dalla guerra, può scindersi in due fasi: la fase distruttiva, caratterizzata da una discesa della nuzialità, e la riparatrice, marcata da un aumento notevole, aumento che difficilmente si ha nei periodi ordinari. La fase distruttiva può essere anche contrassegnata, come si è visto, dopo una prima notevole discesa, da un progressivo aumento dei matrimoni, senza che per altro si possa dire che si sia entrati nella seconda fase, la quale comincia effettivamente quando la nuzialità sale al disopra del livello normale dell'anteguerra, compensando così, con la differenza oltre la nuzialità normale, i mancati matrimoni nel periodo di guerra.

3. — Il periodo demografico della guerra, oltre gli anni di guerra effettiva, si prolunga per un certo numero di anni che, per le guerre passate, va da tre a sei anni e che, per la guerra attuale, più grave e più lunga, potrà durare per un maggior numero di anni.

4. — La nuzialità nei paesi neutri, si chiude ordinariamente, dopo l'intero periodo demografico della guerra, con un'eccedenza positiva di matrimoni.

Tra i fenomeni demografici della guerra, il tema della mortalità infantile è stato di frequente preso in esame allo scopo di dimostrare se, oltre ad un vuoto nei gruppi di persone in età produttiva, la guerra avesse determinato uno specifico aumento nella mortalità infantile. In un certo periodo, anzi, l'argomento assunse anche un'importanza politica: quando i Tedeschi, per mettere in cattiva luce il blocco commerciale dell'Intesa, lamentarono una spaventosa mortalità di bambini tedeschi per effetto della scarsezza di nutrimento.

In una memoria pubblicata negli *Atti della Società Italiana di Ostetricia e Ginecologia* (Vol. XIX. Anno 1919): *Sulla mortalità infantile durante la guerra* (Roma, Tip. Bertero), il GINI esamina la questione dal punto di vista statistico.

L'impressione che la guerra abbia portato uno straordinario aumento nella mortalità dei bambini, specialmente di quelli al di sotto di un anno, deriva in parte dal procedimento ordinariamente seguito, secondo il quale il numero dei bambini morti in un dato mese si ragguaglia alla categoria dei nati nello stesso mese, anzichè alla categoria di nascite da cui in realtà essi si reclutano. Questo procedimento, adottato in tempi normali e che poteva considerarsi corretto fino a che il numero delle nascite provenisse da concepimenti del periodo di pace, non è scientificamente esatto quando il numero dei nati bruscamente diminuisce per effetto della mobilitazione generale causata dallo stato di guerra. È facile comprendere come la mortalità infantile appaia più alta di quanto in realtà non sia quando, nell'istituire il rapporto tra i morti sotto un anno in un certo mese ed i nati vivi, si pone al denominatore, in luogo della cifra esatta, che sarebbe data dal numero dei nati vivi da cui codesti morti si reclutano, una cifra più bassa, data dal numero dei nati vivi nello stesso mese.

Il GINI si è proposto dunque di determinare la cifra da porsi correttamente al denominatore.

Durante un mese x, possono morire in età da 0 ad 1 anno nati vivi nello stesso mese e nati vivi in ciascuno dei dodici mesi precedenti. Per calcolare il denominatore a cui codesti morti si devono ragguagliare, bisognerà eseguire una media del numero dei nati vivi nello stesso mese e dei numeri dei nati vivi in ciascuno dei dodici mesi precedenti, accordando, però, a ciascuno di codesti numeri, un peso diverso. Si intende come il peso da accordarsi ai nati vivi di un mese y debba essere proporzionale alla probabilità che un nato vivo in codesto mese muoia sotto un anno nel mese x.

Indicando con p_{xy} tale probabilità, con n_y il numero dei nati vivi nel mese y, il denominatore cercato sarà:

$$N_x = \sum_{y=x}^{y=x-12} q_{xy} n_y$$

dove è

$$q_{xy} = \frac{p_{xy}}{\sum_{y=x}^{y=x-12} p_{xy}}$$

La quantità q_{xy} esprime la probabilità che un morto sotto l'anno nel mese x avrebbe di provenire dai nati del mese y qualora tutti i mesi presentassero lo stesso numero di nati vivi.

La probabilità di morte da 0 ad 1 anno nel mese y sarà pertanto correttamente misurata dalla quantità:

$$P_x^{0-12} = \frac{m_x^{0-12}}{N_x} = \frac{m_x^{0-12}}{\sum_{y=x-12}^{y=x} q_{xy} n_y}$$

dove m_x^{0-12} indica il numero dei morti nel mese x in età da 0 a 12 mesi. I valori di m_x^{0-12} e di n_y per i singoli mesi sono forniti dalle statistiche del movimento della popolazione.

Resterebbero solo da determinare i valori di q_{xy} che il GINI si limita a calcolare per la città di Roma. Certo che i coefficienti trovati per Roma non potrebbero applicarsi che ai dati delle nascite di Roma soltanto; ma, in assenza di dati per altri paesi, il GINI ha applicato i coefficienti ottenuti per Roma anche ai dati di altre città. I risultati raggiunti rappresentano senza dubbio un notevole progresso sopra i dati che si sarebbero ottenuti ragguagliando i morti al di sotto di un anno in un dato mese ai nati vivi nel mese stesso o alla semisomma dei nati vivi nel mese stesso e nell'antecedente.

I dati a cui sono rivolte le indagini riguardano, per i singoli mesi dal 1914 al 1918, le città di Roma, Londra, Berlino, Parigi, Amsterdam e Buenos Ayres, le 96 maggiori città inglesi, le città della Germania al disopra di 15,000 abit., 7 città italiane (Milano, Roma, Torino, Palermo, Firenze, Bologna, Ravenna,) e tre città francesi (Rouen, Digione e Le Havre). Essi riguardano dunque le capitali o città principali di 6 Stati, quattro belligeranti e due neutrali, e gruppi più o meno ampi di città per i quattro Stati belligeranti: un materiale quindi più che sufficiente per trarne conclusioni di sicura attendibilità.

La principale conclusione che l'A. trae dall'esame dei risultati ottenuti è che la brusca elevazione di mortalità infantile, determinata dall'entrata in guerra di ciascuna nazione, cessa rapidamente dando luogo, dopo uno o due mesi, ad un decorso normale della mortalità infantile. A Parigi e nelle altre città della Francia, nelle città dell'Inghilterra, e in particolare a Londra, nelle città della Germania, e in particolare a Berlino, la mortalità infantile, dopo la crisi rapidamente superata all'apertura delle ostilità, non presenta

ascese degne di speciale considerazione. Per l'Italia, invece, ad eccezione della città di Roma, le statistiche accuserebbero un aumento che, attraverso le oscillazioni stagionali, appare netto e continuo. Il contrasto fra l'inasprirsi della mortalità infantile nell'insieme delle città italiane e la sua stazionarietà nelle città degli altri Stati, può riguardarsi come una manifestazione del fatto universalmente riconosciuto che, fra le grandi nazioni dell'Intesa, l'Italia fu quella la cui popolazione dovette imporsi i più duri sacrifizi.

Giustamente il GINI ritiene però che, non solo a circostanze di ordine economico, debba attribuirsi il passeggiero inasprimento della mortalità in tutte le nazioni belligeranti ed il successivo andamento normale.

Prima della guerra era largamente diffusa in Germania l'alimentazione artificiale: fra i bambini morti sotto un anno il 15 per cento a Breslavia ed il 20 per cento a Berlino risultava nutrito col latte materno. È facile comprendere come, appena dopo la dichiarazione di guerra, a causa dell'interruzione degli scambi, della requisizione di animali e di foraggi, della diminuita produzione di molte aziende, dovette ridursi la disponibilità di latte animale e degli altri surrogati del latte umano. Ed ecco l'eccedenza di mortalità infantile, verificatasi nei mesi di agosto e settembre 1914, che fu maggiore proprio fra i bambini nutriti artificialmente che tra quelli nutriti col latte materno.

Quanto si è constatato per la Germania, è vero anche per l'Inghilterra; e ciò spiega la intensità particolarmente forte che, nelle città di questi Stati, assunse l'inasprimento della mortalità nei primi mesi di guerra; mentre si comprende come in Francia ed in Italia, dove l'allattamento al seno era più diffuso, l'apertura delle ostilità abbia avuto conseguenze meno nocive.

Ma la ridotta disponibilità di surrogati del latte umano e la necessità di limitare le spese domestiche dovettero persuadere molte madri tedesche a sottomettersi all'allattamento dei figli: ed infatti le statistiche di Berlino e di Breslavia mostrano come dall'ottobre 1914 la percentuale dei bambini nutriti con latte materno risulti più alta di quella dei bambini nutriti artificialmente. E poichè l'allattamento materno si accompagna ad una mortalità infantile molto bassa, è questa una delle principali cause della diminuita mortalità infantile della popolazione tedesca.

Certo — osserva il GINI — altre circostanze hanno contribuito sia ad elevare la mortalità infantile allo scoppio delle ostilità, sia

a mantenerla bassa di poi. La chiamata sotto le armi di medici e di infermieri, le requisizioni militari di ospizi e di case di cura hanno ostacolato ed in taluni casi sospeso l'assistenza agli infanti, e la stessa eccitazione degli animi, a cui furono in preda gli uomini, e più le donne, nei giorni della mobilitazione, non può essere andata a favore delle cure usualmente prestate ai bambini.

Viceversa, col persistere della guerra, presero sviluppo le istituzioni in favore della protezione dei bambini; vennero stabiliti i sussidi per le famiglie dei militari poveri, fu assicurata l'assistenza medica alle gestanti, furono disposti provvedimenti speciali per assicurare ai bambini una quantità di latte sufficiente; e tutto ciò contribuì certamente a ristabilire, se non l'antico, certo un equilibrio maggiore fra la mortalità generale e la mortalità infantile.

Poichè i dati su cui ha fondato le sue conclusioni si riferiscono esclusivamente alle città, il GINI non esclude la possibilità che i risultati siano meno ottimisti per le campagne; ma anche tenuto conto di ciò, l'asserzione che la mortalità infantile nel suo complesso non abbia avuto, durante la guerra, brusche ascese, è singolarmente in contrasto con le previsioni e dichiarazioni pessimiste che durante il conflitto si era avvezzi a sentir proclamare da quelli che si soffermavano a mettere in luce gli effetti disgenici della guerra.

A conclusione della sua interessante monografia il GINI richiama alcuni risultati attinenti al problema della mortalità infantile contenuti in uno studio inedito sulle condizioni monografiche della Germania durante la guerra; e cioè che i concepiti durante la guerra non sarebbero stati di costituzione più debole dei concepiti in tempo di pace, e che la mortalità per debolezza congenita non avrebbe avuto durante la guerra inasprimenti notevoli. Risultati, questi, che meritano di essere confermati da indagini più estese, relative non a sole città, ma ad intere regioni, e non alla sola Germania, ma anche ad altri Stati belligeranti; ma che bastano a far comprendere come le relazioni tra guerra ed eugenica sono in realtà molto più complesse, e fortunatamente non tanto dannose per la razza, di quanto non appaiono di solito agli autori che si sono occupati di questo argomento, limitandosi a considerare la selezione che la guerra esercita in ordine alle qualità fisiche ed all'età dei riproduttori.

I risultati del GINI sembrano confermati da alcuni studi del PINARD sulla protezione dell'infanzia a Parigi durante i quattro anni di guerra (*De la protection maternelle et infantile dans le*

camp retranché de Paris, in *Bullettin de l'Académie de medicine*, 5 octobre 1915; 5 et 19 décembre 1916; 18 décembre 1917, e in *Revue Scientifique*, 5-12 avril 1919).

In base ai suoi studî può ricostruirsi questo quadro:

Mortalità	Prima della guerra 1913-1914	1° anno di guerra 1914-1915	2° anno di guerra 1915-1916	3° anno di guerra 1916-1917	4° anno di guerra 1917-1918
Da 0 a 3 mesi	8.11	7.42	7.34	—	8.32
Da 3 mesi a 1 anno . .	7.40	7.78	7.59	—	5.64
Da 0 a 1 anno (1). . .	15.51	15.20	14.93	14.41	13.96
Da 1 a 2 anni (2) . . .	4.35	5.16	5.55	5.90	4.10
Da 0 a 2 anni	19.86	20.36	20.48	20.31	18.06

(1) La percentuale è calcolata sul numero dei bambini di quella età rimasti a Parigi.

(2) La percentuale della mortalità da 1 a 2 anni è calcolata sul numero di bambini rimasti a Parigi nell'anno che ha preceduto quello della morte, diminuiti dalle perdite fatte da 0 a 1 anno.

Ne risulta dunque: *a*) che la mortalità da 0 a 1 anno è andata sensibilmente diminuendo; ma, durante tale periodo, quella da 0 a 3 mesi ha diminuito nei primi due anni dello scoppio della guerra ed è aumentata posteriormente, mentre all'opposto si è comportata quella da 3 mesi a 1 anno.

b) che alla mortalità da 0 a 1 anno, in diminuzione continua, aggiuntasi quella da 1 a due anni in aumento nei primi tre anni di guerra e in diminuzione nell'ultimo, ne è derivato, nell'insieme, che la mortalità da 0 a 2 anni presenta un aumento appena sensibile nei primi tre anni di guerra, ed una discesa notevole nell'ultimo anno di guerra.

Le due cause maggiori di mortalità di bambini in genere sono la diarrea e l'enterite e la debolezza congenita. Dal come si è comportata la mortalità per queste due malattie possono trarsi utili deduzioni:

Mortalità infantile da 0 a 2 anni

	a) per diarrea ed enterite	*b*) per debolezza congenita
dal 1° agosto 1913 al 1° agosto 1914	4,65	4,32
» 1914 » 1915	5,03	3,45
» 1915 » 1916	3,46	4,16
» 1916 » 1917	3,38	4,55
» 1917 » 1918	3,46	4,55

L'aumento della mortalità infantile per diarrea ed enterite nel primo anno di guerra deve attribuirsi alle deficienze della alimentazione in quell'eccezionale periodo; mentre posteriormente i provvedimenti presi in favore dell'alimento latteo e le altre istituzioni relative alla protezione materna determinarono la notevole discesa negli anni successivi.

La mortalità per debolezza congenita ha diminuito invece nel primo anno di guerra ed è salita posteriormente. Ma da quanto il PINARD attesta la debolezza congenita è quella che si riferisce alle nascite premature: « Sur cent enfants, 50 seulement naissent, aprés avoir accompli leur première vie d'une façon normale, avant leur maturité complète. La naissance à la lumière, avant terme, est donc le plus souvent la cause de la débilité dite congénitale. Les enfants ne sont point débiles pour la pluspart, au moment de la naissance; mais, nés prématures, ils devennient débiles ».

La causa per cui i bambini nascono prima del tempo non è altro, dice il PINARD, che il *surmenage* materno durante la gestazione. Le statistiche della città di Parigi, egli continua, dimostrano matematicamente che la mortalità infantile per debolezza congenita non fu giammai così debole quanto durante il primo anno di guerra. Dal secondo anno, invece, la mortalità per tale causa è in aumento. Perchè ciò?

Perchè durante il primo anno di guerra il lavoro femminile fu scarso e la maggior parte delle donne furono costrette al riposo. Non appena il lavoro femminile, per mancanza di mano d'opera maschile, si fece intensivo, si produssero le note conseguenze funeste sulla natalità.

Non si tratta dunque di una debolezza congenita, che è indice di una inferiorità psichica o generativa, ma di una causa artificiale che si esaurisce in buona parte colla morte degli individui nati nelle condizioni sfavorevoli su accennate, senza quindi che sulla maggioranza degli altri gravi una triste eredità di imperfezione fisica congenita.

Ripetiamo però ancora che l'argomento importantissimo attende dimostrazioni più ampie e più complete.

Di vari fenomeni demografici prodotti dalla guerra si occupa il MICHELS nel suo studio: *Cenni sulle migrazioni e sul movimento di popolazione durante la guerra europea* (in *Riforma Sociale*, Gennaio-febbraio 1917). In primo luogo tratta delle migrazioni di varia natura, che possono avere cause politiche e cause economiche.

In ogni paese, prima della guerra, esistevano colonie di popolazione straniera costituite da operai, da impiegati, da affaristi, da persone che vi si trovavano per divertimento, per salute, ecc. In alcuni Stati si trattava anche di nuclei abbastanza forti, come in Francia, in Germania, in Russia, in Italia. Lo scoppio improvviso del conflitto produsse un esodo della maggior parte di questi stranieri, di quelli cioè che non avevano chiesto od ottenuto la cittadinanza, di quelli che nel paese di immigrazione erano rimasti mentalmente e legalmente eterogenei; rimpatriarono anche moltissimi di coloro per i quali il paese di dimora era diventato una seconda Patria, la sede dei loro affari, dei loro affetti famigliari, e talora anche la Patria giuridica. Di questo esame importante dal punto di vista demografico ed economico, ma anche di un certo valore morale per le crisi di coscienza a cui diede fatalmente luogo e per la lotta degli opposti sentimenti che il nuovo stato di cose suscitò nell'animo di parecchi stranieri, tratta l'A. con la speciale competenza di chi potè osservare e giudicare di questi fenomeni molto da vicino.

La maggior parte degli stranieri residenti all'estero fu ridotta dalla guerra al rimpatrio. Ma durante la guerra stessa si verificarono nuove migrazioni. Anche senza fermarsi all'invasione, che è una forma tipica di migrazione, la migrazione guerresca, che si distingue dalle migrazioni pacifiche non tanto per il suo carattere prevalentemente temporaneo, ma bensì per il suo carattere coattivo, che sa di forza e di organizzazione insieme, le migrazioni alle quali le popolazioni indigene e civili furono indotte possono dividersi in tre specie:

a) le fughe collettive e spontanee;

b) lo sgombero per ordine delle autorità locali o militari;

c) le deportazioni.

Per farsi un'idea delle dimensioni prese dalle fughe e dagli sgomberi compiuti dagli abitanti, basta pensare all'entità delle terre invase, principalmente da parte degli eserciti dei paesi centrali, nel Belgio, in Francia, in Italia. Ma più sovente ancora che dalla necessità o dalla paura, la popolazione civile fu costretta ad abbandonare il paese, trasformatosi in zona di guerra, da un ordine preciso e tassativo del proprio Governo o del Comando militare. Allora la fuga collettiva si fece ordinata (almeno in teoria) e sistematica e prese nome di evacuazione. Le evacuazioni furono decise per due motivi: il motivo umanitario mirante a sottrarre le popolazioni civili ai pericoli della guerra circostante ed il motivo

strategico mirante a sbarazzare l'Alto Comando militare di tutto quanto potesse essere o diventare di impaccio alle sue mosse strategiche o tattiche (1).

A tale duplicità di motivi, che consigliano spesso l'evacuazione di città ed intere provincie, si aggiunge, in alcuni casi, un altro motivo: vale a dire se il Governo o l'Alto comando si decide ad evacuare un territorio, militarmente minacciato dal nemico o che questi sia in procinto di invadere, perchè tale territorio è abitato da una popolazione che si presume simpatizzi con l'invasore o sia disposta a far con questi causa comune. Così spiegasi l'evacuazione di molte terre irredente da parte dell'Austria quando gli Italiani si accinsero ad entrare in guerra e quelle di alcune zone dell'Alsazia limitrofe alle trincee francesi.

In tali casi l'evacuazione assume il carattere di una deportazione.

Deportazioni su più vasta scala furono quelle collettive di cui rimasero vittime gli abitanti dei paesi occupati rimasti sul luogo: esempio tipico le deportazioni dei Serbi e dei Belgi. Ma di questi movimenti coattivi della popolazione non sarà possibile forse conoscere mai l'entità precisa.

Alle cause politiche si aggiungono le cause economiche delle migrazioni. Lo scoppio improvviso della guerra produsse, in gran parte delle industrie, un arresto altrettanto repentino, specialmente per quelle di esse che erano basate sull'esportazione dei manufatti o presupponevano la materia prima da importarsi dall'estero. Furono costrette poi a chiudersi molte aziende che si trovavano troppo vicine al teatro della guerra e moltissimi negozi ed opifici per mancanza di personale dirigente.

Da tutte queste cause derivò una frequenza su larga scala di licenziamenti di operai e quindi un aumento di disoccupazione e di migrazione. Si intende che i primi a subire tale sorte furono gli

---

(1) Torna opportuno ricordare qui — pur non trattandosi di pubblicazione privata, alla quale questa rassegna vuole particolarmente limitarsi — una pubblicazione dal MINISTERO DELLE TERRE LIBERATE sui profughi italiani di guerra (*Censimento dei profughi di guerra*, ottobre 1918 - Roma, Tip. del Ministero dell'Interno), nella quale i profughi sono intesi in senso largo, e cioè non comprendendovi solo coloro che per il doloroso fatto dell'invasione nemica abbandonarono i loro paesi e cercarono rifugio nelle altre provincie d'Italia, ma tutti i cittadini che, per causa della guerra, si sono portati da una località all'altra, nonchè gli Italiani delle terre irredente trasferitisi in Italia e gli Italiani residenti all'estero e rimpatriati. Da pubblicazioni ufficiali del genere il fenomeno delle migrazioni riceve la più ampia e sicura documentazione.

operai stranieri, divenuti di un tratto sospetti e più che mai malvisti presso le popolazioni indigene e gli stessi organi ufficiali dei vari governi.

Il MICHELS si ferma ad esaminare questo esodo specialmente nei riguardi degli Italiani, attingendo larghe notizie dalle notevoli pubblicazioni di FELICE CALIMANI: *I profughi di guerra italiani rimpatriati attraverso la Svizzera* (in *Bollettino dell' emigrazione*, anno XV, n. 3, 15 marzo 1916) e di GIUSEPPE GALLAVRESI: *Relazione del lavoro compiuto dall' opera di assistenza agli operai italiani emigrati in America in occasione del rimpatrio* (Milano, Fratelli Lanzani, 1914). Ove si consideri la abbondante emigrazione italiana, che anteriormente alla guerra costituiva l' esodo di un eccesso di popolazione, sarà facile comprendere quale fenomeno grandioso e preoccupante dovette essere il riaffluire improvviso di questa eccedenza di individui in un momento così critico per la vita economica italiana. Il MICHELS trova giusta occasione per notare come il riflusso disordinato, disastroso degli emigranti italiani dai paesi belligeranti verificatosi in occasione della guerra europea, nonchè i fenomeni concomitanti a cui tale riflusso diede luogo, abbia messo in rilievo una volta ancora il rapporto nefasto di dipendenza che si stabilisce fatalmente allorquando un paese manda annualmente centinaia di migliaia dei suoi figli all' estero in cerca di pane e la necessità che un paese, ricco demograficamente, abbia colonie politicamente dipendenti e provviste di capacità economica per raccogliere il supero della popolazione.

Agli effetti morali e demografici dell' evacuazione non tralascia di accennare l'Autore nei riguardi nella rilassatezza dei costumi nelle donne, dell' aumento della mortalità, dello sviluppo di malattie infettive.

Al fenomeno del rimpatrio, che in un primo momento assume forme di esodo precipitoso, fa contrasto in un susseguente periodo un nuovo fenomeno di emigrazione. In una seconda fase della guerra, infatti, quando il lavoro ricominciò a fervere, ad urgere, a premere, mentre, d' altra parte, un numero sempre maggiore di uomini validi al lavoro industriale veniva richiamato e mandato alla trincea, vi furono paesi che sentirono urgente necessità di mano d' opera straniera: così la Francia, impoverita di uomini, e la Germania, bisognosa di sopperire con le forze sue alle forze stremate di alcune alleate.

Il MICHELS, non disponendo di altre fonti dirette, si limita a parlare dell' impiego della mano d' opera italiana in Francia, ma

l'argomento meriterebbe più ampia trattazione per tutto ciò che riguarda gli spostamenti da Stato a Stato della popolazione lavoratrice durante la guerra.

Di altri due aspetti demografici della guerra accenna rapidamente l'A.: del diffondersi delle malattie veneree e delle licenze accordate ai soldati di guerra come coefficiente di natalità, ma nessuna conclusione su questi argomenti poteva egli fare data la mancanza di dati e la imperfetta esperienza tratta dall'esame di un limitato periodo di guerra.

Sulla prima questione neanche oggi esistono ancora studi fondati su ampio materiale statistico: il GINI, soltanto, nel precedente numero di questa Rivista, nel suo interessante articolo su *La coscrizione militare dal punto di vista eugenico*, traeva, dal fatto che la riproduttività dei sottoposti alla coscrizione militare non risulta diminuita in confronto a quella dei loro coetanei pure idonei alle armi, la probabile conseguenza che non dovessero essere assai gravi i danni prodotti dalle malattie veneree. Ma tale conseguenza si riferiva ai tempi di pace e non a quelli di guerra.

Sulla seconda questione esiste un più completo studio del BOLDRINI di cui ora parleremo.

L'ultimo capitolo della monografia del MICHELS è dedicato ad esaminare la natalità e la mortalità in alcune città estere durante i primi due anni di guerra; ma si tratta di cifre non definitive, nè tratte, per difficoltà di procurarsele, da fonti dirette.

Le statistiche che si posseggono sulla natalità e dalle quali si deduce come il numero complessivo dei nati, durante la guerra, tanto in cifra assoluta che in cifra relativa sia andato progressivamente diminuendo, non possono tener conto di una particolarità del fenomeno delle nascite, e cioè della natalità relativa alla popolazione militare. Ora, se è facile supporre le cause della diminuzione dei nati in genere, e cioè l'assenza di tanti maschi giovani dalle rispettive famiglie, l'accresciuta mortalità, la rarefazione dei matrimoni, l'aumento della restrizione volontaria presso le classi che la praticavano, è pur vero, nondimeno, che con i dati complessivi delle nascite non è possibile conoscere l'azione specifica della guerra e dei fenomeni collaterali sulla fecondità, considerata nel suo aspetto biologico, di quella parte della popolazione che alla guerra ha preso materialmente parte.

Un primo tentativo di tale ricerca è quello che ci offre MARCELLO BOLDRINI in una breve memoria: *I figli di guerra. Ricerche*

statistiche sulla fecondità dei soldati (in *Giornale degli Economisti*, Giugno 1919). Il materiale su cui egli ha fondato le sue ricerche gli è stato fornito dallo spoglio di oltre 20,000 schede dell'Ufficio Sussidi del Comune di Roma, da cui, per più di 3,000 militari ammogliati, ha potuto raccogliere le seguenti notizie:

a) la data del richiamo alle armi di ciascun militare,

b) la classe di leva,

c) il numero dei figli posseduti prima del richiamo alle armi,

d) la data di nascita di tutti i figli avuti, fino ad un'epoca determinata,

e) la data di ciascuna licenza ordinaria usufruita,

f) la professione esercitata prima del richiamo alle armi,

g) l'arma o specialità in cui ha prestato servizio.

In base, dunque, a questo materiale non abbondante, ma tale da poterne trarre attendibili conclusioni, l'A. ha condotto il suo studio i cui risultati possono così riassumersi:

a) Si può ritenere che la fecondità dei militari assenti dalle rispettive famiglie, durante la guerra, sia diminuita approssimativamente dieci volte di più di quanto non siasi verificato per la natalità complessiva riferita agli uomini in età feconda.

b) La diminuzione non è avvenuta in maniera uniforme. Assumendo come normale la fecondità corrispondente alle generazioni del periodo che precede di 8-6 mesi il richiamo alle armi dei singoli militari, si osserva un sensibile aumento nei mesi successivi, il quale culmina al momento del richiamo stesso. In seguito, comincia la discesa che raggiunge il massimo a circa un anno di distanza dal richiamo, dopo di che si ha una ripresa, che però non arriva mai al livello di partenza.

c) I fenomeni riassunti alla precedente lettera *b*) si manifestano con evidenza massima per le classi di età più basse, media per le età elevate e minima per quelle centrali.

d) Durante la licenza i militari sono molto più fecondi che in tempi normali, ma, ad ogni licenza, in causa della tendenza delle donne singole a concepire in un periodo dell'anno, per ciascuna determinato, non corrisponde una generazione, come potrebbe supporsi non tenendo conto di tale elemento. In media si osserva una fecondazione ogni 12-22 licenze, a seconda dell'età dei militari che ne usufruiscono.

e) Durante le licenze, i militari, che prima del richiamo alle armi esercitavano lavori più pesanti, sono ordinariamente più prolifici dei militari che esercitavano lavori meno pesanti.

f) I militari che prestavano servizio in fanteria, sono di solito, durante la licenza, meno prolifici di coloro che servivano nelle altre armi.

g) I soldati di fanteria, che prima del richiamo erano adddetti a lavori più pesanti, sono, in complesso, più prolifici durante la licenza degli addetti ai lavori meno pesanti. Il contrario avviene nelle altre armi: coloro che erano addetti a lavori meno pesanti sono più prolifici di quelli che esercitavano mestieri più pesanti.

La difficoltà di studiare la guerra nei suoi effetti assai complessi sul movimento della popolazione ha portato molti autori a limitare il campo dei propri studi a particolari aspetti delle ripercussioni della guerra sulla popolazione.

Il GIRAULT, in una breve memoria, tratta della diminuzione della popolazione maschile in Europa e delle conseguenze economiche di tale fenomeno (*La diminution de la population adulte mâle en Europe et ses conséquences économiques et sociales*, in *Revue d'économie politique*, Sept-déc. 1915).

Se è fondamentalmente giusta la premessa che le proporzioni fra le età ed i sessi non sono le stesse dappertutto e che questi rapporti sono della più alta importanza per la vita e la funzione dei popoli, l'esame invece che l'A. fa della conseguenze economiche in seguito alle perdite umane della guerra, dimostra quanto siano state fallaci le previsioni avanzate su tale argomento mentre si svolgeva il conflitto. Le probabili perdite di soldati, che solo dopo un anno e mezzo di guerra egli poneva fra quattro e dieci milioni di uomini, e la rottura dell'equilibrio dei sessi che ne sarebbe derivata, gran parte delle ripercussioni della guerra sulla proprietà urbana, sui commerci e sulle industrie, sulle professioni liberali e sui mestieri manuali sono state contraddette dagli effettivi risultati finali, dal prodursi degli avvenimenti in un diverso modo, dal gioco dei nuovi fattori intervenuti, dei quali egli non aveva naturalmente potuto tener conto.

Nel suo studio sulle *Economic conditions and the birth-rate after the War*, in *The Journal of political economy* (June 1917), il WOLFE esamina in una prima parte, l'influenza che le guerre passate, dalla guerra di Crimea (1854-55), alle guerre balcaniche (1912-13), hanno avuto sulla nuzialità e sulla natalità, dandone pei vari Stati la dimostrazione statistica; mentre, in una seconda parte, si ferma a considerare quale sarà, alla fine della guerra, l'indirizzo demografico delle nazioni belligeranti. Se, in un primo tempo, per ragioni

facili a comprendersi, vi sarà - dice l'A - un aumento improvviso di matrimoni e quindi anche di nascite, egli non crede che le nuove condizioni economiche, il desiderio d'indipendenza da parte delle donne saranno elementi favorevoli per un ritorno alla nuzialità nelle proporzioni dell'ante-guerra.

Uno studio, invece, semplicemente espositivo dell'andamento dei vari fenomeni demografici durante la guerra è quello del MALLET (*Vital Statistics as affected by the War*, in *Journal of the Royal Statistical Society*, January 1918). I dati si estendono fino al secondo o terzo trimestre del 1917 e riguardano in ispecial modo l'Inghilterra; ma talvolta sono riportate anche le statistiche relative alla Germania ed all'Ungheria. È importante ricordare, come, da questa lucida e significativa esposizione di dati, risulti confermato ancora una volta che la mortalità infantile non ha avuto, per effetto della guerra, quegli aumenti che, a scopo politico, erano citati durante il conflitto specialmente a riguardo della Germania. All'improvviso aumento avutosi nel primo anno di guerra è succeduta posteriormente una notevole discesa. Ecco le proporzioni, infatti, che egli riporta per la Germania (città al disopra dei 25.000 abitanti) e per l'Inghilterra e Galles (96 grandi città al disopra di 50.000 abitanti):

	Germania	Inghilterra e Galles
1913	139	113
1915	146	118
1916	133	99

Si è molto discusso sul problema della tubercolosi in rapporto alla guerra, ma non sempre in base ad elementi opportunamente vagliati. Di recente se n'è occupato l'autore di questa rassegna (LANFRANCO MAROI: *Il problema della tubercolosi*, in *Bollettino dell' Ufficio Municipale del Lavoro*, Roma, marzo 1920), esponendo brevemente l'influenza che la guerra ha avuto sulla tubercolosi secondo le più apprezzate esperienze e studiando l'andamento della tubercolosi in Italia.

La guerra ha indubbiamente, e dappertutto, dato alimento e vigore al terribile flagello. Quantunque per la mancanza degli elementi statistici non ancora tutti noti, non possa misurarsi l'influenza della guerra sulla tubercolosi, si è però in grado di fissare in proposito alcuni criteri accertati dai competenti e messi in luce da parziali rilevazioni. Non è esatto dire che la guerra abbia di per sè creata una grande diffusione della tubercolosi, e cioè che esista una tubercolosi originale prodotta dal fatto stesso della guerra. Le

cifre dei riformati per tubercolosi sono state sempre inversamente proporzionali al tempo trascorso sotto le armi; e cioè, mentre risultava altissima la cifra dei tubercolotici riformati dopo un solo mese di servizio, restava abbastanza modesta la percentuale dei militari riformati dopo un lungo periodo di servizio militare. Evidentemente erano stati assunti in servizio dei tubercolotici che si trovavano in periodo di latenza e che, sottoposti alle fatiche ed ai disagi della vita militare, venivano bruscamente tratti da quello stato di equilibrio, in cui forse la maggior parte di essi sarebbero indefinitamente rimasti

Le visite militari, dunque, hanno rilevato un gran numero di individui che avevano la tubercolosi in forma latente, numero che è andato sempre crescendo per effetto di criteri più rigorosi in base a cui agirono i così detti *Reparti di accertamento diagnostico*. Ma tali organi non cominciarono a funzionare effettivamente che quasi due anni dopo lo scoppio della guerra, ed anche con la loro istituzione le norme di eliminazione non furono sempre uguali sotto l'assillo della pubblica opinione impressionata dalle voci d'imboscamento

Fatto sta che furono arruolati molti che avevano già la infezione al momento della chiamata alle armi, i quali, sottoposti al regime militare, assoggettati a pesanti servizi, esposti alle intemperie, piegarono ben presto sotto il peso di condizioni di vita non sopportabili dalla loro esigua energia fisica.

La tubercolosi di guerra, intesa nel senso di tubercolosi acquistata in trincea, ha rappresentato senza dubbio l'eccezione in qualsiasi periodo del conflitto. La guerra, invece, ha esteriorizzata la tubercolosi, l'ha posta in evidenza, l'ha intensificata, l'ha aggravata. Se non si può parlare, perciò, che assai raramente - osserva il Maragliano, uno specialista in materia - nel caso della tubercolosi militare, di malattia dipendente dal servizio nel senso stretto della parola, si deve però attribuire al fatto della partecipazione alla guerra il significato giuridico di concausa nel manifestarsi della tubercolosi.

A questa categoria di vittime della guerra bisogna aggiungere quella più grave delle vittime della prigionia nemica, la quale ha agito, sia per il fatto che l'Austria è uno dei paesi a tubercolosi più diffusa, sia per l'affollamento nei campi di concentramento, sia per la scarsezza di alimenti e sia per i disagi e i patimenti sofferti.

Quantunque si sia avanzata qualche cifra - si parla di 30,000 vittime fra i soldati tubercolotici in genere sino a tutto il 1918 e

di oltre 8000 prigionieri restituitici dal nemico affetti da tubercolosi - non vi è ancora una raccolta di dati sicuri per poter misurare la precisa importanza statistica della tubercolosi fra i militari durante gli anni di guerra.

Per quanto particolarmente si riferisce all'Italia, è noto come prima della guerra l'Italia fosse una delle nazioni di Europa meno vulnerate dalla tubercolosi. Nel 1912, infatti, anno in cui si hanno i dati più completi per tutti i paesi, l'Italia aveva, nella tubercolosi in tutte le sue forme, un quoziente di mortalità per 100,000 abitanti di 149.0, superiore solo a quello del Belgio (118.2), dell'Inghilterra e Galles (137.5). dell'Olanda (143.9). Si trovava, quindi, in condizioni migliori della Spagna (152.4), dell'Impero germanico (153.4), della Svezia (195.2), e a distanza notevole dalla mortalità della Francia (211.3), della Norvegia (221.4), dell'Austria (283.3), dell'Ungheria (348.7).

Nel suo insieme, il fenomeno mostrava una non dubbia tendenza a diminuire. Dal 1887 al 1914 si è avuta una diminuzione complessiva del 32 per cento nella mortalità per tubercolosi in tutte le sue forme, discesa da 211 a 145 per 100,000 abitanti e del 24 per cento nella mortalità per sola tubercolosi polmonare, discesa da 132 a 105 per 100,000 abitanti. Diminuzioni queste che assumono una speciale importanza quando si tenga conto dei progressi realizzati nella diagnosi, diventata più rigorosa negli ultimi anni e che ha contribuito ad aumentare la cifra complessiva dei morti, eliminando una cospicua fonte di dispersione di materiale statistico che si aveva quando una non piccola parte dei morti per tubercolosi veniva dissimulata sotto la denominazione di polmonite cronica, di affezioni della pleura, ecc.

Occorre, accennare, per altro, che, se nel complesso la tubercolosi, in rapporto alla popolazione, è andata segnando una progressiva diminuzione, i suoi progressi appaiono di gran lunga minori di quelli che, prima del 1914, si sono verificati in tutte le altre malattie infettive; ed infatti, mentre la tubercolosi è scesa dal 1901 al 1914, in cifra assoluta, da 55,762 a 51,959, le altre malattie infettive soggette a denuncia sono diminuite da 46,923 a 26,768; la prima in ragione del 7 per cento soltanto, le altre in ragione del 43 per cento. Ma è più grave la constatazione che, in rapporto al totale dei morti, la tubercolosi ha segnato un aumento, anzichè una decrescenza; il che significa che il miglioramento avvenuto nella mortalità per tubercolosi, è stato di molto superato da quello avvenuto nella maggior parte delle cause di morte. Ecco

la proporzione dei morti per tubercolosi su 1000 morti per qualsiasi causa :

1887 : *75.0* 1900 : *77.9* 1905 : *78.0* 1910 : *81.0* 1914 : *80.7*

Questo peggioramento della mortalità per tubercolosi in rapporto al numero totale dei morti si manifesta più evidente ove si consideri la mortalità nei gruppi di età più colpiti. Nel gruppo dai 10 ai 19 anni è passata da 316.7 per 1000 morti nel 1905 a 343.5 e in quello dai 20 ai 39 anni da 354.8 a 382.3 per 1000.

Vediamo in quali proporzioni la guerra abbia aggravata la tubercolosi fra la popolazione civile.

Fra la popolazione la guerra ha contribuito all'aggravarsi del morbo e quindi della mortalità con l'accrescere di numero e d'intensità le cause di fronte a cui gli organismi già minati dal male o più deboli non hanno potuto opporre valida resistenza. Il genere di vita diversa per i più, per le donne il lavoro nelle officine militari, la maggior parte delle volte superiore alle loro forze ed alla loro costituzione, l'alimentazione più scarsa o meno igienica, i patemi d'animo, l'addensamento nelle abitazioni ed il prodursi in genere di fattori sfavorevoli ad una esistenza sana e tranquilla, hanno portato alla manifestazione del male in individui che vi avevano soltanto la predisposizione ed alla esplosione in forma grave in individui i quali avevano una tubercolosi latente che avrebbero forse trascinata per tutta la vita.

Secondo dati, che attendono per altro conferma da pubblicazioni ufficiali, si conosce che, mentre nel 1914 morirono di tubercolosi polmonare 37,732 persone (105 per 100,000 abitanti), nel 1916 ne sarebbero morti 43,238 (120 per 100,000 abitanti).

In alcune regioni l'aumento della tubercolosi si è rivelato impressionante. L'aumento della Toscana, da 138 a 160 per 100,000 abitanti supera quello di tutte le altre regioni. Ugualmente grave, quasi, è quello del Veneto, dovuto al fatto che questa regione costituiva la retrovia dell'esercito operante.

La mortalità per tubercolosi in tutte le altre forme sarebbe, dal 1914 al 1916, salita in Italia da 39.7 a 49.3 per 100.000 abitanti, con un aumento più elevato nel Veneto (da 54.4 a 70.1) e nelle Puglie (da 57.5 a 73.0).

Sia per la tubercolosi polmonare, sia per altre forme di tubercolosi, l'aumento sarebbe stato minimo nella Campania, nella Basilicata, nella Sardegna. Negli Abruzzi, per la tubercolosi polmonare, si sarebbe avuta anzi una diminuzione.

Se vogliamo limitarci alle statistiche di alcune città principali vediamo che la mortalità per tubercolosi è aumentata in maggior misura a Firenze (da 238 nel 1914 a 403 nel 1918 per 100.000 abitanti), a Bergamo (da 198 a 408), a Padova (da 134 a 210), a Perugia (da 87 a 190), a Pistoia (da 165 a 258), a Lucca (da 207 nel 1914 a 810 nel 1917); in minor misura a Genova (da 221 nel 1914 a 275 nel 1918), a Bologna (da 114 a 172), a Modena (da 179 a 219), a Napoli (da 83 a 122), a Siracusa (da 97 a 140).

Si può conoscere l'andamento della mortalità per tubercolosi in due città, a Roma ed a Milano, dal 1914 al 1919. Le cifre sono più certe, ed il periodo di esame è più lungo.

Mortalità per tubercolosi in tutte le forme a Roma ed a Milano nel periodo 1911-1919 (1).

Anni	Roma			Milano		
	Numero assoluto	Per 1000 morti	Per 1000 abitanti	Numero assoluto	Per 1000 morti	Per 1000 abitanti
1914	1344	128.01	2.23	1208	119.45	1.82
1915	1448	132.41	2.34	1273	116.15	1.85
1916	1595	142.29	2.53	1483	134.30	2.11
1917	1809	164.46	2.83	1754	148.72	2.49
1918 (1)	2573	133.43	4.05	2382	129.44	3.40
1919	2010	178.06	3.08	1834	155.05	2.62

Nel 1915 l'aumento è appena sensibile: la guerra, infatti, non si iniziò che alla metà dell'anno e le conseguenze non avevano avuto ancora modo di manifestarsi. Si aggrava nel 1916, rivelandosi in tutta la sua estensione negli anni successivi. Il massimo si raggiunge nel 1918, dovuto altresì all'aumento della mortalità fra i militari.

Nè si deve credere che le cifre del 1918 siano così alte per il fatto che fossero inclusi fra i morti per tubercolosi, durante l'epidemia influenzale, avutasi in quell'anno, anche quei tuberco-

(1) L'alta mortalità verificatasi nel 1918 per epidemia influenzale spiega l'abbassamento notevole della percentuale nei rapporti dei morti per tubercolosi coi morti in totale.

lotici che morirono per attacco di influenza. Poichè, anzi, è accaduto probabilmente l' inverso, e cioè, come si è potuto rilevare da uno spoglio accurato delle denuncie di morte, che anche quelle riferentesi a tubercolotici conclamanti, contenevano quasi costantemente solo la diagnosi di broncopolmonite o semplicemente di influenza.

Nel 1919 la tubercolosi in tutte le sue forme, in rapporto al numero totale degli abitanti, segna una diminuzione abbastanza notevole. Sia in cifre assolute che in rapporto al numero totale dei morti, invece, continua a salire, superando la proporzione del 1917, dopo la improvvisa parentesi del 1918, dovuta, come si è detto, all' epidemia influenzale. E bisogna notare che anche negli ultimi mesi del 1919, nella cifra della mortalità generale, sono inclusi un maggior numero di morti dovuti ad una sensibile ripresa dell' influenza. Le conseguenze della guerra fra la popolazione civile, sarebbero dunque, nei riguardi della tubercolosi, tutt' altro che sopite.

Nell' ultima parte della sua memoria, l'A. si occupa succintamente dei rimedi contro la tubercolosi, ispirati principalmente ad un largo sistema di prevenzione sociale.

Un lavoro che, da un punto di vista generale studia la guerra in rapporto alla popolazione è quello del Savorgnan (*La guerra e la popolazione. Studi di demografia*, Zanichelli, Bologna, 1918). In un primo capitolo l'A. premette una sintetica esposizione delle condizioni demografiche ed economiche dei paesi belligeranti. In un secondo capitolo tratta della coesione nazionale dei vari paesi belligeranti, notando come, sotto questo riguardo, l'Italia, la Francia e l' Inghilterra costituiscano delle unità saldamente unite, mentre nel gruppo avversario, senza parlare degli Stati minori, questa caratteristica non può riconoscersi che alla Germania. A questo elemento si deve in buona parte l' esito della guerra che ha favorito le rivendicazioni nazionali di molti paesi.

In un terzo capitolo il Savorgnan si occupa delle perdite complessive nei primi due anni di guerra, e, quantunque non abbia potuto ricorrere a fonti sempre dirette, pur tuttavia i calcoli, relativamente all' epoca considerata, si sono dimostrati non molto lontani dalla realtà.

Esaminando la guerra come fattore di selezione, l'A. mette in luce come nei primordi dell' umanità dovette effettivamente operarsi, per mezzo della guerra, una rigorosa selezione, in virtù della

quale scomparvero gli inetti e sopravvissero gli individui e i gruppi sociali che, dal punto di vista fisico e morale, possono qualificarsi come i migliori. E la guerra formò quelle razze selezionate di guerrieri, di conquistatori e di dominatori che fondarono i primi Stati, e, con essi, le prime istituzioni civili. Ma in progresso di tempo, con l' ingrandirsi degli Stati e con l' accrescersi della loro popolazione, la funzione selezionatrice della guerra andò scemando perchè solo una parte del popolo, ed ordinariamente la più scelta, era esposta alla mortalità bellica. Nei tempi moderni la guerra non solo ha perduto ogni valore selettivo, ma è anzi diventata un fattore di anti-selezione: la guerra attuale, sopprimendo parecchi milioni degli individui più giovani, più sani e più vigorosi, ha distrutto quanto qualitativamente ha mai avuto di meglio il mondo.

Senza soffermarsi lungamente sull' argomento, nei riguardi della ripercussione del fenomeno bellico sulla bontà psicologica della razza, il Savorgnan è piuttosto pessimista; egli ritiene non solo basso il livello eugenico dei figli di guerra, ma anche basso il livello delle generazioni che vedranno la luce nei primi anni dopo la conclusione della pace.

Ma, come si è detto, è un problema questo assai complesso sul quale non si è ancora in grado, allo stato attuale degli scarsi studi sull' argomento, di dare risposta decisiva. Può darsi finora invece col Savorgnan una risposta decisiva, in senso negativo, alla questione se il fenomeno di compensazione, per cui, dopo la guerra si verifica una maggiore natalità ed una minore mortalità, sia sufficiente a riparare le perdite di popolazione derivanti dall' eccedenza delle morti sulle nascite negli anni di guerra.

Riferendoci agli effetti della breve guerra franco-prussiana ed anche con le previsioni migliori, in base alle statistiche che si conoscono relative alla guerra attuale, non appare fondata infatti l' opinione di coloro che vedono nella guerra una fonte di nuove energie demografiche sufficienti a riparare sollecitamente ai danni patiti.

E nell'ultimo capitolo, dove tratta della popolazione dopo la guerra, l'A. accenna proprio al fatto che, se il problema manifesterà nelle sue linee generali qualche analogia, non avrà certamente un aspetto uniforme in tutti gli Stati, ma si presenterà con esigenze diverse a seconda della costituzione demografica ed economica, della capacità genetica e della energia produttiva, della varia intensità delle componenti del movimento della popolazione, anteriori alla guerra. Aggiunge infine previsioni sul periodo neces-

sario ai principali Stati per ricostituire le perdite subìte, dimostrando come la Germania e l'Inghilterra colmeranno i vuoti in un periodo molto più breve di quello che sarà necessario alla Francia, la quale, nell'impossibilità di ricostituire da sè la propria classe produttiva, dovrà fare ogni sforzo per attivare l'emigrazione straniera. Ma ritorneremo altra volta sull'argomento, nei riguardi della Francia, quando, in una successiva rassegna, esamineremo le numerose opere che trattano, in particolar modo, della questione della popolazione in quel paese.

Relativamente all'Italia il SAVORGNAN riconosceva che non sarebbe stato certo il fattore uomo quello che sarebbe mancato alla nostra rinascenza economica; chè anzi l'Italia avrebbe avuto la possibilità di fornire forze lavoratrici agli Stati depauperati dalla guerra.

Ugualmente ottimista, nei riguardi dell'avvenire demografico del nostro paese, è il GINI che nella sua monografia, *Il costo della guerra* (Roma - Tip. Universelle, 1918) mostrava come il pericolo di una deficienza di popolazione fosse infondato per l'Italia, avvezza a riversare annualmente fuori dei suoi confini parecchie centinaia di migliaia di emigranti. Nell'ultimo periodo di pace, che ha preceduto la guerra, la popolazione produttiva italiana, che si suole estendere dai 15 ai 65 anni, acquistava annualmente circa 720,000 persone, provenienti dalle età inferiori, e ne perdeva a un dipresso 180,000 per morte e 230,000 per passaggio alle età superiori, che si ritengono economicamente improduttive. Restava un guadagno annuo di 310,000 persone, che prima andava per quasi la metà in emigrazione definitiva e per oltre la metà in incremento effettivo della popolazione e che, durante la guerra, sarebbe bastato a far fronte alla mortalità dei combattenti ed alla cresciuta mortalità della popolazione civile.

Alla sicurezza che l'Italia non avrebbe risentito danni notevoli, per effetto della guerra, nei riguardi dei suoi futuri bisogni demografici, il GINI aggiungeva per altro il timore, del resto non infondato, che, senza una saggia politica di tutela della mano d'opera, la patria nostra avrebbe potuto correre il rischio di vedersi sottratta senza compenso la grande forza economica racchiusa nelle sue magnifiche riserve demografiche.

In due interessanti articoli: *Le problème de la population après la guerre* (*Scientia*, mars 1918) e *L'influence de la guerre sur le mouvement naturel de la population* (*Scientia*, mai 1919) il SAVORGNAN ritorna brevemente, in base a nuova documentazione, sugli argomenti già trattati nel suo libro.

Il maggior contributo ai calcoli sulle perdite di guerra fu però dato finora dalla *Society for the study of the Social Consequences of the War*.

Già nel Bollettino dell' Agosto 1916, essa aveva pubblicato un primo calcolo, necessariamente limitato al primo biennio di guerra, delle perdite subìte da alcuni belligeranti. I risultati forzatamente incerti e in molti punti non accettabili erano stati sottoposti a critica nel citato lavoro del SAVORGNAN *La guerra e la popolazione*. Ma un' indagine molto più completa e attendibile è apparsa nei Bollettini 4, 5 e 6 per opera del DÖRING (*Die Bevölkerungsbewegung im Weltkrieg: I. Deutschland; II. Oesterreich-Ungarn; III. 35 Millionen Menschenverlust in Europa*. Cfr. pure, dello stesso Autore: *Die Bevölkerungsbewegung im Weltkrieg: Deutschland, Oesterreich-Ungarn, England, Frankreich*, in *Archiv für Soziale Hygiene und Demographie*, Band 13, Heft 4, 1920). Non vi mancano indagini congetturali per altri Stati, come per la Russia, Rumenia, Bulgaria, Serbia, Belgio ed anche per l' Italia, per la quale i dati vengono riportati fino al 1917 soltanto. Le perdite europee, fino alla metà del 1919, sarebbero le seguenti: morti in guerra 9,829 milioni; eccedenza di mortalità nella popolazione civile 5,301 milioni; diminuzione delle nascite 20.250; un totale quindi di 35,380 milioni di perdite.

Di particolari monografie relative al movimento demografico di singole città ricordo quella di GIUSEPPE CRISTALLI: *Il movimento demografico a Napoli durante la guerra (1915-1918). Considerazioni e note* (Napoli, Off. Aldina, 1920), ove si esaminano i principali fenomeni demografici, e quella di FRANZ MATARÉ: *Zur Statistik der Sterbefälle in München während des letzten Friedensjahrfünfts und der drei ersten Kriegsjahre* (in *Zeitschrift für die gesammte Staatswissenschaft*, 1920), relativa all' esame delle cause di morte per quella città.

Prima di chiudere questa rassegna di opere che trattano, sotto vari aspetti, delle conseguenze demografiche della guerra ricordo la pubblicazione del SALVIONI: *I numeri della pace* (Bologna, Zanichelli, 1918) che contiene, per gli Stati che hanno preso parte al conflitto, un prezioso materiale statistico, il quale può riuscire di somma utilità per chi, nello studio degli effetti in genere della guerra e quindi anche di quelli demografici, voglia risalire agli elementi che valgano a spiegarne la diversa entità, per i vari paesi.

La guerra, in rapporto alla popolazione, non è stata fino ad ora studiata compiutamente. Se non di tutti gli studi si è potuto far cenno in questa rapida sintesi, tuttavia speriamo di aver omesse solamente pubblicazioni relative a singoli argomenti. Abbiamo visto, di sfuggita, quanti problemi siano collegati alla guerra in funzione dell'elemento demografico, considerato come causa e come effetto. Specie, nei riguardi degli effetti, numerose questioni, poste ed abbozzate quando mancava il materiale necessario a risolverle, attendono di essere riprese e trattate con rigoroso criterio scientifico. Anche se taluno ha avanzato ipotesi o è pervenuto a qualche conclusione, resta sempre il dubbio se, da un ulteriore esame dell'argomento ed in base a nuovi elementi, i risultati non debbano modificarsi.

Il problema della popolazione in relazione delle condizioni economiche va destando dovunque serie preoccupazioni: sembra che sull'Europa ogni giorno più cupa e minacciosa si stenda l'ombra di Malthus, l'ombra di questo nero e terribile genio, profeta di distruzione e di morte. È fondato il timore che le sussistenze del mondo non basteranno a provvedere al bisogno delle popolazioni dei vari Stati? E questo timore è generale per tutti i paesi? È possibile far previsioni sull'andamento futuro dello sviluppo demografico nell'Europa, che sarebbe il continente più minacciato? Ed in base a tali previsioni ed all'esperienza dei tempi passati può darsi una risposta basata su apprezzamenti scientificamente fondati ai dubbi circa la capacità di resistenza del genere umano alle attuali difficoltà economiche?

Domande queste, ed altre, alle quali i demografi occorrerebbe che rispondessero, assicurando che la scienza, se non può prevedere il futuro, può bensì, in base ad elementi noti, mettere in chiara luce verità nascoste od ignorate.

LANFRANCO MAROI.

Pubblicazioni ricevute — Publications reçues

Publications received — Erhaltene Veröffentlichungen

PERIODICI - PÉRIODIQUES - PERIODICALS - ZEITSCHRIFTEN

Archivio storico italiano, 1920, Vol. I, disp. 1ª: I. DEL LUNGO, *Le vicende d'un' impostura erudita*; A. FORESTI, *Viaggi di Francesco Petrarca dall' Italia ad Avignone*; M. BRANCA, *Contesa per il dominio della Sardegna fra le due repubbliche di Pisa e di Genova*; A. LAZZARI, *I « Ricordi di governo » di Alfonso II d' Este duca di Ferrara.*

Bollettino della emigrazione, Novembre-Dicembre 1917: T. PERASSI, *Le norme sul trattamento degli stranieri nell' ordinamento svizzero dell' assicurazione contro gl' infortuni; Statistiche dell' emigrazione; Legislazione straniera sull' emigrazione e sul lavoro.*

Bollettino della emigrazione, Gennaio-Marzo 1920: F. CALIMANI, *L' accordo italo-francese sul trattamento degli operai italiani in Alsazia e Lorena; La possibilità di impiego di mano d' opera italiana in Transcaucasia; Leggi straniere e accordi internazionali sull' emigrazione e sul lavoro; Movimento dell' emigrazione ilaliana; Vita degli Italiani all' estero; Varie*; *Atti ufficiali.*

Bollettino della emigrazione, Aprile-Maggio 1920: *L' emigrazione nei rapporti fra l' Italia e gli Stati Uniti d' America; Le prospettive di un movimento di emigrazione italiana in Anatolia; Leggi straniere e accordi internazionali sull' emigrazione e sul lavoro; Notizie sull' emigrazione e sul lavoro; Movimento dell' emigrazione italiana; Vita degli Italiani all' estero; Varie; Atti ufficiali.*

Bollettino della emigrazione, Giugno 1920: T. PERASSI, *La convenzione fra l' Italia e l' Argentina in materia di infortuni sul lavoro*; *Leggi straniere e accordi internazionali sull' emigrazione e sul lavoro; Notizie sull' emigrazione e sul lavoro; Movimento dell' emigrazione italiana; Massime di giurisprudenza; Varie; Atti Ufficiali.*

Bollettino della emigrazione, Luglio 1920: N. E. DE GREGORIO, *Esercito ed emigrazione; I cittadini residenti all' estero ed il nuovo ordinamento*

militare; Leggi straniere e accordi internazionali sull' emigrazione e sul lavoro; Notizie sull' emigrazione e sul lavoro; Movimento dell' emigrazione italiana; *Varie.*

Bollettino di statistica agraria e commerciale (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Gennaio-Ottobre 1919: *Colture dell' anno agrario 1919-20 nell' emisfero meridionale; Colture dell' anno agrario 1919-20 nell' emisfero settentrionale; Campagna saccarifera 1919-20; Notizie complementari sui raccolti del 1919 nell' emisfero settentrionale; Statistica del bestiame; Commercio; Stoks visibili; Prezzi, Cambi e Noli marittini; Equivalenza delle principali misure di alcuni paesi.*

Bollettino di statistica e di legislazione comparata (Ministero delle Finanze) Anno XVIII, Fascicolo I: *Parte I, Statistica: Riscossioni trimestrali e riscossioni dell' intero esercizio 1917-1918, confrontate con quelle dei corrispondenti periodi dell' esercizio 1916-1917. Riscossioni trimestrali e riscossioni dell' intero esercizio 1918-1919, confrontate con quelle dei corrispondenti periodi dell' esercizio 1917-1918. Parte II, Legislazione italiana, notizie estere (Italia, Colonie italiane, Francia, Inghilterra, Spagna).*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Gennaio 1920: *I sistemi di vendita cooperativa del bestiame (Canadà); Le cooperative agrarie in Irlanda nel 1917-18*; H. Kallbrunner, *Lo sviluppo dell' istituto per l' assicurazione del bestiame della Bassa Austria (Sezione per i bovini) dal 1914 al 1918; Le pensioni di vecchiaia per gli operai agricoli (Spagna); Il Credito agrario della Cassa di risparmio del Banco di Napoli nel 1918; Disposizioni legislative per la costituzione di beni di famiglia a favore degli ex-combattenti; La riorganizzazione dell' Istituto di riforme sociali (Spagna); Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sull' assicurazione e sulla previdenza, sul credito e sull' economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Febbraio 1920: *Il credito agrario cooperativo alla fine della guerra (Francia); Le unioni centrali per gli acquisti e le vendite (Russia);* H. Kallbrunner, *Lo sviluppo dell' Istituto della Bassa Austria per l' assicurazione del bestiame (Sezione per i cavalli) dal 1914 al 1918; La banca dell' Associazione degli agricoltori (Spagna); Il concorso dello Stato all' opera di ricostituzione agraria delle regioni liberate (Francia); Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sull' assicurazione e sulla previdenza, sul credito e sulla economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Marzo 1920: H. Kallbrunner, *Lo*

sviluppo dell' orticoltura durante la guerra e le società dei piccoli orticultori (Austria); Le banche popolari (Italia); Le assicurazioni sociali obbligatorie (Portogallo); La mano d' opera ed i salari nell' agricoltura (Norvegia); La crisi alimentare e l' azione svolta dallo Stato per superarla (Svizzera); Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sull' assicurazione e sulla previdenza, sul credito, e sull' economia agraria in diversi paesi.

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d' Agricoltura), Aprile 1920: *Il « Boerenband »: la sua attività nel 1918 e il suo nuovo programma agrario (Belgio); l' assicurazione obbligatoria contro la disoccupazione (Italia); Lo sviluppo del credito ipotecario nel periodo 1907-1918 (Svizzera)*; H. Kallbrunner, *La diminuzione delle piccole proprietà dei contadini e la legislazione intesa a combatterla (Austria); Il problema agrario nell' Andalusia (Spagna); Il contratto collettivo di lavoro nell' agricoltura (Svezia); La crisi alimentare e l' azione svolta dallo Stato per superarla (1914-1919) (Svizzera); Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sull' assicurazione e sulla previdenza, sul credito, e sull' economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d' Agricoltura), Maggio 1920: *La situazione della cooperazione (Finlandia); Le recenti disposizioni in materia di credito cooperativo agricolo (Portogallo); L' assicurazione contro la mortalità del bestiame nel 1917 (Svizzera); Il credito fondiario (Italia); Valore e distribuzione della proprietà rurale (Danimarca); I commissariati per l' agricoltura durante la guerra (Francia); La colonizzazione agraria a favore dei soldati congedati (Nuova Zelanda); Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sull' assicurazione e sulla previdenza, sul credito, e sull' economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d' Agricoltura), Giugno 1920: *I principi del sistema cooperativo di vendita secondo l' esperienza della California; La « Caisse générale d' épargne et de retraite » durante la guerra (Belgio); L' assicurazione contro la grandine nel 1917 (Svizzera); I prestiti dello Stato agli agricoltori (Australia); L' approvvigionamento del grano e della carne durante la guerra (Francia); L' azione del Governo per la colonizzazzione interna e il ripopolamento (Spagna); Notizie varie sulla cooperazione e associazione, e sull' economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d' Agricoltura), Luglio 1920: *La situazione della cooperazione (Finlandia); Le nuove disposizioni per le mutue agrarie (Italia): Il « Banco de la Nación » e i prestiti alle industrie*

agricole e zootecniche nel 1919 (Argentina); *L' approvvigionamento del Belgio e della Francia invasa durante la guerra*; *Sulla legge delle otto ore di lavoro giornaliero (Spagna)*; *Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sul credito, e sull' economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Agosto 1920: *L' organizzazione sindacale di una regione agraria (Francia)*; *Le cooperative agricole negli anni di guerra (Germania)*; *Il regolamento per l' assicurazione obbligatoria contro l' invalidità e la vecchiaia (Italia)*; *Il problema degli approvvigionamenti e la politica nazionale di indipendenza alimentare (Giappone)*; *L' esodo rurale: importanza e cause (Svizzera)*; *Notizie varie sull' assicurazione e sulla previdenza, sul credito e sull' economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Settembre 1920: *Le casse rurali durante gli anni di guerra (Germania)*; H. Kallbrunner, *L'assicurazione contro la grandine durante la guerra (Austria)*; *I crediti per la messa in coltura delle terre abbandonate (Francia)*; *Introduzione allo studio dei problemi economici brasiliani*; *Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sul credito, e sull' economia agraria in diversi paesi.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Ottobre 1920: *Le cooperative agricole di acquisto e di vendita durante la guerra (Germania)*; *La riorganizzazione del credito agrario cooperativo (Francia)*; *La società mutua di assicurazione contro la grandine dell'Associazione fra gli agricoltori (Spagna)*; *L' Ufficio per i prestiti ai piantatori (Stati Malesi federati)*; *La legge sulla istituzione dell' « Homestead » (Argentina)*; *Colonizzazione agraria ed impiego nell' agricoltura dei militari di terra e di mare congedati, in Inghilterra e nel Galles*; *Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sull' assicurazione e sulla previdenza, sul credito e sull' economia agraria in diversi paesi.*

L' Esportazione, Aprile 1920: *La mostra della produzione e del lavoro di pace a Milano*; G. Ortolani, *La mostra di campioni di Padova*; *La fiera campionaria di Trieste*; *Commentarii*; *La cronaca commerciale di Marzo*; *Programmi e metodi d' insegnamento commerciale*; *L' America e noi*: *L' attività delle Camere di Commercio, Istituti e organizzazioni commerciali*, ecc.

L' Esportazione, Maggio 1920: *« Exportare per mare et per terram »*; *Commentarii*; *Vita economica ed industriale in Australia*; *La cronaca commerciale di Maggio*; R. Foà, *La politica economica dopo la guerra*; *La voce dei mercati del mondo*, ecc.

L' Esportazione, Giugno 1920 (Puntata straordinaria): *La II Fiera Internazionale di Campioni di Padova*; *Mercati dell' estero*; *Importazioni-Esportazioni*, ecc.

L' Esportazione, Luglio 1920: *Resipiscenze*; *Commentarii*. A. Aurelio, *Organizziamo la produzione*; G. Frisetti, *Sindacalismo e consigli di fabbrica*; *La voce dei mercati del mondo*, ecc.

L' Esportazione, 15-31 Luglio 1920: L' Esportazione, *Lo Stato e i profitti delle Esportazioni*; G. L. C., *Per una migliore intesa commerciale tra Italia e Spagna*; E. Ghisi, *Esportiamo*; G. Frisetti, *Sindacalismo e consigli di fabbrica*, ecc.

L' Esportazione, Agosto 1920: *Problemi politici ed economici nelle regioni liberate*; *Commentarii*; V. Pareto, *Un manifesto dei produttori inglesi*; G. Frisetti, *Le condizioni attuali e future dei commerci e le industrie in Romania e Jugoslavia.*

La Vita Italiana, Luglio 1920: M. Pantaleoni, *I Sornioni*; O. Sinigaglia, *Lega Italiana per la tutela degli interessi nazionali*; A. Palmieri, *La penetrazione religiosa degli Stati Uniti all' estero*; C. Crispolti, *Una fase dei rapporti tra Francia e Vaticano*; M. Sani, *Le conseguenze della cosiddetta « Pace Libica »*; P. Pedrotti, *I Congressi Pangermanisti di Vipiteno e di Bressanone*; M. Piacentini, *La riforma dell' amministrazione del patrimonio ecclesiastico*; G. A. Colonna di Cesarò, *Retroscena affaristici spagnoli dell' on. Nitti*; G. Preziosi, *Brogli nell' aviazione e un episodio messicano dell' on. Nitti*; C. C., *Rassegna mensile degli avvenimenti politici.*

La Vita Italiana, Agosto 1920: ***, *L' internazionale ebraica*; G. A. Colonna di Cesarò, *La trasformazione della situazione internazionale determinata dalla guerra*; L. Re-Bartlett, *Un viaggio in Dalmazia*; G. Roncagli, *La vittoria e la pace Adriatica*; A. Bertolini, *Il prezzo del pane*; P. Lanino, *L' art. 56 e lo sciopero sulle Ferrovie dello Stato italiano*; L. Ferraris, *Politica coloniale italiana*; F. Pontecorvo, *Idee vagabonde sul P. P. I.*; C. Crispolti, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici.*

La Vita Italiana, Settembre 1920: E Corradini, *Nel primo anniversario di Ronchi*; G. Preziosi, *Ancora l' internazionale ebraica*; X, *Spalato sotto il giogo serbo*; G. A. Colonna di Cesarò, *Per la ricostituzione del Partito Radicale*; P. Lanino, *L' art. 115 e lo sciopero delle Ferrovie private italiane*; C. Geloso, *Giudizi militari austriaci sull' azione delle truppe e degti stati maggiori italiani nella battaglia del Piave*; G. di Giura, *I traffici con la Svizzera attraverso l' Italia*; Verax, *Rassegna mensile dell' attività della « Lega delle Nazioni »*; C. Crispolti, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici.*

La Vita Italiana, Ottobre 1920: G. Preziosi, *Come l'on. Nitti tradì costantemente la causa di Fiume, Per la storia del « Modus vivendi »*; G. Prato, *Restaurazione finanziaria o artifizio politico?*; P. Lanino, *Il conflitto metallurgico*; D. P., *Il dominio e la sicurezza dell' Adriatico*; G. Roncagli, *Un documento magnanimo*; Nicola Pascazio, *Il colosso senza respiro*; O. Sinigaglia, *Nuovi rapporti fra capitale e lavoro*; E. Corradini, *Le « Pagine degli Anni Sacri »*; Verax, *Rassegna mensile dell' attività della « Lega delle Nazioni »*; C. Crispolti, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici.*

Rassegna della previdenza sociale, Giugno 1920: *Il Ministero per il lavoro e la previdenza sociale*; C. Toesca di Castellazzo, *Appunti sugli infortuni degli operai nell'agricoltura; Istituti fondamentali di legislazione sociale in Spagna; Giurisprudenza in materia d' infortuni sul lavoro; Legislazione: Atti della cassa nazionale infortuni; Assicurazione infortuni agricoli*; E. Lairolle, *Assicurazione contro le malattie; Assistenza agli invalidi di guerra; Notiziario.*

Rassegna della previdenza sociale, Luglio 1920: *Le assicurazioni sociali in Parlamento. Progetto di legge per l' assicurazione sociale nell' ex-Impero Austriaco*; G. Miceli, *Diminuzione del « Visus » e della capacità lavorativa*; *Giurisprudenza in materia d' infortuni sul lavoro; Legislazione; Statistica; Infortuni mortali in agricoltura nel 1919*; A. Peri, *Infortuni sul lavoro nello stabilimento « Ilva » negli anni 1911-1918*; *Assicurazione infortuni sul lavoro in agricoltura; Assicurazione invalidità e vecchiaia.*

Rassegna della previdenza sociale, Agosto 1920: *Le assicurazioni sociali in parlamento*; A. Cabrini, *Problemi e servizi dell' emigrazione*; *Progetto di legge per l' assicurazione sociale: Giurisprudenza in materia d' infortuni sul lavovo*; *Assicurazione infortuni del lavoro in agricoltura*; *Statistica; Atti della Cassa Nazionale infortuni*; *Organizzazione internazionale del lavoro*; *Curiosità in materia d' infortuni sul lavoro; Notiziario.*

Rassegna della previdenza sociale, Settembre 1920: *Le assicurazioni sociali in Parlamento; Progetto di legge per l' assicurazione sociale;* V. Magaldi, *Il problema dell' abitazione*; L. Rugani, *Sulle Anosmie; Statistica; L' assicurazione agricola nel primo semestre 1920*; *Nota sulla liquidazione d' indennità ad operai borghesi, dipendenti dall' amministrazione militare, infortunatisi in zona di guerra.*

Rivista del Diritto Commerciale, Aprile-Maggio-Giugno 1920: F. Carnelutti, *Per la riforma della legge sugli infortuni industriali*; A. Sacerdoti, *Sul risarcimento dei danni di guerra*; G. Pacchioni, *Della gestione per mandato d' altri*; G. Ottolenghi, *Rassegna critica di giurisprudenza commerciale internazionale, Rivista di legislazione*

italiana; G. Ottolenghi, *Rassegna critica della giurisprudenza in materia d' infortuni sul lavoro, Rivista di legislazione italiana.*

Rivista Internazionale di Sanità pubblica, Luglio 1920: A. Calmette, *Verso la difesa dell'umanità contro la tubercolosi;* R. P. Strong, *La campagna contro il tifo esantematico nel 1915 in Serbia, messa in rapporto coll' epidemia attuale in Polonia;* A. d' Espine, *Esperienze fatte col latte albuminoso alla clinica infantile;* G. C. Whipple, *Il risanamento universale: Una possibilità del secolo ventesimo;* G. Tropeano, *Definizione e limiti della medicina sociale;* A. Fitzgerald, *Lo spirito internazionale e il « Nursing »;* K. Stouman, *L' avvenire della statistica demografica.*

Rivista Internazionale di Sanità pubblica, Settembre, 1920: S. L. Cummins, *La tubercolosi nelle popolazioni primitive e i suoi rapporti colla tubercolosi dei paesi civili;* H. Gougerot, *I saprofitismi dei germi venerei: loro pericoli*; B. Gosio, *La scienza e la pratica nella lotta contro la malaria;* R. P. Strong, *La campagna contro il tifo esantematico in Serbia, considerata dal punto di vista dell' attuale epidemia in Polonia*; S. B Wolbach, J. L. Todd, F. W. Paltrey, *Note sul tifo. Rapporto preliminare della Commissione incaricata dalla Lega della Società della Croce Rossa di studiare il tifo in Polonia*; K. Stouman, *Sulla soglia di un' era nuova.*

« Scientia », 1-X-1920: H. Bouasse, *De la formation des théories et de leur transformation pragmatique*; C. L. Morgan, *Instinctive Dispositions*; G. L. Sera, *Che cos'è l' antropologia?*; E Romer, *Problèmes territoriaux de la Pologne.*

« Scientia », 1-XI-1920: M. Gortani, *La durata dei periodi geologici;* S. Zaremba, *Le caractère propre et la portée de la physique*; B. Moore, *Light as the Source of Life*; A. D. McLaren, *La Ligue des Nations et les questions vitales qui se posent maintenant devant l' Europe.*

Bulletin trimestral (Bureau de la Statistique générale - Royaume de la Belgique), Juin 1920: *Mortalité des enfants de moins de 5 ans avant et pendant la guerre; Statistiques demographiques pour différents pays d' Europe depuis 1911; Commerce spécial de la Belgique pendant les cinq premiers mois de 1920: 1°, par catégorie de marchandises; 2°, avec les principaux pays; Production métallurgique*; *Production houillère*; *Rendement ouvrier; Transports*; *Travail; Prix moyen des grains et denrées agricoles; Indices de l' augmentation des prix de détail; Finances.*

L' Aéronautique, Août 1920: Éditorial, *Au Salon aéronautique de Londres*; H. Bouché, *Les Avions*; Martinot-Lagarde, *Les Dispositifs*

moteurs; ROCCA, *L'étude aérodynamique des organes sustentateurs d'avions.*

Le Moniteur des Assurances, 15 Août 1920: R. OLIVREAU, *Capitalisation*; R. OLIVREAU, *Assurances contre l'incendie; Comptes-rendus des Compagnies d'assurances contre l'incendie;* etc.

Le Moniteur des Assurances, 15 Septembre 1920, R. OLIVREAU, *Assurances contre les accidents du travail*; *Comptes-rendus des Compagnie d'assurances contre les accidents;* etc.

Le Moniteur des Assurances, 15 Octobre 1920: R. OLIVREAU, *Assurances maritimes*; R. OLIVREAU, *Assurances contre la grêle*; R. OLIVREAU, *Assurances contre la mortalité du bétail*; P. C., *Assurances contre l'incendie*; A. BEAUMONT, *Assurances contre les accidents;* P. C. *Question fiscale*; etc.

Le Producteur, 10 Août 1920: P. MILLE, *Les Producteurs et les compagnons de l'Intelligence*; D. HALÉVY, *Un grand Financier disparu: Pierpont Morgan;* F. GROS, *Le Rôle de l'Individu dans la Création industrielle,* H. CLOUARD, *Julien Sorel;* G. MAIRE, *Education et Production. L'enseignement de la Philosophie;* M. ANDRÉ, *L'organisation des Consulats;* F. DELAISI, *La politique du Pétrole.*

Le Producteur, Septembre-Octobre 1920: G. MORIN, *Réponse à l'Enquête sur l'Organisation syndacale et professionelle;* F. DELAISI, *La Politique du Pétrole. Préface: Esquisse d'une méthode*; G. DARQUET et H. CLOUARD, « *Le Travail au Pouvoir* »; G. MAIRE, *Education et Production: L'Enseignement scientifique;* E. TISSERAND, *La Crise du Papier sous la Révolution;* M. ANDRÉ, *L'Association Guillaume Budé;* H. CLOUARD, *L'Entrée au Forum*; M. SOLOVINE, *Le Soleil. Son aspect extérieur;* LOUIS LE SIDANIER, *Trois Livres sur le Traité de Paix.*

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 5 Août 1920: *Revue financière; Compagnie Foncière et Immobilière de la Ville d'Alger (Etude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Revue des valeurs de l'Afrique du Nord* (en supplement).

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 20 Août 1920: *Revue financière*; *Societé Algérienne des produits chimiques et engrais (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Revue des valeurs de l'Afrique du Nord* (en supplement).

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 5 Septembre 1920: *Revue financière; Societé internationale de régie co-interessée des Tabacs au Maroc (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Revue des valeurs de l'Afrique du Nord* (en supplement).

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 20 Septembre 1920: *Revue financière; Chaonia et Maroc (Étude financière); La vie politique*

et économique ; La vie agricole ; Revue des valeurs de l' Afrique du Nord (en supplement).

Revue des valeurs de l' Afrique du Nord, 5 Octobre 1920 : *Revue financière ; Compagnie de navigation mixte (Étude financière) ; La vie politique et économique ; L' alfa dans l' Afrique du Nord ; La vie agricole ; Revue des valeurs de l' Afrique du Nord* (en supplement).

Revue des valeurs de l' Afrique du Nord, 20 Octobre 1920 : *Revue financière ; Le 6e Emprunt national 1920 (Étude financière) ; La vie politique et économique ; La vie agricole ; Revue des valeurs de l' Afrique du Nord* (en supplement).

Revue des valeurs de l' Afrique du Nord, 5 Novembre 1920 : *Revue financière ; Societé agricole algérienne (Étude financière) ; La vie politique et économique ; La vie agricole ; Revue des valeurs de l' Afrique du Nord* (en supplement).

American Journal of Botany, May 1920 : A. F. Blakeslee, R. Thaxter, and W. Trelease, *William Gilson Farlow, December 17, 1844 - June 3, 1919* ; H. W. Rickett, *The developement of the thallus of Sphaerocarpos Donnellii Aust* ; J. F. Rock, *The genus Plantago in Hawaii* ; R. B. Harvey, *Relation of catalase, oxidase and H^+ concentration to the formation of overgrowths.*

Bulletin of the National Association of Wool Manufacturers, July 1920 : J. B. McPherson, *C. H. Harding, Veteran Wool Manufacturer* ; P. T. Cherington ; *Statements by the National Sheep and Wool Bureau of America in its « Truth in Fabric » Propaganda Questioned* ; *The « Truth in Fabric » Hearings before the House Committee on Interstate and Foreign Commerce* ; J. B. McPherson, *Falling Prices in the Wool Market* ; P. T. Cherington, *Errors of Judgment by a Professional Statistician, W. Jett Lauck ; Proposed Legislation to Protect the Dyestuffs Industry ; Obituary* ; *Editorial and Industrial Miscellany, Active and Idle Machinery for April, May, and June, 1920 ; Wool Stocks as of March 31, 1920, and Wool Consumption for March, April, and May, 1920, and Year 1919 Compared with 1918 ; Quarterly Report of the Boston Wool Market for April, May, and June, 1920, and June, 1919 : Imports of Wool and Manufactures of Wool Entered for Consumption, Fiscal Jear ended June 30, 1918, and Calendar Year Ended December 31, 1919.*

Joint Industrial Councils Bullettin, September 1920 : *A Review of progress and achievements.*

Journal of Educational Research, May 1920: E. G. THORNDIKE, *Intelligence Examinations for College Entrants*; W. L. CONNOR, *A New Method of Rating Teachers*; A. W. KALLOM, *Reproduction as a Measure of Reading Ability*; W. M. PROCTOR, *Psychological Tests in Educational Guidance*; W. W. THEISEN, *Operation of Bureaus of Educational Research*; S. S. BROOKS, *Practical Use of Standardized Tests in Rural Schools*; L. P. AYRES, *Coefficients of Regression.*

Journal of Educational Research, June 1920: S. S. BROOKS, *Getting Teachers to Feel the Need for Standardized Tests*; H. A. BROWN, *Formulation of Method in Reading*; L. P. AYRES, *Correlation Ratio*; CARTER ALEXANDER and W. W. THEISEN, *Publicity Campaigns for Better School Support*; CLIFFORT WOODY, *Overlapping in the Content of Fifteen Second Readers*; V. E. DICKSON, *What First-Grade Children Can Do in School as Related to What is Shown by Mental Tests*; J. W. RICHARDSON, *Campaign Method in Elementary Education*; F. H. KOOS, *Educational Measurements in a Small School System*; L. P. AYRES, *Substituting Small Numbers for Large Ones in the Computation of Coefficients of Correlation.*

Journal of Educational Research, September 1920: B. R. BUCKINGHAM and W. S. MONROE, *A Testing Programm for Elementary Schools;* W. M. PROCTOR, *The Use of Psychological Tests in the Vocational Guidance of High-School Pupils;* W. H. HUGHUES, *Standardizing Procedure in a Combination System of Supervised Study, Varying Scope of Work, and Weighted Credit;* C. D. MEAD, *Measurements in Fairy Tale;* W. W. THEISEN, *Provisions for Individual Differences in Theaching Reading;* L. W. PRESSEY, *Scale of Attainement No. 1 - An Examination of Achievement in the Second Grade.*

Journal of the Indian Economic Society, March 1920: PRAPHULLACHANDRA BASU, *The Problem of Indian Exchange and Currency*; E. A. HORNE, *Report of the Committee on Indian Exchange and Currency, 1919*; B. F. MADON, *Reverse Council Bills*; H. B. C., *Preliminary Thoughts on the Efficency of the Bombay Textile Labour.*

Journal of the Royal Statistical Society, March 1920: G. H. KNIBBS, *The organisation of Imperial Statistics*: E. H. STARLING, *The Food Supply of Germany during the War*; M. GREENWOOD and G. U. YULE, *An inquiry into the Nature of Frequency Distributions representative of Multiple Happenings with particular Reference to the Occurence of Multiple Attacks of Disease or of Repeated Accidents*; J. BROWNLEE, *Density and Death-Rate*; H. S. F., *The Paper Pound of 1797-1821.*

Journal of the Royal Statistical Society, May 1920: M. S. BIRKETT, *The Iron and Steel Trades during the War*; T. H. C. STEVENSON, *The fertility of Various Social Classes in England and Wales from*

the Middle of the Nineteenth Century to 1911; H. L. Moore, *Crop-Cycles in the United Kingdom and in France*; T. L. Bennet, *The Theory of Measurement of Changes in Cost of Living*; C. Ottolenghi, *The Variations of Wholesale Prices in Italy during the Great War*; S. P. Turin, *Market Prices and Controlled Prices of Food in Moscow.*

Journal of the Royal Statistical Society, July 1920: J. B. Guild, *Variations in the Numbers of Live Stock and in the Production of Meat in the United Kingdom during the War*; G. Findlay Shirras, *Some Effects of the War on Gold and Silver*; The Editor of the « Statist », *Wholesale Prices of Commodities in 1919*; C. Ottolenghi, *Index-Numbers of Wholesale Prices in Italy during the Great War*; H. L. Trachtenberg, *The Relation of Life-Tables to the Makeham Law*; A. Raffalovich, *Letter.*

Medical Science, Abstracts & Reviews, March 1920: Reviews: *Typhus, Dysentery, Alimentary Diseases, Diseases of the Liver, The surgical Treatement of Bronchiectasis and Pulmonary Abscess, Ureduced Obturator Dislocations of the Hip;* Abstracts: *Surgery, Neurology, Pathology and Bacteriology, Biochemistry, Radiology and Electrology.*

Monthly Crop Reporter (U. S. Department of Agriculture), July 1920: *United States Crop Summary for July 1; Acreage and Production of Truck Crops in 1918, 1919, and 1920; Estimated Crop Conditions July 1, 1920, and July 1, 1919, with Comparisons; Sugar Cane Area 1918-1920; Index numbers of Crop Prices; Crop Conditions in Canada; Corn and Hog Ratios; Changes in Live Stock on Farms of United States; Cotton and Cottonseed Prices to Producers, Florida and California Crop Report,* etc.

Monthly Weather Review (U. S. Department of Agriculture), Vol. 47, No. 12, December 1919: T. A. Blair, *A statistical study of weather factors affecting the yeld of winter wheat in Ohio;* A. J. Connor, *Relation of the weather to the yeld of wheat in Manitoba;* J. Warren Smith, *Predicting minimum temperatures;* A. W. Douglas, *The relations of weather to business,* etc.

Pax et Libertas, Vol. I, first supplement, May 1920: *The Economic Situation.*

Political Science Quarterly, September 1920: J. A. Hobson, *Why the War Came as a Surprise;* Preston Slossen, *The Constitution of the Peace Conference;* B. W. Bond, Jr., *The Colonial Agent;* S. C. GilFillan, *The Coldward Course of Progress;* T. R. Powell, *The Supreme Court and the Constitution;* B. E. Schmitt, *The German War Lords on their Defence;* L. Ardzrooni, *Histories of Labor;*

SUPPLEMENT: E. D. GRASSER and H. J. CARMAN, *Record of Political Events* (from August 1, 1919, to June 30, 1920).

Statistical Bulletin (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co.), Yuly 1920: *Tubercolosis and the Sanatoria; Heat and Sunstroke; Cancer of the Skin rare among Negroes; Recent Decline in Diabetes Mortality; Accident Prevention as a Health Measure; Mortality Record of June 1920; Metropolitan Life Insurance Company, Death Rates for Principal Causes.*

Statistical Bulletin (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co), August 1920: *Favorable Health, Prospect for 1920; Medical Service in Industry; Tubercolosis Mortality very Low; Census of United States, 1920; Mortality Record of July, 1920; Metropolitan Life Insurance Company, Death Rate for Principal Causes.*

Statistical Bulletin (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co), September 1920: *The present Smallpox Menace; Infant Mortality in 1919; Syphilis the Chief Factor in the Mortality of the Insane; Army and Navy anti-thyphoid Inoculation; Mortality Record of August, 1920; Death Rates for 100,000 for Principal Causes (Metropolitan Life Insurance Compagny).*

The Journal of Political Economy, July 1920: L. S. LYON, *A Functional Approach to Social-Economic Data*; H. H. PRESTON, *The Federal Reserve Banks' System of Par Collections*; T. D. ZUKERMAN, *Are Stocks Dividends Income?*; C. READ, *The Political Progress of the English Workingman.*

The Journal of Political Economy, October 1920: E. G. NOURSE, *Harmonizing the Interests of Farm Producer and Town Consumer;* W. NOTZ, *International Private Agreements in the Form of Cartels, Syndicates, and Other Combinations;* W. A. PATON, *Interest During Construction;* W. W. STEWART, *Financing Revolution in Mexico.*

The Labor Market Bulletin (BUREAU OF STATISTICS AND INFORMATION OF THE NEW YORK STATE INDUSTRIAL COMMISSION), July 1920: *Employment in Factories; Course of Average Earnings and Food Prices; Building Activity in principal Cities; Labor Supply and Demand at State Employment Offices.*

The Market Reporter (U. S. DEPARTMENT OF AGRICULTURE), August 7, 1920: *Fresh Meat Prices, Horcey Prices, Live-Stock Prices, Wholesale Prices of Western dressed Meats.*

The Quarterly Journal of Economics, August 1920: E. E. DAY, *The American Merchant Fleet: a War Achievement, a Peace Problem*; A. C. PIGOU, *The Report of the Royal Commission on the British Income Tax*; G. O. VIRTUE, *The Meat-Packing Investigation*; L. KOTANY,

The Accuracy of Labor; W. Eldred, *The Grain Corporation and the guaranteed Wheat Price*; J. Bernhardt, *The Transition from Government Control of Sugar to Competetive Conditions.*

The Review of Economic Statistics, July 1920: *Monthly Survey of General Business Conditions;* C. J. Bullock, *Review of the second Quarter of the Year*; W. A. Berridge, *The World's Gold Supply; Corrected Items of various series of Business Statistics.*

Archiv für Soziale Hygiene und Demographie, 14 Band, 1 Heft: Fischer-Defoy, *Sozialhygienische Gegenwärtsströmungen*; Meinshausen, *Die Zunahme der Körpergrösse des deutschen Volkes vor dem Kriege, ihre Ursachen und Bedeutung für die Wiederherstellung der deutschen Volkskraft*; M. Hodann, *Die sozialhygienische Bedeutung der Beratungsstellen für Geschlechtskranke.*

Deutsches Statistisches Zentralblatt, Mai bis Juli 1920: A. Agthe, *Amtliche Lohnstatistik*; W. Winkler, *An der Wiege der tschechoslowakischen Statistik; Aus der statistischen Literatur.*

Deutsches Statistisches Zentralblatt, August-September 1920: G. v. Mayr, *Zu P. E. Fahlbecks 70. Geburtstag*; R. Meerwarth, *Ueber Teuerungsstatistik und Indexziffern; Aus der statistischen Literatur.*

Smoellers Jahrbuch, 44 Jahrgang, Drittes Heft: E. Troeltsch, *Der Aufbau der europäischen Kulturgeschichte;* E. Dronke, *Das Reichsheimstättengesetz;* O. Englaender, *Gleichförmigkeit von Preis und Nutzen;* L. v. Borthkiewicz, *Gibt es Deportgeschäfte?*; F. Sziklay, *Das « Kapitalistische » und das « Kommunistische » Geld*; P. Quelle, *Die spanisch-portugiesische Auswanderung*; E. Wegener, *Zur Vorgeschichte der Pfandbriefs;* G. Albrecht, *Die Wohnungswirtschaft nach dem Kriege;* W. Rothkegel, *Untersuchungen über Bodenpreise, Miethreise und Bodenverschuldung.*

Weltwirtschaftliches Archiv, 1 Juli 1920: E. Herzfelder, *Die elementaren Gesetze der Wertänderungslehre;* F. Rachfahl, *Der Rückversicherungsvertrag der « Balkandreibund » und das angebliche Bündnisangebot Bismarks an England vom Jahre 1887;* E. Francke, *Die erste Allgemeine Arbeitskonferenz des Friedensvertrags.*

Weltwirtschaftliches Archiv, 1 Oktober 1920: W. Mitscherlich, *Skizze einer Wirtschaftsstufentheorie;* C. Brinkmann, *Weltpolitik und Weltwirtschaft im 19. Jahrhundert;* F. Lenz, *Wandlungen der internationalen Wirtschaftpolitik;* F. Tönnies, *Soziologie und Hochschulreform;* K. Singer, *Die Krisis der Soziologie.*

Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft, 56 Jahrgang, Heft 1: J. Wyler, *Die Demographie der Ausländer in der Schweiz*; J. Lorenz, *Gleitende Lohnskalen*; V. Nef, *Die schweizerische Stickerei während der Weltwirren*; Th. Christen, *Zur Kritik der absoluten Währung*; St. Bauer, K. Diehl, P. Gygax, V. Furlan, Ed. Kellenberger, Rob. Liefmann, H. Sieveking, *Beiträge zur Kritik der « absoluten Wahrung »*; T. Geering, *Die Zahlungsbilanz der Schweiz vor und seit dem Kriege; Tabellen zur schweizerischen Konjunkturstatistik.*

Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft, 56 Jahrgang, Heft 2: Eidg. Statistisches Bureau, *Die Ergebnisse der schweizerischen Münzenquete vom 25. Februar 1920*; A. Schwarz-Leyen, *Die Notwendigkeit einer Reform der gewerblichen Zählungen*; J. Wyler, *Die Demographie der Ausländer in der Schweiz*; A. Staempfli, *Krieg und Bäutigkeit*; H. Thomann, *Die Bevölkerungsbewegung in den schweizerischen Städten mit über 10,000 Einwohnern in den Jahren 1891 bis 1917*; L. Bortkiewicz, *Die Dispersion der Knabenquote bei Zwillingsgeburten; Tabellen zur schweizerischen Konjunkturstatistik.*

Libri, annuari, opuscoli, estratti, ecc.	Livres, annuaires, brochures, extraits, etc.
Books, yearbooks, pamphlets, reprints, etc.	Bücher, Jahrbücher, Broschüren, Separatabdrücke, usw.

R. Bachi, *Numeri indici delle quantità di merci importate ed esportate.* (Estratto da *L' Economista* del 12 Ottobre 1920).

G. Bonacci, *L' Italia vittoriosa e la sua espansione nel mondo. 1. Nel Brasile.* Roma. Banca Italiana di Sconto editrice.

F. Carli, *L' evoluzione delle rivoluzioni*, Milano, Treves, 1920.

Direzione generale degli Istituti di Previdenza, Ufficio Tecnico, *Tavole di eliminazione degli insegnanti iscritti al Monte-pensioni desunte dalle osservazioni del periodo statistico 1905-1914, Tabelle dei capitali accumulati e delle pensioni.* (Estratto dalla *Relazione e rendiconti consuntivi* presentati dall' Amministratore Generale alla Commissione di vigilanza, Anno 1919, Vol. II).

Direzione Generale di Sanità militare. Ufficio di Statistica Sanitaria, *Dati sulla vaccinazione antitifica durante la guerra*, Roma, 1920.

U. Forti, *Il diritto internazionale dopo la guerra* (Estratto dalla *Giurispr. ital.* Vol. LXXII, disp. 8, 9 e 11).

V. Giuffrida-Ruggeri, *L' indice barico in certe sezioni di popolazione e nei due sessi.* (Estratto dalla *Rivista di Antropologia*, Vol. XXIII).

L. Livi, *Guerra e popolazione.* Firenze, 1920, R. Deputazione di Storia Patria.

I. Messina, *Su di un nuovo teorema di calcolo delle probabilità ; sul teorema del Bernoulli e sui postulati empirici per la loro applicazione* (Estratto dal *Bollettino del Lavoro e della Previdenza*, Vol. XXXIII. N. 6. Giugno 1920).

Ministero dell' Interno, Direzione generale della Sanità pubblica, *Sui fatti principali riguardanti l' Igiene e la Sanità pubblica durante l' anno 1912. Relazione al Consiglio Superiore di Sanità*, Roma, Artero, 1913.

Ministero per l' Industria, il Commercio ed il Lavoro, *Atti della Commissione Reale per lo studio del regime economico-doganale e dei trattati di commercio*, Volume XXV, *Relazione generale*, Roma, 1920.

G. Nicotra, *Alcuni indici sulla situazione economica dell' Italia.* Ministero Industria e Commercio. Direzione generale del Credito e delle Associazioni private. Roma.

V. Polacco, *Aumento delle tasse sulle successioni e donazioni.* Relazione della Commissione di Finanza sul disegno di legge comunicato alla Presidenza dal Ministro delle Finanze di concerto col Ministro del Tesoro il 6 agosto 1920. Atti parlamentari. Senato del Regno. N. 149-A.

L. Rossi, *Le attuali condizioni della Libia, Discorso pronunciato alla Camera dei deputati nella tornata del 6 luglio 1920*, Roma, Tipografia della Camera dei deputati, 1920.

G. Zingàli, *Gli aspetti economico-statistici del problema della carne congelata* (Estratto dalla *Riforma Sociale*, fascicolo Luglio-Agosto 1920).

Bureau municipale di Statistique de la ville d' Amsterdam, *Annuaire Statistique, 15ème année, 1918.*

M. Halbwachs, *Le traité de Sociologie générale de M. Vilfredo Pareto,* (Extrait de la *Revue d' économie politique*, 1920, N° 4).

M. Halbwachs, *Matière et Societé*, (Extrait de la *Revue Philosophique de la France et de l'Etranger*, Juillet-Août 1920).

L. Hersch, *L' inegalité devant la mort d' après les statistiques de la Ville de Paris* (Extrait de la *Revue d' économie politique*, N. 3 et 4, 1920).

Institut International d' Agriculture, *Annuaire International de Statistique agricole, 1917 et 1918,* Rome, 1920.

Statistique de la Belgique, *Population — Recensement général du 31 Décembre 1910 publié par le Ministre de l' Intérieur.* Vol. I — Vol. V. Bruxelles, Weissenbruch, 1916.

E. H. CHERRINGTON, *Anti-Saloon League, Year Book 1920.* The American Issue Press. Westerville. Ohio.

C. B. DAVENPORT, *On utilizing the facts of Juvenils Promise and Family History in awarding Naval Commissions to Untried Men* (Reprinted from the *Proceedings of the National Academy of Sciences.* Vol. 3, June, 1917).

C. B. DAVENPORT, *Inheritance of Stature.* Eugenics Record Office, Bulletin N.° 18. (Reprinted from *Genetics*, 2, July, 1917).

W. GYLLENBERG, *On the Flexure of double Telescopes* (Reprinted from *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, Band 15, N.° 1).

K. GUNNAR MALMQUIST, *A Study of the Stars of Spectral Type A* (From *Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium*, Serie II).

G. LUSK, *Food and Reconstruction.*

A. MACDONALD, *Mentality of Nations, in connection with Patho-social Conditions* (Reprinted from *The Open Court*, August 1912).

A. MACDONALD, *Study of Man after Death* (Reprinted from the *Indian Medical Record*, June 1920).

A. MACDONALD, *Mental Ability in relation to Head Circumference, Cephalix Index, Sociological Condition, Sex, Age, and Nationality* (Reprinted from *Quarterly Publication of the American Statistical Association*).

G. F. MCEVEN and E. L. MICHAEL, *The functional Relation of one Variable to each of a number of Correlated Variables determined by a Method of Successive Approximations to Group Averages: a Contribution to Statistical Methods. (Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences,* Vol. 55, N. 2, December 1919).

W. F. OGBURN and INEZ GOLTRA, *How Women vote. A Study of an Election in Portland, Oregon* (Reprinted from *Political Science Quarterly,* Vol. XXXIV, N. 3, September 1919).

W. F. OGBURN, *A Study of Rents in Various Cities* (From the *Monthly Labor Review* (September 1919) of the Bureau of Labor Statistics, U. S. Department of Labor).

W. F. OGBURN, *A Study of Food Costs in Various Cities* (From the *Monthly Labor Review* (August 1919) of the Bureau of Labor Statistics, United States Department of Labor).

W. F. OGBURN, *Analysis of the Standard of Living in the District of Columbia in 1916* (Reprinted from *Quarterly Publication of the American Statistical Association*, June, 1919).

C. OTTOLENGHI, *The Variations and Index-numbers of Wholesale Prices in Italy during the Great War* (Reprinted from the *Journal of the Royal Statistical Society,* May and July, 1920).

K. Pearson, *Address to the Anthropological Section,* British Association's for the Advancement of Science, Section H, Cardiff, 1920.

F. W. Pethick Lawrence, *A Levy on Capital,* third Edition, July 1920. London, Allen & Unwin.

Wm. E. Ritter, *A Step forward in the Methodology of Natural Science (Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, Vol. 55, N. 2, December 1919).

E. R. A. Seligman, *An Economic Interpretation of the War* (Reprinted from *Problems of Readjustment after the War*), New York, Appleton, and C.ie 1915.

C. Spearman, *Manifold Sub-Theories of « The Two Factors »*. (Reprinted from *The Psychological Review,* Vol. 27, N. 3, May, 1920).

Al. A. Tschuprow, *On the Mathematical Expectation of the Moments of Frequency distributions* (From *Biometrika*, Vol. XII, Nos 1 and 2, Nos 3 and 4).

United States Department of Agriculture, *Yearbook*, 1919.

J. Zorn, *Thoughts on a Capital Levy*. London. St. Clement Press.

J. Zorn, *(Evidence in chief of). Royal Commission on the Income Tax.*

E. Czuber, *Der Mittelwert eines Quotienten* (Sonderabdruck aus dem *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Heft 3-4, Bd. 150).

H. v. Hentig, *Ueber die Zusammenhang von kosmischen, biologischen und sozialen Krisen*, Tübingen, Mohr, 1920.

Al. A. Tschuprow, *Zur Theorie der Stabilität statistischer Reihen* (Särtrych *ur Skandinavisk Aktuarietidskrift,* 1919).

W. Weinberg, *Vererbungsstatistik und Dementia praecox (Vorläufige Mitteilung)* (Sonderdruck aus der *Münchener medizinischen Wochenschrift*, 1920, Nr. 23).

J. Wyler, *Fremdenverkehr und Bevölkerungsbewegung. Das Berner Oberland* (Separatabdruck aus der *Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft,* Heft 4, 54 Jahrg., 1918).

J. Wyler, *Zwischenvolkszälungen* (Separatabdruck aus der *Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft*, Heft 2-3, 54 Jahrg., 1918).

J. Wyler, *Die schweizerische Betreibungs— und Konkursstatistik* (Separatabdruck aus der *Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft,* Heft 1, 55 Jahrg., 1919).

J. Wyler, *Die Demographie der Ausländer in der Schweiz* (Separatabdruck aus der *Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft,* Heft 3, 55 Jahrg., 1919, Heft 1, 2, 56 Jahrg, 1920).

J. Wyler, *Der Besuch der schweizerischen Universitäten 1912-1919* (Separatabdruck aus der *Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft*, Heft 2, 55 Jahrg., 1919).

J. Wyler, *Schweizerische Konjunkturstatistik* (Separatabdruck aus der *Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft*, Heft 2, n. 3, 55 Jahrg., 1919; Heft 1, n. 2, 56 Jahrg., 1920).

Republica Oriental del Uruguay, Direción general de Estadistica, *Sintesis Estadistica, Noviembre de 1919.*

A. Bertelsen, *Aegteskabsstatistik fra Umánaqs Distrikt (Nordgroenland)* (Saertryk af *Det Groenlandske Selskabs Aarsskrift*, 1918).

ERRATA - CORRIGE

NEL PRIMO NUMERO

		Invece di	leggasi
alla tavola a pag. 81	col. 1ª, linea 1ª . .	34	13
» » » » 90	ultima colonna, testata	$\left(\frac{100\,a}{d}\right)$	$\left(\frac{100\,c}{d}\right)$

Bragante Agostino, *Gerente responsabile.*

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVUE OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE RUNDSCHAU

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Dott. Corrado Gini, *prof. ord. di Statistica nella R. Università di Padova* (Italia).

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION — EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTIONS-KOMITEE

Prof. A. Andréadès, *de Science des finances à l' Université d'Athènes* (Grèce).
Prof. A. E. Bunge, *Director general de Estadistica de la Nacion. Buenos Ayres* (Argentina).
Dott. F. P. Cantelli, *attuario alla Cassa depositi e prestiti. Ministero del Tesoro. Roma* (Italia).
Dr. E. Czuber, *Professor an der Technischen Hochschule in Wien* (Deutsch Oesterreich).
Dr. F. von Fellner, *Professor an der Universität Budapest* (Ungarn).
Prof. A. Flores de Lemus, *Jefe de Estadistica del Ministero de Hacienda. Madrid* (España).
Dr. L. V. Furlan, *Privatdozent für Statistik an der Universität Basel* (Schweiz).
Dr. M. Greenwood, *reader in Medical Statistics in the University of London* (England).
Mr. G. H. Knibbs, *Commonwealth Statistician. Melbourne* (Australia).
Ing. L. March, *directeur de la Statistique générale de la France. Paris* (France).
Dr. H. W. Methorst, *directeur de l' Office permanent de l' Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique, La Haye* (Hollande).
Prof. A. Julin, *secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail. Bruxelles* (Belgique).
Dr. R. Pearl, *prof. of Biometry and Vital Statistics in the J. Hopkins University. Baltimore* (U.S.A.)

Vol. 1. N. 3. **1-IV-1921**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

C. Gini. *Considerazioni su l' interpolazione e la perequazione delle serie statistiche* . . . . . p. 3
L. J. Reed. *Fitting Straight Lines* . . . . . » 54
C. Gini. *Sull' interpolazione di una retta quando i valori della variabile indipendente sono affetti da errori accidentali* » 63
F. P. Cantelli. *Sulla deduzione delle leggi di frequenza da considerazioni di probabilità* . . . . . » 83
R. Pearl. *A Biological Classification of the Causes of Death.* » 92
F. Savorgnan. *La ripartizione regionale della ricchezza privata italiana* . . . . . » 100
A. De Pietri-Tonelli. *Le fonti internazionali della statistica commerciale. — I. Europa* . . . . . » 122
G. Pietra. † *Ghino Valenti,* (1852-1920) . . . . . » 165
Pubblicazioni ricevute - Publications reçues - Publications received - Erhaltene Veröffentlichungen . . . . . » 173

INDUSTRIE GRAFICHE ITALIANE
Stabilimento di ROVIGO
1921

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.
(*Secondo l' ordine d' arrivo*).

ARTIKEL DIE AN DIE RUNDSCHAU ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.
(*Nach der Reihenfolge des Eingangs*).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.
(*D'après la date de réception*).

ARTICLES RECEIWED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.
(*According to date of receipt*).

C. Gini. *La guerra dal punto di vista dell' eugenica.*

R. A. Fisher. *On the « probable error » of a coefficient of correlation deduced from a small sample.*

R. Livi. *Sull' accrescimento della statura oltre i venti anni.*

E. S. Littlejohn. *On an elementary method of finding the moments of the terms of a multiple hypergeometrical series.*

S. D. Wicksell. *An exact formula for spurious correlation.*

A. Bertelsen. *Some statistics on the native population of Greenland.*

L. Livi. *Una inchiesta sui bilanci di famiglie borghesi.*

Corrado Gini

Considerazioni su l' interpolazione e la perequazione di serie statistiche

SOMMARIO — **1.** Oggetto del presente articolo. — **2.** Concetti di *interpolazione* e di *perequazione*. — **3.** *Relazioni concrete* e *relazioni sistematiche* tra due fenomeni. *Interpolazione descrittiva* e *interpolazione perequatrice*. — **4.** Distinzioni corrispondenti in altri campi della metodologia statistica. — **5.** *Interpolazione grafica, interpolazione analitica* e *interpolazione per induzione*. — **6.** *Interpolazione analitica in senso matematico* e *interpolazione analitica in senso statistico*. — **7.** Criteri da seguire per la scelta del metodo da adottarsi in una interpolazione analitica descrittiva. — **8.** *Interpolazione statica* e *interpolazione dinamica*. — **9.** Criteri da seguire per la scelta del metodo da adottarsi in un' interpolazione analitica perequatrice. — **10.** L' interpolazione analitica perequatrice e l' eliminazione degli effetti dei fattori sistematici di perturbazione. — **11.** *Serie a termini staccati* e *serie a termini concatenati*. Altro campo di applicazione dell' interpolazione dinamica. — **12.** Varie ipotesi circa la conoscenza del tipo della funzione interpolatrice e del numero e del grado dei suoi termini. — **13.** *L' interpolazione per approssimazioni successive*. — **14.** I criteri per giudicare della sufficienza dell' approssimazione raggiunta nell' interpolazione. — **15.** *I fatti nuovi* e *l' interpolazione per parti*. — **16.** L' interpolazione come mezzo per decidere dell' influenza di fatti nuovi. — **17.** L' instabilità nelle cause di un fenomeno e *l' interpolazione per parti sovrapposte*. — **18.** *La perequazione per medie*. — **19.** *La perequazione meccanica*. Criteri di scelta tra le varie formule di perequazione meccanica. — **20.** I fattori sistematici di perturbazione e i varî metodi di perequazione atti ad eliminarne gli effetti. — **21.** L' interpolazione grafica e la perequazione delle perturbazioni accidentali e sistematiche dei dati. — **22.** L' interpolazione grafica usata a scopo descrittivo. — **23.** L' interpolazione per induzione. **24.** *Interpolazione e perequazione dirette* e *interpolazione e perequazione indirette*. — **25.** I requisiti teorici e le esigenze pratiche nella scelta dei metodi di interpolazione e di perequazione. — **26.** Dell' interpolazione e della perequazione quando anche i valori della variabile indipendente sono affetti da fattori di perturbazione.

1. — In parecchi campi della statistica, si riscontra una deplorevole segregazione dei cultori della statistica matematica dai cultori della statistica applicata. Mentre gli uni si affaticano ad escogitare e perfezionare metodi delicatissimi, gli altri generalmente non si danno per intesi dei risultati da quelli raggiunti e continuano a seguire, nelle loro ricerche, espedienti antiquati e primitivi. Che se poi questi, per eccezione, ricorrono ai più delicati procedimenti matematici, lo fanno quasi sempre senza discernimento, scegliendo strumenti disadatti, maneggiandoli senza accortezza e non traendone il

rendimento di cui sono capaci; giungono così a risultati negativi o meschini, quando pure non inesatti, e contribuiscono ad accrescere, tra i loro colleghi di studi, la diffidenza per i metodi raffinati della statistica matematica.

Come spesso avviene, la colpa è, per una parte, di tutti e, per una parte, di nessuno.

Non è di nessuno, in quanto che la lamentata segregazione in buona parte dipende dalla diversità del linguaggio delle due categorie di studiosi. Gli statistici matematici pensano e parlano matematicamente; in ciò sta la loro forza, perchè è appunto la singolare perfezione di tale linguaggio che permette loro di realizzare, con relativa facilità, cospicui risultati; ma in ciò sta pure la loro debolezza, in quanto adoperano un linguaggio che non viene compreso, nè, data la sua difficoltà, si può pretendere che venga compreso, dalla generalità degli studiosi. La missione, d'altra parte, dell'interprete che, afferrando il linguaggio matematico, ne traduca le espressioni in linguaggio ordinario, è difficile e ingrata; difficile, in quanto presuppone una conoscenza adeguata dei procedimenti matematici, e una conoscenza profonda dei loro presupposti logici e della loro portata pratica, ingrata in quanto chi vi si sobbarca viene spesso dai matematici scambiato per persona che si giova del linguaggio comune perchè non possiede il linguaggio matematico, mentre dai cultori di statistica viene accusato di voler fare della matematica senza i ferri del mestiere. I matematici di professione sdegnano in generale tale compito; tra gli statistici, pochi hanno la forza d'animo di perseverarvi. Avviene così, nelle discipline scientifiche, qualche cosa di analogo a quello che si riscontra nei rispetti delle nazionalità, che la differenza di idioma spesso divide più assai di quanto la comunanza di stirpe non unisca.

La colpa è per un'altra parte, di tutti. E' dei cultori di statistica applicata da un lato, in quanto che, senza pretendere di conversare correntemente in linguaggio matematico, essi potrebbero però mettersi facilmente in grado di intenderne il significato e di apprezzarne l'importanza, procurandosi quelle nozioni matematiche elementari che sono sufficienti, non a costruire nuovi procedimenti, ma a valutare il fondamento, le ipotesi, la portata dei procedimenti proposti dai cultori di statistica matematica o volgarizzati dagli statistici che a questi più stanno vicini. E' dei cultori di statistica matematica, dall'altro, in quanto che spesso, nonchè cercare di vincere, essi si compiacciono di accentuare l'isolamento in cui li pone il tecnicismo del loro linguaggio, e, dalla perfezione di questo, si lasciano

altresì trasportare talvolta a virtuosità linguistiche altrettanto sterili quanto complicate: perdono così, non di rado, il contatto con le esigenze pratiche delle applicazioni statistiche e, nella costruzione dei nuovi strumenti di indagine, fermano l'attenzione più sulle loro proprietà formali che sulla rispondenza ai problemi che agli statistici effettivamente interessano.

La risultante di questi diversi fattori si è che, pur con onorevoli eccezioni, che fortunatamente vanno facendosi sempre più frequenti, i cultori della statistica si possono dividere in due categorie nettamente separate: la categoria di quelli che trattano la statistica *senza* la matematica e la categoria di quelli che la trattano *come* la matematica. Ne soffrono grave pregiudizio molti problemi che si presentano allo statistico, in quanto non sono problemi di matematica e non devono venir trattati come tali, ma non possono nello stesso tempo essere esaminati a fondo e risolti se non *col sussidio* della matematica.

Uno dei campi in cui l'accennato contrapposto maggiormente si accentua è certamente quello dell' interpolazione e della perequazione. Quivi i cultori di statistica matematica hanno elaborato metodi svariatissimi e perfettissimi, che rimangono in generale lettera morta per la statistica applicata o vengono usati senza riguardo alla loro sfera di competenza.

Questa della sfera di competenza dei differenti procedimenti è invero questione fondamentale della metodologia statistica. Ogni metodo infatti è buono o cattivo a seconda che risponde o meno ai fini dell'indagine, i quali, possono, d'altra parte, variare con la qualità dei fenomeni esaminati, con la natura della ricerca e con l'uso a cui i risultati devono servire.

Distinguere i varî scopi, a cui l'interpolazione e la perequazione rispondono, e suggerire, in armonia con tali scopi, con la natura dei fenomeni esaminati e con le nostre precedenti cognizioni sul loro andamento, alcuni criteri direttivi nella scelta fra i molteplici metodi applicabili, con un'esposizione accessibile anche agli statistici meno addentro nei procedimenti matematici, costituisce l'oggetto di questo articolo.

2. — Come spesso avviene per le espressioni che sono usate in differenti discipline scientifiche, la parola *interpolazione* è venuta assumendo diversi significati.

Letteralmente, *interpolare* significa inserire uno o alcuni elementi tra altri elementi già noti. Per le discipline giuridiche e sto-

riche, tali elementi sono rappresentati da parole o frasi inserite nel testo originario della legge o del documento; per le discipline matematiche e statistiche, tali elementi sono rappresentati da dati numerici che si inseriscono tra dati numerici preesistenti. Questi ultimi esprimono i valori che una funzione y assume corrispondentemente a certi valori di una variabile indipendente x, e i dati interpolati esprimono i valori che la funzione presumibilmente assume in corrispondenza a valori intermedi di x.

A seconda che si pone come condizione che i dati numerici preesistenti vengano mantenuti fermi o viceversa si ammette che essi possano pure essere modificati, si hanno due concetti, l'uno più ristretto, l'altro più largo di interpolazione. Il primo di questi è generalmente accolto dai matematici; il secondo viene invece normalmente accettato dagli statistici.

Talune volte, invece di determinare i valori della funzione corrispondenti a valori intermedi tra i valori dati della variabile x, interessa di determinare valori della funzione corrispondenti a valori di x maggiori o minori dei valori dati. Al procedimento non conviene allora letteralmente l'epiteto di *interpolazione*, ma quello invece di *extrapolazione*. Dal punto di vista logico, l'extrapolazione deve tenersi ben distinta dall'interpolazione; ma, dal punto di vista tecnico, le operazioni usate nei due procedimenti sono le medesime, per modo che, dal punto di vista tecnico, l'extrapolazione può considerarsi come un caso particolare dell'interpolazione. Aggiungasi che generalmente non si compie mai un'extrapolazione senza compiere contemporaneamente l'interpolazione di una parte almeno dei valori della funzione.

Generalmente, come si interpolano tra due dati numerici noti uno od alcuni altri dati, così se ne possono interpolare infiniti; vi è allora la possibilità di costruire, mediante la interpolazione, una curva che passa per o accanto a certi punti di un piano, corrispondenti ai valori noti della funzione. Di qui alcuni statistici definiscono l'interpolazione come il procedimento atto a far passare una curva per o accanto a certi punti di un piano; ma è definizione incompleta, poichè, come vedremo (cfr. numero 5), vi sono talune forme di interpolazione che rendono possibile di interpolare, tra i dati preesistenti, non tutti i valori che la funzione assume, ma solo i valori che essa assume corrispondentemente a certi valori della variabile.

Aggiungasi che, in realtà, talvolta ci si serve dell'interpolazione, non propriamente per inserire tra i singoli valori noti della y altri

valori di essa, ma per scindere le somme dei valori assunti dalla y in corrispondenza di classi di valori della x nei valori che la y avrebbe presumibilmente assunto in corrispondenza a classi più ristrette o a singoli valori della x, come quando, con l'interpolazione, si ricavano, dai dati dei morti per classi quinquennali di età, i dati dei morti nei singoli anni di età.

Volendo dare alla parola interpolazione il significato più comprensivo, diremo che essa è quel procedimento col quale, ad una data successione di dati, che esprimono valori, o somme di valori, assunti da una funzione y corrispondentemente a valori, o classi di valori, assunti da una variabile indipendente x, si sostituisce una successione di dati più completa. Questa successione più completa, che costituisce la successione dei dati interpolati, può *a*) includere i dati della successione originaria, oppure *b*) può sostituirli tutti o in parte con altrettanti dati teorici, sia che questi differiscano dai dati originari perchè si riferiscono a classi più ristrette di valori o a valori singoli della variabile, sia che si riferiscano alle stesse classi di valori o agli stessi valori della variabile, ma siano riguardati come più esatti o appaiano, per altre considerazioni, preferibili, ai fini dell'indagine, ai dati originari. Questa distinzione è importante, non solo dal punto di vista concettuale, ma anche, come vedremo (cfr. numero 6), dal punto di vista pratico.

I matematici, i quali, come si è detto, limitano il concetto dell'interpolazione al caso *a*), fanno rientrare il caso *b*) sotto il concetto di *perequazione.*

Perequazione, per essi, è ogni procedimento atto a sostituire ai valori originari della y altri valori corretti dall'influenza dei fattori di perturbazione, sia poi o meno tale procedimento atto anche ad inserire, tra i valori dati della y, valori intermedi.

Volendo adottare un concetto di perequazione che non venga a sovrapporsi a quello di interpolazione precedentemente definito, noi riserberemo la parola perequazione per designare procedimenti atti a sostituire ai dati originari dati corretti dall'influenza dei fattori di perturbazione senza inserire tra quelli dati intermedi.

Si aggiunga che l'impiego, che fanno i matematici, della parola perequazione per designare la interpolazione nel caso *b*) può dar luogo ad equivoco, in quanto non sempre, in questo caso, sostituendo ai dati originari dati teorici, l'interpolazione intende di correggere l'influenza di fattori di perturbazione.

Quest'ultima osservazione ci apre l'adito a fare, tra i procedimenti di interpolazione, una distinzione di carattere fondamentale.

3. — Lo scopo per cui si ricorre alla interpolazione è di determinare con precisione la relazione che intercede tra le modalità di un fenomeno, che viene considerato come variabile indipendente, e le intensità di un altro, che viene considerato come funzione del primo. Ora può darsi che interessi conoscere la relazione *concreta*, che tra i due fenomeni si verifica nelle circostanze di tempo e di luogo a cui fu limitata la rilevazione dei dati, o invece la relazione *sistematica*, quale sarebbe da attendersi in un numero infinito di osservazioni.

In un numero infinito di osservazioni resterebbero infatti compensate ed eliminate le influenze di tutti quei fattori, che, sulla intensità del fenomeno considerato come funzione, esercitano una influenza indipendente dai valori del fenomeno considerato come variabile, e che possono pertanto considerarsi come accidentali rispetto alla relazione che si mira a determinare.

Tali fattori possono essere molto varî. Nelle scienze astronomiche e fisiche, dove l'interpolazione è per lo più chiamata ad elaborare dati ricavati da osservazioni singole, i fattori delle perturbazioni accidentali sono rappresentati da errori accidentali di osservazione. Nelle scienze biologiche o sociali, invece, l'interpolazione tratta generalmente dati ricavati da collezioni di osservazioni, per i quali i fattori accidentali di perturbazione sono di solito rappresentati, o da variazioni casuali dipendenti dallo scarso numero di osservazioni delle singole collezioni, o da spostamenti casuali di unità dall'una all'altra collezione, o ancora dall'intervento di cause non definite, o anche di cause definite, ma indipendenti dai valori assunti dal fenomeno considerato come variabile.

Interesserà di conoscere la *relazione concreta* tutte le volte che ce ne vogliamo servire per deduzioni limitate al campo di osservazione a cui si riferiscono i dati rilevati; interesserà al contrario di conoscere la *relazione sistematica* o *relazione limite* quando le deduzioni, che se ne vogliono trarre, vanno al di là di quei limiti, sia che, mediante un procedimento di extrapolazione, si vogliano determinare valori della funzione corrispondenti a valori della variabile maggiori o minori di quelli dati dall'osservazione, sia che si miri a cogliere la relazione che tra i due fenomeni esaminati intercede indipendentemente dalle particolari circostanze di tempo e di luogo, in cui si sono avverati, e dai conseguenti fattori di perturbazione che sono intervenuti.

Per esempio, il finanziere, che si propone di studiare una imposta straordinaria di guerra sul patrimonio a saggi continuamente

progressivi, avrà interesse a ricavare, dalle rilevazioni statistiche che danno una classificazione dei patrimoni secondo il loro ammontare in larghe categorie, la relazione continua tra numero dei capitalisti e ammontare del patrimonio, in modo da poter prevedere quale sarà il gettito dell'imposta, data una certa progressione dei saggi. A questo scopo può servire l'interpolazione. Nel qual caso, ciò che interessa nella ricerca è di ottenere una curva, che descriva il più esattamente possibile il variare del numero dei patrimoni secondo l'ammontare di questi nell'anno preso come base della valutazione, senza curarsi se tale distribuzione possa essere più o meno fortemente influenzata da fattori di perturbazione accidentali e, come tali, transitori.

Ma, se si tratta invece di un'imposta, non straordinaria, ma permanente, il finanziere avrà interesse a conoscere, non tanto il gettito da attendersi nel primo tempo della sua applicazione, ma quello che, nei limiti del prevedibile, può considerarsi come normale. Nel qual caso interesserà di ottenere una curva che elimini le ineguaglianze dei fattori accidentali, e quindi transitori, anche se essa porti a una descrizione meno esatta della distribuzione dei patrimoni quale si presenta in concreto nell'anno considerato.

Similmente lo studioso, che, dalla conoscenza della seriazione tronca dei patrimoni rilevati in un dato anno, desidera di ricostruire, mediante un calcolo di extrapolazione, la seriazione intera di quell'anno, dovrà cercare di interpolare, nella parte nota della seriazione, una curva, in modo da eliminare l'influenza di quei fattori di perturbazione che, per essere accidentali, non possono esercitare influenza comune sulla parte nota e sulla parte non nota della seriazione.

Similmente, interesserà di eliminare, nell'interpolazione, l'influenza dei fattori accidentali di perturbazione allo studioso che miri a determinare una legge generale di distribuzione dei patrimoni da potersi contrapporre a leggi analoghe per i redditi o i depositi o gli affitti.

Volendo adottare diverse denominazioni per caratterizzare gli scopi differenti, che nei varî casi può avere l'interpolazione, potremo chiamare *interpolazione descrittiva* l'interpolazione che si propone di cogliere la relazione concreta tra il variare di due fenomeni, e *interpolazione perequatrice* l'interpolazione che si propone di coglierne la relazione sistematica.

Si avverta che, quando si parla di relazione concreta fra due fenomeni e di interpolazione descrittiva dei dati, che misurano la

intensità di uno di essi in funzione delle modalità dell'altro, bisogna tener ben presente in che cosa consiste il fenomeno che viene considerato come funzione.

Talvolta questo fenomeno consiste nel risultato stesso della rilevazione, errato o esatto che sia. Per esempio, lo psicologo, che vuol decidere se varia, con le ore del giorno, l'equazione personale dell'osservatore, potrà interpolare i risultati di successive osservazioni, relative a un medesimo oggetto, compiute in ore diverse da una data persona. In tale ricerca, i risultati dell'osservazione devono prendersi tali quali sono, influenzati più o meno fortemente dagli errori di rilevazione; lo scopo della ricerca è appunto di mettere in luce il comportarsi di tali errori.

Il finanziere che vuole prevedere il gettito di un'imposta straordinaria sui patrimoni in un dato anno finanziario e a tal fine interpola i dati risultanti dagli accertamenti fiscali per quell'anno, deve fondarsi sui dati quali risultano dalla rilevazione, per quanto gli sia ben noto che essi restano influenzati, da una parte, dalla tendenza all'evasione (sia in quanto determina denuncie generalmente inferiori al vero, sia in quanto in particolare le addensa sotto il limite in corrispondenza al quale l'imposta si inacerbisce), e, dall'altra parte, dalla maggiore severità di accertamento degli agenti fiscali in prossimità del limite di esenzione, che porta ad esagerare la frequenza dei censiti nelle categorie più basse.

Altre volte, invece, i dati rilevati devono venir depurati da certi errori prima di venir sottoposti ad un'interpolazione descrittiva, in quanto che viene considerato, come funzione, non il risultato, esatto o erroneo, della rilevazione, ma l'intensità del fenomeno, di cui il risultato della rilevazione dà la misura solo in quanto sia esente da certi errori.

Chi, ad esempio, vuole conoscere la distribuzione concreta dei patrimoni di un paese in un dato anno, potrà sperare di ottenerla da un'interpolazione descrittiva sui dati rilevati, solo in quanto li abbia prima corretti dall'influenza perturbatrice dell'evasione. Chi vuole conoscere la distribuzione concreta di una popolazione di un paese, secondo l'età, dovrà, prima di procedere all'interpolazione descrittiva, eliminare l'influenza che, sui dati rilevati nei censimenti, esercita la tendenza a denunciare età rotonde.

Analogamente, chi vuole conoscere la distribuzione concreta della popolazione di un paese secondo la statura o il perimetro toracico interpolando i dati delle leve, dovrà tener presente che, in prossimità del limite di esenzione per bassa statura o rispettivamente

per deficienza di torace, i medici militari tendono a riconoscere raggiunti i minimi necessari, facendo quindi apparire, in corrispondenza di questi, un fittizio innalzamento e, in corrispondenza delle stature o dei perimetri toracici immediatamente inferiori, una fittizia deficienza nel numero dei coscritti. Ancora, chi vuole descrivere con una curva le variazioni concrete verificatesi di mese in mese nel numero dei nati in Italia in un dato anno, per metterla a confronto con la curva analoga delle variazioni mensili nel numero dei morti nei primi giorni di vita, dovrà, prima di eseguire l'interpolazione, correggere i dati del dicembre e del gennaio, perturbati dalla consuetudine, a quanto pare diffusa in molti dei nostri paesi, di denunciare nei primi giorni di gennaio molti nati alla fine dell'anno.

Si avverta che, per eseguire l'eliminazione preventiva di alcuni errori, è necessario di conoscere, se non la causa di questi, almeno i termini che ne risultano affetti e l'approssimativa portata degli errori. Ora ciò non si può far sempre, per modo che manca, in certi casi, la possibilità di determinare esattamente, mediante un'interpolazione descrittiva, la relazione concreta tra due fenomeni.

L'eliminazione preventiva resta in particolare esclusa per quegli errori dipendenti da un complesso di molteplici circostanze, spesso in tutto o in parte ignote, che intervengono senza regola prevedibile e che perciò si dicono accidentali. Se non che l'eliminazione di tali errori non è necessaria per procedere all'interpolazione descrittiva: chi desidera eliminarli deve ricorrere all'interpolazione perequatrice.

4. — La distinzione tra l'aspetto descrittivo e l'aspetto perequatore della interpolazione, su cui nei precedenti numeri si è richiamata l'attenzione, trova riscontro in una distinzione analoga in altri capitoli della metodologia statistica a proposito della misura della variabilità di un fenomeno e della connessione tra più fenomeni.

Noi abbiamo già fatto osservare, in memorie precedenti, come gli indici di variabilità e gli indici di connessione possano essere diretti a misurare la *variabilità* o la *connessione concrete*, o invece la *variabilità*, o rispettivamente la *connessione, sistematiche* (1). Ciò che si dice di questi potrebbe ripetersi per altri indici statistici, quali gli indici di intensità dei caratteri forniti dalle

---

(1) Cfr. in proposito, per ciò che concerne gli indici di variabilità, la memoria *Variabilità e mutabilità*, in *Studi economico-giuridici della R. Università di Cagliari*, Bologna, Cuppini, 1912, pagg. 44-45; e, per ciò che concerne gli indici di connessione, la memoria *Di una misura della dissomiglianza* etc., in *Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, Adunanza del 21 giugno 1914, Tomo LXXIV, Parte II, pagg. 206-207.

medie, gli indici di dissomiglianza, di transvariazione, di concordanza tra due o più caratteri.

Nel campo dell'interpolazione, la distinzione ha importanza, oltre che teorica, anche pratica, in quanto che, a seconda che si tratta di interpolazione descrittiva o di interpolazione perequatrice, variano, come vedremo, i criteri di scelta tra i differenti metodi di interpolazione.

5. — Altra distinzione importante da farsi in tema di interpolazione è quella secondo i mezzi a cui si ricorre. Si può invero ricorrere a procedimenti grafici: ciò porta generalmente a tracciare, sia ad occhio, sia col sussidio di un nastro metallico o di altri strumenti, un diagramma la cui curva passi per o accanto ai punti dati del piano. Si può ricorrere a procedimenti analitici: ciò porta alla determinazione di una formula matematica che esprima, in funzione di un qualunque valore della variabile x e di quantità note, il valore corrispondente di y. Si può infine procedere per induzione, desumendo i valori, che, nel caso esaminato, la funzione y assume per valori intermedi od esterni ai valori dati della x, dai valori che, per codesti valori della x, ha assunto la funzione che misura la intensità dello stesso fenomeno in casi simili o la intensità di un fenomeno analogo nello stesso caso o la intensità di un fenomeno che con la intensità di quello misurato dalla y sta in relazione nota. Noi distingueremo corrispondentemente la *interpolazione grafica* dalla *interpolazione analitica* e dalla *interpolazione per induzione.*

In quest'ultima, può ben darsi, anzi normalmente avviene, che i valori della funzione che misura l'intensità del fenomeno da cui si inducono i valori della y siano noti solo per alcuni valori della x, come quando si risale alle temperature di una città fondandosi sopra le temperature prese a certe ore del giorno in un'altra città. In questo caso non è possibile procedere alla interpolazione di qualsivoglia valore intermedio della y e quindi alla costruzione di una curva che rappresenti con continuità i valori della funzione.

6. — Nella interpolazione analitica ha particolare importanza la distinzione tra il caso *a)*, in cui la formula interpolatrice corrisponde a una curva che passa *per* gli n punti dati del piano, dal caso *b)*, in cui la formula interpolatrice corrisponde a una curva che passa *accanto* agli n punti del piano.

Nei due casi, infatti, si richiedono per l'interpolazione opera-

zioni differenti e molto diverso è il campo che viene lasciato al prudente arbitrio di chi esegue l'interpolazione.

Nel primo caso l'interpolazione porta a far passare per gli n punti del piano una curva con un numero n di parametri. Basta per ciò risolvere un sistema di n equazioni ad n incognite. Può essere talvolta più comodo di ricorrere a formule generali di interpolazione che prendono il nome da LAGRANGE, da NEWTON, da STIRLING, da GAUSS, da BESSEL.

Un certo arbitrio in chi esegue l'interpolazione non viene però escluso neppure nel caso che stiamo considerando. Vi sono infatti, come si intende, infinite funzioni aventi ciascuna n parametri e ciascuna delle quali corrisponde ad una curva che si può far passare per gli n punti dati del piano. Per esempio, per due punti di un piano si può far passare una curva che corrisponda a ciascuna delle equazioni $y = ab^x$, $y = ax^b$, $y = \frac{ax}{1+bx}$, $y = \frac{a+x}{b-x}$, $y = ae^{bx}$, $y = 10^{a+bx}$, $y = a + b \log x$, $y = a + bx$, che hanno tutte due parametri a e b, oppure a qualunque delle infinite equazioni (di cui la ultima delle precedenti rappresenta un caso particolare) che si possono ricavare dalla $y = a + bx^m$ facendo successivamente assumere ad m tutti i valori $\gtrless 0$, o ancora a qualunque delle infinite equazioni (di cui la penultima è un caso particolare), che si possono analogamente ricavare dalla $y = a + b\,(\log x)^m$. Resta da scegliere dunque di volta in volta il tipo della funzione da interpolare e il grado dei suoi termini in cui figura la variabile.

Ma, nel caso *b*), oltre a scegliere il tipo e il grado della funzione, bisogna anche fissare il numero maggiore o minore dei parametri e le condizioni a cui la curva interpolata deve soddisfare, poichè, accanto agli n punti del piano, è possibile far passare, con un diverso accostamento, molteplici curve corrispondenti a funzioni, sia di diverso tipo, sia dello stesso tipo, ma di diverso grado, sia dello stesso tipo e dello stesso grado, ma aventi un diverso numero di parametri, sia ancora dello stesso tipo, dello stesso grado e aventi un uguale numero di parametri, ma tali che soddisfino, nel loro accostamento, a condizioni diverse.

Quando le curve corrispondono a funzioni dello stesso tipo, dello stesso grado e aventi lo stesso numero k ($k < n$) di parametri, la loro diversità e quindi il diverso accostamento agli n punti del piano dipende dal diverso valore dei parametri.

Fissato il tipo, il grado della funzione e il numero k dei suoi parametri, l'interpolazione consiste appunto nella determinazione dei valori dei parametri. Vi è tutto un capitolo delle matematiche

che insegna i metodi per determinarli in modo che i valori calcolati della funzione risultante dall'interpolazione soddisfino a certe condizioni o invece a certe altre.

Il metodo dei minimi quadrati, per esempio, soddisfa alla condizione che la somma dei quadrati degli scostamenti tra i dati osservati e i corrispondenti valori calcolati della funzione, risulti minima in confronto a quella che si otterrebbe dai valori calcolati interpolando una funzione dello stesso tipo, dello stesso grado e dello stesso numero di parametri, ma avente per i parametri valori diversi.

Il metodo di Cauchy soddisfa alla condizione di rendere nulla la somma algebrica degli scostamenti tra i dati osservati e i corrispondenti valori della funzione nelle k approssimazioni successive che si ottengono interpolando una funzione di k parametri arrestata al 1°, al 2°.... al k^{mo} termine.

Il metodo dei momenti soddisfa alla condizione che i k momenti della funzione interpolatrice di ordine 0, 1°, 2°,... $(k-1)^{mo}$ coincidano con i corrispondenti momenti della distribuzione effettiva, o, in altre parole, che, se $y_i'\,(i = 1, 2.... n)$ indica uno degli n dati osservati e y_i il corrispondente valore calcolato della funzione, si verifichino le k uguaglianze che si ricavano dalla

$$\sum_{i=1}^{n} y_i x_i^s = \sum_{i=1}^{n} y_i' x_i^s$$

facendo assumere successivamente ad s i k valori 0, 1, 2.... $(k-1)$.

Il metodo delle somme soddisfa alla condizione che, raggruppando gli n dati osservati in k classi, la somma dei valori che rientrano in ciascuna classe sia uguale alla somma dei corrispondenti valori calcolati della funzione. Analoga condizione è soddisfatta, nel caso che la variabile sia continua, dal *metodo delle aree*. Esso risponde alla condizione che le k aree, delimitate dall'asse delle ascisse, dalla curva effettiva e da $k+1$ ordinate, siano uguali alle aree rispettive delimitate dall'asse delle ascisse, dalla curva risultante dall'interpolazione e dalle ordinate corrispondenti alle stesse ascisse.

Altri metodi rispondono a condizioni diverse.

I metodi dei minimi quadrati, di CAUCHY e delle somme si applicano a funzioni semplici, in generale a funzioni lineari; mentre quelli dei momenti e delle aree, giovandosi dell'integrazione, hanno un campo di applicazione più vasto.

Quanto si dice nei numeri seguenti sui criteri di scelta tra i varî metodi di interpolazione presuppone naturalmente che la fun-

zione sia tale da permettere l'interpolazione con due o più metodi. Se essa non può invece essere interpolata che con un metodo solo, ogni discussione in proposito rimane naturalmente esclusa. Se essa infine si può bensì interpolare con parecchi metodi, ma con taluno solo a prezzo di calcoli più laboriosi, entrano in campo quelle considerazioni sulla comodità del procedimento a cui, nei numeri seguenti, si fa sovente richiamo.

I metodi che ricorrono all'integrazione si applicano più propriamente a funzioni di variabili continue (per esempio, a funzioni dell'età, della statura, del tempo, etc.), mentre gli altri più propriamente a funzioni di variabili che procedono per valori discreti (per esempio, a funzioni del numero dei figli, del numero degli operai di una fabbrica, etc.). Senonchè in pratica, generalmente, i valori discreti della variabile possono considerarsi come la semisomma dei limiti di categorie di valori continui, e analogamente i valori della funzione corrispondenti a classi di valori continui della variabile si possono riferire a valori discreti della variabile corrispondenti alle semisomme dei limiti delle classi di valori continui, facendo uso eventualmente, nell'uno e nell'altro caso, di coefficienti di correzione. Per l'interpolazione di certe funzioni meno semplici, può essere opportuno, per esempio, di ricorrere al metodo dei momenti o a quello delle aree anche per l'interpolazione di funzioni di variabili che procedono per valori discreti. Si ricorre allora al primo espediente, usando opportuni coefficienti di correzione desunti da formule di quadratura. D'altra parte, per il calcolo dei momenti della distribuzione effettiva, nel caso di funzioni di variabili continue, tutti i valori della funzione corrispondenti a una classe di valori della variabile si riferiscono — ricorrendo al secondo espediente — al valore della variabile corrispondente alla semisomma dei limiti di codesta classe, tenendo poi conto dell'influenza di tale modo di procedere mediante appositi coefficienti di correzione.

La diversità dei procedimenti richiesti per l'interpolazione analitica nel caso *a*), in cui essa conduce a far passare per n punti una curva ad n parametri, e nel caso *b*) in cui essa conduce a far passare accanto ad n punti una curva a k parametri, è tale che sarà consigliabile di adoperare per i due casi denominazioni diverse. E poichè, come si è detto (numero 2), nelle matematiche sotto la parola interpolazione si comprende in generale solo il caso *a*), mentre nella statistica ha importanza prevalente, se non esclusiva, il caso *b*), così che a questo gli statistici generalmente si riferiscono quando parlano di interpolazione analitica, così può parere opportuno di parlare nell'un caso di *interpolazione analitica in senso*

matematico e nell'altro di *interpolazione analitica in senso statistico* o, se più piace, più brevemente, di *interpolazione matematica* e di *interpolazione statistica.*

7. — Dopo le precedenti considerazioni e distinzioni siamo in grado di domandarci quali sono i criteri che ci devono dirigere nella scelta del procedimento da adottare in un'interpolazione analitica.

Conviene esaminare separatamente il caso in cui l'interpolazione ha uno scopo descrittivo dal caso in cui essa ha uno scopo perequatore.

Nel primo caso lo scopo di descrivere esattamente la relazione concreta che intercede tra i valori della variabile e i valori della funzione, viene evidentemente raggiunto nel modo migliore, almeno nei riguardi degli n valori noti della funzione, qualora, per gli n punti del piano ad essi corrispondenti, si faccia passare una curva ad n parametri. Conviene tener presente però che l'interpolazione descrittiva non limita ordinariamente il suo scopo a permettere di riprodurre il più esattamente possibile la relazione tra due fenomeni in corrispondenza ai punti dati della curva, ma anche in corrispondenza a punti intermedi. Ond'è che non resta punto indifferente, ai fini descrittivi, interpolare attraverso n punti una piuttosto che un'altra curva ad n parametri, per quanto tutte le curve ad n parametri siano atte a dare la riproduzione esatta dei valori noti della funzione. Converrà scegliere di volta in volta quella curva che l'esperienza o considerazioni *a priori* faranno ritenere che meglio si adatti a ritrarre l'andamento del fenomeno nel resto del suo decorso.

Si posseggano, per esempio, i dati sulla popolazione di uno Stato forniti dai censimenti decennali, dai quali risulti che la popolazione è aumentata dall'uno all'altro censimento. Si voglia ricavarne, mediante l'interpolazione, una descrizione il più possibile esatta del numero degli abitanti nei singoli anni. Non si sceglierà punto indifferentemente, per l'interpolazione, una parabola, un'esponenziale o una sinusoide. A meno che nell'intervallo non sieno intervenuti fatti nuovi tali da interrompere l'andamento continuo del fenomeno (guerre, cataclismi, cessioni di territorio), si dovrà ammettere che la popolazione abbia variato costantemente in un senso; si potrà perciò escludere senz'altro l'interpolazione di una sinusoide. Nel caso che si abbiano a disposizione i dati di due soli censimenti, si potrà considerare che, ammesso che il coefficiente di accrescimento sia costante, gli aumenti di una popolazione avvengono, non in pro-

porzione aritmetica, ma in proporzione geometrica. Perciò si dovrà escludere, in questo caso, la interpolazione di una retta ed attenersi invece all'interpolazione di un'esponenziale di primo grado, o, ciò che torna lo stesso, interpolare una retta, anzi che sui numeri che esprimono l'ammontare degli abitanti in funzione dei numeri che esprimono l'anno del censimento, sui logaritmi dei numeri che esprimono l'ammontare degli abitanti in funzione dei numeri che esprimono l'anno del censimento.

Se invece si ha una serie di temperature prese ad ore diverse di giorni successivi, e se ne vuole ricavare una curva che descriva l'andamento della temperatura nei varî momenti del periodo considerato, sarà una sinusoide che converrà interpolare, in base alla esperienza dell'andamento periodico della temperatura nelle varie ore del giorno.

Ben può avvenire però che nessuna considerazione *a priori* e nessun dato di esperienza specifica soccorra nella scelta tra più curve. Pare consigliabile allora inspirarsi a quello che io chiamerei il *principio della massima semplicità* e dare la preferenza alla curva che dà luogo a un minimo di angolosità e di flessi. Questo modo di procedere può giustificarsi ad un tempo e con un'esigenza di economia del pensiero e con un dato generico della nostra esperienza, la quale ci insegna che i fenomeni si svolgono generalmente con una certa regolarità e uniformità, per modo che non è consigliabile ammettere, senza un motivo, che l'andamento generale di un fenomeno sia cambiato, o che esso sia cambiato un numero di volte superiore a quello che è necessario.

Le serie statistiche però generalmente risultano di un numero notevole di termini, per modo che, chi volesse interpolare una funzione avente tanti parametri quanti sono i termini, dovrebbe sottomettersi a calcoli lunghi e laboriosi, spesso assai più laboriosi di quanto l'interesse della ricerca non comporti.

Ciò fa sì che, per quanto, come si è detto, nell'interpolazione descrittiva lo scopo sarebbe meglio raggiunto da una curva con un numero di parametri uguale al numero dei valori osservati, pure in pratica, per economia di lavoro, si preferisca di interpolare una curva con un numero di parametri minore.

Nel qual caso, potrà variare di volta in volta il metodo di interpolazione da preferirsi. In generale può dirsi che, per un'interpolazione descrittiva, il metodo preferibile è quello che conduce alla descrizione migliore dei dati rilevati. Se non che resta di volta in volta da decidere a quali condizioni debba soddisfare la descrizione dei dati rilevati perchè possa venir giudicata la migliore. La risposta

dipende infatti essenzialmente dallo scopo della ricerca e dall'indole dei fenomeni esaminati.

Lo scopo della ricerca è molto spesso quello di riprodurre, mediante le quantità calcolate, le quantità osservate. In tal caso, se a tutte le quantità osservate si annette la stessa importanza e se agli scostamenti delle quantità calcolate dalle quantità osservate viene attribuito un peso proporzionale al loro valore assoluto, il metodo preferibile apparirebbe quello che, per una funzione di un dato tipo, di un dato grado e avente un dato numero di parametri, rendesse minima la somma aritmetica degli scostamenti (*metodo delle minime differenze*). Un'interpolazione che soddisfi a tale condizione non si sa eseguire però finora che per via di tentativi, salvo in casi particolarmente semplici.

Può darsi invece che a tutte le quantità osservate si annetta bensì la stessa importanza, ma che agli scostamenti delle quantità calcolate dalle quantità osservate venga attribuito un peso proporzionale, anzi che al loro valore assoluto, al loro quadrato. Nella quale ipotesi, il metodo da preferirsi sarebbe quello dei minimi quadrati.

Potrà darsi ancora che, sempre annettendo a tutti i valori osservati la stessa importanza, si attribuisca agli scostamenti delle quantità calcolate dalle quantità osservate un peso proporzionale, anzi che al loro valore assoluto, al rapporto del loro valore assoluto alle quantità a cui si riferiscono, ovvero — ciò che torna sostanzialmente lo stesso — che per la ricerca interessino, non tanto le differenze assolute, quanto i rapporti tra i valori calcolati e i valori osservati. Nella quale ipotesi potrebbe rispondere allo scopo il metodo delle minime differenze, applicato, anzi che alle quantità osservate, ai loro logaritmi. Con questo metodo, invero, si renderebbe minimo il prodotto dei rapporti tra i valori osservati e i calcolati, preso in ogni rapporto per numeratore il valore osservato o il calcolato a seconda che risulti superiore quello oppur questo.

Agli scostamenti, ad esempio, tra i valori effettivi e i rispettivi valori calcolati delle ore in cui si è verificato un dato avvenimento sembra che si debba attribuire un peso proporzionale al loro valore assoluto, per modo che chi volesse eseguire una interpolazione descrittiva di una serie che esprime il ritardo medio dei treni di una linea ferroviaria in funzione dei mesi dell'anno o della temperatura media del giorno farebbe bene ad attenersi ad un metodo che rendesse minima la somma dei valori assoluti degli scostamenti.

Agli scostamenti invece tra i valori osservati e i rispettivi valori calcolati dei patrimoni o dei redditi individuali, deve attribuirsi

un peso proporzionale al rapporto del valore assoluto dello scostamento all'ammontare del reddito o al patrimonio. Chi volesse eseguire una interpolazione descrittiva di una serie che esprimesse l'ammontare medio o totale dei redditi o dei patrimoni individuali in funzione dell'età ben potrebbe pertanto interpolare i logaritmi dei numeri che esprimono, in funzione dell'età, l'ammontare dei redditi o dei patrimoni individuali, attenendosi ad un metodo che rendesse minima la somma dei valori assoluti degli scostamenti dei logaritmi.

Agli scostamenti tra i valori osservati e i rispettivi valori calcolati della temperatura non potrà, se la stabilità della temperatura viene assunta come indice della bontà del clima, attribuirsi un'importanza proporzionale ai loro valori assoluti, una variazione nella temperatura di t gradi, avendo manifestamente, per l'organismo umano, una portata molto maggiore che non n variazioni di t/n gradi. Più ragionevole appare di attribuire a tali scostamenti un peso proporzionale ad una potenza del loro valore assoluto; per esempio, al loro quadrato. La quale considerazione suggerirebbe di ricorrere al metodo dei minimi quadrati a chi volesse eseguire una interpolazione descrittiva di serie che esprimessero l'altezza della temperatura nelle varie ore del giorno in paesi diversi, con lo scopo di risalire a conclusioni sulla stabilità della temperatura e quindi sulla bontà del clima dei paesi considerati.

Altre volte l'interpolazione ha lo scopo di sostituire alla curva di frequenza effettiva del fenomeno una curva di frequenza teorica che permetta di misurare e confrontare più agevolmente la variabilità del fenomeno oppure la iperbinomialità o l'asimmetria della sua curva di frequenza. In tal caso, risponderà allo scopo il metodo dei momenti, poichè, quando l'origine si faccia coincidere con la media aritmetica, la somma delle potenze pari degli scostamenti dall'origine fornisce un indice appropriato della variabilità del fenomeno, il rapporto della somma delle potenze pari di un grado alla somma delle potenze pari di un grado diverso un indice appropriato dell'iperbinomialità della sua curva di frequenza e il rapporto infine della somma delle potenze dispari alla somma delle potenze pari un indice appropriato dell'asimmetria della sua curva di frequenza

Chi però volesse desumere la misura della variabilità del fenomeno, anzi che da una media delle potenze degli scostamenti, dall'esame dei *quartili*, dei *decili*, etc., seguendo il metodo usato dal GALTON, farebbe bene, a seconda dei casi, a servirsi, anzi che del metodo dei momenti, del metodo delle somme, o di quello delle aree, ponendo come condizione che le somme dei varî quarti o dei

varî decimi dei casi osservati, graduati in ordine crescente di intensità, o le aree rispettive, coincidano, nella distribuzione ottenuta dall'interpolazione, con le somme, o rispettivamente con le aree, corrispondenti nella distribuzione effettiva del fenomeno.

Può interessare talvolta in modo particolare che altre somme dei valori calcolati (o altre porzioni dell'area delimitata dalla curva interpolata), che non sieno i quartili o i decili, coincidano con le somme dei corrispondenti valori osservati (o con le rispettive aree). Così chi voglia eseguire una interpolazione descrittiva della frequenza delle successioni secondo l'ammontare unitario, per giovarsene nelle previsioni sul gettito dell'imposta, farà bene a porre come condizione la coincidenza, nella curva teorica e nella effettiva, delle singole porzioni di area che corrispondono a patrimoni ereditari colpiti dall'imposta nella stessa misura.

Si avverta che le somme di cui interessa la coincidenza nella distribuzione teorica e nella effettiva possono anche riferirsi a valori non contigui. Può interessare, ad esempio, che, nelle due distribuzioni, coincidano tra loro le due somme relative a valori della funzione corrispondenti a valori pari assunti dalla variabile e che coincidano pure tra loro le due somme relative a valori della funzione corrispondenti a valori dispari assunti dalla variabile. Analogamente può interessare che, nelle due distribuizioni, coincidano tra di loro le somme relative a valori che rappresentano scostamenti positivi, o negativi, inferiori o superiori ad una certa intensità.

Si danno, infine, serie nelle quali certi termini hanno una importanza speciale. Nella interpolazione descrittiva, interessa allora particolarmente che i dati calcolati riproducano esattamente codesti termini. Per esempio, nella serie dei coefficienti di mortalità degli assicurati secondo la durata dell'assicurazione, ha particolare importanza il coefficiente di mortalità durante il primo anno di assicurazione, per modo che, tra le varie formule interpolatrici della serie, dovrà preferirsi, a parità di altre condizioni, quella che ne riproduce più fedelmente il termine o i termini relativi al primo anno.

8. — I metodi sopra ricordati di interpolazione statistica ed altri finora proposti hanno questo di comune che mirano a sostituire alla curva effettiva un'altra curva di tipo determinato tale che i singoli valori calcolati si accostino ai rispettivi valori osservati secondo certe norme o in modo da avere a comuni determinate proprietà.

Si attribuisce dunque importanza, secondo questi metodi, nella descrizione della curva, alla concordanza tra le intensità singole che il fenomeno considerato assume e le corrispondenti intensità calcolate, alla concordanza — potremmo dire — tra gli *stati* effettivi e gli stati teorici del fenomeno. Ond'è che essi potrebbero bene qualificarsi come *metodi di interpolazione statica.*

Nella descrizione delle serie statistiche, in particolare delle serie storiche, molte volte, però, ciò che interessa di riprodurre non sono tanto i singoli stati del fenomeno, quanto i suoi *movimenti.* Per modo che risponderebbero, in tal caso, allo scopo metodi di interpolazione che alla curva effettiva insegnassero a sostituire un'altra curva di tipo determinato, tale che le differenze tra i successivi valori calcolati della serie risultante dall'interpolazione si accostassero secondo certe norme, o in modo da avere a comuni determinate proprietà, alle differenze tra i rispettivi valori osservati. E altre volte interessa che la serie dei dati calcolati presenti in comune con la serie dei dati osservati certe proprietà, che indirettamente dipendono dalle intensità osservate del fenomeno, ma direttamente dalle differenze tra queste. Metodi siffatti potrebbero dirsi, in contrapposto ai primi, *metodi di interpolazione dinamica.*

Anche tra questi metodi il criterio di scelta dovrà essere ricavato dallo scopo della ricerca e dalla natura dei fenomeni considerati.

Può interessare che l'interpolazione descriva nel modo migliore i valori assoluti delle differenze tra ciascuna delle quantità osservate e la successiva o piuttosto le potenze di un certo grado di tali valori assoluti. Nel qual caso, determinati, per successive differenze tra i termini contigui della serie, tali valori assoluti, e ricavatene eventualmente le rispettive potenze, si procederà sulle quantità così ottenute in modo analogo a quello con cui, nei metodi di interpolazione statica, si procede sulle quantità osservate.

Può interessare che i valori calcolati della serie risultante dall'interpolazione e i valori osservati presentino la stessa differenza media o la stessa differenza quadratica media o una stessa differenza media di ordine più elevato. Nel qual caso, converrà adottare un metodo di interpolazione che risponda appunto a questa condizione.

Si accenna qui di sfuggita a questo argomento, che meriterebbe, a nostro modo di vedere, particolare attenzione da parte degli statistici.

9. — Chi voglia eseguire una interpolazione analitica perequatrice, dovrà attenersi, nella scelta del metodo, a criteri essen-

zialmente diversi da quelli, indicati nei numeri precedenti, da seguire quando si ha di mira una interpolazione analitica descrittiva. Poichè è noto che i risultati delle osservazioni sono affetti da fattori di perturbazione, di cui si desidera appunto eliminare la influenza mediante l'interpolazione, non risponderebbe evidentemente allo scopo una curva che riproducesse esattamente i dati rilevati.

L' interpolazione analitica perequatrice dunque deve sempre proporsi di far passare la curva teorica *accanto* ai dati rilevati e non mai *per* i dati rilevati; essa deve essere sempre, in altre parole, una interpolazione statistica e non mai una interpolazione matematica.

Qualcuno potrà domandare a questo punto come mai ci si debba comportare quando si disponga di una serie di pochi termini relativa a un fenomeno di cui, per altre rilevazioni o interpolazioni, si sa che segue una curva di distribuzione con un numero di parametri uguale ai termini della serie.

Dato un fenomeno, per esempio, di cui si sa che segue una parabola di terzo grado e di cui si conosce l'intensità solo in tre casi o in tre momenti, come eseguire una interpolazione perequatrice sulle intensità rilevate?

La risposta è molto semplice: l'interpolazione perequatrice non si può, in questo caso, eseguire. Diremo di più: per eseguire una buona interpolazione perequatrice, conviene che il numero delle quantità rilevate sia, non solo superiore al numero dei parametri della curva da interpolare, ma notevolmente superiore.

Allo stesso modo che, per misurare l'intensità che un fenomeno tende ad assumere indipendentemente dall' influenza dei fattori accidentali di perturbazione, conviene disporre, non di una osservazione sola, ma di un numero di osservazioni notevolmente superiore ad uno, in modo che vi sia una forte probabilità che risultino in gran parte compensate le perturbazioni determinate dai fattori accidentali e la media delle intensità osservate si possa quindi ritenere praticamente coincidente con l'intensità che si vuole determinare, così, per determinare la curva secondo cui un fenomeno tende a distribuirsi indipendentemente dall'influenza dei fattori accidentali di perturbazione, conviene disporre di un numero di osservazioni notevolmente superiore a quello strettamente necessario per ricavare i parametri della curva, in modo che si possa ritenere che risultino in gran parte compensate le perturbazioni dell'andamento del fenomeno determinate dai fattori accidentali, e la curva inter-

polata possa quindi praticamente riguardarsi come l'espressione della curva, che si vuole determinare, secondo la quale il fenomeno tende a distribuirsi indipendentemente dai fattori accidentali.

Fissati il tipo, il grado e il numero dei parametri della funzione interpolatrice, la scelta del metodo, con cui si deve eseguire l'interpolazione perequatrice, in molti casi non è dubbia. Tutte le volte infatti che si possa ritenere che gli scostamenti dipendenti dai fattori di perturbazione tendono a distribuirsi secondo la curva di Gauss è al metodo dei minimi quadrati che deve darsi la preferenza, come a quello che, in tale ipotesi, conduce alla determinazione della curva più probabile.

Questo è notoriamente il caso quando i fattori di perturbazione sono costituiti da errori accidentali di osservazione, da cui i singoli valori osservati sono affetti l'uno indipendentemente dall'altro e tutti con uguale probabilità. Considerazioni teoriche e il risultato dell'esperienza concordano infatti nel mostrare che tali errori si distribuiscono secondo la curva di Gauss, al punto che questa è conosciuta sotto il nome di « curva degli errori accidentali ».

Anche all'infuori di codesta ipotesi, può ben darsi che gli scostamenti determinati dai fattori di perturbazione tendano a distribuirsi secondo la curva di Gauss. Tale resterà sempre, ad esempio, la curva secondo cui tendono a distribuirsi gli scostamenti, se questi dipendono dall'influenza di errori di osservazione che hanno bensì la stessa probabilità di verificarsi nei varî termini della serie, ma, invece che influire su di un termine solo, si ripercuotono in uguale o disuguale misura, nell'uno o nell'altro senso, su parecchi termini, come avviene, ad esempio, degli errori accidentali in cui si incorre nella classificazione dei dati.

Analoga osservazione deve farsi a proposito dell'influenza del caso sui dati relativi a collezioni di osservazioni per effetto del numero limitato di queste. Se la probabilità di un avvenimento rimane costante in più gruppi di osservazioni e il suo verificarsi in un caso non influisce sul suo verificarsi nei casi seguenti, gli scostamenti accidentali che le frequenze dell'avvenimento nei singoli gruppi presentano rispetto alla sua probabilità per effetto del numero limitato delle osservazioni tenderanno a distribuirsi secondo la curva binominale, che, qualora la probabilità dell'avvenimento non si discosti troppo da 1/2 e il numero delle osservazioni dei singoli gruppi non sia troppo piccolo, si può praticamente ritenere coincidente con la curva di Gauss. Ma anche se il verificarsi dell'avvenimento in un caso influisce sul suo verificarsi nei casi

seguenti diminuendone o accrescendone la probabilità, come, ad esempio, avviene per casi di malattie contagiose, gli scostamenti tenderanno sempre a distribuirsi secondo la curva binomiale, pure potendo assumere, nelle varie ipotesi, intensità maggiore o minore che nell'ipotesi precedente.

L'uniformarsi alla curva di Gauss degli scostamenti determinati dai fattori di perturbazione pare anzi a molti così frequente da autorizzare la presunzione che questo uniformarsi si verifichi quando nulla si sappia intorno alla legge secondo cui gli scostamenti tendono a distribuirsi, per modo che, in tale ignoranza, la applicazione del metodo dei minimi quadrati, nella interpolazione perequatrice, viene giudicata teoricamente preferibile a quella di ogni altro metodo interpolatorio.

In realtà però tale presunzione non è ugualmente giustificata in tutte le scienze.

Essa appare bensì fondata nelle scienze astronomiche, fisiche, meteorologiche, in quanto l'esperienza mostra che la curva di Gauss costituisce veramente la norma per le distribuzioni dei fenomeni che in esse ricorrono; ma non altrettanto nelle scienze economiche, demografiche, biologiche. La maggior parte delle distribuzioni relative ai fenomeni studiati da queste scienze si è rivelata, infatti, più o meno fortemente asimmetrica.

Ora, ammessa, come deve ammettersi, una certa correlazione tra intensità delle cause e intensità degli effetti, non vi sarebbe da meravigliarsi che asimmetriche risultassero pure le distribuzioni degli scostamenti che questi fenomeni determinano quando intervengono come fattori di perturbazione rispetto alle relazioni, che la interpolazione perequatrice mira a mettere in luce. Solo qualora i fattori di perturbazione fossero molto numerosi e i loro effetti rimanessero tra loro indipendenti, o tendessero a compensarsi, potremmo pensare che, pur seguendo la maggior parte tra essi una curva di distribuzione asimmetrica, debbano determinare, nel loro complesso, scostamenti che si uniformano alla curva di Gauss. La preferibilità del metodo dei minimi quadrati nelle interpolazioni perequatrici relative a relazioni tra fenomeni sociali, biologici, demografici, rimane in ogni modo da dimostrare (1).

---

(1) Non sarebbe pertanto privo di interesse uno studio che arrivasse a risolvere empiricamente la questione, esaminando, per serie numerose e sufficientemente lunghe, se gli scostamenti dei valori osservati da curve interpolate col metodo dei minimi quadrati relative a fenomeni sociali o biologici si distribuiscono approssimativamente secondo la curva di Gauss.

Così che, anche da questo punto di vista, e indipendentemente da altre considerazioni (cfr. numero 10), si può giustificare, in alcuni campi di ricerca, l'abbandono del metodo dei minimi quadrati per altri di più comoda applicazione.

Molto più lata dell'ipotesi che gli scostamenti determinati dai fattori di perturbazione si distribuiscano secondo la curva di Gauss, è l'ipotesi che detti scostamenti si compensino, in modo che la loro somma algebrica sia uguale a 0. Per ciò generalmente si pone come una condizione dei metodi di interpolazione che la somma dei valori calcolati e quella dei valori osservati, oppure che le due aree corrispondenti, risultino uguali: rispondono appunto a questa condizione, oltre al metodo dei minimi quadrati, il metodo dei momenti, quello di Cauchy, quelli delle somme e delle aree.

10. — Chi interpola una curva a k parametri tra n valori osservati, viene a livellare, non solo gli scostamenti determinati da fattori accidentali di perturbazione, ma anche quelli determinati da fattori di perturbazione sistematica. Ciò fa sì che non di rado si interpolino, a scopo di perequazione, dati affetti ad un tempo da fattori di perturbazione accidentali e sistematici, e si ritenga così di avere ottenuto la curva secondo cui il fenomeno si sarebbe distribuito a prescindere dall'influenza di tali fattori.

Spesso, per esempio, si interpolano i dati sui censiti o sui morti a seconda delle età, sul numero dei coscritti o dei soldati a seconda della statura o del peso o dell'indice cefalico, intendendo così di eliminare, non solo l'influenza degli errori accidentali incorsi nelle denuncie, o rispettivamente nelle misure, e nella classificazione dei dati e l'influenza degli scostamenti casuali dipendenti dal numero ristretto delle osservazioni, ma anche l'influenza perturbatrice che si esercita sistematicamente sui valori della funzione in corrispondenza a determinati valori della variabile per effetto della tendenza a denunciare o a rilevare cifre rotonde.

Qualunque possa essere la portata pratica di tale procedimento, esso è in ogni modo criticabile da un punto di vista teorico.

Le perturbazioni sistematiche dei valori osservati possono infatti esercitare un'influenza perturbatrice nella determinazione dei parametri.

Converrebbe quindi procedere prima all'eliminazione degli effetti dei fattori sistematici di perturbazione, quando di questi fosse possibile determinare la portata e l'intervallo di azione, e, sui dati così corretti, addivenire poi all'interpolazione perequatrice dei fattori di perturbazione accidentale.

Qualora, come avviene per effetto della tendenza a rilevare o denunciare cifre rotonde, le perturbazioni sistematiche consistano in spostamenti di alcune unità statistiche da certi valori della variabile ai valori contigui, l'eliminazione si compie in modo facile e completo raggruppando i dati rilevati in classi più o meno ampie, tali che ciascuna di esse comprenda uno o più degli intervalli in cui si esaurisce l'influenza perturbatrice del fattore sistematico.

I dati dei censiti secondo le età, potranno venire, ad esempio, raggruppati in classi quinquennali di età, che abbiano al centro l'età espressa da un multiplo di 5 o di 10, oppure in classi decennali così costituite: da anni 3 a 12, da 13 a 22, etc., oppure da anni 8 a 17, da 18 a 27, etc. Analogo accorgimento potrà adottarsi per la classificazione dei coscritti secondo la statura, degli operai secondo il numero delle ore lavorative settimanali o la paga ricevuta, delle aziende secondo il personale impiegato, ecc.

Le somme ottenute, o le aree ad esse corrispondenti, possono poi servire per l'interpolazione perequatrice col metodo delle somme o delle aree, sia direttamente, sia mediante ulteriori raggruppamenti diretti a costituire le k somme od aree necessarie alla determinazione dei k parametri.

La considerazione che le operazioni eseguite per l'eliminazione della tendenza a denunciare o rilevare età rotonde si possono usufruire per i calcoli dell'interpolazione perequatrice coi metodi delle somme o delle aree può essere una ragione per adottare questo o quel metodo a preferenza di altri.

Qualcuno potrebbe anzi dire che i metodi delle somme o delle aree, quando le somme o le aree siano opportunamente determinate, servono ad eliminare, non solo i fattori di perturbazione accidentali, ma anche i fattori di perturbazione sistematici dipendenti dall'addensarsi delle osservazioni in corrispondenza a certi valori della variabile.

Il linguaggio però non sarebbe proprio: in realtà, come abbiamo spiegato, l'eliminazione dei fattori di perturbazione sistematica si compie col raggruppamento dei dati; i dati così raggruppati possono poi servire ad un' interpolazione perequatrice eseguita con varî metodi, e ragioni di convenienza possono indurre a scegliere, tra questi, il metodo delle somme o delle aree.

Non sempre, naturalmente, le perturbazioni sistematiche consistono in spostamenti di unità statistiche da certi valori della variabile a certi altri, e non sempre, d'altra parte, esse si possono eliminare. Quando venga a mancare questa possibilità, e le perturbazioni

sistematiche abbiano notevole portata, viene pure a mancare quella ragione di preferenza per il metodo dei minimi quadrati, ai fini dell'interpolazione perequatrice, che abbiamo esaminato nel numero precedente.

11. — Le serie, che si presentano nelle scienze astronomiche, fisiche, meteorologiche, ed a cui originariamente furono rivolti i calcoli di interpolazione, sono costituite da dati basati su osservazioni diverse. Questo è anche molte volte il caso per le serie che si presentano nelle scienze sociali e biologiche.

Le serie dei morti secondo l'età, dei nati nei varî mesi, dei coscritti secondo la statura, dei prezzi verificatisi su di un mercato, dei redditi avuti da una collettività negli anni successivi, constano di termini che non hanno tra loro elementi statistici in comune, per quanto due o più termini successivi possano risentire l'influenza perturbatrice di uno stesso fattore.

Altre volte invece si danno serie i cui termini hanno tra loro elementi statistici in comune, come la serie dei sopravviventi secondo le età, dei patrimoni o dei depositi di una data collettività negli anni successivi.

Potremo chiamare le serie di questo secondo tipo *serie a termini concatenati*, in contrapposto a quelle del tipo precedente che si possono dire *serie a termini staccati*.

Da una serie a termini staccati è sempre possibile ricavare una serie a termini concatenati, sostituendo al secondo, al terzo termine etc., la somma dei primi due, dei primi tre termini e così via. Viceversa, molte volte da una serie a termini concatenati è possibile ricavare une serie a termini staccati facendo le differenze tra i termini successivi. Facendo, per esempio, le differenze tra il numero degli abitanti o tra l'ammontare dei patrimoni o dei depositi a risparmio che una collettività presenta nei successivi anni , si ottengono dati che esprimono il movimento della popolazione, la variazione della ricchezza, il bilancio dei versamenti e dei rimborsi, e che non hanno tra loro alcun elemento statistico in comune. Non si intende con ciò che i termini successivi delle serie così ottenute sieno tra loro assolutamente indipendenti. Essi anzi non lo sono, per effetto di molteplici fattori, delle crisi economiche, per esempio, che si estendono sopra un intervallo di parecchi anni esercitando un'influenza analoga sull'intensità di codesti fenomeni in anni contigui. Ma si intende che le unità statistiche (nati e morti, unità di ricchezza prodotta e consumata, unità di

moneta versata e ritirata), da cui risulta un termine, sono diverse da quelle da cui risultano gli altri termini.

Considerazioni pratiche, quali la maggiore facilità di trovare una formula interpolatrice adatta e soprattutto la possibiltà di eliminare per tal via le difficoltà che nell'interpolazione sorgono dalla circostanza che i dati statistici ci vengono di solito forniti in classi troppo ampie, inducono spesso a trasformare nel modo sopra indicato le serie a termini staccati in serie a termini concatenati prima di sottoporle a procedimenti interpolatori.

La formula del PARETO e la nostra, da cui si ricavano l'indice di distribuzione e rispettivamente l'indice di concentrazione dei redditi, vennero appunto determinate, non sulle serie dei numeri dei redditieri classificati nelle varie categorie di reddito, ma sulle serie dei numeri dei redditieri classificati al di sopra di un dato reddito. E il BRUNS ha proposto una formula generale di interpolazione, la quale presuppone appunto la sostituzione, ai termini secondo, terzo, ecc. di ogni serie statistica, la somma dei primi due, dei primi tre termini, e così via.

Nulla può certamente obbiettarsi contro tale procedimento da un punto di vista teorico quando l'interpolazione abbia scopo descrittivo, come lo ha nella determinazione degli indici di distribuzione e di concentrazione dei redditi; e i vantaggi pratici che esso presenta consigliano anzi di farne uso. Ma, allorchè la interpolazione vuole invece essere un'interpolazione perequatrice, pare naturale che essa debba eseguirsi, sempre che sia possibile, sulle serie a termini staccati, in quanto che, colle serie a termini concatenati ottenute nel modo anzidetto, le oscillazioni di un termine influiscono su tutti i termini successivi.

Per una ragione analoga ben fanno i cultori delle scienze attuariali ad interpolare, allo scopo di determinare la legge della mortalità secondo l'età, non le serie dei sopravviventi, ma le serie dei morti secondo l'età. E la stessa ragione potrebbe farsi valere quando si voglia conoscere la legge con cui varia nel tempo l'accumulazione o il risparmio di una data collettività. Sarebbe teoricamente meglio rispondente allo scopo interpolare, anzi che le cifre che danno l'ammontare dei patrimoni o dei depositi a risparmio, le cifre che danno le loro differenze da anno ad anno. Ecco dunque un altro campo, in cui, per ragioni diverse da quelle esposte al numero 8, a proposito dell'interpolazione descrittiva, può essere consigliabile di ricorrere alla *interpolazione dinamica*.

Se, nella pratica, questa presenti veramente, nei casi sopra ricordati o in casi analoghi, vantaggi sopra l'interpolazione sta-

tica, è una questione che potrebbe decidersi empiricamente, ricercando, su esempi numerosi, se le leggi di variazione dei fenomeni, ricavate dalle serie storiche, mediante interpolazione dinamica, sono più o meno atte di quelle ricavate mediante interpolazione statica, a ritrarre, per via di extrapolazione, l'andamento dei termini futuri.

12. — Nei numeri precedenti, noi abbiamo sempre parlato di interpolare una funzione di un dato tipo e di un dato grado, con un certo numero di parametri, dei quali si ignorano i valori. I calcoli che tale interpolazione richiede presuppongono dunque la conoscenza sicura del tipo e del grado della funzione interpolatrice, la conoscenza sicura del numero dei parametri e l'ignoranza completa dei valori di questi.

Teoricamente almeno, si possono presentare casi diversi da quello finora considerato. Si può, ad esempio, pensare all'ipotesi di conoscere con sicurezza il tipo e il grado della funzione interpolatrice e il numero dei suoi parametri e di potere altresì fare qualche previsione sul valore di questi, attribuendo, per esempio, ai varî valori, che essi possono assumere, una probabilità diversa.

Si può pensare all'ipotesi di non conoscere il tipo della funzione interpolatrice con sicurezza, ma di conoscere solo la probabilità con la quale i dati osservati possono uniformarsi ad una curva di uno piuttosto che di un'altro tipo.

Si può pensare all'ipotesi di essere in condizione di prevedere, con una certa probabilità, che i dati osservati si uniformeranno ad una curva già definita, come avviene quando i dati osservati si riferiscono ad un fenomeno per il quale si possiedono precedenti rilevazioni fondate su osservazioni copiose e depurate, mediante una interpolazione perequatrice, dai fattori accidentali di perturbazione. Il difficile è in tal caso di valutare il peso che si deve dare ai risultati delle rilevazioni precedenti rispetto a quelli della rilevazione nuova, peso che dipende evidentemente, non solo dal numero delle osservazioni, su cui le varie rilevazioni si fondano, ma anche dalla identità, più o meno imperfetta, delle condizioni, in cui il fenomeno si è verificato nelle osservazioni precedenti e nelle nuove.

Si può pensare all'ipotesi di conoscere (o di supporre noto) con sicurezza il tipo della funzione interpolatrice, ma di ignorare completamente, non solo il valore dei suoi parametri, ma anche il suo grado e il numero dei suoi termini.

13. — Quest'ultima ipotesi assume nella pratica molta importanza. Su di essa è quindi opportuno di soffermarsi alquanto.

Quand'essa si avvera, conviene cominciare a interpolare la funzione limitata al primo termine, per procedere quindi ad una interpolazione della funzione fermata al secondo termine, e passare quindi ad interpolazioni successive, considerando un numero di termini sempre maggiore e realizzando così un'approssimazione sempre migliore.

Tale *procedimento* viene detto *delle approssimazioni successive.* Esso può seguirsi qualunque sia il metodo di interpolazione adottato, ma è praticamente molto importante che il metodo adottato consenta di usufruire dei calcoli già eseguiti quando si aggiungano successivamente nuovi termini alla formula interpolatrice. Quando la funzione sia lineare rispetto ai parametri, rispondono, per esempio, a tale condizione il metodo dei minimi quadrati e il metodo del Cauchy.

E', d'altra parte, noto che ogni funzione analitica può, in generale e salvo in punti singolari, svilupparsi nella serie di Taylor e mettersi quindi sotto la forma della funzione

$$y = k_0 + k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3 + ...$$

che è appunto lineare rispetto ai parametri.

Perciò, quando ci si trovi in presenza di un fenomeno, di cui, per precedenti esperienze o per cognizioni *a priori*, non si conosca l'espressione della curva secondo cui si distribuisce, si suole ammettere che esso si distribuisca secondo codesta formula e si procede alla sua interpolazione per approssimazioni successive. Si comincia così con l'interpolare una parallela all'asse delle ascisse, si passa quindi all'interpolazione di una retta, poi di una parabola di secondo grado e successivamente, se appare necessario, di parabole di grado via via più elevato, fermandosi quando si giudica che la approssimazione raggiunta sia sufficiente.

14. — Sorge in tal caso la questione di sapere quando si è raggiunto un grado di approssimazione sufficiente. La quale questione si pone, d'altra parte, anche quando si sia interpolata una sola funzione — o con un solo metodo, ottenendo una sola serie di dati teorici, o con metodi diversi, ottenendo più serie di dati teorici — a fine di giudicare, nel primo caso, della bontà del risultato raggiunto, a fine di decidere, nel secondo caso, a quale tra le varie serie di dati teorici ottenute debba accordarsi la preferenza.

La questione deve venir risolta con criterio diverso secondo che si tratti di interpolazione descrittiva o di interpolazione perequatrice.

Nel caso di interpolazione descrittiva, la sufficienza dell'approssimazione può venir decisa solo di caso in caso in armonia con la natura della ricerca. L'approssimazione raggiunta nell'interpolazione di una serie, che può apparire pienamente soddisfacente per ricerche che si propongono un dato scopo, può risultare invece, per altre ricerche, del tutto inadeguata. Si comprende, per esempio, che l'approssimazione richiesta nell'interpolazione di una tavola di mortalità o di sopravvivenza da usarsi da una compagnia di assicurazioni, per previsioni su cui anche differenze nelle quarte o quinte cifre decimali dei coefficienti di mortalità possono esercitare un'influenza decisiva, debba essere molto maggiore di quella, di cui si può star contenti in un' interpolazione diretta a fornire gli elementi per confronti a scopo demografico sull' andamento della mortalità in varî tempi o paesi.

Nel caso di interpolazione perequatrice, invece, si richiede un criterio per decidere se gli scostamenti dei valori osservati dai valori calcolati sono veramente tali da potersi attribuire all'esclusiva influenza del caso.

L'esame della curva secondo la quale tali scostamenti si distribuiscono non può fornirci in proposito un criterio in ogni caso esauriente, in quanto che, come si è già avuto occasione di osservare (cfr. numero 9), scostamenti dovuti unicamente al caso possono ben distribuirsi secondo una curva asimmetrica, o in ogni modo diversa dalla curva di Gauss, se le intensità dei fenomeni che costituiscono i fattori di perturbazione tendono a distribuirsi in tal modo. Il fatto che gli scostamenti si distribuiscano asimmetricamente o secondo una curva simmetrica diversa da quella di Gauss non costituisce dunque una prova decisiva del loro carattere sistematico. Viceversa però il fatto che gli scostamenti si distribuiscono secondo la curva di Gauss può generalmente interpretarsi come una prova che essi sono accidentali.

Un altro criterio può essere fornito dalla successione dei segni degli scostamenti. Si pensa da alcuni che il numero delle variazioni di segno debba essere presso a poco uguale al numero delle permanenze. Questo criterio è certo utile in molte ricerche; ma, per ben giudicare della sua portata, conviene tener presente che esso si fonda su certe ipotesi.

Esso presuppone anzitutto che il numero degli scostamenti positivi uguagli quello dei negativi, come appunto avviene quando gli scostamenti si distribuiscono secondo curve simmetriche o che almeno si possono riguardare praticamente come tali nel tratto in cui la frequenza degli scostamenti non è trascurabile.

Nel caso di una distribuzione asimmetrica invece, in cui su s scostamenti si abbiano p scostamenti positivi e $s-p$ negativi, il numero delle permanenze da attendersi, nell'ipotesi che gli scostamenti sieno uno indipendente dall'altro, dovrebbe porsi eguale ad

$$(s-1)\frac{p^2+(s-p)^2}{s^2}$$

e il numero delle variazioni eguale ad

$$(s-1)\frac{2p(s-p)}{s^2}.$$

Si avverta però che la indipendenza tra gli scostamenti successivi, se si può riguardare come condizione sufficiente per attribuire ad essi carattere accidentale, non ne costituisce però una condizione necessaria. Può darsi infatti, come si è osservato (cfr. numero 9), che l'influenza dei fattori accidentali di perturbazione si estenda su parecchi termini successivi della serie. Qualora dunque il numero delle permanenze e delle variazioni non sia quale sarebbe da attendersi nell'ipotesi di indipendenza degli scostamenti successivi, non perciò si potrà escludere il carattere accidentale di questi. Per avere un più sicuro giudizio, si potranno raggruppare fra loro i successivi valori osservati, e analogamente i successivi valori calcolati, in numero tale da presumere che la solidarietà o la compensazione dei termini soggetti agli stessi fattori accidentali di perturbazione si esaurisca nell'interno dei singoli gruppi. Eseguite le medie di tali gruppi di termini e calcolati gli scostamenti delle medie relative ai valori osservati da quelle relative ai valori calcolati, si potrà, dal numero delle permanenze e delle variazioni, ricavare un criterio attendibile per giudicare del carattere accidentale degli scostamenti.

Quando i termini della serie sieno rapporti di frequenza, un criterio più sicuro della sufficienza dell'approssimazione raggiunta in un' interpolazione perequatrice si ricava dalla intensità degli scostamenti. Ed è importante tenere presente che i termini delle serie si possono ridurre a rapporti di frequenza anche quando esprimono la frequenza assoluta o l'ammontare dei fenomeni, dividendo ciascun termine per la somma dei termini della serie. Si può in questi casi calcolare la probabile intensità che gli scostamenti dovrebbero presentare nell'ipotesi che ciascuno di essi dipendesse esclusivamente dal caso. Se la intensità effettiva degli scostamenti supera codesta intensità teorica, ciò si può interpretare nel senso che la curva inter-

polata non tiene conto di fattori sistematici di variazione e l'approssimazione raggiunta non può pertanto dirsi sufficiente; se, al contrario, la intensità effettiva degli scostamenti resta inferiore a codesta intensità teorica, ciò significa che si è andati troppo oltre con l'interpolazione, includendo nella curva interpolata anche variazioni puramente accidentali. Analogamente si può calcolare la probabilità che gli scostamenti riscontrati dipendano dal caso o viceversa siano l'effetto di fattori sistematici. Queste conclusioni sono però sempre subordinate all'ipotesi che ciascuno degli scostamenti dipenda unicamente dal caso, la quale ipotesi esclude l'altra che più scostamenti successivi, pur dipendendo unicamente, nel loro insieme, da fattori di perturbazione accidentale, sieno legati tra loro da vincoli di solidarietà e da tendenze di compensazione. Nel caso che si abbia ragione di sospettare che l'influenza dei fattori accidentali si eserciti in tal guisa su parecchi termini della serie, sarà opportuno, anche per applicare il criterio in parola, di procedere prima a raggruppamenti, tra i valori osservati e tra i valori calcolati, di un'estensione tale da far presumere che la solidarietà o la compensazione tra i termini successivi si esaurisca nell'interno dei singoli gruppi.

E' buona norma, del resto, sia nell'interpolazione descrittiva, sia nell'interpolazione perequatrice, dopo che un' approssimazione sufficiente sia raggiunta, di spingere ulteriormente il procedimento interpolando, a scopo di controllo, una funzione di uno e successivamente anche di due gradi più elevata. Si riscontra così se l'interpolazione di una funzione di grado superiore arrecherebbe un ulteriore notevole vantaggio nei requisiti che nella curva si cercano e se, d'altra parte, essa non verrebbe a introdurre, nei tratti intermedi tra i valori osservati, dei flessi non necessari, in opposizione al *principio della massima semplicità.*

Tutto il procedimento delle approssimazioni successive si inspira per vero a questo principio in quanto che, per esso, non si passa dall'interpolazione di una funzione più semplice a quella di una più complicata se non dopo aver riscontrata la insufficienza della prima. Ma talvolta — conviene bene avvertire — lo stesso principio consiglia ad abbandonare tutto il procedimento; e ciò quando, per raggiungere un'approssimazione sufficiente dei dati osservati, converrebbe ricorrere a curve complicate che, tra i dati osservati, farebbero assumere al fenomeno un andamento manifestamente artificioso. Conviene in tal caso concludere che l'andamento del fenomeno non si presta bene ad essere rappresentato con una funzione lineare rispetto ai parametri e cercare di darne una rappresentazione migliore con funzioni di altro tipo e con diverso procedimento.

15. — Nei numeri che precedono noi abbiamo discorso come se con un'unica formula potesse interpolarsi l'intera serie dei dati. Questa ipotesi è accettabile in tanto in quanto si ammetta che uno stesso sistema di cause regga l'andamento del fenomeno nell'intero campo di osservazione. Ciò non avviene sempre; talvolta un *fatto nuovo* interrompe la serie; l'imposizione di un nuovo dazio spezza, per esempio, la continuità dei dati sulle importazioni; l'inasprimento di una tassa sui consumi diminuisce di un tratto la quantità consumata; l'annessione o la cessione di una parte del territorio bruscamente fa variare la popolazione di uno Stato.

L'interpolazione di una funzione unica per tutta la serie non risponderebbe allora in nessun modo ai fini della perequazione, in quanto che gli scostamenti tra valori osservati e valori interpolati non sarebbero dovuti solo ad errori accidentali; essa non potrebbe rispondere bene neppure agli scopi descrittivi, in quanto che, in corrispondenza dei fatti nuovi, si verificano discontinuità che non possono essere seguite dalle funzioni continue che si sogliono interpolare.

Conviene allora procedere ad un' *interpolazione per parti* della serie. Per semplicità, si ammette in generale l'ipotesi che, prima e dopo del fatto nuovo, il fenomeno segua la stessa legge, per modo che si suole, nelle singole parti, interpolare la stessa funzione, lasciando alla diversità dei parametri di esprimere le differenze che caratterizzano l'andamento del fenomeno prima e dopo del fatto nuovo.

16. — Si avverta però che non sempre è univoco il giudizio sull'intervento di fatti nuovi. La discussione sorge generalmente, non tanto sull'essere o meno accaduto un dato avvenimento, quanto sul potersi o meno esso riguardare come elemento nuovo nel sistema di cause che regolano l'andamento del fenomeno.

Buon esempio di ciò può trarsi da una controversia per lunghi anni protrattasi, recentemente risolta, tra i proprietari delle tonnare della costa sud-orientale della Sardegna e la società che esercisce le miniere di Buggerru e Malfidano, poste una ventina di chilometri più a settentrione. Le pesche di alcune tra le suddette tonnare decadevano rispetto a quelle di altre, decadenza che, dai proprietari delle tonnare, volevasi imputare alle torbide di diffusione originate dagli emissari delle laverie. Nell'incertezza dei giudizi dei biologi e dei geografi, la questione si ridusse presso che esclu-

sivamente ad una questione statistica, quella di sapere se, in corrispondenza ai successivi impianti o ampliamenti delle laverie, si avvertisse una decadenza nel rendimento delle tonnare. A fornire la risposta negativa giovò il procedimento dell'interpolazione (1).

Quando infatti vi sia discussione sull'intervento o meno di fatti nuovi, il procedimento dell'interpolazione ha questo di vantaggioso, che, applicato in un certo modo, esso può servire successivamente a decidere dell'intervento o meno dei fatti nuovi e, qualora l'esame risulti negativo, a ritrarre l'andamento del fenomeno.

Per decidere dell'influenza dei fatti nuovi, è necessario infatti paragonare l'andamento del fenomeno prima e dopo il loro intervento.

Ciò si può fare mettendo a riscontro la tendenza a crescere o a diminuire che il fenomeno ha effettivamente mostrato dopo la data critica, con quella (che si può dedurre mediante extrapolazione) che esso avrebbe presentato qualora la tendenza a crescere o a diminuire fosse avvenuta con la stessa norma (determinabile mediante interpolazione della porzione di serie anteriore al fatto nuovo) risultata valida per l'addietro.

Ma si può anche mettere a riscontro l'andamento effettivo del fenomeno con quello (ricavato mediante interpolazione della intera serie) che si suppone che esso avrebbe seguito nell'ipotesi che nessun fatto nuovo fosse intervenuto a turbare la tendenza evolutiva e che la variazione eventualmente verificatasi in corrispondenza di esso si fosse invece uniformemente distribuita su tutta la serie. Confrontando i dati così interpolati coi dati effettivamente osservati, si può infatti riscontrare se tra gli uni e gli altri vi sia qualche forte discordanza, qualche improvviso distacco in corrispondenza al punto in cui il fatto nuovo è, o si suppone, intervenuto. In caso positivo, si deve ammettere come plausibile che il fatto nuovo preso in esame abbia avuto un'influenza sull'andamento generale del fenomeno. L'interpolazione ha allora esaurito il suo compito: essa ha servito come una pura ipotesi di lavoro; ma noi dobbiamo guardarci bene dal ritenere che la formula, che essa fornisce, rappresenti la legge di distribuzione del fenomeno. Nel caso contrario,

---

(1) Cfr. le nostre memorie *Analisi delle statistiche sul prodotto delle tonnare di Sardegna dal 1829 al 1916*. Roma, Tipografia della Camera dei Deputati, 1916; *Ancora sulla statistica delle tonnare di Sardegna*. Roma, Tipografia della Camera dei Deputati, 1917. — In appendice a questa seconda memoria trovasi una discussione *Sulle applicazioni della perequazione alle serie di dati statistici*, dove sono esposte alcune delle idee che si trovano svolte in questo studio.

invece, (nel caso, cioè, in cui non si riscontrino tra dati osservati e dati interpolati discordanze tali che accusino palesemente l'intervento di fatti nuovi), si potrà ritenere che la funzione interpolata, eventualmente completata, qualora l'approssimazione raggiunta non si giudichi sufficiente, con termini di grado superiore, adempia al compito descrittivo o perequatore che si ha di mira nella ricerca.

17. — Nel paragrafo precedente, parlando di fatti nuovi, abbiamo avuto di mira avvenimenti di portata notevole che intervengono subitamente ad interrompere l'andamento di un fenomeno, che si svolgeva per l'addietro sotto un sistema di cause costanti. La realtà però non è sempre così semplice.

Moltissimi fenomeni biologici e sociali si svolgono sotto un insieme di cause continuamente variabili, in quanto che fatti nuovi, in generale di piccola portata, intervengono presso che ininterrottamente, ma senza regola fissa, talora con effetti subitanei, più spesso con un'influenza che si inizia debolmente e poi lentamente progredisce per attenuarsi poi di nuovo e a grado a grado scomparire. L'aumento della popolazione o della ricchezza di uno Stato, l'accrescimento della statura o del peso di un singolo individuo, ne forniscono facili esempi.

Interpolazioni di simili serie si possono bensì eseguire, sia a scopo descrittivo, sia a scopo di perequazione, ma non ci si deve attendere da esse la formulazione di una legge, poichè una legge effettivamente non sta a base della distribuzione osservata dal fenomeno.

Qualche volta invece le nozioni sulla legge di distribuzione del fenomeno possono ricavarsi da considerazioni *a priori*, e queste possono anche condurre a una formula secondo cui il fenomeno dovrebbe distribuirsi se fatti nuovi non intervenissero di continuo.

L'intervento continuo di fatti nuovi naturalmente impedisce che, nel complesso della serie o in porzioni notevoli di essa, il fenomeno segua in realtà la formula determinata teoricamente; ma, in porzioni limitate della serie, è lecito trascurare la influenza dei fatti nuovi e supporre che la distribuzione del fenomeno segua la formula teorica.

Per esempio, da considerazioni *a priori* si deduce che una popolazione dovrebbe aumentare in ragione geometrica, se fatti nuovi non intervenissero a mutarne il coefficiente di accrescimento. Ammettere che effettivamente la popolazione aumenti in ragione geo-

metrica, durante un lungo periodo di tempo, non risponderebbe evidentemente alla realtà e fallace sarebbe pertanto pretendere di trovare la legge della variazione della popolazione interpolando una funzione i cui valori successivi crescano in ragione geometrica. Ma si può ammettere invece, senza errore notevole, che una popolazione sia cresciuta in ragione geometrica durante un breve intervallo di tempo, per modo che è autorizzato procedere a interpolazioni di una tale formula, dedotta teoricamente, su brevi porzioni della serie. E', d'altra parte, arbitrario far iniziare tali porzioni da uno piuttosto che dall'altro termine; onde appare giustificato farle cominciare successivamente dal primo, dal secondo, dal terzo termine, e così via. Si procede in tal modo a una serie di interpolazioni parziali, che potrebbero dirsi *interpolazioni per parti sovrapposte*, per distinguerle da quelle, considerate nel numero 15, che potremo chiamare *interpolazioni per parti contrapposte.*

Per ognuno dei termini della serie si ottengono così, qualora le interpolazioni parziali siano interpolazioni statistiche, altrettanti dati teorici quante sono le interpolazioni parziali in cui il termine ricorre e, per ognuno dei valori della funzione intermedi tra i termini delle serie, altrettanti dati meno uno. Se t è il numero dei termini abbracciati dalle singole interpolazioni parziali, t è pure il numero dei dati teorici risultanti per ogni termine della serie dalle interpolazioni parziali e $t-1$ il numero dei dati teorici risultanti per ogni valore della funzione intermedio tra i termini della serie. La loro media può riguardarsi come il valore definitivo risultante dall'interpolazione.

Nulla naturalmente impedisce che, anzichè eseguire interpolazioni parziali statistiche, si eseguano interpolazioni parziali matematiche. I dati teorici per i singoli termini della serie coincideranno allora tra loro e col dato osservato, mentre, per ogni valore intermedio della funzione, si otterranno $t-1$ dati teorici fra cui si prenderà la media.

18. — E' evidente la laboriosità del procedimento dell'interpolazione per parti sovrapposte esposto nel paragrafo precedente. Esso si può semplificare grandemente se, dai risultati di ogni interpolazione, ci si limita a ricavare, anzi che i valori teorici di tutti i termini a cui l'interpolazione si estende, il valore teorico del solo termine centrale, avendo cura di considerare, ciascuna volta, un numero dispari di termini. Non occorre allora generalmente calcolare i parametri per le singole interpolazioni parziali; ma basta, per ognuna delle porzioni sovrapposte della serie, calco-

lare una media; se, per es., si ammette che il fenomeno proceda secondo una progressione geometrica, basterà calcolare le successive medie geometriche per porzioni di serie di t termini ciascuna, cominciando dette porzioni successivamente dal primo, dal secondo, dal terzo termine, e così via. Non si ottiene più allora una curva continua che passa accanto ad n punti noti; ma solo si sostituiscono valori perequati ai valori osservati. Nè si può allora più parlare di interpolazione; l'operazione prende invece il nome di *perequazione per medie.* Uno dei suoi inconvenienti è l'arbitrio nella estensione da dare alle singole porzioni della serie (1); un altro deriva dal fatto che i $\frac{t-1}{2}$ primi termini e i $\frac{t-1}{2}$ ultimi termini osservati non possono per tal via venire sostituiti con valori perequati, onde la perequazione non si estende a tutta la serie, ma ne restano escluse, per così dire, la testa e la coda.

Tra i due procedimenti suesposti, l'uno dei quali consiste nel ricavare, da interpolazioni parziali su t termini, t valori per ciascun termine e nel farne la media, e l'altro nel ricavare, da interpolazioni parziali su t termini, il solo valore del termine centrale, vi è un procedimento, che si può riguardare come intermedio, il quale ha dato origine a parecchie formule di perequazione. Esso consiste nell'eseguire interpolazioni parziali su tratti di t termini, servendosi, non di tutti i t termini, ma di un numero k di termini equidistanti sufficiente per determinare la curva a k parametri che si vuole interpolare. Si eseguono così, su ogni porzione di serie, $\frac{t}{k}$ interpolazioni parziali, ottenendo, per ognuno dei valori osservati, $\frac{t}{k}$ valori calcolati, la cui media può prendersi come valore teorico risultante dall'interpolazione. E' questo il metodo seguito da Woolhouse, Karup, Sprague. Woolhouse interpolava una parabola di secondo grado su porzioni di serie di 15 termini. Karup una parabola di terzo grado su porzioni di serie di 20 termini, Sprague una parabola di quinto grado su porzioni

(1) Accrescendo il numero dei termini, a cui si estendono le singole medie, si accresce la probabilità che rimangano compensate le influenze dei fattori accidentali di perturbazione; ma, nello stesso tempo, cresce la irrealtà dell'ipotesi, che sta a base del calcolo, secondo la quale, nel tratto considerato, la curva osservata tenderebbe ad uniformarsi ad una certa formula.

di serie di 30 termini (1). In ognuno di questi casi, si possono eseguire, per le singole porzioni di serie, cinque interpolazioni parziali, che danno luogo, per ognuno dei termini, a cinque valori calcolati, di cui si prende la media aritmetica semplice. Nella pratica, però, non è necessario calcolare i singoli valori mediante le interpolazioni parziali. La media dei cinque valori calcolati si può ricavare direttamente dai quindici, o rispettivamente dai venti o dai trenta valori osservati, mediante una media aritmetica ponderata. Questa permette così di ricavare direttamente, dai valori osservati, i valori teorici risultanti dall'interpolazione. Di modo che si è condotti, in questi casi, ad una *perequazione per medie aritmetiche ponderate.*

19. — Vi è un altro caso — ed è di gran lunga il più frequente — in cui si ricorre alla perequazione per medie: esso si verifica quando precedenti esperienze o considerazioni *a priori* nulla assolutamente ci dicano circa la legge che nella realtà segue o che, indipendentemente dal continuo sopravvenire di fatti nuovi, tende a seguire la distribuzione del fenomeno.

La perequazione per medie suole allora chiamarsi *perequazione meccanica.* E' appunto per questo caso che il procedimento fu proposto quasi contemporaneamente in varie scienze, dallo SCHIAPARELLI, dal BLOXAM e dallo JELINEK per la meteorologia, dal WITTSTEIN per la matematica attuariale (2).

L'espressione « perequazione meccanica » non è per vero molto felice, in quanto che può lasciare credere che si tratti di un procedimento in cui si sia dispensati dal ricorrere ad ogni criterio razionale. Tale opinione sarebbe profondamente erronea: vi sono infatti della perequazione meccanica infinite forme, tra cui conviene scegliere razionalmente.

Il primo punto, a cui conviene avere riguardo, è quello dell'andamento del fenomeno nei singoli tratti a cui la perequazione si estende.

---

(1) Si parla qui di questi metodi in quanto si suppone che le precedenti esperienze o considerazioni a priori facciano ritenere che la serie segua una parabola di 2° o rispettivamente di 3° o di 5° grado. Se queste cognizioni mancano, come spesso avviene, i metodi di WOOLHOUSE, KARUP, SPRAGUE rientrano nel novero dei metodi di perequazione meccanica di cui al num. 19.

(2) I lavori di tutti questi autori risalgono al 1866 o 1867. — Mentre spetta a questi autori il merito di avere introdotto nella pratica il procedimento della perequazione meccanica, deve però ricordarsi che essi hanno avuto un precursore nel MEERMANN, il quale, già alla fine del 1700, aveva usato della perequazione in ricerche meteorologiche rimaste per molto tempo inedite.

La media fra i termini contigui, che si sostituisce al termine centrale, dovrebbe rappresentare il valore centrale di una curva interpolata tra detti termini: conviene dunque, nella scelta della media, aver riguardo all'andamento dei dati nel tratto a cui la media si riferisce. Se si ammette che, in codesto tratto, l'andamento dei dati possa considerarsi come approssimativamente rettilineo, la media da usarsi risulterà naturalmente diversa che se si ammette che esso approssimativamente segua una parabola di secondo o di terzo grado. L'ispezione dell'andamento della curva, quale si può eseguire mediante un diagramma, sostituisce in questo caso quelle cognizioni derivanti dall'esperienza o da considerazioni *a priori* sulla tendenza a distribuirsi del fenomeno indipendentemente dai fatti nuovi, le quali sono di guida all'interpolazione nel caso esaminato ai numeri precedenti.

Si intende che la portata dell'ipotesi sulla forma della curva, che i dati seguirebbero nei singoli tratti a cui le medie si riferiscono, è molto diversa a seconda della lunghezza dei tratti considerati. Se questi abbracciano molti termini, ammettere che l'andamento si uniformi all'una piuttosto che all'altra curva potrà avere una portata decisiva; attenersi a questa o a quella ipotesi non avrà invece importanza essenziale quando il numero dei termini considerati è molto piccolo. Ond'è che in questo caso sarà giustificato ricorrere all'ipotesi più semplice, supponendo che l'andamento dei dati sia rettilineo.

Si avverta che, teoricamente, si può ammettere benissimo che l'andamento del fenomeno si avvicini, in diverse porzioni della serie, a curve diverse; praticamente però si preferisce di ritenere che la curva, a cui si suppone che il fenomeno si uniformi nei singoli tratti, sia, per tutti i tratti, uguale. Resterebbe altrimenti da determinare il punto a partire dal quale si deve abbandonare l'ipotesi di una curva, per abbracciare quella di un'altra, ciò che non si potrebbe fare senza introdurre nella perequazione una nuova fonte di arbitrio.

Un altro punto da considerare è quello della natura dei fattori di perturbazione, di cui si vogliono eliminare gli effetti, natura che varia essenzialmente a seconda dei fenomeni considerati. Nelle scienze astronomiche e fisiche, ci si trova di solito in presenza di serie di quantità che esprimono il risultato di osservazioni singole, l'una indipendente dall'altra, e tutte affette, con uguale probabilità, da errori accidentali di osservazione o da altre irregolarità accidentali che a questi si possono assimilare. La media fra più ter-

mini deve in tal caso rappresentare il termine centrale della curva interpolata col metodo dei minimi quadrati. Nel caso che la curva sia una retta, essa è data dalla media aritmetica semplice fra i termini. Per il caso che la curva sia una parabola di secondo o terzo grado, essa viene rappresentata da medie aritmetiche ponderate, di cui lo SCHIAPARELLI ha dato le espressioni.

Le serie di quantità che si incontrano nelle scienze biologiche e sociali esprimono invece l'intensità di fenomeni collettivi, e i fattori di perturbazione, la cui azione viene considerata come accidentale rispetto all'andamento del fenomeno, agiscono, non singolarmente su ciascuna quantità, ma solidalmente, per quanto con misura e senso diversi, sopra parecchie quantità contigue.

Non si può affermare che gli effetti di tali fattori di perturbazione si distribuiscano nell'uno piuttosto che nell'altro modo, e che quindi si annullino usando dell'una piuttosto che dell'altra media. E' certo però che, di qualunque media si faccia uso, una compensazione tra gli effetti dei fattori di perturbazione si verifica. Questa sicurezza basta ad autorizzare il procedimento della perequazione per medie; quella circostanza, d'altra parte, giustifica l'adozione della media aritmetica, come della meno laboriosa.

Non si può indicare di regola neppure il numero preciso delle quantità su cui uno stesso fattore di perturbazione agisce; ma non è in molti casi difficile fissare ad esso un limite superiore, che suggerisce il numero dei termini su cui si devono estendere le singole medie.

E nemmeno è possibile precisare il peso ed il senso, con cui il fattore di perturbazione, che agisce sopra un termine, influenza nello stesso tempo i termini contigui. Appare però indubbio che, in generale, esso agisca con influenza maggiore sul termine centrale e su gli altri con un'influenza tanto minore quanto più da quello essi distano. Perciò, alle medie semplici, si preferiscono in generale medie ponderate con pesi decrescenti quanto più i termini si allontanano da quello che si tratta di perequare.

Anche per le serie relative a fenomeni biologici o sociali, si ricorre pertanto nella pratica a perequazioni per medie aritmetiche ponderate, nelle quali però la giustificazione dei diversi pesi da attribuirsi ai termini deve ricercarsi in considerazioni differenti da quelle che giustificano un procedimento analogo nelle serie relative a fenomeni astronomici o fisici.

Si debbano perequare dati astronomici o fisici singolarmente affetti da errori accidentali di osservazione, o dati biologici e sociali

solidalmente perturbati da altri fattori accidentali, è certo che la compensazione dei loro effetti, che la perequazione tende ad eliminare, sarà tanto migliore quanto è maggiore il numero dei termini a cui si estendono le successive medie perequatrici.

Ma, d'altra parte, più è esteso il tratto di curva a cui codesti termini corrispondono e maggiore è, come abbiamo già notato (cfr. pag. 28, nota 1) la portata dell'ipotesi che si introduce assumendo che, in codesto tratto, la curva sia di un dato tipo. L'applicazione della perequazione per medie involge così due opposte esigenze, che l'arbitrio prudente del calcolatore deve saviamente contemperare.

Altro punto da considerare è quello della regolarità di andamento che si richiede nei dati perequati.

Tale requisito può giustificarsi in base al *principio della massima semplicità* di cui abbiamo in più luoghi discorso (cfr. numeri 7 e 14); ma può anche essere collegato a un' ipotesi che sta a base della perequazione per medie.

Presupposto necessario del procedimento della perequazione per medie è, infatti, che la curva seguita dal fenomeno al quale la perequazione si riferisce, si possa considerare come continua. Se ciò non fosse, la perequazione non eliminerebbe soltanto gli errori accidentali di osservazione e gli altri fattori accidentali di perturbazione, ma altererebbe anche l'andamento generale del fenomeno, sopprimendone le variazioni dove ci sono e distribuendole su altri punti, dove in realtà non esistono.

Per che una perequazione abbia raggiunto lo scopo è pertanto necessario che i dati perequati presentino una certa uniformità di andamento.

Parecchi metodi di perequazione hanno appunto di mira il raggiungimento di questo requisito; tale è il metodo di *perequazione osculatrice* del KARUP, diretto ad eliminare le angolosità delle serie perequate derivanti da cause formali; tale ancora il metodo del BLASHKE, che mira allo stesso risultato col rendere minima la somma dei quadrati delle seconde differenze tra i valori perequati; o quello prospettato da HARDY che renderebbe minima la portata degli errori di osservazione dei dati rilevati (errori che si suppone si uniformino alla curva di Gauss) sopra le seconde differenze dei dati perequati.

E' sempre la stessa esigenza che giustifica l'uso, invalso tra gli statistici, gli attuari, i meteorologi, di ricorrere al sistema delle *perequazioni successive*, ripetendo, sui dati derivanti da una prima perequazione, l'operazione con cui essi sono stati ricavati

dai dati grezzi, e eventualmente rinnovando l'operazione sui dati derivanti dalla seconda, dalla terza perequazione, e così via. Di solito, nelle perequazioni successive, si ricorre a medie ricavate, con lo stesso procedimento, da un numero uguale di termini, ma nulla impedisce che il numero dei termini sia, in una perequazione, diverso che nell'altra, come avviene nel metodo proposto da HIGHAM, e nulla neppure che sieno diverse anche le medie di cui ci si serve nelle successive perequazioni (facendo uso, per esempio, nella prima perequazione di medie aritmetiche e nella seconda di medie geometriche, o viceversa), per quanto mi riesca difficile di figurarmi un caso in cui questo cambiamento possa ricevere una giustificazione razionale.

In pratica, avviene poi qualche volta che serie statistiche interpolate o perequate con un procedimento vengano poi, dallo stesso o da un altro operatore, in quanto giudichi insufficienti i risultati ottenuti dalla prima interpolazione o perequazione, sottoposti ad una interpolazione o perequazione successiva con un procedimento diverso; per esempio, serie, su cui si è prima eseguita una perequazione per medie, vengono poi sottoposte a una interpolazione grafica, oppure serie su cui si è prima eseguita un'interpolazione grafica, vengono poi trattate con una perequazione per medie.

Nel campo delle perequazioni successive, si pone un problema analogo a quello che abbiamo trattato al numero 14 a proposito della interpolazione per successive approssimazioni: quello cioè di decidere quando è il momento di arrestarsi. Soccorrono anche qui gli stessi criteri: la distribuzione degli scostamenti tra valori perequati e valori osservati, il numero delle permanenze o delle variazioni nei loro segni, e, quando i termini della serie sieno costituiti da rapporti di frequenza o possano ridursi a tali, la intensità degli scostamenti; il vantaggio che si ritrarrebbe dallo spingere innanzi ulteriormente il procedimento.

Un'altra condizione, di cui non abbiamo parlato a proposito della interpolazione per successive approssimazioni in quanto che coi metodi di interpolazione dei minimi quadrati o di Cauchy essa è sempre rigorosamente soddisfatta, ma che si deve tener bene presente nel caso della perequazione per medie, è quello che la somma algebrica degli scostamenti sia nulla. Non si richiede naturalmente che questa condizione si verifichi rigorosamente, ma solo con una certa approssimazione. E' per questa considerazione in particolare che non si deve eseguire una perequazione per medie aritmetiche di una serie che ha l'andamento di una progressione

geometrica o per medie geometriche di una serie che ha l'andamento di una progressione armonica.

Questi varî criteri servono naturalmente, non solo a giudicare del punto a cui ci si deve arrestare nelle successive perequazioni, ma anche a giudicare della bontà di una perequazione singola o della preferenza da accordarsi a una piuttosto che all'altra tra più serie perequate relative alle stesse osservazioni. In quest' ultimo caso e nel primo un criterio può ricavarsi anche dalle oscillazioni che si verificano tra i successivi valori perequati. Poichè, come si è detto, una certa uniformità di andamento costituisce un requisito di una buona perequazione, si dovrà ritenere preferibile, a parità di altre circostanze, quella serie perequatà in cui le oscillazioni tra i successivi valori perequati risultano minori e si potrà arrestarsi, nelle successive perequazioni, quando si constata che, proseguendo, non si realizzerebbe, da questo punto di vista, alcun sensibile vantaggio.

Estensione da dare alle medie, qualità della media e dosatura dei pesi, criterio con cui giudicare della bontà di una perequazione e del punto a cui ci si deve arrestare nelle perequazioni successive sono tutte questioni che il calcolatore avveduto deve di volta in volta sottoporre ad attento esame in relazione con la natura della serie considerata, a fine di diminuire, nella misura del possibile, i lati arbitrari della perequazione meccanica. E' massima comunemente accettata che, se i metodi di perequazione vengono usati in relazione alla loro applicabilità al fenomeno considerato, essi devono considerarsi come buoni mezzi sussidiari per la ricerca della vera funzione del fenomeno; se essi vengono invece applicati senza tener conto della precedente esperienza e dell' andamento della curva effettiva, restano senza valore per la scienza.

20. — Molto spesso i dati osservati, quando si possa supporre che tendono a distribuirsi in modo continuo, vengono sottoposti al procedimento della perequazione per medie, senza aver prima accertato se le oscillazioni osservate dipendano esclusivamente da fattori accidentali di perturbazione.

Quale influenza eserciterà la perequazione per medie, in rapporto all'influenza dei fattori di perturbazione sistematici?

Vi sono certi fattori sistematici di perturbazione la cui influenza può venire in realtà eliminata col procedimento della perequazione per medie; sono quelli che hanno per conseguenza l'addensarsi di osservazioni in corrispondenza a certi valori della variabile sot-

traendoli in misura sensibilmente uguale ai valori superiori e inferiori. Di tal genere è l'influenza che esercita sulla classificazione della popolazione per età la tendenza a denunciare età rotonde o quella che esercita sulla distribuzione dei dati antropometrici la analoga tendenza ad arrotondare i risultati delle rilevazioni. Conviene in tal caso fare attenzione a che l'intervallo a cui la media si estende sia tale che in esso si esaurisca l'influenza del fattore sistematico di osservazione.

Altre volte però i fattori sistematici di perturbazione hanno per effetto uno spostamento di dati, al quale mediante la perequazione per medie non si può rimediare, in quanto che detti spostamenti avvengono uniformemente o prevalentemente in un senso determinato: tali quelli che dipendono dall'abitudine, invalsa in molti paesi d'Italia, di denunciare in gennaio i nati negli ultimi giorni di dicembre; o dalla tendenza generale di alterare le dichiarazioni dei redditi o dei patrimoni sotto il limite in corrispondenza del quale cambia il saggio dell'imposta; o dall'inclinazione dei medici militari di considerare come raggiunto il limite di ammissione al servizio militare negli individui leggermente deficienti. Altre volte ancora essi determinano, nei dati, lacune o ripetizioni, su cui nulla può il procedimento della perequazione, come avviene per l'evasione delle piccole successioni dall'imposta sulle trasmissioni a titolo gratuito. Uno dei modi con cui spesso si può rimediare all'influenza perturbatrice di tali fattori sistematici è quello di una indagine di controllo, limitata per estensione, ma condotta con ogni scrupolosità. Così l' INGENBLECK poteva, mediante indagini private, stabilire quale era il reddito privato di molti contribuenti belgi e determinare di quanto esso superava il reddito accertato a scopo fiscale. Similmente R. LIVI, sopra un numero limitato di soldati, prendeva le misure cefaliche col quadro a massima e col compasso di spessore e poteva così valutare l'influenza perturbatrice che poteva esercitare, sulle curve di distribuzione degli indici cefalici, da lui elaborati, dei soldati italiani, la circostanza che gli indici cefalici erano stati desunti da misure prese col quadro a massima.

Tale procedimento conduce a *coefficienti di correzione*, che permettono una *perequazione* che potrebbe dirsi *razionale*, generalmente preferibile alla perequazione meccanica. Ond'è che, nel caso che si possano usare entrambe, sarà consigliabile, da un punto di vista teorico, ricorrere alla prima.

Per correggere gli spostamenti nelle dichiarazioni delle età, determinati dalla tendenza a denunciare età rotonde, si può per

esempio, meglio che ricorrere alla perequazione per medie, eseguire, per una parte della popolazione, la cui distribuzione per età si può ritenere rappresentativa della popolazione generale, una indagine di controllo sui registri delle nascite. Apparirà così chiaro in quale misura l'eccesso di denunzie verificatosi nelle età rotonde si recluti dalle età contigue.

Conviene però tener presente che non sempre simili indagini di controllo sono facili o possibili. Difficili per ciò che riguarda gli spostamenti di classe dei redditi o dei patrimoni determinati dalla evasione, essi risultano presso che impossibili per ciò che riguarda gli spostamenti di mese dei nati, dovuti presumibilmente al desiderio di far apparire più giovani i figli nati negli ultimi giorni dell'anno, in quanto che, del loro vero giorno di nascita, non resta altra traccia che nella labile memoria dei parenti.

Può soccorrere allora il criterio, d'altra parte non mai rigoroso, dell'analogia. Poichè il ritardo dal dicembre al gennaio nelle denuncie dei nati, si verifica in particolar modo per i maschi, noi potremo, per esempio, ritenere che vadano immuni da tale fattore di perturbazione le serie delle nascite mensili di paesi in cui il rapporto dei sessi si conserva inalterato in dicembre e in gennaio e supporre che il numero dei nati dall' uno all' altro mese varii negli altri paesi nella stessa misura che in quelli.

21. — I lati arbitrari della perequazione meccanica sono tanti che non pochi autori ritengono preferibile di ricorrere, per la perequazione dei dati, alla *interpolazione grafica.* Trattasi allora di tracciare ad occhio, o coll'aiuto di un nastro metallico, una curva che passi accanto ai punti noti del piano e se ne discosti per scarti che possono attribuirsi a fattori di perturbazione.

Di fronte alla interpolazione analitica e alla perequazione per medie, tale procedimento presenta anzi tutto l'inconveniente della soggettività.

Eseguito da parecchi operatori o ripetuto da un medesimo operatore in momenti diversi, senza avere sott'occhio i risultati precedenti, esso conduce infatti, per la stessa serie, a risultati differenti.

Per limitare l'arbitrio, è ottimo consiglio, quando le quantità da perequare esprimano rapporti di frequenza, o possano ridursi a tali, di calcolare per ogni termine l'errore probabile, dovuto, per effetto del caso, al numero limitato delle osservazioni: viene così determinata, attorno alla curva effettiva dei dati, una *zona di errore,* entro cui la curva deve presumibilmente decorrere. Per

precisare, entro questa zona, il tracciato della curva, conviene fondarsi sulla conoscenza di serie analoghe osservate per lo stesso fenomeno e affidarsi molto alla esperienza dell'operatore.

Valgono poi di controllo alla bontà dei risultati ottenuti quei criteri sul numero delle permanenze e delle variazioni e sull'intensità degli scostamenti che abbiamo esaminato al numero 14.

Un altro inconveniente, che taluni rimproverano alla interpolazione grafica, è che con essa difficilmente si riuscirebbe a raggiungere, anche quando si faccia uso di un nastro metallico, una sufficiente regolarità di andamento della curva. Molte volte — si osserva — la curva tracciata appare bensì all'occhio sufficientemente regolare, ma quando si passa a tradurla in numeri e questi si esaminano accuratamente, si scoprono irregolarità che, per essere appianate, abbisognano di altri processi di perequazione. La portata di questo inconveniente dipende naturalmente in modo essenziale dalla precisione che si intende raggiungere.

L'interpolazione grafica ha, d'altra parte, di fronte alla interpolazione analitica e alla perequazione per medie, il vantaggio di poter servire anche ad eliminare, in modo spiccio e spesso con sufficiente approssimazione, l'influenza dei fattori sistematici di perturbazione, anche in casi — come in quello dell'influenza che ha sul numero mensile dei nati e sulla loro composizione sessuale l'abitudine di denunciare in gennaio i nati in dicembre — in cui, secondo quanto abbiamo detto, riesce malagevole ed incerto il ricorso ad altro procedimento.

Il pregio maggiore della interpolazione grafica è però quello che in essa si può, con prudente arbitrio, tener conto di fattori, la cui importanza è innegabile, ma pure non si può esprimere quantitativamente. Così, quando si posseggono altre rilevazioni relative allo stesso fenomeno e se ne sieno già interpolate le curve, queste potranno tenersi sott'occhio, a mo' di falsariga, nel tracciare la curva relativa alla nuova interpolazione, allontanandosene più o meno fortemente nei varî punti a seconda che si ritiene più o meno plausibile che la differenza tra le curve relative alle precedenti rilevazioni e i nuovi dati raccolti sieno significative od accidentali.

Nè deve infine tacersi, soprattutto in confronto alla interpolazione analitica, il vantaggio della rapidità.

Si avverta che così quest'ultimo vantaggio, come la facilità di tener conto delle precedenti rilevazioni e di correggere le perturbazioni sistematiche, e altresì la sicurezza del criterio direttivo della

zona di errore e dei criteri di controllo sopra ricordati sono molto maggiori per serie di una certa lunghezza che per serie brevi, per modo che per quelle, molto più che per queste, sarà consigliabile il ricorso alla interpolazione grafica.

22. — Non minore è la utilità della interpolazione grafica quando essa ha scopo, non perequatore, ma descrittivo.

Soddisfa allora, come si è detto a proposito dell'interpolazione analitica (cfr. numero 7), nel miglior modo allo scopo una curva che passi per tutti i punti del piano. Se, tracciata a mano, tale curva può risultare diversa a seconda degli operatori, tracciata invece per mezzo di un nastro metallico, essa si sottrae all'obbiezione della soggettività. A seconda della consistenza del nastro, la curva potrà infatti variare leggermente, ma anche tale inconveniente si elimina qualora si convenga di usare, per un dato insieme di interpolazioni grafiche di cui si vogliono confrontare i risultati, un nastro determinato.

Fu osservato che le curve così disegnate hanno, negli intervalli tra i punti, una data forma analitica.

Sarebbe tuttavia difficile vedere in ciò un inconveniente del metodo. Il fatto anzi che le varie curve interpolate abbiano, negli intervalli tra i punti, la stessa forma analitica, potrebbe riguardarsi, sotto un certo aspetto, come un vantaggio, in quanto ne riescono maggiormente fondati i confronti. Quando, del resto, i punti del piano, che servono a tracciare la curva, non sono troppo lontani fra di loro, la forma della curva, nei loro intervalli, perde ogni importanza pratica.

L'interpolazione grafica a scopo descrittivo ha sempre — è vero — di fronte all'interpolazione analitica lo svantaggio che non conduce a una espressione sintetica dell'andamento della curva, la quale permetta agevolmente confronti tra i risultati ottenuti per serie diverse, quali si deducono invece dai confronti tra i parametri delle formule interpolatrici.

E' nota, per esempio, l'utilità che si trae, ai fini di paragonare la disuguaglianza di distribuzione della ricchezza nei varî paesi, dal confronto tra i parametri delle rispettive curve di distribuzione dei redditi o dei patrimoni e delle rispettive curve di concentrazione dei redditi. Non deve però dimenticarsi che, all'infuori di fenomeni particolari, riesce spesso difficile, per serie lunghe, di trovare formule interpolatrici adatte e, se queste poi appartengono, per serie diverse, a differenti tipi, o, anche appartenendo allo stesso tipo,

contengono numerosi parametri, il confronto tra i parametri delle varie formule può non essere possibile o non permettere di risalire ad alcuna conclusione. Così che, anche a fine descrittivo, l'interpolazione grafica è particolarmente utile per lunghe serie di dati.

Quando poi lo scopo della ricerca non sia quello di addivenire al confronto tra la forma delle varie curve corrispondenti alle serie interpolate, ma quello di paragonare alcune caratteristiche di dette curve, che dalle curve stesse si possono facilmente misurare (per esempio, le ordinate massime delle dette curve, o le aree comprese tra le curve e l'asse delle ascisse) l'interpolazione grafica col sussidio dei nastri metallici è indubbiamente in molti casi il procedimento migliore.

Di essa, per esempio, io mi valgo usualmente per descrivere la curva di concentrazione. Mediante un integrafo si misura poi facilmente l'area di concentrazione compresa tra detta curva e la retta di equidistribuzione, dalla quale area si risale poi facilmente al rapporto di concentrazione e alla differenza media tra le quantità della serie.

23. — Alla *interpolazione per induzione* si fa ricorso spessissimo. Quando gli uffici di statistica calcolano la popolazione negli anni intermedi tra due censimenti, fondandosi sui numeri dei nati, dei morti e su quelli, più o meno approssimati, degli emigrati e degli immigrati, fanno una interpolazione per induzione in base alle relazioni che intercedono tra il fenomeno popolazione e i fenomeni nascite, morti, emigrazione, immigrazione. Analogamente, in una serie i cui termini esprimono la ricchezza di una nazione in certi anni, si possono inserire altri termini che indichino la presumibile ricchezza della nazione in anni intermedi, in base all'ipotesi che l'ammontare della ricchezza dal più vicino degli anni, per cui la ricchezza è stata calcolata, abbia variato nella stessa proporzione dell'ammontare delle successioni o, dove si conosca, di quello delle successioni e delle donazioni. In una serie dei prezzi annuali del pane in una data città che presenti delle lacune in corrispondenza a certi anni, i dati mancanti possono essere interpolati basandosi sui prezzi che il pane ha mostrato negli anni corrispondenti in una città vicina oppure sui prezzi che nella stessa città ha mostrato la farina. Gli esempi si potrebbero moltiplicare. Spesso, come in questo ultimo esempio, il dato o i dati mancanti possono venire interpolati con varî criteri. Si potrà, fra questi, scegliere il criterio che pare meglio rispondente o, in caso di dubbio, applicare successi-

vamente varî criteri e, ottenuti così per un medesimo valore della funzione diversi risultati, assumere la media di questi come il valore più plausibile.

La interpolazione per induzione non altera mai i dati osservati. Essa quindi non può mai avere scopo perequatore; ma solo proporsi di descrivere l'andamento del fenomeno nei tratti intermedi tra i punti noti. Questo fine sarà raggiunto più o meno bene a seconda della sicurezza dei criteri su cui l'induzione si fonda. Certamente in alcuni casi questa forma di interpolazione è preferibile ad ogni altra, come nel caso della determinazione della popolazione negli anni intermedi tra i censimenti sulla base del numero dei nati, dei morti, degli immigrati e degli emigrati. In altri casi, le cose stanno diversamente. L'interpolazione per induzione presenta in ogni modo sempre l'inconveniente di non condurre, come l'interpolazione analitica, ad una formula matematica e, generalmente, di non condurre nemmeno, come l'interpolazione grafica, ad una curva continua. Ma l'utilità sua anche quando un'altra forma di interpolazione paia preferibile, può sempre essere grandissima come mezzo di controllo. Perciò io consiglierei di non tralasciare mai di ricorrere all'interpolazione, almeno di qualche dato, per via di induzione, quando ciò sia possibile.

Si avverta come talune volte i criteri che dirigono l'interpolazione per induzione vengano pure presi in considerazione dalla interpolazione analitica e dalla interpolazione grafica. Tale è il caso quando una curva viene tracciata graficamente o determinata analiticamente tenendo conto delle curve ottenute per precedenti rilevazioni (cfr. numeri 13 e 21).

24.— Finora noi abbiamo sempre considerato il caso in cui la perequazione per medie o la interpolazione si esegua sulla stessa serie di dati che importa depurare dai fattori di perturbazione o descrivere mediante una curva. Quando però i termini della serie sieno costituiti da rapporti, si può anche tenere una via diversa, eseguendo la interpolazione o perequazione, anzi che direttamente sulla serie dei rapporti, sulle due serie dei numeratori e dei denominatori, da cui i rapporti risultano. Per esempio, volendo ricavare la curva dei coefficienti di mortalità secondo l'età, si può pensare a interpolare successivamente la serie dei viventi e la serie dei morti, ricavando poi dai dati interpolati sui viventi e sui morti i coefficienti di mortalità. Potremo chiamare questo secondo procedimento *interpolazione* o *perequazione indiretta* della serie,

in contrapposto al primo che diremo di *interpolazione* o *perequazione diretta.*

Quando l'interpolazione si esegua a scopo descrittivo, non par dubbio che si debba dare la preferenza all'interpolazione diretta, come quella che ha maggiore probabilità di portare a una curva che riproduca fedelmente l'andamento dei rapporti osservati. Nella interpolazione diretta, infatti, le infedeltà di descrizione della curva sono ridotte a un minimo con immediato riferimento ai dati che si vogliono descrivere; nell'interpolazione indiretta, invece, la curva risultante risente l'influenza combinata di due serie di infedeltà di descrizione, le quali possono anche cumulare i loro effetti. Se poi, come è molte volte il caso, interessa di descrivere i rapporti osservati, mediante una funzione analitica, il ricorso all'interpolazione indiretta non risponderebbe sempre allo scopo in quanto che, trovata la funzione analitica che descrive i numeratori e quella che descrive i denominatori, non è sempre facile, nè possibile, dedurre una funzione analitica che descriva i rapporti di quelli a questi.

Quest'ultima considerazione può essere decisiva per dare la preferenza all'interpolazione diretta anche quando l'interpolazione si esegua a scopo perequatore. Ma, se invece non interessa di rappresentare l'andamento dei rapporti con una funzione analitica, la questione se per eseguire un'interpolazione perequatrice o una perequazione per medie convenga procedere direttamente o indirettamente non si può risolvere in forma generale, ma deve venir decisa caso per caso.

Il criterio per scegliere la via da seguire può essere molte volte fornito dalla conoscenza più sicura che noi abbiamo della legge che devono presumibilmente seguire i rapporti o invece di quelle che devono presumibilmente seguire i numeratori e i denominatori, in quanto che la conoscenza della legge secondo cui tendono a variare i dati osservati è un potente sussidio nel determinare la curva interpolatrice. La legge con cui variano con l'età i coefficienti di mortalità è, per esempio, ben conosciuta, mentre non vi è una legge con cui variano con l'età gli assicurati esposti a morire o i rispettivi morti; perciò a ragione si preferisce, nelle scienze attuariali, la interpolazione diretta per depurare dai fattori accidentali di perturbazione le serie dei coefficienti di mortalità secondo l'età. Ma non è impossibile che si dieno casi in cui sieno note invece le leggi secondo cui variano i numeratori e i denominatori e non sia nota invece, o risulti molto meno rigida, la legge secondo cui

variano i rapporti; in tale ipotesi, è alla interpolazione indiretta o alla perequazione per medie indiretta che dovrà darsi la preferenza.

Qualunque sia la risoluzione teorica della questione, molte volte può essere conveniente, e persino necessario, ricorrere alla interpolazione indiretta; conveniente, per esempio, quando i numeratori e i denominatori si riferiscono a classi troppo ampie che si debbono, a fine di ricavare la curva ricercata, suddividere in classi più ristrette, come possono essere i numeri dei censiti e quelli dei morti desunti dalle statistiche del movimento della popolazione; necessario, poi, se le classi, a cui i numeratori o i denominatori si riferiscono, non hanno tutte la stessa estensione, come quando fossero diverse le categorie di età in cui risultano classificati i morti e i censiti.

Si avverta che nulla impedisce, infine, di accoppiare la interpolazione o perequazione diretta, con la interpolazione o perequazione indiretta, cominciando prima a interpolare e perequare le serie dei numeratori e dei denominatori, deducendo poi, dai dati così calcolati, i rapporti, e procedendo infine a perequare od interpolare questi ultimi.

25. — Nei numeri precedenti, noi abbiamo esposto le ragioni teoriche che consigliano di adottare per l'interpolazione dei dati uno piuttosto che un altro procedimento e solo subordinatamente ad esse abbiamo accordato importanza alla facilità e speditezza delle operazioni necessarie. Nella pratica, la facilità e speditezza delle operazioni, da criterio subordinato, diviene spesso il prevalente. Perciò la perequazione meccanica e la perequazione mediante interpolazione grafica, anche se teoricamente discutibili, vengono usate in pratica larghissimamente. Perciò ancora il metodo dei minimi quadrati viene spesso lasciato da parte, anche dove meglio risponderebbe allo scopo, per metodi teoricamente meno soddisfacenti, ma praticamente meno laboriosi.

26. — In tutto questo articolo, noi abbiamo avuto in vista essenzialmente l'ipotesi, che viene normalmente considerata nelle trattazioni della interpolazione e della perequazione, che i soli valori della funzione sieno perturbati, mentre i valori della variabile indipendente si possano riguardare come esatti. Quando anche i valori della variabile indipendente sieno perturbati, i metodi di interpolazione da noi discussi conservano il loro valore descrittivo, ma non rispondono più allo scopo di stabilire la relazione tra le due variabili, quale si

sarebbe verificata all'infuori dei fattori di perturbazione. Il metodo dei minimi quadrati, in particolare, (cfr. n. 9) non conduce alla curva più probabile che si sarebbe verificata all' infuori dei fattori accidentali di perturbazione, quando questi si distribuiscano secondo le curve di Gauss. Nè possono senz'altro ritenersi sufficienti i criteri da noi esaminati (cfr. nn. 14, 19 e 21) per decidere se i risultati raggiunti con la perequazione meccanica o con la interpolazione analitica o grafica eseguita a scopo perequatore rappresentino una approssimazione sufficiente. La stessa definizione di relazione sistematica tra due fenomeni (cfr. n. 3) è data nell'ipotesi che i valori della variabile indipendente si possano considerare come esatti, poichè altrimenti, in un numero infinito di osservazioni, non resterebbero completamente eliminate le influenze dei fattori accidentali di perturbazione.

L'ipotesi, pure di grandissima importanza pratica, in cui anche i valori della variabile indipendente sieno perturbati è considerata nei due articoli, del Dr. Reed e mio, pubblicati in questo stesso numero, e varii metodi sono indicati per l'interpolazione di una retta quando i fattori di perturbazione consistono in errori accidentali di osservazione o possono essere a questi assimilati.

Lowell J. Reed

Fitting straight lines (1)

The straight line is probably used as an empirical equation more often than any other one curve, and the finding of the straight line which best fits a set of observed points is therefore one of the important problems of curve fitting. The ordinary method of fitting a straight line is to assume the equation

$$y = a + bx$$

and then, by the method of least squares, make the sum of the squares of the residuals a minimum, a residual in this case being the deviation of an observed point from the line taken in a direction parallel to the y axis. For example, in Figure 1, which shows a set of points P_1, P_2, $\ldots P_n$ fitted by the line LM, the residuals are P_1M_1, P_2M_2, $\ldots P_nM_n$.

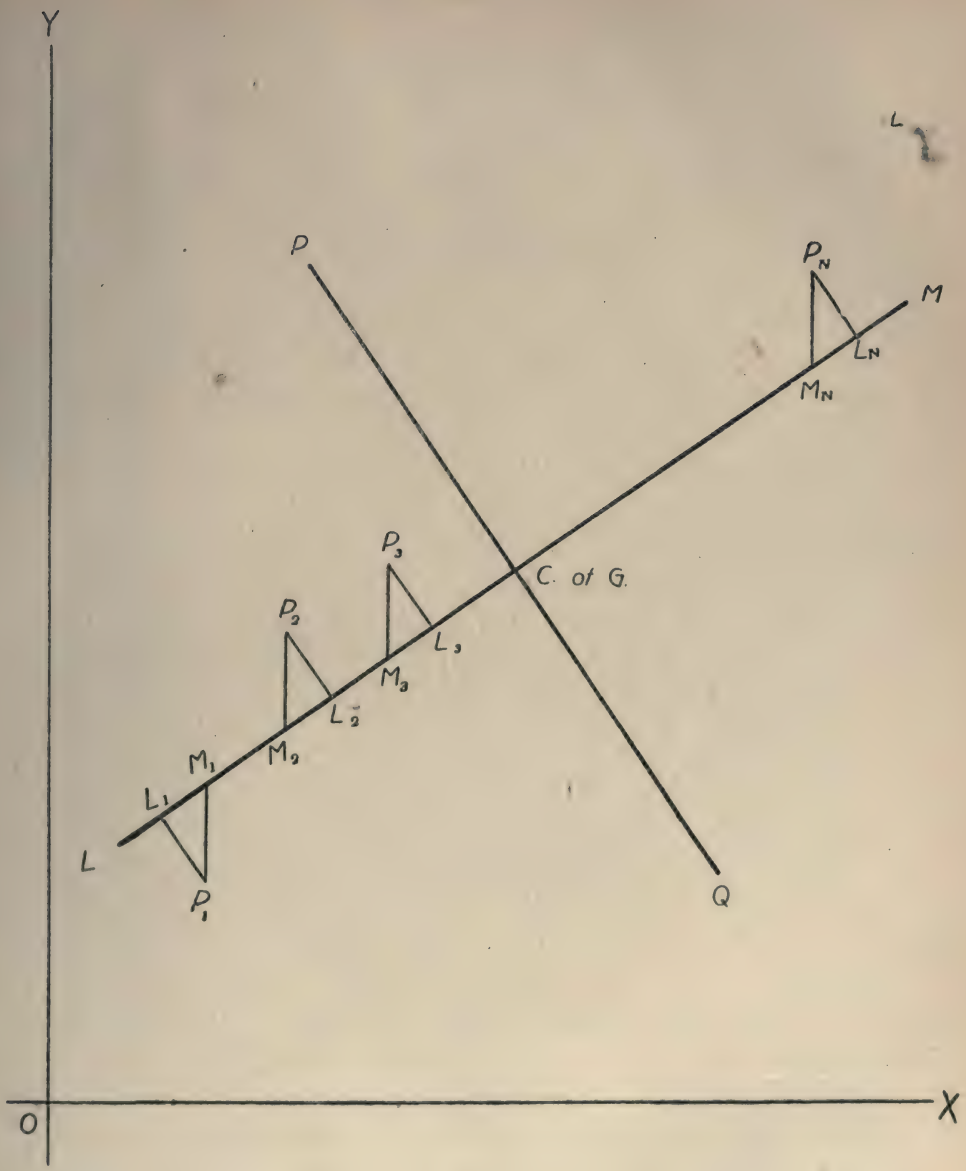
This method of determining the straight line amounts to the assumption that an observed point fails to fall on the line due to an error in the y variable alone, the x variable being allowed no deviation. Now in practically all cases of observed data x is as subject to variation as y and it therefore appears *a priori* that a better fitting straight line would be obtained if we define the word residual as the normal deviation of an observed point from the line (2). This definition assumes that an observed point fails to fall on the line due to an error in both x and y. The object of this paper is to derive simple formulae for fitting a straight line by this method and to show a mechanical equivalent of this type of fit.

---

(1) Papers from the Department of Biometry and Vital Statistics, School of Hygiene and Public Health, Johns Hopkins University, N.° 17.

(2) This type of fit was suggested by Pearson, K., « Phil. Mag. ». S. 6. Vol. 2, Nov. 1901, pp. 559-572.

FIG. 1.



The problem may be stated as follows: Given a set of points P_1, P_2, $\cdots P_n$ whose coordinates are (x_1y_1), (x_2y_2), $\cdots (x_ny_n)$, to find a straight line so situated that the sum of the squares of the normal deviations of the points from the line will be a minimum. Using the equation of the line in the form

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p \tag{1}$$

the value of the residual for the point P_1 is given by

$$r_1 = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha - p$$

This residual r_1 is the line P_1L_1 of Figure 1. Now the sum of the squares of the residuals for all the points will be

$$\begin{aligned} \Sigma r^2 = {} & \cos^2 \alpha \Sigma x^2 + \sin^2 \alpha \Sigma y^2 + n^2p^2 \\ & + 2 \sin \alpha \cos \alpha \Sigma xy - 2p \cos \alpha \Sigma x - 2p \sin \alpha \Sigma y \end{aligned} \tag{2}$$

To make this function a minimum its partial derivatives with respect to p and α must vanish so that we have

$$\frac{\partial \Sigma r^2}{\partial p} = 2np - 2 \cos \alpha \Sigma x - 2 \sin \alpha \Sigma y = 0 \tag{3}$$

or $$\cos \alpha \Sigma x + \sin \alpha \Sigma y - np = 0$$

and

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma r^2}{\partial \alpha} = {} & -2 \sin \alpha \cos \alpha \Sigma x^2 + 2 \sin \alpha \cos \alpha \Sigma y^2 + 2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \Sigma xy \\ & + 2p \sin \alpha \Sigma x - 2p \cos \alpha \Sigma y = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Dividing (3) by n we have

$$\cos \alpha \frac{\Sigma x}{n} + \sin \alpha \frac{\Sigma y}{n} - p = 0$$

which shows that the coordinates of the center of gravity of the set of points satisfy equation (1) and the line must therefore pass through the center of gravity. If now we assume the origin at this point and let $\bar{x}$, $\bar{y}$ be the coordinates of any point referred to this origin, equation (4) takes the form

$$-\sin 2\alpha \Sigma \bar{x}^2 + \sin 2\alpha \Sigma \bar{y}^2 + 2 \cos 2\alpha \Sigma \bar{x}\bar{y} = 0$$

which gives

$$\tan 2\alpha = \frac{2\,\Sigma\bar{x}\bar{y}}{\Sigma\bar{x}^2 - \Sigma\bar{y}^2} \tag{5}$$

Now equation (5) is satisfied by two values of α that differ from each other by 90° so that there are two lines passing through the center of gravity at right angles to each other that satisfy conditions (3) and (4). Applying the usual tests we find that one line makes the sum of the squares of the residuals a minimum and the other makes it a maximum. One may, therefore, be called the best fitting straight line and the other the poorest fitting straight line. Referring to Figure 1 the best fitting straight line is LM and the poorest is PQ. The usual calculus tests may be applied to determine which value of α gives the minimum and which the maximum, but this is hardly necessary in a practical problem.

A mechanical illustration of this type of fit can be given as follows: Suppose the line LM of Figure 1 to be a fine steel rod lying on a frictionless plane, and let the rod to attached to each of the points P_1, P_2, $\cdots P_n$ by elastic bands, the bands being so attached to the rod that there is no friction between band and rod so that the elastic always maintains a position perpendicular to the rod. Then if the equation of the position of the rod be given by

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$$

the force with which the elastic at any point P_β pulls the rod is given by

$$F_\beta = K(x_\beta\cos\alpha + y_\beta\sin\alpha - p)$$

where K is a constant.

Then to find the position of equilibrium of the rod we have

$$\Sigma F = K(\cos\alpha\Sigma x + \sin\alpha\Sigma y - p) = 0 \tag{6}$$

since the sum of the forces normal to the rod must vanish. Also, since the sum of the moments of the forces about the origin must be zero we have

$$\Sigma M = \Sigma K(x\sin\alpha - y\cos\alpha)\ (x\cos\alpha + y\sin\alpha - p) = 0$$

or

$$K[\sin\alpha\cos\alpha\,\Sigma x^2 + (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)\ \Sigma xy - \sin\alpha\cos\alpha\Sigma y^2 - p\sin\alpha\Sigma x + p\cos\alpha\Sigma y] = 0 \tag{7}$$

These two equations (6) and (7) allow us to solve for the values of α and p that represent the position of equilibrium of the rod. But these equations are the same equations as (3) and (4), therefore the positions of equilibrium are the same as the positions of the best and poorest fitting straight lines. The best fitting straight line is a position of stable equilibrium of the rod. Thus, when we fit a straight line by making the sum of the squares of the normal residuals a minimum we have the same result as if we allowed the line to come to rest with each point exerting a normal pull on the rod that is proportional to the distance of the point from the line.

To illustrate the use of formula (5) let us fit a straight line to the death rate from all causes in Italy from 1880 to 1910. The annual death rates per thousand averaged over five year periods were (1).

1881-1885 = 27.3	1896-1900 = 22.9
1886-1890 = 27.2	1901-1905 = 21.9
1891-1895 = 25.2	1906-1910 = 21.0

Taking the origin at 1880.5 the coordinates of the points to which we are to fit a straight line are given in columns x and y in the table below.

x	y	x^2	y^2	xy
2	27.3	4	745.29	54.6
7	27.2	49	739.84	190.4
12	25.2	144	635.04	302.4
17	22.9	289	524.41	389.3
22	21.9	484	479.61	481.8
27	21.0	729	441.00	567.0
87	145.5	1699	3565.19	1985.5

Now the coordinates of the center of gravity are

$$\frac{\Sigma x}{n} = 14.5 \quad \text{and} \quad \frac{\Sigma y}{n} = 24.25$$

(1) See Bureau of the Census, *U. S. Mortality Statistics, 1910*, p. 16.

Also

$$\Sigma\bar{x}^2 = \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} = 1699 - 1261.5 = 437.5$$

$$\Sigma\bar{y}^2 = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} = 3565.19 - 3528.375 = 36.815$$

$$\Sigma\overline{xy} = \Sigma xy - \frac{(\Sigma x)\,(\Sigma y)}{n} = 1985.5 - 2109.75 = -124.25$$

Then

$$\tan 2\alpha = \frac{2\Sigma\overline{xy}}{\Sigma\bar{x}^2 - \Sigma\bar{y}^2} = \frac{-248.5}{437.5 - 36.815} = -.6201879$$

which gives for values of 2α

$$\begin{aligned} 2\alpha &= 148^\circ\ 11'\ 36'' \quad \text{or} \quad 328^\circ\ 11'\ 36'' \\ \alpha &= \ 74^\circ\ \ 5'\ 48'' \quad \text{or} \quad 164^\circ\ \ 5'\ 48'' \end{aligned}$$

Now with the origin at the center of gravity $p = 0$ and the equation of the line becomes

$$\bar{y} = -\cot\alpha\bar{x}$$

and we have the two lines

(8) $$\bar{y} = -\ .28492\,\bar{x}$$

(9) $$\bar{y} = +\ 3.50976\,\bar{x}$$

To transfer back to the original origin we have

$$\bar{x} = x - 14.5 \qquad \bar{y} = y - 24.25$$

and on substituting these values in equations (8) and (9) they become

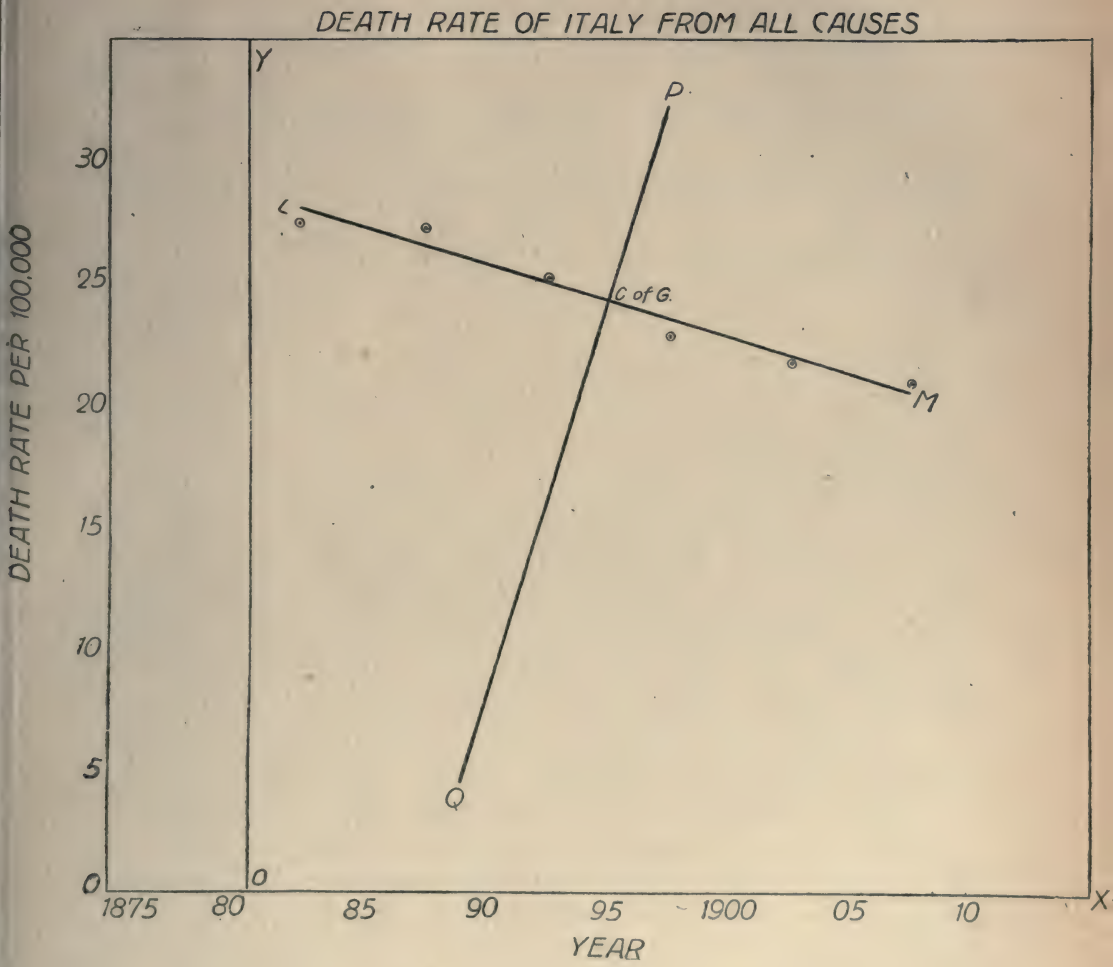
(10) $$y = -\ .285\,x + 28.381$$

(11) $$y = \ 3.510\,x - 26.642$$

These two equations represent the lines of best and poorest fit. Equation (10) is obviously the line of best fit since it is the one having a negative slope. How good this fit is may be seen in Figure 2 where LM is the line of best fit and PQ the line of poorest fit.

The above, which is a complete solution of the problem of fitting a straight line by this method, shows how small is the amount of labor involved and how good is the result.

FIG. 2.


DEATH RATE OF ITALY FROM ALL CAUSES
DEATH RATE PER 100,000
Y
P
L
C of G.
M
Q
O
X
30
25
20
15
10
5
0
1875
80
85
90
95
1900
05
10
YEAR

Corrado Gini

Sull' interpolazione di una retta quando i valori della variabile indipendente sono affetti da errori accidentali

1. — Nell' articolo che precede il Dr. Reed esamina e risolve il problema di far passare una retta fra più punti di un piano in modo da rendere minima la somma dei quadrati delle distanze fra i punti stessi e la retta interpolatrice. Questo metodo di interpolazione era stato suggerito, come il Reed ricorda, fin dal 1901, dal Pearson, il quale lo aveva anche applicato, sia al problema considerato dal Reed, sia a quello di far passare un piano fra più punti appartenenti a piani diversi. L' articolo del Reed conserva in ogni modo un interesse, e per la forma semplice con cui la soluzione è esposta, e perchè esso serve a richiamare l' attenzione degli statistici sopra un problema quasi dimenticato e che pure è della massima importanza.

Si disponga dei valori osservati di una variabile y in corrispondenza di certi valori osservati di un' altra variabile x, e si ammetta che tra i valori esatti di y e di x passi una relazione funzionale biunivoca, determinata a meno dei valori dei parametri, la quale non risulta dai dati osservati per effetto di errori accidentali, da cui sono affette le osservazioni, o di fattori di perturbazione a tali errori assimilabili.

Si suole dire che, in tal caso, il metodo dei minimi quadrati conduce a determinare i valori più convenienti, o più probabili, dei parametri, e quindi a individuare la relazione funzionale che ha la maggiore probabilità di corrispondere alla relazione funzionale che si ammette esistere fra y ed x. Si sottintende però, così dicendo, che solo i valori della variabile che si considera come funzione (di solito y) siano perturbati, mentre i valori della variabile che si considera come indipen-

dente (di solito x) sarebbero conosciuti esattamente. Che se invece anche i valori della variabile indipendente fossero perturbati, nè il metodo dei minimi quadrati, nè altro dei consueti metodi di interpolazione analitica, risponde allo scopo di determinare la relazione funzionale biunivoca che si ammette esistere fra le due variabili. Se ne ha la prova in ciò che, se si considera come variabile indipendente la y, si perviene a una relazione funzionale diversa da quella ottenuta considerando come variabile indipendente la x.

Ora, in pratica, nella maggior parte forse dei casi, come bene osserva il Dr. Reed, tanto i valori della y quanto quelli della x sono perturbati. Così, quando si rilevano le posizioni di un corpo in movimento in tempi successivi, non solo le nostre osservazioni sulle posizioni del corpo, ma anche quelle sui tempi corrispondenti, sono soggette ad errori. Quando, da una tavola a doppia entrata che indica il numero delle coppie matrimoniali secondo la statura del marito e della moglie, si vuole determinare la relazione che intercede fra le stature dei coniugi — nell' ipotesi che tra dette stature esista, all' infuori delle variazioni individuali, una relazione funzionale biunivoca — si deve tener presente che le variazioni individuali si avverano, non solo per la statura dell' uno, ma anche per quella dell' altro coniuge. Gli esempi, nei quali più ci si avvicina all' ipotesi che i valori della variabile indipendente siano conosciuti esattamente, sono quelli relativi a fenomeni sociali riferiti a certi periodi di tempo, particolarmente se questi hanno una certa estensione (per es. anni o gruppi di anni), essendo relativamente raro il caso che nascite, morti, matrimoni, migrazioni, fallimenti, delitti, ecc., avvenuti in un anno, vengano dagli organi rilevatori riferiti ad anni diversi.

Quando i valori della variabile indipendente sono pure perturbati, non per ciò l' interpolazione, eseguita col metodo dei minimi quadrati o con altro dei consueti metodi di interpolazione analitica, viene a perdere ogni valore. Essa conserva anzitutto un valore come procedimento descrittivo della relazione in concreto riscontrata fra i dati osservati; in parecchi casi, essa può avere altresì un valore come interpolazione perequatrice, in quanto interessi di conoscere, in funzione dei valori osservati di una variabile, anche se affetti da errori di osservazione o da altri fattori di perturbazione, i valori che l' altra variabile avrebbe presumibilmente assunto in un numero infinito di osser-

vazioni. E così, per esempio, le due rette, determinate col metodo dei minimi quadrati o con altro consimile, che misurano, l'una, il variare della statura probabile del marito in funzione della statura osservata della moglie e, l'altra, il variare della statura probabile della moglie in funzione della statura osservata del marito, per quanto non coincidano fra di loro e non permettano quindi di stabilire la relazione funzionale biunivoca che si ammette passare fra le stature dei coniugi, pure conservano un alto interesse come misura del fenomeno della regressione, di ben nota importanza biologica.

2. — È evidente che, per che un metodo di interpolazione possa portare alla determinazione della relazione funzionale biunivoca che si ammette intercedere fra y ed x, è necessario che esso conduca agli stessi risultati, sia che si consideri la x, sia che si consideri la y come variabile indipendente.

Si intende perciò come il PEARSON abbia pensato al procedimento che rende minimi i quadrati delle distanze fra i punti e la retta interpolata, misurando le distanze nel senso che risultano minime. Egli suggeriva e applicava tale criterio alla interpolazione della retta; ma esso si può evidentemente applicare, con eguale fondamento, alla interpolazione di una curva qualsiasi.

Se non che altri metodi possono essere suggeriti che pure rispondono alla condizione di portare agli stessi risultati quando si considera come variabile indipendente la y o quando come tale si considera la x. Per esempio, ci si può proporre di rendere minima la somma dei quadrati delle distanze fra i punti e la retta, misurate successivamente nel senso delle ascisse e nel senso delle ordinate. E anche questo criterio si può applicare all' interpolazione così di una retta come di un' altra curva qualsiasi. Nel caso della retta, se con p si indica un punto dato dal piano, con x', y' le sue coordinate, corrispondenti ai valori osservati di x e y, e con $y = \alpha + \beta x$ la retta risultante dall' interpolazione, tale criterio equivale a rendere minima la espressione

$$\Sigma \left(y' - \alpha - \beta x'\right)^2 + \Sigma \left(x' + \frac{\alpha}{\beta} - \frac{y'}{\beta}\right)^2$$

o anche a rendere minima la somma dei quadrati delle distanze fra i punti delle rette interpolate che hanno per ordinata y' e i rispettivi punti che hanno per ascissa x'.

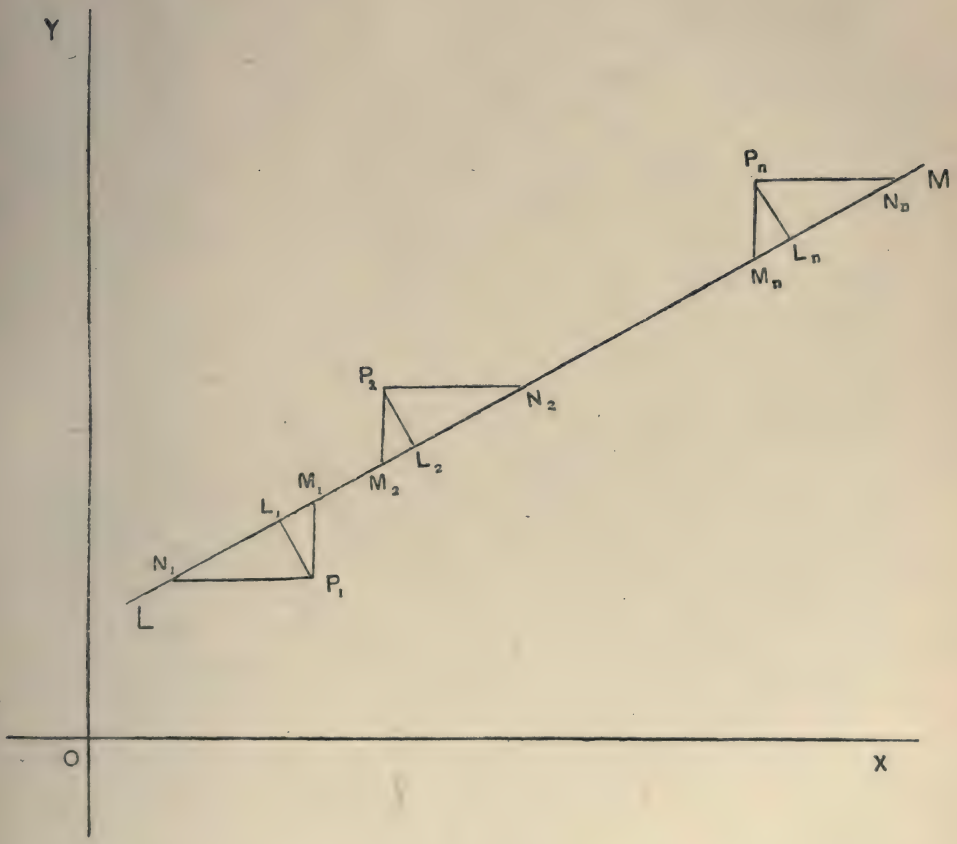
Vedasi la figura 1. Il metodo proposto dal PEARSON equivale a rendere minima la somma degli n quadrati aventi rispettivamente per lato i segmenti P_1L_1, P_2L_2, ... P_nL_n; il metodo a cui qui si accenna a rendere invece minima la somma dei $2n$ quadrati aventi rispettivamente per lato i segmenti P_1M_1, P_1N_1, P_2M_2, P_2N_2, ... P_nM_n, P_nN_n, o, ciò che torna lo stesso, a rendere minima la somma degli n quadrati aventi rispettivamente per lato i segmenti M_1N_1, M_2N_2,...M_nN_n.

3. — Ma dobbiamo tener presente che l'ottenere con un metodo di interpolazione risultati uguali, sia che si consideri come variabile dipendente la x, sia che si consideri come tale la y, è bensì condizione sufficiente per giungere alla determinazione di *una* relazione funzionale biunivoca tra x e y, ma non già per giungere alla determinazione di *quella* relazione funzionale biunivoca tra x e y che si sarebbe verificata all'infuori di errori accidentali di osservazione, o di altri fattori di perturbazione a questi assimilabili, i quali impediscono la conoscenza esatta dei valori delle due variabili.

Il PEARSON dichiarava di voler risolvere il problema di determinare quella relazione funzionale biunivoca tra x ed y che rappresenta il migliore adattamento ai dati. Se non che egli soggiungeva poi che l'espressione « il migliore adattamento » è arbitraria: e che, col metodo da lui proposto, si otteneva evidentemente un « buon adattamento ». Anche più prudente, il REED si limitava ad affermare che il metodo proposto dal PEARSON conduce ad un adattamento migliore di quello che si otterrebbe, col metodo dei minimi quadrati, supponendo esatti i valori della variabile indipendente e rendendo minime le somme degli n quadrati che hanno rispettivamente per lato i segmenti P_1M_1, P_2M_2, ... P_nM_n.

In realtà, però, io credo che l'espressione « il migliore adattamento » non abbia mai un carattere arbitrario, come ho spiegato particolareggiatamente nell'articolo *Considerazioni su l'interpolazione e la perequazione di serie statistiche*, pubblicato in questo stesso numero. Quando l'interpolazione ha uno scopo descrittivo, non si potrà fissare un criterio generale valido per tutti i casi per scegliere il metodo di interpolazione meglio adatto; ma la scelta dipenderà dalla natura e dallo scopo della ricerca: perciò appunto, come dirò in seguito, io ritengo che il metodo proposto dal PEARSON dia, in taluni casi di interpolazione descrit-

FIG. 1.



tiva, la migliore soluzione. Ma, quando l'interpolazione ha uno scopo di perequazione, quando si propone cioè di eliminare l'influenza dei fattori accidentali di perturbazione, allora, per definizione, porta al migliore adattamento quel metodo che permette di determinare la curva che si sarebbe presumibilmente verificata all'infuori dell'intervento di tali fattori accidentali di perturbazione.

Quando i valori delle x sono conosciuti esattamente, o quando, come nel caso della misura della regressione, interessa di eliminare solo i fattori accidentali di perturbazione che influenzano direttamente i valori della funzione, risponde appunto a tale scopo il metodo dei minimi quadrati. Ora è possibile di indicare, almeno per certi casi o in certe ipotesi, un metodo che risponda a tale scopo quando interessi di eliminare l'influenza dei fattori accidentali di perturbazione, da cui sono affetti i valori di entrambe le variabili?

Che il metodo proposto dal PEARSON non possa rispondere a questo scopo in via generale, si comprende facilmente considerando che esso non tiene conto della eventualità che gli errori, da cui sono affetti i valori delle x, abbiano una intensità diversa di quelli da cui sono affetti i valori delle y. Ora questo si avvera molte volte nella pratica. Per esempio, quando si determina la posizione di un punto in un dato istante, la nostra osservazione, come notava il PEARSON, sia della posizione del punto, sia del tempo a cui essa si riferisce, può essere affetta da errori e variare dall'uno all'altro esperimento. Se non che non è detto che gli errori che si commettono nella determinazione del tempo abbiano la stessa intensità di quelli che si commettono nella determinazione della posizione del punto [1]; anzi

---

[1] Questo esempio dato dal PEARSON lascierebbe l'impressione che egli non avesse accordato importanza alla circostanza della diversa intensità degli errori da cui possono essere affette le determinazioni delle due variabili. Vi è un passo però della sua memoria che può far pensare invece che egli se ne rendesse conto, ma intendesse considerare solo il caso in cui gli errori da cui sono affette le determinazioni delle due variabili presentino la stessa intensità. Scrive infatti il PEARSON: « In many cases of physics and biology, the "indipendent„ variable is subject to just as much deviation or error as the "dependent„ variable » (pag. 559). Se tale era veramente la sua intenzione, converrebbe dire che l'esempio, che egli portava poi per chiarire il suo pensiero, non era bene scelto. Anche si dovrebbe osservare che il caso in cui si può ammettere che le determinazioni delle due variabili sono affette da errori della stessa intensità non è forse il più frequente nella biologia e ancor meno nella fisica. In questo caso, in ogni modo, come è avvertito al numero 4 e dimostrato al numero 10, il metodo proposto dal PEARSON risponde allo scopo di determinare la curva che si sarebbe presumibilmente verificata se la determinazione delle due variabili fosse stata esatta.

pare che il contrario sia da ammettersi. Non di rado poi avviene che la intensità degli errori o fattori di perturbazione da cui sono affette le x sia molto minore di quella degli errori o fattori di perturbazione da cui sono affette le y; tale appunto sembra essere il caso nell'esempio dato dal REED dei coefficienti di mortalità della popolazione italiana in successivi quinquenni. In tal caso, la relazione funzionale biunivoca, che si sarebbe verificata indipendentemente dai fattori di perturbazione, deve essere evidentemente più vicina a quella che si può ricavare col metodo dei minimi quadrati, in base all'ipotesi irreale che le x sieno note esattamente, che a quella che si può ottenere col metodo proposto dal PEARSON. Per tale caso, il metodo proposto dal PEARSON non può dirsi migliore del metodo dei minimi quadrati e tanto meno può dirsi un buon metodo di interpolazione perequatrice.

4. — Nel seguito di questa nota, noi esponiamo un metodo che in molti casi può servire per determinare la relazione funzionale biunivoca che si sarebbe presumibilmente verificata tra le x e le y a prescindere da errori accidentali o da fattori di perturbazione a questi assimilabili. Esso consiste nell'introdurre un fattore di correzione al risultato che si ottiene col metodo dei minimi quadrati, in modo da ottenere il risultato probabile al quale si sarebbe pervenuti col metodo dei minimi quadrati stesso qualora i valori della variabile indipendente fossero noti esattamente. Il metodo suppone, oltre che gli errori da cui sono affette le x e le y sieno accidentali, anche che le osservazioni sieno sufficientemente numerose, e infine suppone che si possa in qualche modo stabilire un rapporto tra la intensità dell'errore medio da cui è affetta l'una e l'intensità dell'errore medio da cui è affetta l'altra variabile. Nel caso particolare che i due errori medi abbiano la stessa intensità, il nostro metodo viene a coincidere col metodo proposto dal PEARSON. Noi abbiamo considerato solo il caso più semplice, ma di un'importanza pratica particolare, che la relazione funzionale tra le x e le y sia una retta. Generalizzare il procedimento ad altre curve potrebbe formare materia di indagini successive.

5. — Indipendentemente dallo scopo di risalire alla relazione funzionale biunivoca che intercede tra due variabili, i cui valori osservati sieno affetti da errori o perturbazioni acciden-

tali, la interpolazione di una retta può avere lo scopo descrittivo di accostarsi ai punti dati secondo certe norme. E in tal caso il metodo del PEARSON può ottimamente rispondere in ricerche particolari. Un ingegnere, per esempio, che voglia tracciare una ferrovia in una regione piana, in modo da rendere minimi i quadrati delle distanze dei paesi della pianura dalla linea ferroviaria dovrà appunto ricorrere al metodo proposto dal PEARSON.

6. — Indichiamo con x i valori esatti di una variabile, con y i valori esatti dell'altra, con A_x la media aritmetica dei valori di x e con A_y la media aritmetica dei valori di y, e ammettiamo che tra i valori di x e di y passi esattamente la relazione funzionale

$$y = \alpha + \beta x \tag{1}$$

ossia

$$x = \gamma + \frac{1}{\beta} y, \tag{2}$$

dove è $\alpha = A_y - \beta A_x$, $\gamma = A_x - \frac{1}{\beta} A_y$.

Con $\bar{y} = y - A_y$, $\bar{x} = x - A_x$ indichiamo gli scostamenti dei valori delle variabili y ed x dalle rispettive medie aritmetiche. Sarà, per ciascuna coppia di valori $\bar{y}$, $\bar{x}$,

$$\frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \beta \tag{3}$$

$$\frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{1}{\beta} \tag{4}$$

La determinazione dei parametri α, β, γ si riconduce evidentemente alla determinazione delle medie A_x, A_y e del parametro β.

A) Supponiamo dapprima che i valori di x siano conosciuti esattamente e le determinazioni dei valori di y siano invece affette da errori accidentali di osservazione. Invece di conoscere i valori esatti y, noi conosciamo solo dei valori approssimati y', affetti dagli errori accidentali $\lambda = y' - y$.

Se il numero delle osservazioni è sufficientemente grande, noi potremo ritenere $\Sigma\lambda = 0$ e quindi $\Sigma y' = \Sigma y$ e anche

$$A_{y'} = A_y \tag{5}$$

$$\lambda = \bar{y}' - \bar{y}, \tag{6}$$

dove con $A_{y'}$ si indica la media aritmetica dei valori osservati

y' e con $\overline{y}' = y' - A_{y'}$ lo scostamento di uno dei valori osservati dalla media di questi.

Poichè, d'altra parte, gli errori λ sono accidentali, i valori di λ saranno indipendenti dai valori di $\overline{x}$ e quindi, se il numero delle osservazioni è sufficiente, potremo ritenere

$$\Sigma \overline{x} \lambda = 0 . \tag{7}$$

Se si applica il metodo dei minimi quadrati, considerando come variabile indipendente la x, si giunge a un valore di β dato dall'espressione

$$\frac{\Sigma \overline{y}' \overline{x}}{\Sigma \overline{x}^2} .$$

Ora questa espressione può, per la (6), ritenersi uguale alla seguente

$$\frac{\Sigma \overline{y}\, \overline{x} + \Sigma \overline{x} \lambda}{\Sigma \overline{x}^2}$$

e questa a sua volta, per la (7), uguale alla seguente

$$\frac{\Sigma \overline{y}\, \overline{x}}{\Sigma \overline{x}^2} ,$$

la quale, per la (3), è uguale a β.

In questo caso, se il numero delle osservazioni è sufficiente, il metodo dei minimi quadrati porta dunque, come è noto, ad una determinazione plausibile del parametro β.

D'altra parte, si può calcolare il valore esatto di A_x e si può, per la (5), sostituire plausibilmente al valore ignoto di A_y il valore noto di $A_{y'}$. Si è così in grado di determinare la relazione funzionale (1).

B) Analoghe considerazioni possono farsi quando i valori delle y sieno conosciuti esattamente e delle x invece si conoscano solo valori approssimati x' affetti da errori accidentali di osservazione $\varepsilon = x' - x$.

Se il numero delle osservazioni è sufficiente, potrà invero ammettersi

$$\Sigma \varepsilon = 0$$

$$A_{x'} = A_x \tag{8}$$

$$\varepsilon = \overline{x}' - \overline{x} \tag{9}$$

$$\Sigma \overline{y} \varepsilon = 0 , \tag{10}$$

dalle quali e dalla (4) si ricava

$$\frac{\Sigma \bar{y}\bar{x}'}{\Sigma \bar{y}^2} = \frac{\Sigma \bar{y}\bar{x}}{\Sigma \bar{y}^2} = \frac{1}{\beta}. \tag{11}$$

Ora $\frac{\Sigma \bar{x}\bar{y}'}{\Sigma \bar{y}^2}$ è l'espressione che, nel metodo dei minimi quadrati, fornisce il valore del parametro $\frac{1}{\beta}$, che figura nell'equazione (2). Le uguaglianze (11) ci dicono dunque che, in questo caso, considerando la y come variabile indipendente e applicando il metodo dei minimi quadrati, si perviene, qualora il numero delle osservazioni sia sufficiente, a un valore plausibile del parametro $\frac{1}{\beta}$ D'altra parte, si può calcolare il valore esatto di A_y e, in base alla (8), si può sostituire plausibilmente, al valore ignoto di A_x, il valore noto di $A_{x'}$.

7. — Supponiamo ora che, così delle x come delle y, non sieno noti i valori esatti, ma solo i valori approssimati x' e y' affetti rispettivamente dagli errori accidentali di osservazione ε e λ.

Poichè così gli ε come i λ sono accidentali, essi sono anche indipendenti gli uni dagli altri [1], per modo che, se il numero delle osservazioni è sufficiente, potrà ritenersi

$$\Sigma \varepsilon \lambda = 0. \tag{12}$$

Se noi applicassimo in questo caso il metodo dei minimi quadrati considerando come variabile indipendente la x, otterremmo, per il parametro β, un valore

$$\beta' = \frac{\Sigma \bar{y}'\bar{x}'}{\Sigma (\bar{x}')^2}$$

---

[1] Quando i valori di entrambe le variabili siano perturbati, conviene distinguere l'errore $\lambda = y' - y$ in cui si ricorre nella determinazione della y dallo scostamento $\delta = y' - \alpha - \beta x'$ fra il valore osservato y' e il valore teorico desunto dalla equazione $y = \alpha + \beta x$; e analogamente conviene distinguere l'errore $\varepsilon = x' - x$, in cui si incorre nella determinazione della x dallo scostamento $\tau = x' + \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} y'$ fra il valore osservato x' e il valore teorico dedotto dalla equazione su riferita. È $\delta = \lambda - \beta\varepsilon$, $\tau = \varepsilon - \frac{1}{\beta}\lambda$. Mentre λ ed ε possono essere indipendenti — e lo sono anzi per definizione in quanto entrambi siano errori accidentali di osservazione — l'indipendenza non si verifica affatto tra δ e τ, nè tra δ ed ε, τ e λ.

che, in base alle (6) e (9), (7), (10) e (12), si può mettere sotto la forma

$$\beta' = \frac{\Sigma \bar{x}\bar{y}}{\Sigma \bar{x}^2 + \Sigma \varepsilon^2}$$

Poichè è sempre $\Sigma \varepsilon^2 > 0$, è pure sempre

$$\beta' = \frac{\Sigma \bar{y}\bar{x}}{\Sigma \bar{x}^2 + \Sigma \varepsilon^2} < \frac{\Sigma \bar{y}\bar{x}}{\Sigma \bar{x}^2} = \beta$$

ossia è sempre

$$\beta' < \beta. \tag{13}$$

Analogamente, se si considerasse come variabile indipendente la y, si perverrebbe, per il parametro $\frac{1}{\beta}$, a un valore

$$\frac{1}{\beta''} = \frac{\Sigma \bar{y}'\bar{x}'}{\Sigma (\bar{y}')^2}$$

da cui si ricava, per le (6) e (9), (7), (10) e (12),

$$\frac{1}{\beta''} = \frac{\Sigma \bar{y}\bar{x}}{\Sigma \bar{y}^2 + \Sigma \lambda^2} < \frac{\Sigma \bar{y}\bar{x}}{\Sigma \bar{y}^2} = \frac{1}{\beta}$$

ossia

$$\frac{1}{\beta''} < \frac{1}{\beta}. \tag{14}$$

Le (13) e (14) mostrano dunque come, applicando il metodo dei minimi quadrati ai casi in cui i valori della variabile indipendente sono affetti da errori accidentali, non si ottengano valori plausibili dei parametri β, $\frac{1}{\beta}$, ma valori inferiori a quelli che si sarebbero ottenuti qualora gli errori accidentali non si fossero verificati.

8. — Ora quale correzione si deve introdurre nei valori β', $\frac{1}{\beta''}$, a cui in tal caso si perviene col metodo dei minimi

quadrati, per che essi possano divenire delle espressioni plausibili dei valori cercati dei parametri β e $\frac{1}{\beta}$?

Tenendo presenti le (6), (9), (7), (10) e (12), si comprende facilmente che può ritenersi

$$\beta = \frac{\Sigma \bar{x}\bar{y}}{\Sigma \bar{x}^2} = \frac{\Sigma \bar{x}'\bar{y}'}{\Sigma(\bar{x}')^2 - \Sigma\varepsilon^2} \tag{15}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{\Sigma \bar{x}\bar{y}}{\Sigma \bar{y}^2} = \frac{\Sigma \bar{x}'\bar{y}'}{\Sigma(\bar{y}')^2 - \Sigma\lambda^2}. \tag{16}$$

Queste uguaglianze mostrano come il termine di correzione consista nella somma dei quadrati degli errori accidentali da cui è affetta la variabile che si considera come indipendente, somma che conviene sottrarre dalla somma dei quadrati degli scostamenti dei valori osservati di questa variabile dalla rispettiva media aritmetica.

È possibile che qualche volta si sia in grado di determinare, in base a precedenti esperienze, tale termine di correzione. Per esempio, è possibile che, mediante controlli accurati e numerosi, si sia potuto determinare l'errore quadratico medio che da un certo osservatore si compie nella determinazione del tempo, quando è chiamato a rilevare la posizione di un punto in successivi istanti. Tale conoscenza permetterebbe di correggere il valore di β' ottenuto interpolando col metodo dei minimi quadrati una retta sui dati che esprimono le posizioni di un punto rilevate da codesto osservatore nei successivi istanti.

8. — Nella maggior parte dei casi, però, i valori di $\Sigma\varepsilon^2$ e di $\Sigma\lambda^2$ non sono noti; ma si è in grado molto spesso di stabilire, con maggiore o minore approssimazione, il valore del loro rapporto. Talvolta si può ammettere che gli errori di osservazione abbiano la stessa intensità per le due variabili; altre volte che la loro intensità sia, per ciascuna variabile, proporzionale alla rispettiva media aritmetica, o alla radice quadrata di questa, oppure alla unità di misura in cui le determinazioni dei valori della variabile vengono fatte. Per esempio, si può ammettere che gli errori di osservazione in cui si incorre nella determinazione delle stature sieno della stessa intensità per le stature dei padri e per quelle dei figli adulti, e anche, approssimati-

vamente, che sieno della stessa intensità per le stature dei mariti e per quelle delle mogli. In quest' ultimo caso, può però talvolta parere più plausibile di ammettere che, per ciascuna variabile, l'errore medio sia proporzionale alla media aritmetica, oppure alla radice quadrata della media aritmetica. Quando si studino le relazioni tra il peso delle madri espresso in chilogrammi e il peso dei figli neonati espresso in decagrammi, può, in certi casi, parere plausibile l'ipotesi che l'errore commesso nelle determinazioni dei pesi dei neonati sia cento volte più piccolo dell'errore commesso nelle determinazioni dei pesi delle madri. La plausibilità dell'una o dell'altra ipotesi deve naturalmente venire giudicata di volta in volta, in base alla conoscenza dei procedimenti seguiti nella determinazione dei valori delle due variabili.

In ogni modo, supponiamo che, per una o per un'altra via, sia conosciuto il valore

$$k = \frac{\Sigma \varepsilon^2}{\Sigma \lambda^2}.$$

Posto $\Sigma \lambda^2 = z$, potremo scrivere, in base alle (15) e (16),

$$\beta = \frac{\Sigma \bar{x}' \bar{y}'}{\Sigma (\bar{x}')^2 - kz} \tag{17}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{\Sigma \bar{x}' \bar{y}'}{\Sigma (\bar{y}')^2 - z} \tag{18}$$

e quindi

$$\frac{\Sigma \bar{x}' \bar{y}'}{\Sigma (\bar{x}')^2 - kz} \cdot \frac{\Sigma \bar{x}' \bar{y}'}{\Sigma (\bar{y}')^2 - z} = 1.$$

Questa uguaglianza dà luogo alla seguente equazione di secondo grado rispetto a z:

$$kz^2 - \{k \Sigma (\bar{y}')^2 + \Sigma (\bar{x}')^2\} z + \Sigma (\bar{x}')^2 \Sigma (\bar{y}')^2 - (\Sigma \bar{x}' \bar{y}')^2 = 0.$$

Risolvendo rispetto a z e riducendo, si ottiene

$$z = \frac{k \Sigma (\bar{y}')^2 + \Sigma (\bar{x}')^2 \pm \sqrt{\{\Sigma (\bar{x}')^2 - k \Sigma (\bar{y}')^2\}^2 + 4k (\Sigma \bar{x}' \bar{y}')^2}}{2k} \tag{19}$$

Sostituendo nella (17) a z il suo valore dato dalla (19), si ottiene

$$\beta = \frac{2\,\Sigma\bar{x}'\bar{y}'}{\Sigma(\bar{x}')^2 - k\,\Sigma(\bar{y}')^2 \mp \sqrt{\{\Sigma(\bar{x}')^2 - k\,\Sigma(\bar{y}')^2\}^2 + 4k\,(\Sigma\bar{x}'\bar{y}')^2}}$$

Poichè il denominatore deve essere uguale alla somma di quadrati $\Sigma\bar{x}^2$ e quindi deve essere positivo, converrà prendere sempre davanti alle radice il segno $+$.

Analogamente, sostituendo nella (18) a z il suo valore dato dalla (19) e riducendo, si ottiene

$$\frac{1}{\beta} = \frac{2\,\Sigma\bar{x}'\bar{y}'}{\Sigma(\bar{y}')^2 - \frac{1}{k}\,\Sigma(\bar{x}')^2 \mp \sqrt{\left\{\Sigma(\bar{y}')^2 - \frac{1}{k}\,\Sigma(\bar{x}')^2\right\}^2 + \frac{4}{k}\,(\Sigma\bar{x}'\bar{y}')^2}}$$

dove pure davanti alle radice deve prendersi sempre il segno $+$, in quanto il denominatore deve essere uguale alla somma di quadrati $\Sigma\bar{y}^2$ e, come tale, deve essere positivo.

Nel caso che le determinazioni di entrambe le variabili x e y sieno affette da errori accidentali si potrà dunque ritenere che il valore del parametro β, a cui si sarebbe giunti col metodo dei minimi quadrati se la variabile indipendente si fosse determinata esattamente, sarebbe stato

$$\beta = \begin{cases} \dfrac{2\,\Sigma\bar{x}'\bar{y}'}{\Sigma(\bar{x}')^2 - k\,\Sigma(\bar{y}')^2 + \sqrt{\{\Sigma(\bar{x}')^2 - k\,(\Sigma\bar{y}')^2\}^2 + 4k\,(\Sigma\bar{x}'\bar{y}')^2}} & (20) \\ \dfrac{\Sigma(\bar{y}')^2 - \frac{1}{k}\,\Sigma(\bar{x}')^2 + \sqrt{\left\{\Sigma(\bar{y}')^2 - \frac{1}{k}\,\Sigma(\bar{x}')^2\right\}^2 + \frac{4}{k}\,(\Sigma\bar{x}'\bar{y}')^2}}{2\,\Sigma\bar{x}'\bar{y}'} & (20^{bis}) \end{cases}$$

D'altra parte i valori delle medie A_x, A_y si possono desumere plausibilmente, in base alle (8) e (5), dai valori $A_{x'}$, $A_{y'}$.

Quando il numero delle osservazioni sia sufficiente e si conosca il rapporto tra la somma dei quadrati degli errori accidentali da cui sono affette le determinazioni delle x e la somma dei quadrati degli errori accidentali da cui sono affette le determinazioni delle y, diviene quindi possibile, in base alle considerazioni suesposte, di risalire alla relazione funzionale biunivoca $y = \alpha + \beta x$, che si sarebbe presumibilmente riscontrata se gli errori accidentali di osservazione non si fossero verificati.

10. — Vediamo ora la relazione in cui il risultato al quale siamo pervenuti sta con quello a cui si perviene col metodo proposto dal PEARSON.

Nel metodo del PEARSON, il valore di β viene desunto dal valore di tang θ, dove θ è l'angolo che la retta interpolata fa con l'asse delle x. Il valore di tang θ viene, d'altra parte, ricavato dal valore di tang 2θ, dato dall'espressione

$$\text{tang } 2\theta = \frac{2\,\Sigma\bar{x}'\bar{y}'}{\Sigma(\bar{x}')^2 - \Sigma(\bar{y}')^2}. \tag{21}$$

Fra tang θ e tang 2θ passa infatti la relazione

$$\text{tang } 2\theta = \frac{2 \text{ tang } \theta}{1 - (\text{tang } \theta)^2}. \tag{22}$$

Ora dalle (21) e (22) si ricava facilmente

$$\beta = \text{tang}\,\theta = \frac{\Sigma(\bar{y}')^2 - \Sigma(\bar{x}^2)^2 \pm \sqrt{\{\Sigma(\bar{y}')^2 - \Sigma(\bar{x}')^2\}^2 + 4\,(\Sigma\bar{x}'\bar{y}')^2}}{2\,\Sigma\bar{x}'\bar{y}'} \tag{23}$$

dove davanti alla radice deve prendersi il valore $+$ per rendere β positivo o negativo a seconda che è positiva o negativa la somma $\Sigma\bar{x}'\bar{y}'$.

Confrontando la (23) con la (20^{bis}) si vede che le due formule coincidono nel caso particolare $k = 1$.

Si può dunque concludere che il metodo proposto dal PEARSON conduce alla determinazione della curva che si sarebbe presumibilmente verificata, se le determinazioni delle due variabili fossero state esatte, nel solo caso in cui gli errori da cui sono affette le determinazioni delle due variabili sieno, in media, della stessa intensità.

11. — Nel caso particolare, in cui la determinazione delle x sia esatta, sarà $\Sigma\varepsilon^2 = 0$ e quindi $k = 0$. In tal caso, la (20) si riduce facilmente all'espressione

$$\beta = \frac{\Sigma\bar{x}'\bar{y}'}{\Sigma(\bar{x}')^2}$$

che è precisamente l'espressione da cui si ottiene β col me-

todo dei minimi quadrati. Questo valore di β rende minima la espressione $\Sigma(y' - \alpha - \beta x')^2$.

Nel caso particolare, in cui sia esatta la determinazione delle y, sarà $\Sigma\lambda^2 = 0$ e quindi $\frac{1}{k} = 0$. In tal caso, la (20^{bis}) si riduce all'espressione

$$\beta = \frac{\Sigma(\overline{y}')^2}{\Sigma\overline{x}'\overline{y}'}$$

la quale è la reciproca dell'espressione che si sarebbe ottenuta col metodo dei minimi quadrati per il parametro $\frac{1}{\beta}$ assumendo la y come variabile indipendente. Questo valore di β rende minima la espressione $\Sigma(x' - \gamma - \frac{1}{\beta} y')^2$.

12. — Facciamo qualche applicazione della formula (20) [1]. Riprendiamo anzitutto l'esempio del PEARSON. Col suo metodo, egli ottiene $\beta = -0.54556$, che è naturalmente anche il valore che si ricava dalla (20) per $k = 1$. Si ottiene, invece,

per	$k = 0$	$\beta = -0.5396$
	$= 1/10$	-0.5399
	$= 10$	-0.5593
per	$1/k = 0$	-0.5659

Nell'esempio fatto dal REED, si ottiene

per	$k = 0$	$\beta = -0.284$
	$= 1$	$= -0.285$
per	$1/k = 0$	$= -0.296$

Nell'esempio del REED, i valori di β per $k = 1$ e per $k = 0$ differiscono fra loro presso che insensibilmente e piccola è la differenza fra di essi anche nell'esempio dato dal PEARSON. Ma le cose non stanno sempre così. Veggansi, ad esempio, i dati seguenti sulla statura media dei maschi e delle femmine

---

[1] I computi di queste applicazioni furono eseguiti dal Dr. MARCELLO BOLDRINI, alla cui gentilezza devo anche i dati sulla statura dei due sessi che egli ha ricavato dal TEN KATE e dal MANOUVRIER.

di alcune popolazioni di Indiani di America e di Polinesiani tratti da articoli del Dott. H. Ten Kate [1].

Popolazioni	Statura media (in mm.) dei maschi (y)	Statura media (in mm.) delle femmine (x)
Abitanti di Macassar	1615	1540
Timoresi . . .	1597	1496
Abitanti delle isole Tonga . . .	1773	1673
Abitanti delle isole della Società . .	1728	1591
Polinesiani diversi	1729	1629
Manganesiani . .	1802	1640
Indiani di America	1749	1652
Altre tribù indiane	1628	1453
» » »	1610	1484
» » »	1696	1563
» » »	1696	1576
» » »	1722	1601
» » »	1626	1632
Media aritmetica	1692	1579

Risulta

$$\Sigma(\bar{x}')^2 = 57{,}399$$
$$\Sigma(\bar{y}')^2 = 52{,}577$$
$$\Sigma\bar{x}'\bar{y}' = 45{,}501$$
$$\frac{A_{x'}}{A_{y'}} = \frac{1579}{1692} = 0.933$$

Se ne ricava

per $k = 0$	$\beta = 0.793$
$= 0.933$	0.909
$= 1$	0.949
per $1/k = 0$	1.156

[1] *Mélanges anthropologiques*, in « L' Anthropologie » Vol. 24-25 1913-1917. Ai fini del nostro calcolo, si suppone che tutte le medie sieno rappresentative, anche se, nel fatto, molte di esse sono basate su di un

Negli esempi precedenti, noi abbiamo applicato la formula (20) a misurare la relazione tra quantità corrispondenti. Ce ne possiamo servire ugualmente per misurare la relazione tra quantità cograduate ([1]).

In una memoria del MANOUVRIER ([2]), si trovano i dati sulla statura di 21 maschi e di altrettante femmine. La tavola seguente contiene le rispettive graduatorie in ordine decrescente.

Statura individuale (in mm.)	
dei maschi (y)	delle femmine (x)
1812	1710
1790	1703
1787	1700
1780	1697
1776	1680
1760	1650
1760	1648
1755	1642
1750	1630
1732	1628
1730	1613
1726	1610
1715	1605
1710	1605
1708	1585
1707	1570
1703	1565
1697	1561
1690	1560
1674	1540
1662	1533
Media arit. 1734	Media arit. 1621

numero piccolissimo di osservazioni. Questa, come le altre applicazioni, non intendono, d'altra parte, avere che un valore esemplificativo.

([1]) Cfr., per questo argomento, la nostra memoria *Delle relazioni fra le intensità cograduate di due caratteri*, in « Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », 1916-1917.

([2]) *Sur l'interprétation de la quantité dans l'encephale et dans le cerveau en particulier*, in « Mém. de la Soc. d'Antropologie de Paris », 1883.

Risulta

$$\Sigma(\bar{x}')^2 = 61{,}640$$
$$\Sigma(\bar{y}')^2 = 33{,}434$$
$$\Sigma\bar{x}'\bar{y}' = 44{,}615$$
$$\frac{A_{x'}}{A_{y'}} = 0.9348$$

da cui si ricava

per	$k = 0$	$\beta = 0.724$
	$= 0.9348$	$= 0.733$
	$= 1$	$= 0.733$
per	$1/k = 0$	$= 0.749.$

F. P. Cantelli

Sulla deduzione delle leggi di frequenza da considerazioni di probabilità

1. — È nota la grande importanza che ha assunto il calcolo delle probabilità nella fisica molecolare; esso fornisce ipotesi di lavoro che conducono a conseguenze, a leggi di frequenza che vanno discusse in base ai fatti osservati.

Queste leggi di frequenza sono, almeno in generale, dedotte da ipotesi di probabilità quando, mettendosi dal punto di vista di Boltzmann e Gibbs, si introducano degli opportuni *vincoli*, sulla natura dei quali va esercitata la critica.

I vincoli introdotti o sono giustificati da considerazioni *a priori* oppure, essendo risultato di considerazioni *a posteriori*, vanno soggetti ad analisi che può segnare un ulteriore progresso nello studio intrapreso.

Un esempio, semplice, atto a chiarire le idee accennate è il seguente: la distribuzione, per altezza, delle molecole di una colonna limitata di un gas, a temperatura uniforme, risponde a quella *più probabile* compatibilmente con una *energia potenziale* assegnata.

Si tratta di concetti noti specialmente agli studiosi di meccanica statistica ma che, io penso, debbano fare parte della metodologia statistica generale: tanto più che anche in campi diversi dalla fisica molecolare quei concetti potrebbero dar luogo ad utili considerazioni.

Ad illustrare, in modo elementare, tali concetti analizzo, nel numero seguente, come la forma analitica di una nota legge di frequenza sia deducibile da considerazioni di probabilità ponendo un opportuno *vincolo*.

2. — Considerando N individui supponiamo che il numero di quelli che abbiano una somma di denaro superiore a x sia ben rappresentato da

$$n_x = \frac{A}{(x+a)^\alpha}, \tag{1}$$

essendo A, a, α, tre costanti.

La frequenza relativa degli individui che hanno una somma compresa tra x, $x+dx$, sarà allora

$$y dx = -\frac{1}{N}\frac{dn_x}{dx}dx \tag{2}$$

e quindi, per la (1),

$$y = \frac{B}{(x+a)^{\alpha+1}} \tag{3}$$

essendo B una nuova costante.

Esaminiamo come la (3) possa dedursi da ipotesi di probabilità ponendo un sol vincolo.

Consideriamo, allo scopo, v intervalli di eguale ampiezza $\Delta x = \varepsilon$, in ognuno dei quali possa cadere la somma posseduta da ciascuno degli N individui menzionati. Le somme che possono cadere in uno degli indicati intervalli, di ampiezza ε, sono da considerare come *praticamente* eguali tra di loro.

Nei v intervalli cadano rispettivamente i valori di x:

$$x_1, x_2, \ldots, x_v \tag{4}$$

e supponiamo che gli N individui si ripartiscano, con riferimento a ciascun intervallo, in gruppi rispettivamente di numero

$$a_1, a_2, \ldots, a_v. \tag{5}$$

In altri termini gli N individui possono disporsi in un gruppo di a_1 individui cui tocca (approssimativamente) la somma x_1, in un gruppo di a_2 individui cui tocca (approssimativamente) la somma x_2, etc. I numeri (5) debbono ovviamente soddisfare alla condizione

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_v = N \tag{6}$$

e noi *supporremo*, inoltre, che debbano pur soddisfare alla condizione

$$(7) \qquad a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2) + \ldots + a_\nu f(x_\nu) = H$$

nella quale $f(x)$ rappresenta una *assegnata* funzione di x e H una costante.

Introduciamo ora concetti di probabilità. Ammettiamo che sia costante $= p$ la probabilità che, tra gli N individui, a_1 individui *assegnati* abbiamo la somma x_1, a_2 individui *assegnati* abbiano la somma x_2, etc., potendo essere *qualunque* i valori

$$(8) \qquad a_1, \; a_2, \ldots \; a_\nu$$

purchè soddisfacenti alle condizioni (6), (7).

Nella ipotesi fatta la probabilità che gli N individui diano luogo ad una *assegnata* ripartizione $[a_1, a_2, \ldots, a_\nu]$, *non importa quali* tra essi entrino a formare il gruppo (a_1), oppure il gruppo (a_2), etc., sarà ovviamente data dalla precedente probabilità p moltiplicata per il numero dei modi in cui si possono disporre N elementi tra i quali a_1 sono riguardati come identici, a_2 pure come identici, etc.

Nella ipotesi fatta, perciò, la probabilità che gli N individui diano luogo ad una *assegnata* ripartizione $[a_1, a_2, \ldots, a_\nu]$, essendo i numeri a_i sottoposti alle condizioni (6), (7), è fornita da

$$(9) \qquad P = \frac{N!}{a_1!\, a_2! \ldots a_\nu!}\, p.$$

Ricerchiamo ora, nello schema considerato, la distribuzione *più probabile* del danaro tra gli N individui. Si tratterà ovviamente di determinare i valori di $a_1, a_2, \ldots, a_\nu$ che, soddisfacendo a (6) e (7), rendono massima la (9).

Se si suppone che i numeri a_i siano sufficientemente grandi per giustificare l'applicazione della nota formola di STIRLING alla (9), una analisi condotta in modo analogo a quella che serve a ricercare la distribuzione più probabile delle componenti delle velocità delle molecole di un gas, compatibilmente con una energia cinetica totale assegnata [1], porta a scrivere, per i

---

[1] Cfr. G. CASTELNUOVO, *Calcolo delle probabilità*, pagine 276-277; 285-289.

valori ricercati di a_i :

$$\bar{a}_i = a\, e^{-bf(x_i)} \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots \nu, \tag{10}$$

essendo a e b due costanti ed e la base dei logaritmi neperiani.

Poniamo sotto altra forma le (6), (7), (10).

Il rapporto a_i/N rappresenta la probabilità che degli N individui considerati a_i vengano in possesso di una somma compresa tra x_i e $x_i + \Delta x$; scrivendo

$$\vec{\varphi}(x_i) = \frac{a_i}{N} \cdot \frac{1}{\Delta x} \tag{11}$$

le (6), (7) diventano ovviamente

$$\sum_1^{\nu} \vec{\varphi}(x_i)\Delta x = 1, \quad \sum_1^{\nu} \vec{\varphi}(x_i) f(x_i)\Delta x = \frac{H}{N}. \tag{12}$$

Con riferimento allo schema di probabilità esposto potremo dire che tra le distribuzioni possibili $\vec{\varphi}(x_i)$, compatibili con le (12), *la più probabile* è data da

$$y(x_i) = \frac{a}{N\Delta x} e^{-bf(x_i)}. \tag{13}$$

Considerando, per approssimazione, funzioni continue della variabile x potremo pur dire che, compatibilmente con le condizioni

$$\int \vec{\varphi}(x)\, dx = 1 \qquad \int \vec{\varphi}(x) f(x)\, dx = A \tag{14}$$

la distribuzione *più probabile*, nello schema di probabilità accennato, è data da

$$y = k e^{-bf(x)}. \tag{15}$$

Nelle (14) le integrazioni vanno ovviamente estese al campo dei possibili valori di x; nella (15) le costanti k e b debbono essere determinate dalle (14), sostituendo la (15) stessa al posto della $\vec{\varphi}(x)$.

Riprendiamo la (3) per eguagliarla alla (15):

$$\frac{B}{(x+a)^{\alpha+1}} = ke^{-bf(x)} \quad ; \tag{16}$$

risulta chiaramente

$$f(x) = c \log (x + a) + h \tag{17}$$

essendo c e h due nuove costanti.

In conclusione la (3), nello schema di probabilità accennato, è *la più probabile* tra le possibili leggi di frequenza $y = \varphi(x)$ soddisfacenti alla condizione

$$\int \varphi(x) \log (x + a)\, dx = C \tag{18}$$

nella quale le costanti a e C si suppongono assegnate.

3. — Nelle pagine precedenti è stato accennato, in modo elementare, come, in base allo schema di probabilità indicato, si determini la distribuzione più probabile delle somme cui possono venire in possesso N individui quando si tenga conto del solo vincolo

$$\int \varphi(x) f(x)\, dx = A. \tag{19}$$

Seguendo lo stesso schema, e con ragionamenti analoghi, si determina la distribuzione *più probabile* delle somme indicate compatibilmente con diversi vincoli. Se questi sono espressi da

$$\int \varphi(x) f_1(x)\, dx = A_1, \int \varphi(x) f_2(x)\, dx = A_2, \ldots, \int \varphi(x) f_r(x)\, dx = A_r, \tag{20}$$

essendo $f_1, f_2, \ldots, f_r$ delle *assegnate* funzioni di x e $A_1, A_2, \ldots, A_r$ delle costanti, risulta per la distribuzione *più probabile* ricercata:

$$y = a_0 e^{-a_1 f_1(x) - a_2 f_2(x) - \ldots - f_r(x)} \tag{21}$$

in cui $a_0, a_1, \ldots, a_r$ sono costanti che si suppone debbano restare ben determinate dalle condizioni assegnate.

Limitandoci a considerare due soli vincoli

$$(22) \qquad \int \vec{\varphi}(x) f_1(x)\, dx = A_1, \qquad \int \vec{\varphi}(x) f_2(x)\, dx = A_2$$

si ha evidentemente, per la distribuzione *più probabile*,

$$(23) \qquad y = a_o\, e^{-a_1 f_1(x) - a_2 f_2(x)}$$

in cui le costanti a_o, a_1, a_2 vanno determinate dalle assegnate condizioni. Se la legge di distribuzione che si cerca di dedurre da considerazioni di probabilità è

$$(24) \qquad y = \frac{B}{(x+a)^{\alpha+1}}\, e^{-bx},$$

l'identificazione della (23) con la (24) permette di assumere, ad esempio,

$$(25) \qquad \begin{aligned} f_1(x) &= c \log (x+a) + h \\ f_2(x) &= x \end{aligned}$$

e, perciò, la legge di distribuzione (24) risulta, nello schema studiato, la *più probabile* compatibilmente coi vincoli

$$(26) \qquad \begin{aligned} \int \vec{\varphi}(x) \log (x+a)\, dx &= C_1 \\ \int \vec{\varphi}(x) \,.\, x\, dx &= C_2, \end{aligned}$$

il secondo dei quali starebbe a significare che la somma totale che gli N individui possono ripartirsi *è assegnata*.

In quanto precede si è fatto riferimento, fissando l'attenzione su di un particolare esempio, a un solo argomento variabile x ma si tratta di considerazioni che vanno estese al caso di leggi di frequenza a più argomenti senza differenze sostanziali.

4. — Consideriamo l'effettivo fenomeno della distribuzione dei redditi cui si riferisce la legge (3) del PARETO. È conve-

niente, allo scopo di paragoni, di accennare prima alla legge di distribuzione delle velocità delle molecole di un gas ([1]).

La distribuzione maxwelliana delle componenti delle velocità delle molecole di un gas, a temperatura uniforme, che è giustificata da verifiche sperimentali e da conseguenze che si uniformano alla realtà dei fatti, viene dedotta da considerazioni di probabilità quando si ammetta:

a) che le componenti delle velocità di una molecola siano soggette a variazioni, dipendenti da un complicato intreccio di cause, tali da apparire come dipendenti dal *caso*;

b) che esista un sol *vincolo*, caratteristico del fenomeno studiato, che debba essere rispettato dalle molecole in moto: quello di una energia totale *assegnata*.

Se cambia il valore di questa energia totale, pur mantenendo il gas la sua temperatura uniforme, la distribuzione *piú probabile* delle componenti delle velocità rimane pur sempre quella maxwelliana: cambia soltanto il valore del parametro che essa contiene.

Si può dire ancora: in un gas, in equilibrio termico, a temperatura assegnata, compatibilmente con l'energia totale che conviene allo stato del gas che si considera, potrebbero aversi infinite leggi di distribuzione per le componenti delle velocità delle molecole, ma quella che si presenta come conforme alla realtà dei fatti è la *più probabile* compatibilmente con l'energia totale che conviene allo stato in cui si trova il gas.

Le considerazioni accennate richiamano naturalmente l'attenzione:

a) sulla critica delle considerazioni che tendano a giustificare o no le variazioni di *carattere casuale* delle componenti delle velocità delle molecole del gas,

b) sulla critica intorno alla plausibilità o meno del vincolo posto della energia totale assegnata in quanto esso apparisce come *essenzialmente caratteristico* del fenomeno studiato.

Si vede, dunque, sull'esempio accennato, come le deduzioni di certe leggi di frequenza da ipotesi di probabilità possano condurre alla posizione e a suggerire la critica di certi vincoli in relazione ai fatti casuali cui può dar luogo un fenomeno nel suo svolgimento.

([1]) Per le considerazioni qui accennate cfr.: CASTELNUOVO, *op. cit.*, pp. 266-298.

Studiando il fenomeno della distribuzione dei redditi cui si riferisce la (3) di V. PARETO, si può domandare: La distribuzione dei redditi è dovuta al caso? [1]

Non è lo scopo di questa Nota quello di rispondere alla precedente domanda. Accenno puramente ad una questione metodologica limitandomi a porre in evidenza, sull'esempio speciale della ripartizione dei redditi, come lo schema di probabilità, esposto in questa Nota, porti a suggerire due critiche formalmente analoghe ad *a*) e *b*), la qual cosa non vuole qui avere che valore esemplificativo.

Ammettiamo:

a) che il guadagno di un reddito x dipenda da un complicato intreccio di cause (attività, abilità, capacità, concorrenza, carattere dell'individuo, costituzione, etc.) si da apparire come dipendente dal *caso*;

b) che qualunque possa essere la distribuzione dei redditi, in un certa epoca, vi sia da rispettare un sol vincolo, caratteristico del fenomeno osservato, imposto dalle condizioni politiche, economiche e religiose dell'ambiente: quello che sia *assegnata* la somma delle *utilità* (ofelimità) dei redditi goduti.

Conveniamo di potere indicare con $y = f(x)$ l'utilità *media* che si riferisce ai possessori di un reddito uguale ad x. Risulta, per quanto si è visto al n. 2, che, nelle ipotesi fatte, la distribuzione dei redditi (3) riesce la *più probabile*, compatibilmente col vincolo posto, quando si ponga

$$f(x) = c \log (x + a) + h. \tag{27}$$

Si noti l'analogia che la precedente presenta con la nota espressione, secondo D. BERNOULLI, del *valore morale* di una fortuna x.

Nelle ipotesi fatte si può dire che, compatibilmente col vincolo

$$\int \varphi(x) \log (x + a)\, dx = C, \tag{28}$$

possono aversi infinite leggi di distribuzione dei redditi ma la (3) è la *più probabile* compatibilmente col vincolo (28) quale conviene allo stato in cui il fenomeno viene osservato.

---

[1] Cfr., a proposito, le considerazioni di V. PARETO, *Cours d'économie politique*, T. II, pp. 315-317; 416-419.

Ciò posto risulta evidente come l'applicazione dello schema di probabilità considerato dia modo di riflettere sulla plausibilità o meno delle ammissioni *a*) e *b*) a chi non voglia contentarsi di vedere, nel risultato ottenuto, un ipotetico e semplice esempio che la (27) rende caratteristico.

5. — Le poche osservazioni fatte, in modo elementare, ma anche non esauriente, intorno a criteri noti in modo speciale, come ho ricordato, agli studiosi di meccanica statistica vogliono concorrere soltanto a divulgarli perchè vengano pur tenuti presenti nella metodologia statistica generale per la ricerca, quando si stimi opportuna, della influenza del *caso* nello svolgimento di un fenomeno collettivo.

Raymond Pearl

A biological classification of the causes of death (1)

Some time ago the writer (2) proposed a biological classification of the causes of death, as set forth in the International List and used by statisticians all over the world. The underlying idea in this suggested classification was to put together all those lethal entities which bring about death because of the functional breakdown of the same general organ system. In the idea of « breakdown » as here used is included both actual destruction of the organ in greater or less degree, through lesions; and also cessation of function quite apart from anatomical lesion. The cause of the functional breakdown from the point of view of this classification may be anything whatever in the range of pathology. It may result from bacterial infection, or from trophic disturbances, or from damage due to mechanical disturbances which prevent the continuation, of normal function, or to any other cause whatever. In other words, the basis of this classification is not that of pathological causation, but it is rather that of functional, organic breakdown. We look at the question of death from the standpoint of the pure biologist, who concerns himself not with what causes the cessation of function, but rather with what part of the organism ceases to function and therefore causes death.

It was emphasized in the first publication on this subject, and I would repeat that emphasis here, that this new classification is not advocated for general statistical purposes. As purpose is purely analytical, for the further study of certain problems of biology underlying human mortality statistics. These statistics are now

(1) Papers from the Department of Biometry and Vital Statistics, School of Hygiene and Public Health, Johns Hopkins University, N. 19.

(2) Pearl, R. *Certain Evolutionary Aspects of Human mortality Rates. American Naturalist,* Vol. LIV, pp. 5-44, 1920.

— *On the Embryological Basis of Human Mortality. Proc. Nat. Acad, Sc.* Vol. 5, N.° 12, pp. 593-598, 1919.

Cfr. also *Mortality Classified from a New Standpoint.* Editorial. *Journ. Amer. Med. Assoc.* Vol. 74, N.° 23, June, 5, 1920, pp. 1579 and 1580.

uniformly, and, on the whole, fairly satisfactorily, tabulated under the rubrics of the International List. Uniformity in statistical classification is essential to useable practical vital statistics. Such uniformity has now become well established through the International Classification. It would be most undesirable, and the writer would strongly oppose, making any radical changes in the International Classification.

The classification presented here has attracted some attention as a result of its publication in a purely biological journal, and it seems desirable to set forth in useable form the details of the classification in a publication more readily accessible to vital statisticians than that in which the first discussion of the subject appeared. There is the more reason for doing this from the fact that there will shortly appear from the writer's laboratory several detailed statistical studies based upon this classification.

In order to save space no attempt will be made here to repeat the pathological discussions relative to the inclusion of specific causes of death in the groups where they are placed in classification. Anyone wishing to examine at first hand the reasoning which led to the details of the makeup of this classification must consult the original papers referred to above. It should be said that in respect of a number of details the classification is still to be regarded as tentative. The writer will welcome suggestions as to modifications calculated to bring its details more in accord with the fundamental idea on which the classification as a whole is based.

The details of the classification may be set forth in two ways, which together serve as a cross index to all of the 189 causes of death in the International List. The biological classification proposes ten main groups as follows:

Main Heads of Biological Classification of Causes of Human Mortality.

All human mortality is due to the breakdown and failure to function of one or another of the bracketed organ groups

I. Circulatory system, blood, and blood-forming organs.
II. Respiratory system.
III. Primary and secondary sex organs.
IV. Kidneys and related extretory organs.
V. Skeletal and muscular systems.
VI. Alimentary tract and associated organs concerned in metabolism.
VII. Nervous system and sense organs.
VIII. Skin.
IX. Endocrinal system.

or to

X. All other causes of death.

In the following list there are given the official International List numbers of the causes of death included in each of the above rubrics of the new classification.

I. *Circulatory system, blood and blood-forming organs.*

Included causes: 2, 3, 4, 7, 11, 15, 16, 20, 21, 22, 53, 54, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 116, 142, 150 (congenital malformations of the heart only).

II. *Respiratory system.*

Included causes: 6, 8, 9, 10, 28, 29, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98.

III. *Primary and secondary sex organs.*

Included causes: 37, 38, 42, 43, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 139, 140, 141, 151 (premature birth only), 152 (injuries at birth only).

IV. *Kidneys and related excretory organs.*

Included causes: 119, 120, 121, 122, 123, 124, 138.

V. *Skeletal and muscular systems.*

Included causes: 32, 33, 36, 47, 48, 146, 147, 149.

VI. *Alimentary tract and associated organs concerned in metabolism.*

Included causes: 1, 12, 13, 14, 26, 27, 31, 35, 39, 40, 41, 49, 50, 57, 58, 59, 71, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 117, 118, 150 (other congenital malformations only), 151 (congenital debility, atrophy, etc. only).

VII. *Nervous system and sense organs.*

Included causes: 17, 23, 24, 30, 56, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 72, 73, 74, 75, 76, 150 (hydrocephalus only), 155-163 (all suicides).

VIII. *Skin.*

Included causes: 5, 18, 25, 44, 143, 144, 145.

IX. *Endocrinal system.*

Included causes: 51, 52, 88.

X. *All other causes of death.*

Included causes : 19, 34, 45, 46, 55, 148, 152 (other causes peculiar to early infancy only), 153, 154, 164-186 incl. (all external and accidental causes except suicide), 187-189 incl. (ill-defined diseases, total).

It will be noted that two causes of death (viz. 21, Glanders and 21, Anthrax) have been transferred from Class VIII (the skin) where they were placed in earlier papers, to Class I (the circulatory system, blood, and blood-forming organs). Further consideration of the matter since the first study leads to the conclusion that these diseases should go from a biological point of view in the same class with purulent infection and septicemia. For the detailed arguments on the point here at issue my first paper on the subject should be consulted. It is to be noted that, because of the insignificant death rate from causes 21 and 22 no essential difference in any statistical conclusions will be made wherever these two diseases are placed.

In order to facilitate the finding of the main group in which a particular cause of death of the International List falls the following index will be found useful :

Index to Biological Classification of Causes of Death.

International N.°	Cause	Biological N.°
1	Typhoid fever	VI
2	Typhus fever	I
3	Relapsing fever	I
4	Malaria	I
5	Smallpox	VIII
6	Measles	II
7	Scarlet fever	I
8	Whooping cough	II
9	Diphtheria and croup	II
10	Influenza	II
11	Miliary fever	I
12	Asiatic cholera	VI
13	Cholera nostras	VI
14	Dysentery	VI
15	Plague	I
16	Yellow fever	I
17	Leprosy	VII
18	Erysipelas	VIII

International N.°	Cause	Biological N.°
19	Other epidemic diseases	X
20	Purulent infection and septicemia	I
21	Glanders	I
22	Anthrax	I
23	Rabies	VII
24	Tetanus	VII
25	Mycoses	VIII
26	Pellagra	VI
27	Beriberi	VI
28	Tuberculosis of the lungs	II
29	Acute miliary tuberculosis	II
30	Tuberculous meningitis	VII
31	Abdominal tubercolosis	VI
32	Pott's disease	V
33	White swellings	V
34	Tubercolosis of other organs	X
35	Disseminated tuberculosis	VI
36	Rickets	V
37	Syphilis	III
38	Gonococcus infection	III
39	Cancer of the buccal cavity	VI
40	Cancer of the stomach, liver	VI
41	Cancer of the peritoneum, intestines, rectum	VI
42	Cancer of the female genital organs	III
43	Cancer of the breast	III
44	Cancer of the skin	VIII
45	Cancer of other organs or of organs not specified	X
46	Other tumors (tumors of the female genital organs excepted)	X
47	Acute articular rheumatism	V
48	Chronic rheumatism and gout	V
49	Scurvy	VI
50	Diabetes	VI
51	Exophthalmic goiter	IX
52	Addison's disease	IX
53	Leukemia	I
54	Anemia, chlorosis	I
55	Other general diseases	X
56	Alcoholism (acute or chronic)	VII
57	Chronic lead poisoning	VI
58	Other chronic occupation poisonings	VI
59	Other chronic poisonings	VI

International N.°	Cause	Biological N.°
60	Encephalitis.	VII
61	Meningitis (total).	VII
62	Locomotor ataxia	VII
63	Other diseases of the spinal cord (total) .	VII
64	Cerebral hemorrage, apoplexy	VII
65	Softening of the brain.	VII
66	Paralysis without specified cause	VII
67	General paralysis of the insane	VII
68	Other forms of mental alienation	VII
69	Epilepsy	VII
70	Convulsions (non-puerperal)	VII
71	Convulsions of infants	VI
72	Chorea	VII
73	Neuralgia and neuritis.	VII
74	Other diseases of the nervous system . .	VII
75	Diseases of the eyes and their annexa . .	VII
76	Diseases of the ears.	VII
77	Pericarditis.	I
78	Acute endocarditis	I
79	Organic diseases of the heart	I
80	Angina pectoris	I
81	Diseases of the arteries, atheroma, aneurism, etc	I
82	Embolism and thrombosis.	I
83	Diseases of the veins (varices, hemorrhoids, phlebitis, etc.)	I
84	Diseases of the lymphatic system (lymphangitis, etc.)	I
85	Hemorrhage; other diseases of the circulatory system	I
86	Diseases of the nasal fossae.	II
87	Diseases of the larynx.	II
88	Diseases of the thyroid body	IX
89	Acute bronchitis	II
90	Chronic bronchitis	II
91	Bronchopneumonia	II
92	Pneumonia (total)	II
93	Pleurisy	II
94	Pulmonary congestion, pulmonary apoplexy	II
95	Gangrene of the lung	II
96	Asthma	II
97	Pulmonary emphysema	II
98	Other diseases of the respiratory system (tubercolosis excepted)	II

International N.°	Cause	Biological N.°
99	Diseases of the mouth and annexa . . .	VI
100	Diseases of the pharynx	VI
101	Diseases of the esophagus	VI
102	Ulcer of the stomach	VI
103	Other diseases of the stomach (cancer excepted).	VI VI
104	Diarrhea and enteritis (under 2 years) . .	VI
105	Diarrhea and enteritis (2 years and over).	VI
106	Ankylostomiasis	VI
107	Intestinal parasites	VI
108	Appendicitis and typhlitis.	VI
109	Hernia, intestinal obstruction (total) . . .	VI
110	Other diseases of the intestines	VI
111	Acute yellow atrophy of liver	VI
112	Hydatid tumor of the liver	VI
113	Cirrhosis of the liver	VI
114	Biliary calculi.	VI
115	Other diseases of the liver	VI
116	Diseases of the spleen	I
117	Simple peritonitis (non-puerperal)	VI
118	Other diseases of the digestive system (cancer and tuberculosis excepted). . .	VI
119	Acute nephritis	IV
120	Bright's disease	IV
121	Chyluria.	IV
122	Other diseases of the kidneys and annexa.	IV
123	Calculi of the urinary passages	IV
124	Diseases of the bladder	IV
125	Diseases of the urethra, urinary, abscess, etc.	III
126	Diseases of the prostate	III
127	Non-veneral diseases of the male genital organs.	III
128	Uterine hemorrhage (non puerperal) . . .	III
129	Uterine tumor (non-cancerous)	III
130	Other diseases of the uterus	III
131	Cysts and other tumors of the ovary . .	III
132	Salpingitis and other diseases of the female genital organs	III III
133	Non-puerperal diseases of the breast (cancer excepted)	III III
134	Accidents of pregnancy	III
135	Puerperal hemorrhage.	III
136	Other accidents of labor	III

International N.°	Cause	Biological N.°
137	Puerperal septicemia	III
138	Puerperal albuminuria and convulsions. .	IV
139	Puerperal phlegmasia alba dolens, embolus, sudden death	III
140	Following childbirth (not otherwise defined)	III
141	Puerperal diseases of the breast	III
142	Gangrene	I
143	Furuncle.	VIII
144	Acute abscess	VIII
145	Other diseases of the skin and annexa. .	VIII
146	Diseases of the bones (tuberculosis excepted)	V
147	Diseases of the joints (tuberculosis and rheumatism excepted)	V
148	Amputations	X
149	Other diseases of the organs of locomotion	V
150	Hydrocephalus.	VII
150	Congenital malformations of the heart . .	I
150	Other congenital malformations	VI
151	Congenital debility: premature birth. . .	III
151	Congenital debility: atrophy, marasmus, etc.	VI
152	Injuries at birth	III
152	Other causes peculiar to early infancy . .	X
153	Lack of care-	X
154	Senility	X
155 to 163 incl.	Suicide (total).	VII
164 to 186 incl.	All external and accidental causes except suicide.	X
187 to 189 incl.	Ill-defined diseases (total).	X

Franco Savorgnan

La ripartizione regionale della ricchezza privata italiana

1. — La ripartizione territoriale della ricchezza privata ha presentato sempre in Italia un grande interesse per le speciali condizioni geografiche, demografiche, economiche ed anche politiche delle diverse parti del nostro paese, che per tanti aspetti divergono profondamente le une dalle altre. In passato — per non citare che gli studiosi più autorevoli — la questione fu esaminata dal Pantaleoni (1891), il quale partiva dalla ipotesi che la ricchezza privata delle varie parti d'Italia fosse proporzionale alle tasse pagate per le successioni, e poi dal Nitti nel suo lavoro su *La ricchezza d'Italia* (1904). Queste indagini erano particolarmente intese a dimostrare come il carico tributario dei diversi gruppi di regioni e i benefici, ch'essi ricevevano dallo Stato, fossero distribuiti inegualmente e non proporzionalmente alla ricchezza posseduta da ciascuno di loro; e come, tanto rispetto agli oneri sostenuti quanto rispetto ai vantaggi, vale a dire ai pubblici servizi, goduti, l'Italia meridionale fosse indebitamente favorita in confronto all'Italia settentrionale.

Last not least il problema fu recentemente studiato dal Gini nel suo libro *L'ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni* (1914), che della ripartizione territoriale della ricchezza fece una trattazione ampia ed esauriente, dedicandole un apposito capitolo della sua opera (pagg. 242-300). Procedendo con metodi più corretti e più perfezionati e servendosi di un materiale più ricco, il Gini potè sviscerare meglio la questione, rettificando alcune delle ipotesi e alcuni dei giudizi enunciati dagli autori che lo precedettero nello studio di questo argomento. Egli riuscì tra altro a dimostrare che « l'idea di una sperequazione tra onere tributario e capacità contributiva

del Nord e del Sud non trova alcun appoggio sui dati statistici », e che « i dati statistici, di cui oggi si dispone, non permettono un confronto esatto tra l'onere tributario che lo Stato impone alle varie regioni e i benefici che loro rende; ma che essi, comunque imperfetti, non offrono il menomo principio di prova in favore dell'opinione che, per le regioni settentrionali, il beneficio superi l'onere; e piuttosto offrono indizi per sospettare il contrario ».

Nel cercar di stabilire il grado relativo di ricchezza delle varie parti d'Italia, il GINI ritenne opportuno di limitarsi a tre gruppi territoriali: il gruppo settentrionale, il gruppo centrale e il gruppo meridionale, considerando inoltre a parte la Sicilia e la Sardegna. La ragione precipua di questa divisione è da ricercarsi nel fatto ch'egli non poteva usare che di dati troppo poco estesi nel tempo, poichè l'ammontare delle trasmissioni a titolo gratuito, su cui basava il calcolo degli indici della ripartizione territoriale della ricchezza si riferiva ai soli tre esercizi finanziari 1900 - 1901 - 1902 - 1903. Avendo a disposizione un materiale molto più ampio che comprende i dodici esercizi finanziari dal 1902-03 al 1913-14 e che consente quindi di eliminare la maggior parte degli inconvenienti per i quali non appariva consigliabile di estendere le ricerche alle singole regioni, m'è sembrato prezzo dell'opera di esaminare, in base alle notizie sulle successioni e sulle donazioni, le questioni più importanti che riguardano la ricchezza delle diverse regioni italiane. Spero così di poter offrire agli studiosi un quadro abbastanza completo, nel quale sono fissate le grandi linee della ripartizione regionale della ricchezza privata in Italia negli anni antecedenti alla guerra; quadro questo che a suo tempo, quando si potranno avere i dati relativi agli anni di guerra, permetterà di vedere se e in quanto la guerra, con le sue ripercussioni economiche e finanziarie, abbia arrecato delle perturbazioni più o meno gravi in quella che poteva considerarsi come la ripartizione normale della ricchezza privata tra le varie regioni che compongono l'Italia.

Prima però d'inoltrarmi nella ricerca, poichè la maggior parte dei dati sfruttati è inedita, ritengo doveroso dare alcuni schiarimenti intorno al materiale greggio, alla correzione e alla critica dei dati primitivi e al loro aggruppamento.

2. — *Il materiale.* — Le notizie che si riferiscono ai due esercizi finanziari 1902-03 e 1913-14 furono pubblicate dal

Ministero delle Finanze nel *Bollettino di statistica e di legislazione comparata*, che contiene i dati speciali relativi alle successioni e alle donazioni discriminati per provincia e per regioni (1). Le notizie che si riferiscono agli esercizi finanziari dal 1903-04 al 1912-13 sono tuttora inedite e furono trascritte per cortese concessione dell'Amministrazione delle tasse sugli affari, su stampato Mod. 88-E Tasse (2). I dati speciali relativi alle successioni e alle donazioni sono discriminati unicamente per provincia e riguardano:

il I, II, III	trimestre	dell'esercizio	1903-04
» I, II, III, IV	»	»	1904-05
» II, III, IV	»	»	1905-06

e gli esercizi 1906-07, 1907-08, 1908-09, 1909-10, 1910-11, 1911-12, 1912-13.

3. — *L'aggruppamento dei dati.* — I dati primitivi discriminati per provincia, relativi agli esercizi dal 1903-04 al 1912-13, furono, per ogni esercizio, da me raggruppati per regione. Ottenuti così i dati di ciascuna regione per ogni esercizio, ho calcolato — comprendendovi i dati per gli esercizi 1902-03 e 1913-14 pubblicati nel *Bollettino* — le medie annuali dei dati per i quadrienni 1902-03 - 1905-06, 1906-07 - 1909-10 e 1910-11 - 1913-14. Per calcolare la media annuale del quadriennio 1902-03 - 1905-06, in cui, per gli esercizi 1903-04 e 1905-06, si dispone soltanto dei dati relativi a tre trimestri, ho moltiplicato per quattro la media dei dati relativi ai quattordici trimestri per cui, nel periodo considerato, si hanno notizie.

Affinchè il lettore possa formarsi un'idea del grado di approssimazione ottenuto con questo procedimento, confronteremo le medie annuali per il Regno, calcolate moltiplicando per quattro

---

(1) *Bollettino di statistica e di legislazione comparata*, Anno IV, fascicolo III, pag. 623 e seg. ed Anno XIV, fascicolo V, pap. 776 e seg.

(2) I dati relativi agli esercizi finanziari del 1903-04 al 1911-12 furono fatti trascrivere dal compianto Dott. A. Necco che aveva precisamente in animo di eseguire un lavoro su questa materia, e, dopo la sua morte gloriosa incontrata in combattimento, mi furono gentilmente trasmessi dal Prof. Corrado Gini. Io, poi, ho fatto completare l'interrotta raccolta dei dati, facendo trascrivere quelli dell'esercizio finanziario 1912-13. Colgo qui l'occasione per ringraziare il Direttore generale Comm. Benettini del permesso concessomi, e il Dott. Lanfranco Maroi che, con somma cortesia, volle sorvegliare il lavoro di copiatura.

la media dei dati relativi ai quattordici trimestri, con le medie annuali, quali risultano in base ai dati completi per i quattro esercizi dal 1902-03 al 1905-06, pubblicati nel *Bollettino*.

Regno.

	Media annuale (1902-03 – 1905-06) calcolata in base ai dati		
	di 14 trimestri (*a*)	dei 4 esercizi (*b*)	Differenza (*b-a*)
Numero delle successioni	142.376	145.336	+ 2.960
Valore tassato delle successioni dei doni manuali etc. (000 omessi) . .	936.090	945.370	+ 9.280
Valore netto donato (000 omessi) . .	163.700	162.580	— 1.120
Valore netto complessivo sul quale fu applicata la tassa (000 omessi) . .	1.099.790	1.107.950	+ 8.160

Naturalmente le differenze tra il valore delle medie calcolate per le singole regioni e ciò che sia per essere il valore medio reale dei dati, potrebbero essere di segno diverso e relativamente maggiori o minori di quelle per tutto il Regno. Ma in ogni modo sembra lecito ammettere, che non siano tali da deformare sensibilmente l'intensità dei fenomeni esaminati.

4. — *Correzione degli errori.* — Nell'aggruppare per regione i dati delle singole provincie, constatai parecchi errori dovuti in massima parte a sviste nella trascrizione delle cifre (1). Poichè per alcune provincie la posta del totale non coincideva con la somma delle singole cifre disposte orizzontalmente, per trovare in quale delle colonne verticali, cioè in quale delle singole rubriche, fosse stato commesso l'errore, dovetti per ciascun esercizio finanziario, e per ogni trimestre degli esercizi 1903-04, 1904-05, 1905-06, eseguire tutte le somme delle colonne verticali, contenenti le poste per le 69 provincie e confrontarle con i dati per tutto il Regno, pubblicati nel *Bollettino*, dati questi che, sino a prova contraria, devono ritenersi esatti. Identificata così la posta errata, questa fu corretta. In alcuni casi, del resto rarissimi, in cui non fu possibile precisare la posizione dell'errore, la differenza in più o in meno tra la cifra per tutto il Regno, desunta dal *Bollettino*, e la cifra ottenuta sommando le 69 poste delle colonne verticali, fu

(1) Alcuni errori possono essere dovuti anche al fatto che per le singole provincie il materiale che perviene al Ministero delle Finanze non viene sottoposto a controllo.

proporzionalmente divisa, tra le 16 regioni. Per i dati relativi all'esercizio 1912-13 da me fatti copiare, dopo constatati alcuni errori col procedimento suesposto, feci eseguire presso il Ministero delle Finanze, una revisione che confermò l'esattezza delle correzioni da me apportate. Per gli altri esercizi, non potei farlo e procedetti alla correzione degli errori nel solito modo. Anche i dati pubblicati nel *Bollettino* non sono scevri da errori. Degli errori, da me constatati e corretti, pubblico qui sotto, per comodità degli studiosi, un' *Errata-corrige.*

Bollettino di statistica e di legislazione comparata

Anno	Fasc.	Pag.		In luogo di	Leggasi
IV	III	546	Totale del valore lordo ereditario. . . .	784.469.095,37	781.469.095,37
V	IV	718	»	754.899.871,42	754.899.872,42
»	V	938	»	1.044.158.158,79	1.044.158.159,79
»	»	»	Spese funerarie e di ultima malattia . .	15.460.464,71	16.459.565.94
»	»	»	Totale dei debiti dedotti *	110.735.151,04	111.734.252,27
»	»	»	Totale netto ereditario *	933.423.007,75	932.423.907,52
»	»	»	Valore complessivo tassato *	943.122.653,89	942.123.553,66
»	»	939	Valore netto donato .	165.548.644,59	165.458.644,59
XIII	V	567	Totale del valore lordo dei beni donati . .	199.249.970,23	199.949.970,23
XIV	V	617	Totale netto ereditario	1.189.589.212,35	1.189.584.212,35
»	»	806	Campobasso	955.315,74	855.315,74
»	»	»	Abruzzi e Molise . .	2.864.606,96	2.764.606,96
»	»	807	Campobasso	10.045.117,94	10.145.117,94
»	»	»	»	10.274.094,11	10.374.094,11
»	»	»	Abruzzi e Molise . .	33.419.771,23	33.519.771,23
»	»	»	» » . .	34.031.658,20	34.131.658,20
»	»	845	Roma Lazio	1.269.840,19	1.869.840,19

L'ANNUALITÀ DEVOLUTIVA NELLE SINGOLE REGIONI.

5. — *L'annualità devolutiva.* — Il valore dei beni, che annualmente passa dalla generazione che scompare alle generazioni che sopravvivono, dicesi *annualità devolutiva.* L'ammontare dell'annualità devolutiva si ricava dal valore netto tassato delle

---

* Sono analogamente errate anche le cifre per l'*insieme* delle successioni e donazioni a pag. 939.

trasmissioni a titolo gratuito, che comprende il valore netto trasmesso per successioni e per donazioni, i doni manuali e gli altri valori soggetti a collazione. Così operando, non si tiene conto delle successioni passive, mentre la differenza tra l'attivo e il passivo delle successioni passive dovrebbe essere, a rigore di termini, dedotta dall'annualità devolutiva. Però l'eccedenza della passività per il Regno è, come risulta dal prospetto seguente, tanto esigua, che la sua deduzione non avrebbe effetto sensibile rispetto al valore delle trasmissioni a titolo gratuito. Si noti, inoltre, che ai dati pubblicati intorno alle successioni passive, non si può attribuire un valore assoluto.

Successioni passive	Valore medio annuo (000 omessi)	
	1906-07 1909-10	1910-11 1913-14
Passivo	12.210	11.230
Attivo	7.850	8.050
Differenza	4.360	3.180

Non v'è quindi pericolo di alterare sensibilmente l'annualità devolutiva delle singole regioni, trascurando di detrarne l'eccedenza della passività delle successioni passive.

L'ammontare dell'annualità devolutiva, dedotto dal valore netto tassato delle trasmissioni a titolo gratuito, risulta, in causa dell'evasione, notevolmente inferiore all'ammontare effettivo. Questa evasione, come lo dimostrano le indagini più recenti, è enorme. Il Gini, nel 1908, riteneva che l'evasione delle tasse di successione e donazione salisse al 50% circa del valore effettivo (1).

---

(1) Cfr. Corrado Gini: *Il calcolo della ricchezza di un paese in base alle statistiche delle successioni e donazioni*, estratto dagli « Atti dell'Ateneo di Treviso, 1908 ». L'argomento venne in seguito approfondito dal Gini nel volume *L'ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni*, Torino, Bocca, 1914, pag. 167-241 e pag. 655. La pubblicazione di quest'opera diede impulso a nuovi studi sull'evasione tra cui ricorderemo: Cesare Coppini: *La frode nell'imposta di successione*, in « Studi senesi nel Circolo giuridico della R. Università » vol. XXXII, fasc. 3, Torino, Bocca, 1916; Aldo Contento: *Sull'evasione nelle trasmissioni a titolo gratuito*, in « Studi

Gli altri autori che, dopo di lui, hanno studiato l' argomento, pervengono tutti a una conclusione pressochè analoga, ed, a me è riuscito inoltre di mettere in evidenza come l' evasione in tutte le sue forme, nell' occultazione, nell' attenuazione di valore e nel far figurare passività fittizie o esagerate, sia andata, negli ultimi anni, intensificandosi (1).

Ciò premesso, riportiamo il valore netto dell' annualità devolutiva nelle singole regioni e in tre gruppi di regioni. Poichè

Compartimenti	Annualità devolutiva netta Valore medio annuo (000 omessi)		
	1902-03 1905-06	1906-07 1909-10	1910-11 1913-14
Piemonte	177.740	185.380	197.660
Lombardia	190.470	206.520	234.840
Veneto	83.250	102.070	133.720
Liguria	58.780	86.800	84.890
Emilia	70.800	80.340	97.150
Marche	21.910	28.320	30.560
Toscana	78.900	96.110	95.640
Umbria	13.880	14.450	17.600
Abruzzi e Molise	32.900	37.840	45.720
Lazio	53.540	52.350	58.230
Campania	113.870	110 210	121.010
Puglie	57.780	64.450	70.710
Basilicata	11.880	11.440	13.980
Calabria	28.580	36.760	40.740
Sicilia	94.330	100.740	141.370
Sardegna	11.180	11.030	14.970
Regno	*1.099.790*	*1.224.810*	*1 398.790*
Gruppo settentrionale	581.040	661.110	748.260
» centrale	168.230	191.230	202.030
» meridionale	245.010	260.700	292.160

di economia, finanza e statistica » editi dal « Giornale degli Economisti e Rivista di statistica », Roma, Athenaeum, 1916; *Sull' evasione nelle trasmissioni gratuite mobiliari*, estratto dal « Giornale degli Economisti e Rivista di statistica », Aprile 1917.

(1) Franco Savorgnan: *L' ammontare e la composizione della ricchezza in Italia e nelle sue regioni*, in « Rivista italiana di Sociologia », Maggio-Agosto 1916.

s' è ritenuto conveniente di estendere la indagine anche a unità territoriali più vaste della regione, si sono riuniti i dati delle regioni continentali nei seguenti gruppi: *settentrionale*, che comprende il Piemonte, la Lombardia, il Veneto, la Liguria e l'Emilia; *centrale*, che comprende le Marche, la Toscana, l'Umbria e il Lazio; *meridionale*, che comprende gli Abruzzi e Molise, la Campania, le Puglie, la Basilicata e le Calabrie. Questi gruppi corrispondono a una divisione naturale delle regioni continentali, mentre, invece, vanno tenute distinte le regioni dell'Italia insulare.

6. — *Successioni e donazioni.* — L'ammontare dell'annualità devolutiva è composto dal valore netto delle successioni, a cui si è aggiunto quello, relativamente molto esiguo, dei doni manuali e di altri valori soggetti a collazione, e dal valore netto delle donazioni. Giova quindi distinguere il valore netto delle successioni da quello delle donazioni, perchè le oscillazioni del valore assoluto delle seconde possono, talvolta, influire sul calcolo dell'annualità devolutiva (1).

Le percentuali delle donazioni variano notevolmente da regione a regione e per gruppi di regioni: nelle regioni settentrionali e centrali e nella Sardegna il valore delle donazioni non forma che una frazione molto piccola dell'ammontare dell'annualità devolutiva, mentre nelle regioni meridionali e nella Sicilia esso ne costituisce circa un terzo (2). Nel periodo esa-

---

(1) Se l'importanza assoluta delle donazioni diminuisce nel tempo, l'intervento dell'istituto della donazione, porta a una subvalutazione dell'annualità devolutiva; se cresce avviene il contrario. Per la dimostrazione di questa tesi, cfr. C. Gini, op. cit. pag. 124. Nel caso nostro si nota che l'ammontare delle successioni è andato sempre crescendo in tutte le regioni; quello delle donazioni è aumentato sensibilmente nelle sole regioni meridionali e nella Sicilia. Cfr. Appendice T. 1.

(2) Il Benini, avendo dimostrato come le controversie giudiziali in materia di donazione siano più frequenti nel mezzogiorno che nel settentrione, nota che « le donazioni stesse sono entrate là assai più largamente nelle abitudini di tutte le classi, così da costituire un surrogato importante delle trasmissioni *mortis causa*, una cautela intesa a prevenire i contrasti per divisioni di eredità ». Cfr. *La litigiosità nei diversi compartimenti italiani in materia di successioni, donazioni e contratti di matrimonio*. Roma, Cecchini, 1916. Il Contento, d'altro canto, formula l'ipotesi che una parte delle donazioni, nelle regioni del sud, abbiano lo scopo di eludere, all'atto della morte del donatore, le tasse successione sulla sostanza residua o sul di più della parte donata, accumulato in vita. Cfr. pubbl. cit. pag. 24.

minato non si osservano spostamenti di qualche rilievo nelle proporzioni delle successioni e delle donazioni: nelle regioni settentrionali la percentuale delle successioni tende leggermente a crescere; nelle centrali, nelle meridionali e nella Sicilia non si constata, per converso, alcuna tendenza ben delineata, poichè le percentuali variano ora in un senso ora in un altro o rimangono stazionarie.

Le percentuali con cui successioni e donazioni concorrono a formare l'annualità devolutiva sono:

Compartimenti	Successioni %			Donazioni %		
	1902-03 1905-06	1906-07 1909-10	1910-11 1913-14	1902-03 1905-06	1006-07 1909-10	1910-11 1913-14
Piemonte	91.0	91.5	92.5	9.0	8.5	7.5
Lombardia	93.3	93.5	94.7	6.7	6.5	5.3
Veneto	93.8	94.2	94.6	6.2	5.8	5.4
Liguria	88.9	92.4	92.6	11.1	7.6	7.4
Emilia	91.9	93.5	93.3	8.1	6.5	6.7
Marche	85.3	84.2	86.4	14.7	15.8	13.6
Toscana	89.4	90.7	91.0	10.6	9.3	9.0
Umbria	87.9	88.0	88.7	12.1	12.0	11.3
Abruzzi e Molise	75.1	74.7	76.3	24.9	25.3	23.7
Lazio	91.0	83.0	89.1	9.0	17.0	10.9
Campania	73.9	71.0	71.8	26.1	29.0	28.2
Puglie	71.9	70.5	68.9	28.1	29.5	31.1
Basilicata	63.6	64.9	65.3	36.4	35.1	34.7
Calabria	67.5	69.4	67.7	32.5	30.6	32.3
Sicilia	67,2	65.1	69.0	32.8	34.9	31.0
Sardegna	93.0	92.2	93.4	7.0	7.8	6.6
Regno	*85.1*	*85.1*	*85.8*	*14.9*	*14.9*	*14.2*
Gruppo settentr.	92.1	92.9	93.7	7.9	7.1	6.3
» centrale	89.3	87.4	89.6	10.7	12.1	10.4
» meridion.	72.4	70.9	70.9	27.6	29.1	29.1

La ripartizione regionale della ricchezza.

7. — *La ricchezza assoluta delle varie regioni.* — Valutare la ricchezza privata di ciascuna regione col metodo dell'intervallo devolutivo, dopo le critiche fondate mosse a questo metodo dal Gini, sarebbe fare opera vana. Si può invece ammettere che l'ammontare tassato delle trasmissioni a titolo gratuito di ciascuna regione sia proporzionale alla sua ricchezza privata, e determinarne così il grado relativo di ricchezza. L'ipotesi che l'annualità sia, in ogni regione, proporzionale alla ricchezza privata può accogliersi a condizione:

a) che l'intervallo devolutivo e il coefficente di evasione (1) siano gli stessi in tutte le regioni;

b) che l'influenza dei contratti tra vivi e delle variazioni della ricchezza privata sia eguale in tutte le regioni, oppure, se differenze in proposito esistono tra le varie regioni, queste si compensino tra loro (2).

Ammessa con questa riserva, la validità dell'ipotesi, ecco la percentuale della ricchezza assoluta con cui ciascuna regione concorre a formare la ricchezza privata del Regno (vedi p. 110).

Hanno particolare risalto nel prospetto il Piemonte e la Lombardia, che contribuiscono, da sè soli, per circa un terzo alla ricchezza totale. La loro posizione economica è tanto più degna di essere rilevata, in quanto non costituiscono che circa un quinto della superficie e un quarto della popolazione del Regno. Una visione più sintetica della ripartizione territoriale della ricchezza si ha considerando i gruppi di regioni. La ricchezza assoluta d'Italia è formata per più della metà dalle regioni settentrionali, per un settimo circa dalle centrali, per più di un quinto dalle meridionali e per circa un decimo dalle isole (3).

---

(1) Il Contento, nei lavori più sopra citati, ha studiato, non per le singole regioni, ma per gruppi di regioni (Nord, Centro, Sud, Sicilia e Sardegna) in quanto il fenomeno dell'evasione presenti una diversa intensità. Egli perviene, tanto per le trasmissioni gratuite immobiliari che mobiliari, alla conclusione che la tendenza all'evasione si svolge nel senso dell'aumento da nord a sud, con un massimo in Sicilia.

(2) Cfr. Gini, op. cit. pag. 243.

(3) Queste proporzioni concordano con quelle date dal Gini per i tre esercizi finanziari 1900-01 - 1902-03 (op. cit. pag. 244), che qui riportiamo:

Gruppo settentrionale	53.4
» centrale	16.3
» meridionale	20.6
Sicilia	8.7
Sardegna	1.0

Se si confrontano le quote della ricchezza con quelle della popolazione e del territorio di ciascun gruppo regionale (1) si vede che la ripartizione territoriale della ricchezza somiglia

Compartimenti	Ricchezza totale		
	1902–03 1905–06	1906–07 1909–10	1910–11 1913–14
Piemonte	16.2	15.1	14.1
Lombardia	17.3	16.9	16.8
Veneto	7.6	8.3	9.6
Liguria	5.3	7.1	6.1
Emilia	6.4	6.6	6.9
Marche	2.0	2.3	2.2
Toscana	7.2	7.8	6.8
Umbria	1.3	1.2	1.2
Abruzzi e Molise	3.0	3.1	3.3
Lazio	4.9	4.3	4.2
Campania	10.0	9.0	8.7
Puglie	5.3	5.3	5.1
Basilicata	1.1	0.9	1.0
Calabria	2.6	3.0	2.9
Sicilia	8.6	8.2	10.1
Sardegna	1.0	0.9	1.1
Regno	*100*	*100*	*100*
Gruppo settentrionale	52.8	54.0	53.5
» centrale	15.3	15.6	14.4
» meridionale	22.3	21.3	20.9

molto più a quella della popolazione, che a quella del territorio. Si osserva inoltre che la quota di ricchezza del settentrione supera alquanto la quota della popolazione, e notevolmente quella del territorio, mentre le quote di richezza degli altri gruppi regio-

(1) Le percentuali della popolazione si riferiscono ai dati sulla popolazione calcolata al 1 Gennaio 1912 (*Annuario statistico italiano*, Anno 1912); quelle del territorio ai dati sulla superficie geografica (*Annuario statistico italiano*, Anno 1915).

nali sono inferiori tanto alle quote della popolazione quanto a quelle del territorio. La ricchezza d' Italia appare nelle regioni settentrionali più concentrata di quello che lo sia la popolazione, mentre per il resto d' Italia si verifica il contrario.

	Ricchezza (1910-14)	Popolazione	Territorio
Gruppo settentrionale	53.5	45.1	36.3
» centrale	14.4	16.7	19.4
» meridionale	20.9	25.2	26.9
» isole	11.2	13.0	17.4
Regno	*100*	*100*	*100*

8. — *La ricchezza terriera, edilizia e mobiliare.* — Per determinare — in modo analogo a quello usato per la ricchezza globale — il grado relativo di ricchezza terriera, edilizia e mobiliare di ciascuna regione, conviene basarsi sul valore lordo dei terreni, dei fabbricati e dei mobili trasmessi a titolo gratuito, poichè mancano i dati sul loro valore netto. Perciò le percentuali, più sotto calcolate, mostrano in quali proporzioni le singole regioni concorrano a formare la ricchezza lorda terriera, edilizia e mobiliare di tutta la nazione (1).

Appare dal prospetto a pag. 112 come ogni regione contribuisca alla formazione di queste tre categorie di ricchezza con quote tra loro molto diverse e, naturalmente, diverse pure da quelle della ricchezza totale. Anche rispetto alla ricchezza terriera, all' edilizia e, più specialmente, alla mobiliare risulta prevalente, sebbene non nella stessa misura, la situazione del Piemonte, della Lombardia e, in genere, del gruppo settentrionale. Sensibilmente più elevato del contributo alla ricchezza globale è quello dell' Italia settentrionale alla ricchezza mobiliare, e quello dell' Italia centrale all' edilizia; più basso, invece, quello della Sicilia all' edilizia, e, quello dell' Italia meridionale e della Sardegna alla ricchezza mobiliare. L' importanza dunque che

(1) Cfr. Appendice T. 2.

spetta a ciascuna regione e a ciascun gruppo di regioni nella formazione della ricchezza nazionale varia a seconda della specie di ricchezza considerata.

Compartimenti	Ricchezza lorda								
	Terriera			Edilizia			Mobiliare		
	1902-03 1905-06	1906-07 1909-10	1910-11 1913-14	1902-03 1905-06	1906-07 1909-10	1910-11 1913-14	1902-03 1905-06	1906-07 1909-10	1910-11 1913-14
Piemonte . . .	15.5	14.8	14.1	13.7	13.2	11.9	17.5	16.1	15.1
Lombardia . .	15.1	15.8	15.0	18.0	18.9	18.3	20.0	17.7	18.5
Veneto	9.0	10.7	12.4	6.3	6.8	7.9	6.4	6.0	6.6
Liguria	2.7	2.9	2.3	8.1	10.5	9.1	6.9	10.1	8.6
Emilia	8.7	9.1	9.5	4.7	4.2	4.7	5.4	5.5	5.9
Marche . . .	2.9	3.3	3.0	1.4	1.6	1.5	1.4	1.6	1.6
Toscana . . .	7.1	7.4	6.3	7.8	8.1	7.0	7.8	8.8	7.9
Umbria . . .	2.0	1.6	1.8	0.9	0.8	1.0	0.9	0.9	1.0
Abruzzi e Molise	3.6	3.6	3.9	2.6	2.7	3.0	2.1	2.4	2.3
Lazio	5.2	3.5	3.3	5.9	6.4	6.7	3.9	4.5	4.3
Campania . . .	7.8	6.9	6.9	12.0	10.0	10.0	11.9	10.5	9.9
Puglie	6.3	6.2	5.9	5.7	5.3	5.4	3.7	3.9	3.6
Basilicata . . .	1.1	0.9	1.0	1.1	0.8	0.9	1.0	0.9	1.0
Calabrie . . .	3.1	3.6	3.6	2.1	2.2	2.1	2.3	2.7	2.6
Sicilia	8.6	8.5	9.8	8.3	7.4	9.3	8.2	7.8	10.2
Sardegna . . .	1.1	1.0	1.2	1.4	1.0	1.1	0.7	0.6	0.8
Regno	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*
Gruppo settentr.	51.0	53.3	53.3	50.8	53.6	51.9	56.2	55.4	54.7
» centrale .	17.2	15.8	14.4	16.0	16.9	16.2	14.0	15.8	14.8
» meridion.	21.9	21.2	21.3	23.5	21.0	21.4	21.0	20.4	19.5

9. — *La ricchezza media.* — In base all' ipotesi che la annualità devolutiva netta delle singole regioni sia proporzionale alla loro ricchezza privata, si possono calcolare anche degli indici della ricchezza media. Assumeremo come numeri indici della ricchezza media di ciascuna regione:

a) il rapporto dell'annualità devolutiva al numero delle successioni;
b) » » » » » alla superficie;
c) » » » » » alla popolazione;
d) » » » » » al numero degli abitanti sopra 21 anni;
e) » » » » » la numero delle famiglie;

facendo = 100 i rispettivi rapporti per il Regno.

Osserveremo ad *a*) che il numero delle successioni si riferisce alle medie dei tre periodi considerati e comprende tutte le successioni tante attive che passive (1); ad *c*) che il numero degli abitanti si riferisce alla popolazione di fatto, calcolata al 1 gennaio 1904, 1908 e 1912 (2); ad *d*) che il numero degli abitanti sopra i 21 anni si riferisce al 1 gennaio 1904 e 1908 e al 10 giugno 1912 e fu da me calcolato con interpolazione lineare; ad *e*) che il numero delle famiglie si riferisce al 10 febbraio 1905 e 1908 e al 10 giugno 1912 e fu pure calcolato con interpolazione lineare (3).

Ecco, pertanto, i numeri indici per le singole regioni e per i tre gruppi regionali nei periodi considerati:

---

(1) Appendice T. 3.

(2) Cfr. *Annuario statistico italiano*, Anno 1912.

(3) Indicando con k l'aumento del numero degli abitanti sopra 21 anni e delle famiglie, verificatosi tra i due censimenti 10 Febbraio 1901 e 10 Giugno 1911, e con n il numero dei mesi decorsi tra i due censimenti, sarà $\frac{12k}{n}$ l'aumento medio annuo del numero degli abitanti sopra 21 anni e delle famiglie, che si dovrà aggiungere al numero degli abitanti sopra 21 anni e delle famiglie nell'ultimo censimento, tante volte quanti sono gli anni decorsi tra l'ultimo censimento e le date in questione. In quanto agli abitanti sopra 21 anni, tra i quali furono compresi anche quelli di età ignota, va notato che nel censimento 10 Febbraio 1901 fu rilevato l'anno di nascita dei censiti, e che la loro classificazione per età fu fatta mediante calcoli e riferita al 1 Gennaio 1901: perciò s'è calcolato il numero degli abitanti sopra i 21 anni al 1 gennaio 1904 e 1908.

Compartimenti	1902-03 — 1905-06				
	Rapporto dell' ann. dev. al numero delle succ.	Ricchezza media per			
		unità di superficie	abitante	abitante sopra 21 anni	famiglia
Piemonte	98	158	161	154	148
Lombardia	165	205	130	130	134
Veneto	96	89	79	80	94
Liguria	134	290	161	149	156
Emilia	128	89	85	84	92
Marche	77	59	64	61	68
Toscana	116	85	91	90	101
Umbria	70	37	64	61	71
Abruzzi e Molise	51	52	70	67	66
Lazio	164	115	133	126	139
Campania	116	182	109	105	99
Puglie	84	79	88	87	79
Basilicata	46	31	76	74	62
Calabrie	63	49	64	64	54
Sicilia	75	95	79	80	72
Sardegna	30	12	42	41	40
Regno	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*
Gruppo settentrionale	120	145	121	118	125
» centrale	113	79	91	89	100
» meridionale	81	83	88	87	79

Compartimenti	1906-97 — 1909-10				
	Rapporto dell' ann. dev. al numero delle succ.	Ricchezza media per			
		unità di superficie	abitante	abitante sopra 21 anni	famiglia
Piemonte	89	148	153	145	140
Lombardia	155	200	125	124	128
Veneto	104	97	83	88	103
Liguria	169	385	208	194	202
Emilia	126	90	86	85	94
Marche	89	68	75	73	81
Toscana	129	93	100	98	111
Umbria	62	35	58	58	67
Abruzzi e Molise	52	54	75	71	70
Lazio	145	101	117	109	120
Campania	102	159	94	92	88
Puglie	95	79	89	88	79
Basilicata	46	27	69	67	57
Calabrie	67	57	75	76	63
Sicilia	73	91	78	77	69
Sardegna	28	11	36	36	35
Regno	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*
Gruppo settentrionale	119	149	122	120	127
» centrale	116	81	94	91	102
» meridionale	79	79	86	83	77

Compartimenti	1910-11 — 1913-14				
	Rapporto dell' ánn. dev. al numero delle succ.	Ricchezza media per			
		unità di superficie	abitante	abitante sopra 21 anni	famiglia
Piemonte	89	138	145	136	132
Lombardia	159	199	123	122	124
Veneto	116	112	95	101	117
Liguria	147	330	177	163	168
Emilia	134	95	90	89	99
Marche	86	65	70	70	78
Toscana	120	81	88	86	97
Umbria	68	37	65	63	73
Abruzzi e Molise	54	57	80	79	77
Lazio	133	99	110	105	114
Campania	96	152	93	90	85
Puglie	90	76	83	84	76
Basilicata	48	29	73	75	64
Calabrie	66	55	73	75	62
Sicilia	84	112	95	95	85
Sardegna	31	13	45	44	42
Regno	*100*	*100*	*100*	*100*	*100*
Gruppo settentrionale	121	147	120	119	124
» centrale	109	74	88	85	95
» meridionale	77	78	83	84	77

Quantunque i valori degli indici divergano in certi casi abbastanza sensibilmente tra loro — e più particolarmente differiscono il rapporto dell'annualità devolutiva al numero delle successioni e la ricchezza media per unità di superficie dalla ricchezza media per abitante, per abitante sopra 21 anni e per famiglia — pure permettono di fissare, almeno a grandi tratti, come la ricchezza media si ripartisca nelle regioni d' Italia. Il Piemonte, la Lombardia, il Lazio e la Liguria — la quale ultima primeggia tra queste regioni — hanno una ricchezza media maggiore di quella del Regno; pressochè uguale ad essa e anzi, secondo alcuni indici, talvolta leggermente più elevata il Veneto, l' Emilia, la Toscana e la Campania; minore, le altre regioni, ma non tanto notevolmente, ove si eccettui la Sardegna.

Dal quadro generale della ripartizione regionale della ricchezza media non risulta che il contrasto economico tra i vari compartimenti italiani sia tanto profondo, come s' è sostenuto, da più parti, in passato. Le nostre ricerche, benchè vertano su circoscrizioni territoriali molto meno estese dei gruppi di regioni studiati dal Gini, confermano la conclusione alla quale egli era

pervenuto, cioè, che la sperequazione economica tra le varie parti d'Italia non sia così grave come « da alcuni per interesse, da altri per imitazione si va affermando « (1).

Date le variazioni della densità della popolazione nelle singole regioni, la sperequazione della ricchezza media appare dagli indici per abitante, per abitante sopra 21 anni e per famiglia, minore che dall'indice per unità di superficie. Prescindendo da quest'ultimo indice la ricchezza media, considerata per gruppi di regioni, risulta nell'Italia settentrionale superiore alla ricchezza media del Regno; nell'Italia centrale all'incirca eguale o di poco inferiore, specialmente nel periodo 1910-11 - 1913-14, secondo gli indici per abitante, per abitante sopra 21 anni e per famiglia, alquanto superiore secondo il rapporto dell'annualità devolutiva al numero delle successioni; e infine inferiore nell'Italia meridionale (2).

Possiamo pertanto offrire come conclusione ai lettori i seguenti dati, scevri d'ogni pretesa di precisione, ma che hanno un valore sintetico e mnemonico: nell'Italia settentrionale la ricchezza media supera del 20 % quella del Regno, nell'Italia centrale la eguaglia, nell'Italia meridionale le è, invece, inferiore del 20 %.

I tre gruppi di regioni, in cui si può dividere l'Italia continentale, non si differenziano l'uno dall'altro, rispetto alla ric-

---

(1) Cfr. opera cit. pag. 246. Anche il Prof. F. Virgilii, discorrendo del libro del Gini, esprime l'opinione che la gravità della sperequazione non sia che una leggenda che s'è creata artificialmente allo scopo di sfruttarla politicamente. Cfr. *La ricchezza delle nazioni e la crisi economica*, estratto dagli « Studi senesi », vol. XXX, fasc. 4-5, pag. 10.

(2) Gli indici da noi calcolati concordano, in via generale, con quelli del Gini per il periodo 1900-01 - 1902-03 (op. cit. pag. 244), che qui riportiamo:

	Ricchezza media per			
	unità di superficie	abitante	abitante sopra 21 anni	famiglia
Gruppo settentrionale . .	147	121	122	127
» centrale	84	98	95	106
» meridionale . .	77	79	80	73
Sicilia	97	81	82	73
Sardegna	12	43	42	40

chezza media, tanto da giustificare le apprensioni di varia natura, che spesso si sono manifestate, per le dannose conseguenze politiche e sociali, che potrebbero derivare da un distacco economico troppo stridente tra le varie parti d'Italia.

Per quanto concerne l'Italia insulare: la Sicilia ha nei due primi periodi una ricchezza media un po' più scarsa dell'Italia meridionale, e nell'ultimo circa eguale a quella del Regno; la Sardegna, invece, viene ultima a grande distanza dalle altre regioni con una ricchezza media inferiore del 60 % a quella del Regno, sintomo questo di una situazione economica veramente misera.

10. -- *Le variazioni della sperequazione economica regionale nel tempo.* -- Le differenze della ricchezza media, che si riscontrano da regione a regione, possono considerarsi — se contenute entro certi limiti — come un fatto normale e fisiologico nella vita economica di uno Stato. La sperequazione economica esistente tra le varie regioni d'Italia non è, come s'è visto, molto grave, ciononpertanto sarà prezzo dell'opera indagare in quale senso tenda a variare. Allo scopo di vedere se la sperequazione vada aumentando o scemando nel corso del tempo, sarà d'uopo determinare quale sia la variabilità della ricchezza media. Se questa variabilità andrà crescendo, sarà aumentata anche la sperequazione, e viceversa. Si sono quindi calcolati degli indici di variabilità per ogni singola serie dei numeri indici della ricchezza media, e quale misura della variabilità s'è scelta la *differenza media* Δ (1).

	Δ		
	1902–03 1905–06	1906–07 1909–10	1910–11 1913–14
Rapporto dell'ann. dev. al numero delle succ. .	47.2	48.1	43.7
Ricchezza media per unità di superficie . . .	80.5	88.0	80.7
» » » abitante	39.8	42.6	35.0
» » » » sopra 21 anni .	37.7	39.7	32.2
» » » famiglia	40.6	44.1	35.7

(1) Per il significato e il calcolo della differenza media cfr. C. Gini: *Variabilità e mutabilità*, in « Studi economico giuridici della R. Università di Cagliari », Anno III, parte II.

Dal primo periodo (1902-03 - 1905-06) al secondo (1906-07 1909-10) la sperequazione economica tra le varie regioni italiane sarebbe leggermente cresciuta; dal secondo al terzo periodo (1910-11 - 1913-14) sarebbe scemata tanto notevolmente che, confrontando i valori di Δ del primo e del terzo periodo, si può constatare una sensibile diminuzione, salvo per la variabilità della ricchezza media per unità di superficie, che appare costante. Sembra quindi lecito affermare che dal 1902 al 1914 la sperequazione economica tra le varie regioni si sia mantenuta da principio quasi stazionaria e sia andata poi rapidamente decrescendo (1).

---

(1) Cfr. in proposito GINI, op. cit. pagg. 253-256, nelle quali si prova che « stando alle tasse di successione, converrebbe dire che la sperequazione è andata per un certo tempo aumentando, ma che ora va diminuendo ». Questa diminuzione della sperequazione apparirebbe dalle tasse di successione posteriori al 1902, e precisamente dal rapporto dell' ammontare annuo delle tasse di successione nel 1902-1903 - 1903-1904 all'ammontare annuo nel 1907-1908 - 1908-1909.

APPENDICE

Tab. 1.

Valore netto medio annuo (000 omessi)

Compartimenti	Successioni			Donazioni		
	1902–03 1905–06	1905–07 1909–10	1910–11 1909–14	1902–03 1905–06	1906–07 1909–10	1910–11 1913–14
Piemonte . . .	161.690	169.540	182.820	16.050	15.840	14.840
Lombardia . .	177.750	193.080	222.390	12.720	13.440	12.450
Veneto. . . .	78.070	96.140	126.480	5.180	5.930	7.240
Liguria. . . .	52.240	80·160	78.600	6.540	6.640	6.290
Emilia	65.100	75.110	90.600	5.700	5.230	6.550
Marche. . . .	18.700	23.850	26.400	3.210	4.470	4·160
Toscana . . .	70.570	87.210	87.100	8.330	8·900	8.540
Umbria . . .	12.200	12.720	15.620	1.680	1.730	1.980
Abruzzi e Molise	24.720	28.260	34.900	8.180	9.580	10.820
Lazio	48.730	43.430	51.910	4.810	8.920	6.320
Campania. . .	84.190	78.280	86.930	29.680	31.930	34.080
Puglie	41.520	45.450	48.690	16.260	19.000	22.020
Basilicata. . .	7.560	7.430	9.130	4.320	4.010	4.850
Calabrie . . .	19.290	25.500	27.570	9.290	11.260	13.170
Sicilia	63.360	65.570	97.530	30.970	35.170	43.840
Sardegna . . .	10.400	10.170	13·980	780	860	990
Regno	*936.090*	*1.041.900*	*1.200.650*	*163.700*	*182.910*	*198.140*
Gruppo settentr.	534.850	614.030	700.890	46.190	47.080	47.370
» centrale	150.200	167.210	181.030	18.030	24.020	21.000
» merid. .	177.280	184.920	207.220	67.730	75.780	84.940

TAV. 2. *Valore lordo medio annuo* (000 omessi) *delle trasmissioni a titolo gratuito*

Compartimenti	1902-03 — 1905-06				1906-07 — 1909-10				1910-11 — 1913-14			
	Terreni	Fabbricati	Mobili	In complesso	Terreni	Fabbricati	Mobili	In complesso	Terreni	Fabbricati	Mobili	In complesso
Piemonte	81.160	33.160	77.370	*191.690*	85.920	38.840	72.750	*197.510*	92.540	41.690	75.490	*209.720*
Lombardia	79.140	43.400	88.160	*210.700*	91.930	55.690	79.700	*227.320*	98.880	64.130	92.420	*255.430*
Veneto	47.050	15.160	28.370	*90.580*	61.890	20.060	26.910	*108.860*	81.760	27.560	32.990	*142.310*
Liguria	14.210	19.440	30.290	*63.940*	16.680	31.070	45.780	*93.530*	15.210	31.780	42.700	*89.690*
Emilia	45.410	11.370	23.650	*80.430*	52.720	12.500	24.960	*90.180*	62.310	16.310	29.190	*107.810*
Marche	15.270	3.420	6.060	*24.750*	19.420	4.730	7.230	*31.380*	19.940	5.180	8.210	*33.330*
Toscana	36.940	18.770	34.290	*90.000*	42.980	24.020	39.620	*106.620*	41.620	24.510	39.610	*105.740*
Umbria	10.500	2.160	4.030	*16.690*	9.370	2.460	4.270	*16.100*	11.550	3.610	5.040	*20.200*
Abruzzi e Molise	19.030	6.360	9.310	*34.700*	21.120	7.930	10.710	*39.760*	25.760	10.460	11.670	*47.890*
Lazio	27.410	14.300	17.380	*59.090*	20.280	18.970	20.360	*59.610*	22.010	23.280	21.250	*66.540*
Campania	40.510	28.870	52.480	*121.860*	40.290	29.660	47.470	*117.420*	45.390	35.050	49.120	*129.560*
Puglie	32.890	13.750	16.380	*63.020*	36.020	15.570	17.580	*69.170*	39.090	18.990	18.100	*76.180*
Basilicata	5.870	2.600	4.400	*12.870*	5.470	2.500	4.060	*12.030*	6.490	3.170	5.230	*14.890*
Calabrie	15.970	5.170	9.970	*31.110*	21.070	6.380	12.010	*39.460*	23.450	7.390	12.970	*43.810*
Sicilia	45.180	20.040	36.120	*101.340*	49.260	21.790	35.420	*106.470*	64.530	32.670	51.090	*148.290*
Sardegna	5.890	3.330	2.950	*12.170*	5.850	3.040	2.700	*11.590*	7.830	3.990	3.840	*15.660*
Regno	**522.430**	**241.300**	**441.210**	**1.204.940**	**580.270**	**295 210**	**451.530**	**1.327.010**	**658.360**	**349.770**	**498.920**	**1.507.050**
Gruppo settentrionale	266.970	122.530	247.840	*637.340*	309.140	158.160	250.100	*717.400*	350.700	181.470	272.790	*814.960*
» centrale	90.120	38.650	61.760	*190.530*	92.050	50.180	71.480	*213 710*	95.120	56.580	74.110	*225.810*
» meridionale	114.270	56.750	92.540	*263.560*	123.970	62.040	91.830	*277.840*	140.180	75.060	97.090	*312.330*

Tav. 3.

Numero medio annuo delle successioni

Compartimenti	1902–03 1905–06	1906–07 1909–10	1910–11 1913–14
Piemonte	23.523	24.602	23.841
Lombardia	14.915	15.714	15.810
Veneto	11.227	11.649	12.301
Liguria	5.694	6.052	6.182
Emilia	7.175	7.553	7.737
Marche	3.655	3.749	3.805
Toscana	8.781	8.776	8.538
Umbria	2.566	2.742	2.773
Abruzzi e Molise	8.445	8.667	9.007
Lazio	4.219	4.259	4.700
Campania	12.703	12.741	13.540
Puglie	8.906	7.981	8.410
Basilicata	3.355	2.947	3.095
Calabrie	5.921	6.435	6.618
Sicilia	16.388	16.245	18.087
Sardegna	4.903	4.710	5.144
Regno	*142.376*	*144.822*	*149.588*
Gruppo settentrionale	62.534	65.570	65.871
» centrale	19.221	19.526	19.816
» meridionale	39.330	38.771	40.670

Alfonso de Pietri-Tonelli

Le fonti internazionali della Statistica commerciale

(Europa)

Ci proponiamo di dare un'idea sommaria intorno agli attuali ordinamenti della Statistica commmerciale dei diversi paesi e intorno all'indole dei dati relativi, che, prima degli ultimi rivolgimenti avutisi nei territori doganali e delle profonde variazioni monetarie, avevano assunto un notevole valore, anche come indici sintetici della vita economica degli Stati.

Nella nostra esposizione ci occuperemo delle diverse parti del mondo nell'ordine seguente: Europa, America, Asia, Oceania, Africa.

Per ciascuna parte del mondo considereremo i diversi Stati, nell'ordine alfabetico del loro nome italiano.

Daremo per ogni paese le informazioni che abbiamo potuto raccogliere direttamente, e non senza fatica, intorno al titolo ed alla periodicità delle diverse pubblicazioni di Statistica commerciale e intorno agli organi da cui emanano.

E per ciò che si riferisce al contenuto di tali pubblicazioni, forniremo notizie, molto sobrie, intorno ai territori doganali a cui si riferiscono i dati delle diverse statistiche commerciali, intorno agli organi ed ai sistemi della raccolta e dell'elaborazione dei dati, intorno alle misure delle quantità ed a quelle dei valori, riferendo anche intorno agli organi, ai modi ed ai criteri della valutazione; come pure intorno alle destinazioni esterne ed interne considerate, e infine intorno alle classificazioni più generali adottate per le merci e per le categorie del commercio.

E ci permetteremo anche di segnalare le lacune e le deficienze che risultano più evidenti, nei casi singoli e in generale, come pure, non mancheremo di ricordare i desiderata di semplicità, rapidità ed uniformità delle statistiche commerciali, concordemente espressi dai pratici e dagli studiosi, ai fini dell'utilità commerciale,

economica, politica e scientifica e della possibilità dei confronti, nel tempo e nello spazio, dei dati degli scambi fra paese e paese.

Cercheremo in seguito di tenere a giorno la rassegna, colle aggiunte e le modificazioni che si renderanno necessarie, per le informazioni che riusciremo a procurarci o che ci saranno cortesemente fornite, rimandando intanto, per maggiori particolari, alle nostre *Lezioni di Politica commerciale.* Parte 2ª. *Il commercio estero sotto l'aspetto statistico* (Rovigo, in corso di stampa, a dispense).

I. Europa.

Nell'Austria-Ungheria, il *Handels statistischer Dienst des K. K. Handelsministeriums*, Wien, pubblicava mensilmente, con ritardo di poche settimane, gli stati provvisori: *Statistische Uebersichten, betreffend den auswärtigen Handel des Vertragszollgebietes der beiden Staaten der oesterreichisch-ungarischen Monarchie*, (ultimi pel Giugno 1914) e annualmente gli stati definitivi: *Statistik des auswärtigen Handels des Vertragszollgebietes der beiden Staaten der oesterreichisch-ungarischen Monarchie* (ultimi per l'anno 1916) nel 1914 ridotti da 4 a 3 volumi, eliminando il 3° e denominando 3° il 4°: *I. Band, Spezialhandel; II. Band, Vormerkverkehr—Durchfuhr; III. Band, Verkehr mit den einzelnen Herkunfts- und Bestimmungsländern*; *IV. Band, Hauptergebnisse.*

La *K.K. Statistische Zentralkommission* includeva nell'*Oesterreichischen Statistischen Handbuch* (ultimo: XXXV. Jahrgang, 1916-1917) un capitolo, l'XI, sull'*Auswärtiger Handel.*

I dati della statistica commerciale si riferivano al territorio doganale contrattuale dei due stati della monarchia austro-ungarica, stabilito dall'accordo avutosi alla fine del 1907 e che comprendeva la Bosnia-Erzegovina e il principato di Lichtenstein, ma non riguardava i comuni di Jungholz e Mittelberg e i territori degli ex-porti franchi di Trieste e Fiume.

La raccolta avveniva, in Austria, in base alle dichiarazioni statistiche, che non riguardavano i valori, ed erano organi della raccolta gli uffici doganali, gli uffici postali, le stazioni del confine e il servizio della statistica commerciale del Ministero del commercio, al quale pervenivano i dati raccolti: in Ungheria, sulla base delle dichiarazioni doganali dagli uffici doganali, dal Ministero del commercio e dall'amministrazione dei tributi e delle rendite e nella Bosnia-Erzegovina, sulla base delle dichiarazioni doganali dal governo locale. Le quantità venivano espresse, in via provvisoria nelle

pubblicazioni mensili e in via definitiva in quelle annnali, sempre per mezzo del sistema metrico decimale, riducendo tutte le espressioni quantitative in pesi.

I valori erano espressi in corone austro-ungariche: in via provvisoria nelle pubblicazioni mensili, cioè sulle stime dell'anno precedente e in via definitiva in quelle annuali. Fino al 1874 si usavano i valori ufficiali, invariati per lunghi periodi. Sino al 1878 si aggiunsero i valori medi commerciali al confine, stabiliti da una speciale commissione. Dal 1876 i valori commerciali furono fissati annualmente da una commissione permanente. Col riordinamento della statistica, dal 1° Gennaio 1891 si specificarono meglio i valori e si riprese la valutazione del transito, omessa dal 1879 al 1890 eppoi ancora omessa dal 1894. Nel commercio annotato si davano i valori soltanto pel commercio di perfezionamento, adottando i valori del commercio libero od altri particolari.

Riguardo alle provenienze ed alle destinazioni, si avevavano 56 denominazioni e si cercava di rilevare la provenienza reale e la destinazione definitiva. Nelle pubblicazioni mensili si teneva conto soltanto delle più importanti prevenienze e destinazioni.

Le merci venivano classificate secondo le categorie della tariffa doganale e i numeri e le lettere della statistica, in base all'elenco del 1° Luglio 1906, un po' diverso da quello doganale. Il transito aveva un elenco speciale. Si procedeva ad un raggruppamento per: Materie greggie, Semifabbricati, Fabbricati, Metalli preziosi e monete.

Le categorie commerciali erano quelle del commercio speciale (costituito principalmente dal commercio libero) del commercio annotato (comprendente il perfezionamento in paese e l'altro movimento annotato all'entrata, il perfezionamento all'estero e l'altro movimento annotato all'uscita) e del transito. Le statistiche mensili riguardavano il commercio libero, quelle annuali anche il commercio annotato, coi dati più diffusi del commercio di perfezionamento.

Difetto principale, era quello di non imporre generalmente la dichiarazione statistica negli altri paesi dell'Impero, all'infuori dell'Austria e nel non comprendere in tali dichiarazioni, anche in Austria, il dato del valore, continuando nel sistema, certo più difettoso e troppo lento, della valutazione ufficiale, che vale a fornire in ritardo dati ben poco reali e sicuri.

Nel Belgio il *Service de statistique commerciale* dell' *Administration des contributions directes*, etc. del *Ministère des Finances*, Bruxelles, pubblicava, ogni anno, il *Tableau du commerce de la Belgique avec les pays étrangers*, e pubblica tuttora mensilmente il

Bulletin du commerce spécial de la Belgique avec les pays étrangers (reso trimestrale col 1921) coi dati provvisori per l'anno in corso e definitivi per l'anno precedente.

Il *Ministère de l'Intérieur* pubblica l'*Annuaire statistique de la Belgique et du Congo belge* (ultima annata 1913), che nel *Resumé comparatif des principales données de l'Annuaire, suivi d'aperçus statistiques internationaux*, reca un paragrafo sul *Commerce de la Belgique avec les pays étrangers* e un altro sul *Commerce;* negli *Aperçus internationaux*, *II. État économique*, reca un paragrafo sul *Commercie spécial* dei diversi paesi e porta poi in seguito un capitolo *Commerce*. Lo stesso ufficio pubblica il *Bulletin trimestriel* con dati sul commercio speciale.

I dati della statistica commerciale belga si riferiscono al territorio politico.

Essi vengono raccolti dagli uffici doganali, in base alle dichiarazioni di entrata e di uscita.

Le quantità sono espresse colle misure del sistema metrico decimale e ridotte in pesi.

I valori sono espressi in franchi e nella pubblicazione annuale, per le merci libere e per quelle colpite da dazi specifici, erano, dal 1847, valori ufficiali, riveduti ogni anno da una commissione amministrativa, che era venuta sostituendo ai valori medi generali quelli per provenienze. Per le merci colpite da dazi al valore e per qualche altra, si teneva conto del valore dichiarato. In ogni caso si trattava di valori al confine. Nelle pubblicazioni mensili i valori erano fondati sulle stime dell'annata precedente e valevano soltanto in via di approssimazione. Ora si tratta di valori dichiarati dagli importatori e dagli esportatori, verificati dalla dogana e in seguito controllati dal Servizio della statistica e da una Commissione ufficiale istituita a tale scopo.

Le provenienze e le destinazioni sono quelle reali e si ha una lista provvisoria con 117 paesi.

Le merci, tanto all'importazione, quanto all'esportazione sono numerate fino a 541, riunite in gruppi, alla loro volta uniti in classi, in base alla classificazione internazionale di Bruxelles. (I. Animali vivi; II. Generi alimentari e bevande; III. Materie greggie o parzialmente lavorate; IV. Prodotti fabbricati; V. Metalli preziosi e monete d'oro e d'argento).

Le categorie commerciali erano quelle dell'importazione (commercio generale e commercio speciale) e dell'esportazione (commercio generale e commercio speciale); del transito all'entrata ed all'uscita. Dal 1912 si è soppressa la categoria del commercio

generale. Ma essa si può facilmente ricostruire, unendo al commercio di importazione e di esportazione il transito. E si tiene conto delle merci straniere dichiarate in consumo, di quelle belghe o nazionalizzate esportate, di quelle messe in consumo uscite dai depositi, delle ammissioni temporànee, della riesportazione di merci ammesse in franchigia temporanea, totale o parziale, del transito per deposito, delle merci esportate collo scarico dei diritti d'accusa. Dal 1903 si annota il movimento del numerario, compresi i minerali d'oro e d'argento e l'oro e l'argento non lavorati.

Il Belgio ha adottato il sistema moderno delle dichiarazioni, ma si lamenta la loro inesattezza, risultando inadeguato il controllo doganale immediato ed apparendo inefficace e certo poi tardivo quello successivo della Commissione, il quale fa indugiare anche la pubblicazione dei dati definitivi.

Nella Bulgaria, la Direzione generale della statistica pubblicava ogni anno la *Statistica del commercio del Regno di Bulgaria coi paesi stranieri* ecc. ogni trimestre il *Movimento commerciale della Bulgaria coi paesi stranieri*, ecc. e ogni mese i dati principali nel *Bollettino mensile della Direzione generale della statistica del Regno di Bulgaria*, ma non ci è riuscito di sapere dalla Direzione della statistica se quelle pubblicazioni vengano continuate.

Comunque i dati si riferivano al territorio politico.

Essi venivano raccolti dalle dogane.

Valeva, per le quantità, il sistema metrico decimale.

I valori erano espressi in leva. Prima del 1898 i valori erano stabiliti dagli agenti doganali, senza uniformità, adottando, per taluni beni, dei saggi di valutazione stabiliti dal Ministero delle finanze. Dal 1898 i valori erano stabiliti dalla Direzione della statistica, in base alle dichiarazioni degli importatori e degli esportatori. I valori erano quelli alla frontiera.

Le provenienze e le destinazioni erano quelle commerciali.

Nella Ceco-Slovacchia lo *Státni Úřad Statistický*, Praha (*Statistisches Staatsamt*, Prag; *Office de Statistique d'État*, Prague) publica i *Zprávy Státního Úřadu Statistického* (*Mitteilungen des Statistischen Staatsamtes; Rapports de l' Office de Statistique d' État de la République Tchéco-Slovaque*) compilati dalla IV sezione del detto ufficio. Per l'anno 1920 i numeri usciti che si occupano del commercio estero sono l' 1, il 3, il 4, il 7, l' 8, il 9, il 10 e il 12. Lo stesso ufficio pubblica: *Československy Statisticky věstnik (Bulletin de Statistique de la République Tchéco-Slovaque)* (ultimo

Rŏcknik II (II^{e} année) *Sesit* 4-5 (*Cahier* 4-5) Břesen 1921 (Mars 1921)) ed ha pubblicato anche: *Statisticka příručka republiky Československe* I, Praha 1920 (*Statistisches Handbuch der Čechoslovakischen Republik*, I, Prag, 1920; *Manuel Statistique de la République Tchéco-Slovaque* I, Prague, 1920). Col 1921 appariranno dei *Sunti trimestrali del commercio estero.*

I dati si riferiscono al territorio della nuova repubblica.

Le quantità sono espresse per peso (q. tonn.) o per pezzi, ovvero per peso e per pezzi.

Per la determinazione dei prezzi non si è ancora stabilita la Commissione che li deve fissare nei riguardi del commercio estero. Soltanto i dati del 1919 sono espressi provvisoriamente in corone ceco-slovacche.

Le provenienze e le destinazioni esterne si riferiscono a pochi paesi, non molti di più di una decina, e soltanto pei dati provvisori del 1919 se ne indicano 41.

Le merci vengono classificate secondo le LI classi della tariffa doganale austriaca e non sempre coi numeri della statistica.

Si hanno le sole categorie dell'importazione, dell'esportazione, e si indica talora il transito, pure coi paesi di provenienza e di destinazione, sempre secondo le specie del trasporto: per via terrestre (cioè per ferrovia, per posta, per vettura, e pel commercio al minuto di confine) e per via fluviale (per l'Elba e pel Danubio).

Sarebbe desiderabile che, approfittando della nuova organizzazione del servizio della statistica commerciale, si abbandonassero i vecchi e torpidi metodi, soprattutto per la valutazione, prendendo a modello, almeno a tal riguardo, non il sistema austriaco, ma altri più moderni e perfetti.

Nella Danimarca lo *Statistiske Departement*, Köbenhavn, pubblica nella raccolta: *Danmarks Statistik*, *Statistisk Tabelvaerk*, *Femte Raekke*, *Litra D.*, annualmente: *Danmarks Vareindförsel og -Udförsel*, pubblicazione ridotta dallo scoppiare della guerra; mensilmente, in quaderni, eppoi annualmente in volumi, nella raccolta *Handelsstatistiske Meddelelser: Vareomsaetningen med Udlandet*; e pubblica inoltre lo *Statistisk Aarbog* (ultimo 1919) coi dati sullo Scambio di merci fra la Danimarca e l'estero nel 1918-17-16, per quantità, colle unità, l'importazione e l'esportazione e sul Valore dello scambio della Danimarca coi diversi paesi dal 1913 al 1917; e per le Isole Féroë coll'Esportazione di alcune merci importanti 1914-18; per la Groënlandia coi Prodotti spediti nella Danimarca propriamente detta nel 1917-18 e i Valori degli invii annuali per

la Groënlandia nel 1913-18; per l'Islanda coll'Importazione e l'esportazione nel 1915-16 (quantità e valori). Nei Quadri internazionali, (compilati di concerto coi Servizi statistici della Norvegia e della Svezia) l'Annuario dà il valore del commercio dei principali paesi coll'estero, in milioni di corone scandinave nel 1913 (merci importate, esportate; importazioni ed esportazioni di monete e di verghe per monete; valore totale dello scambio per abitante) e secondo i dati più recenti.

I dati si riferiscono al movimento doganale della sola Danimarca propriamente detta, notandosi a parte il movimento delle I. Féroë, dell'Islanda e della Groenlandia.

I dati sono raccolti dagli uffici doganali.

Le quantità sono espresse colle unità del sistema metrico decimale.

I valori sono misurati in corone scandinave e sono valori medi ufficiali, determinati annualmente dall'Ufficio centrale della statistica, udito il parere dei competenti; tali valori vengono applicati senza distinzione di paesi, alle quantità dichiarate.

Le provenienze e le destinazioni sono quelle commerciali, e si notano a parte i movimenti del porto franco di Copenaga, i movimenti dei depositi e i movimenti riguardanti paesi non specificati. Si notano anche: lo scambio estero e le principali importazioni ed esportazioni per uffici doganali.

Le merci sono distinte in base alla nomenclatura statistica per gruppi, ecc. ed a quella della tariffa doganale; si tengono a parte i movimenti degli articoli agricoli.

Si hanno diverse categorie commerciali, che non figurano tutte nelle pubblicazioni mensili. Così si notano: l'importazione generale e quella speciale (importazione generale, meno l'esportazione di merci straniere) l'esportazione speciale (di merci indigene) e di merci straniere (riesportazione) e l'esportazione generale (di merci indigene e straniere affrancate, di merci dei depositi di credito e di transito, tolto il semplice transito).

Nella Finlandia si hanno: « *Suomen virallista tilastoa* » *ovat seuraavat kauppa- ja merenkulkutilastolliset julkaisut aikaisemmin ilmestyneet:*

I. *Kauppa ja merenkulku*: 2-10 *Suomen ulkomainen kauppa ja merenkulku vuosina* 1866-70; 1871-75; 1876-78; 1879-80; 1881-82; 1883-84; 1885-86; 1887-88; 1889-90; *Helsingissä*, 1872-93; 11-22 *Suomen kauppa ja laivaliike Venäjän ja ulkovaltojen kanssa sekä tullilaitoksen ylöskanto vuosina* 1891-902. *Helsingissä*, 1903.

I. *A. Kauppa. Vuosijulkaisuja*: *23-36 Suomen kauppa Venäjän ja ulkovaltojen kanssa sekä tullilaitoksen ylöskanto vuosina* 1903-16. *Helsingissä*, 1914-18.

Kuukausijulkaisuja: Suomen kauppa Venäjän ja ulkovaltojen kanssa. Tammikuu 1904 - *Toukokuu* 1918, *Helsingissä*, 1904-18.

Nel *Suomen Tilastollinen Vuosikirja, uusi sarja. Kuudestoista vuosikerta* 1918. *Tillastollisen Päätoimiston Julkaisema, Helsinki* 1919 (Annuario statistico della Finlandia. Nuova serie. Sedicesima annata, 1918. Pubblicazione dell'Ufficio Centrale di Statistica. Helsinki, 1919) si ha un diffuso capitolo sul Commercio estero. (*Ulkomaankauppa*).

Nella pubblicazione *Die Republik Finnland, eine wirtschaftliche und finanzielle Uebersicht, herausgegeben von dem statistischen Zentralamt, Helsinki* (Helsingfors), 1920, c'è un capitolo sul Commercio estero.

Già prima dell'indipendenza finlandese, i dati della statistica commerciale si riferivano al movimento commerciale della Finlandia coll'estero e colla Russia, di cui la Finlandia faceva parte soltanto politicamente.

Organi della statistica commerciale sono i posti doganali e l'amministrazione delle dogane.

Le quantità sono espresse nelle misure del sistema metrico decimale.

I valori si esprimono in marchi finlandesi. E si tratta di valori di stima, al confine, ottenuti, in parte, fissando dei prezzi medi per tutti i paesi e in parte, per certe merci indicate dai regolamenti doganali, esigendo la indicazione diretta degli importatori od esportatori, all'atto della dichiarazione doganale.

Nelle pubblicazioni mensili si davano, in generale, le quantità e solo per certe merci i valori.

Le provenienze e le destinazioni sono quelle commerciali, per le merci trasportate per acqua, o quelle limitrofe, per le merci trasportate per ferrovia o con rotabili, ma si escludeva un tempo il transito per la Russia di merci straniere e quello per altri paesi di merci russe. Dato anche tale sistema della rilevazione, le provenienze e le destinazioni figurano in numero limitato. Si tiene conto dei modi di trasporto (per mare, pel lago Ladoga, per ferrovia, per la frontiera russa di terra e per quella svedese, per la posta) e del movimento per posti di dogana.

Le merci importate e quelle esportate sono distinte in 34 classi, coi numeri della statistica. Quelle colpite da diritti doganali sono contrassegnate anche dai numeri della tariffa.

Si tiene conto dell' importazione, dell' esportazione, della riesportazione di merci importate dall' estero e messe nel commercio libero. Si notava il transito ferroviario sotto il controllo doganale diretto: *A*, dall'estero alla Russia; *B*, dall' estero all' estero; *C*, dalla Russia all'estero; *D*, dalla Russia alla Russia. Si segnano inoltre il movimento e le rimanenze nei depositi e il deposito-transito.

Le esportazioni e le importazioni sono distinte a seconda dello scopo e del grado di lavorazione (Materie prime e articoli semiconfezionati; Macchine, mezzi di trasporto, ecc. Altri prodotti industriali; Derrate alimentari e di godimento).

Le esportazioni sono ripartite a seconda delle branche industriali (Agricoltura e derivate; Silvicoltura e industria del legno; Industria della carta; Industria tessile; Industria del cuoio; Metallurgia; Industria minerale; Industria del tabacco; Altre industrie; Altre branche di industria).

Una maggior uniformità nel sistema della valutazione, da ottenersi coll'estensione del sistema delle dichiarazioni controllate; una più minuziosa e sicura specificazione delle provenienze e delle destinazioni: sono i perfezionamenti che più si impongono, e con maggiore urgenza, nella statistica commerciale della nuova repubblica.

Nella FRANCIA la *Direction générale des douanes* del *Ministère des Finances*, Parigi, pubblica ogni anno il *Tableau général du commerce et de la navigation*, che dal 1896 è diviso in due volumi. Il *Premier volume* riguarda il *Commerce de la France avec ses colonies et les puissances étrangères;* ogni mese pubblica i *Documents statistiques réunis par l'Administration des douanes sur le commerce de la France*, pei due anni precedenti e per quello in corso.

Il *Ministère du commerce* pubblica gli *Annales du commerce extérieur.*

Il *Département du commerce et de l' industrie* pubblica i *Rapports de la Commission permanente des valeurs de douane.*

Il *Ministère des Colonies, Office colonial*, pubblica le *Statistiques du Commerce de Colonies françaises.*

Nell'interesse della difesa nazionale, il governo aveva stabilito, durante la guerra, di dare carattere confidenziale alle statistiche doganali posteriori al 1916, mentre già pel 1914 si erano ridotti i dati delle pubblicazioni ufficiali.

Il *Ministère du Travail et de la Prévoyance sociale, Statistique générale de la France*, pubblica l'*Annuaire statistique de la*

France, che pel 1916-17-18 reca soltanto i *tableaux rétrospectifs*, in causa dell' interruzione delle statistiche, prodotta dalla guerra. Sotto il titolo *Commerce*, si hanno diversi quadri: I. *Commerce extérieur. Importations et exportations. Résumé par nature de produits (commerce général et spécial) depuis 1840, numéraire non compris.* II. *Commerce extérieur spécial (numéraire non compris). Poids totaux. Valeurs des importations et des exportations des céréales, des vins et des textiles, depuis 1840.* III. *Commerce extérieur de la France avec divers pays. Commerce spécial, importations et exportations depuis 1827.* IV. *Prix de diverses marchandises depuis 1857 (valeurs à l' importation, d' après les évaluations de la Commission des valeurs en douanes): 1° Prix d' un certain nombre d' objets d' alimentation*; *2° d' un certain nombre de matières minérales et 3° de divers produits.* Nella parte *Divers Pays*, nel capitolo *Commerce*, si trovano i quadri: III. *Commerce extérieur de divers pays, depuis 1800. IV. Commerce extérieur par catégorie de marchandises: États Unis depuis 1821; Allemagne depuis 1872*; *Russie depuis 1872; Austriche-Hongrie depuis 1894; Royaume-Uni depuis 1891; Italie depuis 1892.*

I dati si riferiscono al movimento commerciale coll' estero, coll'Algeria, colle colonie francesi, coi paesi di protettorato francese, alla grande pesca del territorio doganale, costituito dal territorio politico della Francia, comprese la Corsica e le altre isole del litorale e dal Principato di Monaco, cui si è aggiunto, in seguito all' unione doganale, il Lussemburgo. Gli scambi fra le zone che si erano neutralizzate (paese di Gex e zona francese dell'Alta Savoia) e l'estero, aventi luogo senza ricorso al territorio doganale, non erano compresi nelle rilevazioni statistiche.

Organi della raccolta sono le dogane e specialmente le principali, e l'Amministrazione doganale elabora i dati.

Le quantità sono espresse colle unità del sistema metrico decimale. Dal 1896 si hanno i quadri indicanti in tonn. di 1000 Cg. i pesi totali, per ogni classe di merci importate ed esportate, per natura di prodotti e per modo di trasporto.

I valori sono espressi in franchi. Prima del 1847 si usavano valori fissi (*valeurs officielles*), stabiliti, fino dal 1826, da una commissione speciale. Dal 1847 si sono adottati i valori ufficiali (*valeurs actuelles*). Essi sono stabiliti dalla Commissione permanente dei valori di dogana, presso il Ministero del commercio, col concorso delle Camere di commercio, utilizzando i prezzi rilevati dalle dogane e altrimenti.

I valori ricercati sono quelli al confine: e si fissano, separando le importazioni dalle esportazioni, ma senza distinguere le provenienze e le destinazioni; mirando ad ottenere il prezzo medio di ogni categoria di prodotti nell'anno al quale i valori si riferiscono.

I documenti statistici pubblicati mensilmente recano le cifre definitive, coi tassi delle relative annate, pei due anni precedenti quello in corso, e per quest'ultimo recano le cifre provvisorie, ottenute coi tassi dell'anno precedente.

Negli stati annuali di sviluppo delle importazioni si riferiscono i tassi medi di valutazione dell'annata, separando talora quelli dei beni di consumo, da quelli dei beni in transito; negli stati annuali di sviluppo delle esportazioni si riferiscono i tassi medi di valutazione, separando talora quelli delle merci francesi o nazionalizzate, da quelli delle merci in transito.

Nel caso raro di merci colpite al valore, si seguiva il metodo della dichiarazione del valore, annotandolo nella statistica colla quantità. Dal 1° Dicembre 1906 è in vigore un Decreto del Ministro delle finanze, che richiede la dichiarazione del valore dagli importatori e dagli esportatori, anche pei beni esenti da dazio e per quelli colpiti da dazi specifici. E i valori dichiarati devono poi venire pubblicati.

Le provenienze e le destinazioni sono in genere quelle effettive attuali, ma si seguono in certi casi regole speciali per ottenere le provenienze e le destinazioni reali. Si considerano 70 paesi di provenienza e di destinazione. Si distinguono i diversi modi di trasporto. Per la Corsica si ha un conto speciale per le relazioni coll'Italia. Nella pubblicazione mensile si tiene conto di un numero ristretto di provenienze e di destinazioni ed i dati relativi vanno soggetti a correzione.

Tanto all'importazione, quanto all'esportazione, le merci sono distribuite, a seconda della natura e qualità, in una nomenclatura ufficiale, pressochè identica all'entrata ed all'uscita e che porta i numeri fino a 1488, numeri che la tariffa d'entrata agglomera in un'elencazione assai più ristretta, che giunge fino al numero 654, non seguendo sempre la progressione della nomenclatura ufficiale.

I numeri della nomenclatura sono poi riuniti in 34 capitoli, raggruppati in 4 grandi sezioni: Materie animali; Materie vegetali; Materie minerali; Prodotti della fabbricazione; Oro, argento e biglione.

Nel riassunto, dal 1881, si riuniscono le merci, importate ed esportate, a seconda della loro specie e del loro impiego, in: *1*) Og-

getti d'alimentazione; *2*) Materie necessarie all'industria; *3*) Oggetti fabbricati.

Il commercio estero si distingue in commercio generale di importazione, commercio speciale d'importazione, che può superare il primo, riguardando anche le merci estratte dai depositi, per essere passate al consumo, le quali possono essere state rilevate in un periodo anteriore nel commercio generale; vengono poi il commercio generale di esportazione e il commercio speciale d'esportazione. Particolare rilievo è dato al commercio di perfezionamento. Si pongono anche a confronto le importazioni e le esportazioni di prodotti similari, per conoscere l'importazione dei prodotti stranieri necessari al consumo francese (dedotta l'esportazione di prodotti similari) e l'esportazione dei prodotti del suolo e dell'industrie francesi (dedotte le importazioni corrispondenti).

Sarebbe desiderabile che venisse sollecitato anche in Francia il passaggio dal sistema antiquato e tardivo dei valori ufficiali a quello più rapido e migliore, fondato sul controllo dei valori dichiarati dai commercianti per ogni partita importata od esportata.

Nella GERMANIA il *Kaiserliches Statistisches Amt* (ora *Statistisches Reichsamt*) pubblicava annualmente, nei *Jahresbände der Statistik des Deuschen Reichs*, l'*Auswärtiger Handel* (2 vol.) (l'ultimo è del 1913 (vol. 270 e 271). Quelli del 1914 e del 1915 non furono pubblicati, in causa della guerra); trimestralmente, nei *Vierteljahrshefte zur Statistik des Deutschen Reichs*, i dati riassuntivi dell'importazione e dell'esportazione (commercio speciale) generalmente nel quaderno II o III (l'ultimo fu pubblicato, pel 1913, nel 1914); mensilmente i *Monatliche Nachweise über den auswärtiger Handel Deutschlands* (sospesi dopo il quaderno di Giugno del 1914).

Lo stesso ufficio pubblica lo *Statistisches Jahrbuch*, che reca un capitolo (VII) sul Commercio estero (sospeso dal 1916 al 1919) ed aveva un capitolo (XXIII) sui Protettorati tedeschi (sospeso pure dal 1916 al 1919).

Riassunti delle statistiche commerciali e dati ad ogni dieci giorni si trovavano anche nel *Deutschen Reichsanzeiger* (non pubblicati nel 1914-916).

Anche lo *Statistisches Handbuch für das Deutsche Reich* conteneva una parte dedicata al commercio estero.

Poi si ha la *Graphische Darstellung: Der auswärtige Handel des d. Wirtschaftsgebietes (vor dem 1 März 1906 « des d. Zollgebietes ») in den Jahren 1889 bis 1912*: *I. Im ganzen; II. Mit*

den wichtigsten fremden Ländern (Russland, V. St. v. Amerika, Grossbritannien, Oesterreich-Ungarn, Frankreich), 1913.

Il *Reichskolonialamt* (sostituito ora dalla *Kolonialzentralverwaltung* presso il *Reichsminister für Wiederaufbau*) pubblicava: *Die deutschen Schutzgebiete in Afrika und Südsee. Amtliches Jahresbericht* (ultimo 1912-13).

Soltanto in occasione della Conferenza finanziaria internazionale di Bruxelles, la Delegazione tedesca pubblicò un Memoriale sulla condizione finanziaria della Germania, con dati intorno al commercio estero pel 1919 e pei primi 5 mesi del 1920. Ma nelle importazioni restarono escluse quelle entrate pei territori occupati, comprese le importazioni proibite; nelle esportazioni furono incluse quelle a titolo di riparazione; e i prezzi di molte merci pel 1920 furono gli stessi del 1919. In seguito non si ebbero altre statistiche.

Il territorio della statistica commerciale tedesca, anche avanti gli ultimi mutamenti derivati dalla guerra, aveva subito diverse modificazioni, che erano valse ad estenderlo: il 15 Ottobre 1888, il 1° Maggio 1891 ed il 1° Marzo 1906. Dopo quest'ultima variazione, si annotava anche il commercio dei territori extradoganali, ad eccezione dell'I. Helgoland e dei territori extradoganali del Baden.

L'onere della raccolta e della prima annotazione dei dati statistici era devoluto agli uffici doganali e delle imposte e ai posti di denuncia, mentre spettava all'Ufficio statistico l'elaborazione dei dati trasmessigli.

Le quantità venivano espresse in diversi modi, salvo a ridurle poi sulla base di 1 dz = 100 Cg.

I valori erano espressi in marchi.

Nei primi mesi dell'anno, l'Ufficio statistico convocava il Consiglio della statistica commerciale, per la fissazione dei valori soggetti a stima e per il controllo di quelli dichiarati. Nella fissazione dei valori unitari, il Consiglio, formato su larga base, doveva avere riguardo ai prezzi medi annuali per le singole specie di merci, comunicati dalle corporazioni commerciali e dai singoli industriali e commercianti o rilevati dall'Ufficio statistico; doveva determinare i valori per l'intero movimento di importazione di una data specie di merci e pei diversi quantitativi e le diverse voci della tariffa doganale, separando anche, fin dove era possibile, le diverse provenienze. I valori da segnarsi erano quelli al confine, ma senza tener conto dei dazi d'uscita. Sino alla fine d'Aprile del 1909 la dichiarazione del valore riguardava una piccola percentuale di beni commerciati. Col 1° Maggio 1909 si estese l'obbligo della dichiarazione del valore ad un numero più grande di merci, sopratutto all'espor-

tazione. Dal 1° Aprile l'obbligo della dichiarazione fu stabilito per tutte le esportazioni e per un certo numero di importazioni.

I valori unitari delle merci non completamente dichiarate furono stabiliti: per le importazioni, mediante il computo, sulle quantità, dei valori fissati per la parte relativa della tariffa; per l'esportazione, in base ai valori dichiarati.

Il transito veniva annotato pel solo peso, cioè senza il valore.

Nella pubblicazione mensile si procedeva al calcolo provvisorio del valore delle merci per le quali non si avevano le dichiarazioni di valore.

Dal 1906 le provenienze e le destinazioni reali si erano sostituite, fin dove era stato possibile, a quelle commerciali e si aveva poco meno di un centinaio di indicazioni geografiche.

Dal 1° Marzo 1906 era entrato in vigore un nuovo elenco statistico delle merci, adattato alla tariffa doganale del 25 Dicembre 1902. E dal 1° Gennaio 1912 si era sostituito un nuovo elenco, che rappresentava uno sminuzzamento della tariffa doganale. Tanto all'importazione, quanto all'esportazione, le merci erano distinte in 19 gruppi. Il commercio speciale si distingueva in 4 ripartizioni: I. Materie greggie per scopi industriali, comprese le merci semi-preparate; II. Merci preparate; III. Alimenti e generi di consumo; IV. Animali viventi.

Tanto le importazioni, quanto le esportazioni riguardanti i singoli paesi, venivano distinte in base alla classificazione internazionale uniforme di Bruxelles.

Il commercio estero veniva distinto in: commercio speciale di importazione e di esportazione, commercio complessivo, e, unendo a quest'ultimo il transito, si aveva il commercio generale, distinto pure in commercio generale d'importazione e commercio generale d'esportazione.

L'ulteriore estensione del territorio doganale e l'introduzione del nuovo elenco delle merci, conseguitisi col 1° Marzo 1906, avevano variato il commercio speciale assai meno di quello complessivo.

Uno speciale risalto veniva dato al commercio di perfezionamento all'interno, per conto nazionale e per conto straniero e all'estero.

Si annotavano anche le merci tedesche di ritorno dall'estero; i movimenti dei depositi doganali veri e proprî, dei territori franchi, dei territori extradoganali, dei porti franchi, ecc.

Riprendendosi alla fine la statistica commerciale pel nuovo territorio, risultante dalla guerra, sarebbe da completare l'adozione

del sistema delle dichiarazioni dei valori, estendendone l'obbligatorietà a tutte le importazioni e sistemandone il controllo.

Nella GRAN BRETAGNA e IRLANDA lo *Statistical Department* del *Board of Trade*, London, pubblica ogni anno: *Trade and Navigation; Annual Statement of the Trade of the United Kingdom with Foreign Countries and British Possessions* (1919, ultimo) *Compared with the four preceding years. Compiled in the Statistical Office of the Customs ad Excise Department, vol. I, II; Supplement to volumes I, II, Abstract and detailed Tables showing Countries of consignment and Countries of ultimate destination of exports;* ogni mese: *Trade and Navigation of the United Kingdom: Monthly Accounts relating to Trade and Navigation of the United Kingdom*; come pure: *Monthly Accounts relating to the Trade and Commerce of certain Foreign Countries and British Possessions;* settimanalmente i dati dell'importazione dei principali prodotti agricoli si trovano in: *The Board of Trade Journal*, che esce il Mercoledì e reca talora diffusi supplementi.

Dati di statistica commerciale del Regno Unito, dei dominî e possedimenti britannici e dei paesi stranieri si trovano anche negli *Statistical Abstracts*, che sono pubblicati dal *Commercial Department, Board of Trade*, London, e riassumono le altre statistiche ufficiali, alla distanza quindi di qualche anno, e in altre pubblicazioni, quali: *Statistical Abstract for the Principal and other Foreign Countries in each year from* 1901 *to* 1912 (ultimi) *(as far as the Particulars can be stated); Statistical Abstract for the United Kingdom; Statistical Abstract for the Several British Oversea Dominions and Protectorates; Statistical Tables relating to British Self-Governing Dominions, Colonies, Possessions and Protectorates. Part* XXXVII, 1912 (ultimi); *Statistical Abstract for the British Empire in each year from* 1899 *to* 1913 (ultimo); *Statistical Abstract relating to British India, from* 1908-09 *to* 1917-18 (ultimo); *Statistical Abstract for the Colonies*; *British Trade in British West Africa, Straits Settlements, British Guiana and Bermuda*; *Annual Colonial Reports,* ecc.

Si ha anche il *Tenth* (ultimo) *Report of the Commissioners for the year ended March 31,* 1919 per la *Customs and Excise Revenue.*

Le statistiche commerciali britanniche registrano il movimento del Regno Unito di Gran Bretagna e Irlanda (compresa l'Isola di Man e le altre isole adiacenti dei mari inglesi; escluse le isole della Manica) coi paesi stranieri e coi domini e possedimenti inglesi; come

pure il movimento commerciale dei paesi stranieri, dei dominî e possedimenti inglesi.

Le quantità, nelle statistiche del Regno Unito, dei dominî e dei possedimenti, sono espresse in base all' *Imperial Statute System of Weights and Measures*. Nelle statistiche dei diversi paesi, sono dati i quadri dei diversi pesi e delle misure straniere, come pure delle monete, cogli equivalenti del sistema britannico.

Le dichiarazioni degli importatori e degli esportatori, riguardo alle quantità ed ai valori, sono controllate dagli agenti doganali, tenuto conto dei prezzi correnti.

I valori, che per qualche articolo costituiscono l' unico dato, sono espressi il Lst. I valori dell' importazione rappresentano il costo, l'assicurazione e il nolo al porto di sbarco (*cif*) ovvero l'ultimo valore venale, quando i beni sono spediti per la vendita, escluso sempre il dazio, se deve pagarsi; i valori delle esportazioni rappresentano il costo e le spese della consegna a bordo e sono conosciuti come « *free on board* » *values (fob)*. Per le monete d' oro e d' argento britanniche, si dà il valore nominale, per quelle straniere il valore mercantile.

In seguito alle raccomandazioni del *Departmental Committee on Trade Records*, si nota il paese di spedizione (*country of consignment*) e quello di ultima destinazione (*country of ultimate (final) destination*) possegga o no uno scalo. Fino al 1908, si notavano i paesi di imbarco e di sbarco, a scapito di quei paesi senza scali proprii o che in parte si servivano di scali altrui; ma dal 1904 al 1913 si hanno dati supplementari, pei confronti fra il vecchio e il nuovo sistema.

Un conto particolare si riferisce al movimento dei principali porti.

Le merci all'importazione ed all'esportazione sono distinte in gruppi (Alimenti, bevande e tabacco; Materie greggie ed articoli principalmente non manufatti; Articoli interamente o principalmente manifatturati; Miscellanea e non classificati (inclusi i pacchi postali, non colpiti da dazio); i gruppi sono suddistinti in sottogruppi, segnati con lettere e comprendenti le voci.

Si considerano le importazioni totali e nette (tolte le riesportazioni); le esportazioni di merci prodotte e manufatte nel Regno Unito, e di merci forestiere e coloniali.

Si mettono in rilievo le importazioni colpite da dazio e quelle non colpite; le quantità degli articoli colpiti da dazio e trattenute pel consumo interno, con deduzione delle sopraentrate e le riesportazioni di beni che abbiano pagato dazio e dei beni soggetti a

restituzione. A parte si notano i *transhipments under bond*, come pure i beni esenti, entrati in transito, importati ed esportati con polizza di carico.

Coll' espressione *Special Imports* si intendono tutte le importazioni di prodotti stranieri e coloniali e i manufatti usati e consumati o trasformati nel Regno Unito in articoli di esportazione, per distinguerle dalle merci straniere e coloniali esportate in seguito senza trasformazione. Le importazioni speciali non si possono accertare esattamente al tempo dell' importazione, ma risultano approssimativamente dalla differenza fra le importazioni e le esportazioni di merci straniere e coloniali.

Coll' espressione *Special Exports* si intendono i prodotti del Regno Unito e tutti i beni manifatturati nel Regno Unito e ricavati da prodotti nazionali o stranieri, a diversità delle esportazioni di merci straniere e coloniali in transito, esportate nella stessa forma nella quale furono importate e comunemente conosciute sotto il nome di *Re-exports*, o riesportate senza una modificazione sensibile di valore, anche se sono state assortite o imballate.

Speciali categorie di merci sono escluse dalle statistiche delle importazioni ed altre da quelle delle esportazioni.

L' adozione dello speciale sistema di pesi e misure, da una parte, e dall' altra la frequente considerazione dell' anno finanziario al posto di quello civile, caratteristiche comuni del resto alle statistiche commerciali di tutti i paesi che subiscono l' influenza inglese: rendono le stesse statistiche britanniche, fornite per altro verso di notevoli pregi e bastevoli di per sè stesse a dare un' idea del commercio dei diversi paesi del mondo, poco paragonabili direttamente colle molte altre statistiche che non seguono lo stesso sistema.

Nella GRECIA la *Direction de la Statistique* (*Διευθυνσις στατιστικης*) presso il *Ministère de l' Économie Nationale*, Athènes (*Υπουργειον εθνικης εν Αθηναις*) pubblica annualmente la *Statistique du commerce spécial de la Grèce avec les pays étrangers* (*Στατιστικη του ειδικου εμποριου της Ελλαδος μετα των ξενων επικρατειων*) (ultimo 1917) e mensilmente il *Bulletin Mensuel du commerce spécial de la Grèce avec les pays étrangers* (*Μηνιαιον δελτιον του ειδικου εμποριου της Ελλαδος μετα των ξενων επικρατειων*).

Dal 1914 i dati della statistica commerciale si riferiscono al territorio della Vecchia e della Nuova Grecia.

La statistica commerciale greca è di data recente ed anche più recente ne è il riordinamento su basi meno imperfette. Ne

sono organi: gli uffici doganali e la Direzione della statistica, presso il Ministero dell'Economia nazionale.

Le quantità delle merci dovrebbero essere espresse nelle unità del sistema metrico decimale, ma di fatto valgono le unità usuali della tariffa, fra le quali sono da annoverare vecchie misure nazionali e manca, per quello che del resto potrebbe valere, una riduzione delle diverse espressioni quantitative in pesi.

I valori sono espressi in dramme o franchi greci. Ai prezzi immutevoli, che duravano da tempo ed erano ben lontani dai prezzi reali, si sono sostituiti, almeno teoricamente, dei prezzi medi annuali, al confine, indipendentemente dalle provenienze: prezzi da stabilirsi, per via di stima approssimativa, da una Commissione centrale permanente, istituita presso il Ministero delle finanze: ciò che induce a pubblicare le statistiche mensili coi valori provvisori dell'anno precedente.

Per le provenienze e le destinazioni si sono di proposito preferite quelle commerciali alle reali, e si considerano 16 paesi, compresi i « Paesi diversi » e non compresi i 3 paesi della Nuova Grecia (Macedonia, Epiro, Isole) avendosi così, in tutto, 19 provenienze e destinazioni. E si considera anche il movimento per dogane.

Alla classificazione della tariffa, per categorie (XX), distinte in classi (304 per l'importazione e 130 per l'esportazione) si è apportata una modificazione, accrescendo le classi dell'importazione a 365.

La categoria del commercio generale è stata soppressa, trovandosi che, colla restrizione del commercio di transito, essa riusciva spesso una vana ripetizione della categoria del commercio speciale.

È facilmente ammesso che alla statistica commerciale della Grecia sfuggono, specialmente all'esportazione, talune merci che non presentano interesse fiscale. Il sistema della valutazione, già di per se stesso antiquato e tardivo, risulta anche non completamente applicato. Il movimento per paesi non è chiaramente rilevato e trascura di proposito le provenienze reali. La classificazione delle merci, avendo scopi puramente doganali, fornisce dati riassuntivi, dove occorrerebbe denominare i singoli prodotti, come ad es. quelli agricoli, per stabilire le relazioni esistenti fra la produzione, l'importazione e il consumo, e conoscere i paesi di rifornimento, ecc. Il riordinamento affatto recente e tuttora incompleto della statistica, oltre alle variazioni territoriali, non consentono di spingersi addietro nei confronti, senza imbattersi in dati divergenti, oltre che non paragonabili fra di loro.

In ITALIA, l' *Ufficio Trattati e della Legislazione doganale,* della *Direzione Generale delle Gabelle,* del *Ministero delle Finanze,* Roma, pubblica: ogni anno il *Movimento Commerciale del Regno d' Italia,* Parte Prima, Seconda (Vol. I e II) e Terza; ogni mese: *Statistica sul commercio speciale d' importazione e di esportazione.* Annualmente si pubblicano: la *Tabella indicante i valori delle merci dell' annata per le statistiche commerciali* e, negli *Annali del Commercio*: gli *Atti della Commissione centrale dei valori per le dogane.*

L' *Ufficio centrale di statistica* del *Ministero dell' Industria, del Commercio e del Lavoro,* pubblica l' *Annuario statistico italiano,* che reca un capitolo (XII) sul Commercio con l' estero.

Annuari privati, come quello del prof. R. BACHI, dell' Università di Macerata (*L' Italia economica*) (ultimo pel 1919), come i *Cenni statistici sul movimento economico dell' Italia,* della Banca Commerciale Italiana (id.), riproducono ed illustrano i dati del commercio estero.

La statistica commerciale registrava il movimento coll' estero di tutto il territorio politico del regno, restando fuori dalla linea doganale i depositi franchi e i due versanti fra la sommità delle Alpi e le frontiere di Nizza e di Susa, dichiarati neutrali colla Convenzione internazionale del 7 Marzo 1861.

Soltanto ora si viene determinando completamente il nuovo territorio politico risultante dalla guerra.

Organi della statistica commerciale italiana sono tutti gli uffici doganali e in particolar modo quelli principali ed internazionali, il Ministero delle finanze e specialmente l' Ufficio Trattati e Legislazione doganale.

Le unità di misura per le quantità sono quelle del sistema metrico decimale, oltre alla numerazione, ecc. ma non si opera la riduzione di tutte le quantità in peso.

I valori sono espressi in lire. Soltanto in pochi casi è obbligatoria la dichiarazione del valore da parte degli interessati, dichiarazione che, in certi casi, è controllata dall' autorità doganale, nell' interesse fiscale e statistico.

In tutti gli altri casi la rilevazione dei valori è compiuta dalla Commissione centrale dei valori per le dogane, presso il Ministero del Commercio, la quale stabilisce i valori medî unitari al confine, indipendentemente dalle provenienze e dalle destinazioni: valori medî unitari che devono essere approvati con decreto del ministro delle finanze.

I primi fascicoli della pubblicazione mensile di ogni anno recano i valori dell' anno in corso e di quello precedente, trovati provvisoriamente, coi tassi di valutazione fissati per l' anno anteriore; una volta stabiliti i valori per l' anno precedente quello in corso, i fascicoli mensili danno i valori divenuti definitivi per tale anno e quelli provvisori dell' anno in corso, coi detti tassi, stabiliti per l' anno precedente.

Dove riesce possibile, si indicano le provenienze e le destinazioni reali, non conoscendosi quelle, si segnano le provenienze e le destinazioni commerciali.

E si ha una lista con 77 indicazioni, comprese le provviste di bordo pei bastimenti nazionali e quelle pei bastimenti stranieri; distinguendo i paesi europei da quelli extra-europei, raggruppati a loro volta per continenti.

Ma la ripartizione delle merci importate ed esportate per paesi di provenienza e di destinazione si dà per intero soltanto nella statistica annuale. In quella mensile tale ripartizione si fa per le merci di maggior valore e pei paesi di maggior commercio, ai quali è dato particolare rilievo, includendo la Tripolitania e la Cirenaica.

Anche il commercio delle principali dogane trova particolare rilievo nella statistica commerciale italiana.

Riguardo alla classificazione delle merci, si hanno due nomenclature: quella della tariffa doganale attualmente in vigore, la quale comprende XIX categorie e 472 voci, distinte in sottovoci, colle lettere aggiunte ai numeri; quella della statistica, la quale segue la nomenclatura doganale, adottandone le categorie ed accrescendone le voci fino a 1202.

A seconda della natura dei prodotti, si distinguono poi le merci in: I. Materie prime per l' industria: Greggie; II. Semilavorate; III. Prodotti fabbricati; IV. Generi alimentari e animali viventi.

I dati del movimento di importazione e del movimento di esportazione, cioè i dati delle diverse destinazioni doganali, sono fusi insieme in due grandi partizioni: l' una del commercio generale e l' altra del commercio speciale, di cui l' una è compresa nell' altra, mentre poi tutte due escludono il transito.

Per l' esatta valutazione dei dati relativi al commercio speciale, tenuto conto dei diversi elementi che concorrono a costituirlo, sono poi indicati, in tavole separate: le merci importate temporaneamente, per servire come materie prime per la fabbricazione di

prodotti da esportare; le merci importate in esenzione da dazio, per servire alla costruzione o riparazione di navi; le merci importate a regime eccezionale di favore in virtù di leggi speciali o di clausole di trattati relativi al traffico di frontiera; i prodotti della macinazione dei cereali temporaneamente esportati; i prodotti esportati, fabbricati con materie prime importate temporaneamente dall'estero; i cereali esportati temporaneamente per la macinazione.

Le merci imbarcate come provviste di bordo, considerate come esportate, rientrano nel commercio speciale d'esportazione.

Particolare rilievo è dato, ma solo dal 1908, al movimento dei depositi doganali e dei depositi franchi; come pure è dato rilievo al movimento dei pacchi postali, alle merci di ritorno ecc. mentre, come in altri paesi, un certo numero di merci e certe specie di traffici sono esclusi dalle notazioni della statistica commerciale.

Riguardo alla statistica del commercio estero dell'Italia, si può notare che, a parte le quantità, i valori, pel modo della loro determinazione, per le stesse fonti cui vengono attinti, sono ottenuti troppo tardivamente in forma definitiva, per potere servire agli scopi commerciali e quando alla fine si riesce ad averli, non servono neppure come dato storico, perchè appaiono ben poco sicuri e specificati.

Sarebbe pertanto augurabile, per l'importanza economica e politica che hanno i valori commerciali, l'abbandono del sistema antiquato, erroneo e tardivo delle stime ufficiali e l'adozione, sull'esempio di quanto si è fatto in altri paesi, di un sistema più moderno, razionale e pronto di rilevazione dei valori, come appare quello dei valori dichiarati specificatamente dai commercianti e debitamente controllati dalle dogane; e gioverebbe forse anche, per l'uniformità e l'economia, il sistema di elaborazione e pubblicazione centralizzato in una sezione della statistica commerciale di un Ufficio generale della statistica, da crearsi sulla base di quello esistente presso il Ministero del commercio, come pure sarebbe da provvedersi a tipi di pubblicazioni più rapide di dati definitivi, più completi e sicuri anche pei valori.

E poichè a tali miglioramenti si dovrà pur venire, anche in Italia, a costo di spendere di più, ma anche meglio, di quanto si spenda ora, e con frutto invero poco soddisfacente, sarebbe forse conveniente approfittare degli attuali ampliamenti del territorio, che rendono già ben poco confrontabili i dati nuovi della statistica commerciale con quelli precedenti, per addivenire ad un radicale

riordinamento. evitando di dovere poi più tardi arrecare, col riordinamento, nuovi turbamenti alla confrontabilità dei dati successivi, nelle serie della statistica commerciale italiana.

A Malta il *Custom House* pubblica, per anno fiscale, i *Malta Trade Statistics. Customs.... (from 1st April...* to 31st *March...*).

I dati della statistica commerciale maltese si riferiscono al territorio politico del possedimento britannico e sono raccolti ed elaborati dalla dogana, in generale seguendo i metodi della Gran Bretagna.

Pei pesi e le misure, sebbene dal 1914 sia prescritto il sistema metrico, si impiegano anche delle unità locali, delle quali sono dati gli equivalenti nel sistema britannico.

I valori, come del resto le quantità, vengono accertati sulla base delle dichiarazioni degli importatori e degli esportatori ed espressi in Lst. All' importazione si calcola il costo, coll' assicurazione e il nolo fino allo sbarco e per le merci spedite per la vendita, l' ultimo valore; all' esportazione si nota il costo, coi gravami fino alla consegna a bordo.

Per la provenienza, si nota il paese di spedizione e per la destinazione, quella finale. Si indica il movimento col Regno Unito, colle Colonie britanniche, che si segnano negli elenchi in ordine alfabetico e coi Paesi stranieri, pure in ordine alfabetico negli elenchi.

La classificazione delle merci è pure quella britannica; (I. Alimenti, bevande e tabacco; II. Materie greggie ed articoli principalmente non manufatti; III. Articoli manufatti; IV. Miscellanea e non classificati; V. Oro e argento in verghe e monete); gli articoli sono poi in ordine alfabetico.

Per le categorie si considerano le importazioni (a parte le entrate pel consumo), le esportazioni (a parte i prodotti e i manufatti locali) e si tiene conto dei trasbordi in franchigia, col numero dei colli e il peso, ma senza il valore. Gli invii per pacchi, ormai quasi tutti colpiti da dazio, vanno sotto le rispettive intestazioni.

Alle statistiche maltesi si possono fare le obbiezioni che si sono fatte a quelle britanniche, nei riguardi della speciale periodicità e dello speciale sistema di pesi e misure.

Nella Norvegia lo *Statistiske Centralbyrå, Kristiania*, pubblica, nella raccolta: *Norges officielle Statistik*, ogni anno: *Norges Handel*; ogni mese: *Maanedsopgaver over Vareomsaetningen med*

utlandet; come pure lo *Statistisk Aarbok, for Kongeriket Norge*, con un capitolo (VII) sul Commercio, e nei Quadri internazionali, un quadro (G) sul Valore del commercio estero dei principali paesi.

I dati della statistica doganale norvegese si riferiscono al territorio politico.

Organi della raccolta e dell' elaborazione sono le dogane e l' Ufficio centrale della statistica.

Le quantità sono espresse nelle unità del sistema metrico e tradotte in Cg. contrassegnando i pesi calcolati dall' Ufficio centrale della statistica.

I valori sono espressi in corone scandinave.

Pei beni colpiti al valore, i valori vengono dichiarati dagli importatori. Negli altri casi, è l' Ufficio centrale della statistica che stabilisce i prezzi medi, secondo le informazioni fornite dai grandi importatori ed esportatori. Così i valori ufficiali vengono riveduti annualmente. E si tratta sempre di valori alla frontiera, cioè nei porti norvegesi.

I sommari mensili recano le quantità, ricavate dalle dichiarazioni degli importatori e degli esportatori, debitamente controllate; solo in pochi casi si danno i valori.

Nella pubblicazione annuale si considerano 36 paesi di provenienza e di destinazione; in quelle mensili si considera un numero più ristretto di destinazioni e pel solo legname.

Tanto i valori delle importazioni e delle esportazioni totali e per classi, quanto le quantità importate ed esportate delle principali merci sono distinti per dogane.

Tanto le merci importate, quanto quelle esportate, vengono distinte in 25 gruppi, coi numeri progressivi; i gruppi sono distinti talora in sottogruppi, colle lettere; i sottogruppi sono ancora distinti in altri sottogruppi, colle lettere, e ripartiti alfine in voci.

Nell' esportazione, per ogni gruppo si distinguono: I. le merci norvegesi, dalle II. merci straniere.

La tariffa doganale reca una speciale numerazione delle merci.

Inoltre le importazioni sono distinte ancora in 8 gruppi: 4 di prodotti pel consumo: *a*) oggetti alimentari; *b*) vestiario; *c*) suppellettili; *d*) oggetti d' arte; 4 di materie produttive: *e*) greggie; *f*) materiale navale; *g*) navi; *h*) macchine.

Le esportazioni invece sono distinte in 9 gruppi di prodotti: *a*) agricoli; *b*) dell' industria del legno; *c*) della caccia; *d*) della pesca; *e*) minerali non lavorati; *f*) semilavorati e lavorati; *g*) della filatura e tessitura; *h*) dell' industria della carta; *i*) di altre

industrie. L' esportazione complessiva e per gruppo viene sempre ripartita in merci norvegesi e merci straniere.

Come categorie commerciali si hanno: le importazioni di merci straniere, le esportazioni di merci norvegesi e quelle di merci straniere; il transito di merci svedesi e il movimento dei depositi di credito.

Dove si vede che il sistema della valutazione è piuttosto imperfetto, le pubblicazioni sono poco rapide ed anche ben poco complete.

In Olanda il *Bureau Central de Statistique des Pays-Bas, Division de la Statistique Commerciale, La Haye (Centraal-Bureau voor de Statistiek, Afdeeling Handelsstatistiek, 's Gravenhage)* pubblica ogni anno nei *Bijdragen tot de Statistiek van Nederland, Nieuwe Volgreegs, Uitgegeven door het Centraal Bureau voor de Statistiek: Statistique du commerce des Pays-Bas avec les Pays Étrangers.... (Jaarstatistiek van den In-, Uiten Doorvoer over...)*; ogni mese: *Bulletin mensuel du Commerce des Pays-Bas avec les Pays Étrangers: 1re partie: Importation, Exportation, Mouvement des entrepôts; 2me partie: Transit, Commerce général et mouvement dans les ports (Maandstatistiek van den In-, Uiten Doorvoer over.... 1e deel: Invoer, Uitvoer, Entrepotverkeer; 2e deel: Doorvoer, Totale Goederenverplaatsing, Havenverkeer)*; annualmente anche: *Jaarcijfers voor het Koninkrijk der Nederlanden, Rijk in Europa (Annuaire statistique du Royaume des Pays-Bas, Royaume en Europe)* (ultimo pel 1919) che reca un capitolo (VIII) sul Commercio.

I dati della statistica doganale olandese si riferiscono al territorio politico.

Un tempo la manipolazione del materiale statistico era devoluta principalmente agli uffici doganali, che trasmettevano i totali mensili ed annuali dei loro quadri di ricapitolazione all' Ufficio della statistica del Ministero delle finanze. Su tali basi, quell' Ufficio procedeva al lavoro di riunione e coordinazione, pubblicando le statistiche mensili ed annuali.

Dal 1° Settembre 1916 è la Divisione della statistica commerciale, della Direzione centrale della statistica, che procede alla raccolta ed all' elaborazione dei dati, desunti dai ricalchi, che riceve, dei documenti richiesti dalla dogana, anche per le merci esenti da diritti: documenti che vengono altresì tradotti in cifre convenzionali, per potere essere sottoposti alla manipolazione meccanica centralizzata e rapidissima.

Le quantità delle statistiche commerciali olandesi sono espresse nelle unità del sistema metrico e vengono poi convertite in pesi, espressi in K.G.

I valori sono espressi in fiorini olandesi. Abbandonato il sistema dei valori ufficiali permanenti, che era già in uso per la maggior parte delle merci del movimento commerciale e respinta anche la proposta di adozione dei valori ufficiali, da stabilirsi ogni anno, da una Commissione centrale dei valori, si è addivenuti, molto opportunamente, all'accoglimento del sistema, assai più perfetto, dei valori reali dichiarati. Tali valori vengono indicati all'entrata, sulla base del prezzo corrente nel paese, cioè sulla base della somma che nel giorno della dichiarazione si può chiedere dal venditore straniero di prima mano per la consegna delle merci nel paese, tolti i diritti di entrata secondo la tariffa. Non potendosi giungere a tale determinazione, si indica il prezzo di prima mano, nel luogo di provenienza, aggiungendo le spese di imballaggio, trasporto, assicurazione e senseria. All' uscita i valori devono venire indicati sulla base della somma che si considera poter essere chiesta per la consegna di prima mano. Non potendosi giungere a tale determinazione, si deve indicare il prezzo di acquisto di prima mano in Olanda, più le spese di imballaggio e di senseria. Per le parti separate di un oggetto, importate od esportate e non costituenti articoli commerciali, si stabilisce il prezzo in rapporto al prezzo dell' insieme al quale appartengono.

Nella pubblicazione annuale si dà il Quadro del valore medio delle merci importate ed esportate.

Nella pubblicazione mensile il valore è dato soltanto per le importazioni e le esportazioni; indicando il solo peso lordo pel movimento dei depositi, pel transito con e senza trasbordo e pel movimento totale delle merci.

Dalla erronea indicazione delle provenienze e delle destinazioni, la quale consentiva che nel movimento per terra si gonfiasse il commercio coi paesi limitrofi, si è passati, più che per disposizione di legge, per opportune e savie istruzioni impartite agli agenti, all' indicazione delle provenienze e delle destinazioni reali, tanto nel movimento per mare, quanto nel movimento per terra. Si è dato un elenco di 93 provenienze e destinazioni, compreso ciò che viene dal Mare o va al Mare, e si sono indicati i numeri e le abbreviazioni corrispondenti alle singole indicazioni. Col 1920 si è tenuto conto, dove è stato possibile, delle modificazioni dei territori doganali recate dalla guerra. Si è messo in rilievo speciale il com-

mercio colle colonie e coi principali paesi. Si è annotato il movimento dei porti e soprattutto dei principali. E si è dato, nei bollettini mensili, il movimento coi soli paesi coi quali il commercio assume una certa importanza.

Respinta, in occasione del riordinamento della statistica commerciale, la proposta di seguire, nella elencazione delle merci, l'ordine alfabetico, si sono adottate due nomenclature, tenendo presenti, più degli scopi fiscali, i bisogni del commercio, dell'agricoltura, dell'industria e della scienza. La nomenclatura *A*, che contiene più di 1000 articoli, e manca di certi numeri ordinali, per ragioni tecniche, riguardanti la scelta meccanica dei cartellini, si riferisce alle importazioni, alle esportazioni ed al movimento dei depositi. La nomenclatura *B*, che contiene 96 articoli, vale pel transito. Le merci delle due nomenclature sono distinte in 15 gruppi, eppoi in 6 gruppi, molto vicini a quelli della classificazione uniforme di Bruxelles (I. Animali viventi; II. Oggetti di alimentazione per l'uomo e gli animali e bevande; III. Materie greggie o semplicemente preparate: *a*) di provenienza animale; *b*) vegetale; *c*) minerale; IV. Prodotti fabbricati; V. Oro e argento lavorati e monete d'oro e d'argento; VI. Altre merci). Un elenco minuzioso indica le merci non comprese nella statistica.

Sino alla fine del Giugno 1919, le statistiche mensili erano date ancora in forma riassuntiva e collegate alle statistiche mensili del 1916 e degli anni precedenti, non comprendenti che le merci più importanti. Dal N.° del Luglio 1919, le statistiche mensili sono elaborate e pubblicate per tutte le merci.

Ogni N.° è composto coi dati che la Divisione della statistica commerciale ha ricevuto nel corso del mese e vede la luce attorno al 10 del mese successivo.

Le categorie commerciali considerate sono: le importazioni; le esportazioni; il movimento in transito, con e senza trasbordo.

Al quadro incompleto e tardivo del commercio generale, si è sostituito quello del movimento totale (importazione e transito ed esportazione e transito) delle merci per la frontiera, coll'indicazione dell'entrata e dell'uscita e del movimento dei porti.

La statistica del movimento dei depositi non tiene conto del deposito provvisorio, che pure è considerato nella legislazione doganale, ed assimila quello definitivo, che viene considerato, al soggiorno all'interno, cui segue l'uscita pel consumo interno o per l'esportazione. Dal 1920, oltre al peso, si nota anche il valore di un tale movimento.

Il commercio di perfezionamento viene annotato soltanto in parte e come importazione ed esportazione ordinarie, per le merci colpite da dazi, importate in franchigia, per essere riesportate dopo la lavorazione e per le merci spedite all'estero, per essere riparate, eppoi rientrate in paese.

Ma dal 1917 la statistica commerciale olandese è stata posta su nuove basi, è ricavata con un nuovo metodo ed è esposta in forma diversa, separando alfine le sorti della statistica commerciale da quelle della tariffa doganale.

Pei pregi notevoli ed i lievi difetti, che riescono del resto di difficile eliminazione, il sistema olandese rende manifesta la mano dello statistico di valore che lo ha foggiato e può pertanto, insieme al sistema di pochi altri paesi, venire consigliato, e preso senz'altro come un degno modello del genere.

Nel Portogallo, il *Ministério das Finanças, Direcção Geral da Estatística, 2ª Repartição,* pubblica per ogni anno civile: *Estatística Comercial. Comércio e Navégação*; ed ogni mese: *Estatística Comercial. Boletin Comercial e Marítimo, Publicação Mensal* (nel 1917 si sono pubblicati soltanto due bollettini: da Gennaio a Giugno e da Gennaio a Dicembre).

Fra le *Fólhas para vulgarização,* sono: *Sôbre o comércio na Europa desde 1897 a 1912; Sôbre comércio e navegação em Portugal desde 1895 a 1914; Sôbre o comércio e navegação em Portugal desde que estalou a conflagração europeia; A nossa exportação depois que rebentou a guerra; A exportação de Portugal nos anos de 1914 e 1915, por meses; Exportação de Portugal nos primeiros trimestres de 1915 e 1916; id. no segundo trimestre de 1915 e 1916; id. no terceiro e quarto trimestre de 1915 e 1916.*

La 4ª *Repartição — Estatistica Demografica e Industrial* pubblica l'*Anuário Estatístico de Portugal* (ultimi 1908, 1909, 1910, senza dati sul commercio estero).

I dati della statistica doganale portoghese si riferiscono al movimento commerciale, coll'estero e colle colonie, del territorio politico, comprese le isole di Madera e le Azore.

Organi della statistica commerciale sono le dogane e la Direzione generale della statistica del Ministero delle finanze.

Le quantità sono espresse nelle unità del sistema metrico decimale.

I valori sono espressi in *escudos*, o in *contos* od in *centavos*. Tanto all' importazione, quanto all' esportazione, i valori sono dichiarati. Le dichiarazioni degli importatori vengono verificate dalle autorità doganali.

La pubblicazione annuale reca i valori dichiarati (in *escudos*) e i valori medi (in *centavos*).

Per le provenienze e le destinazioni vige un sistema misto, reale e commerciale. Paese di provenienza è quello d' origine e se questo è sconosciuto, si indica il paese di imbarco con destinazione pel Portogallo. Paese di destinazione è quello dello sbarco.

La pubblicazione annuale indica 21 paesi nominati, poi « diversi paesi » 7 colonie portoghesi e « provenienze e destinazioni non menzionate ».

La pubblicazione mensile considera un minor numero di paesi.

Si considera il movimento per dogane e per porti della circoscrizione del Sud (5) del Nord (10) e delle isole (14).

Nel Bollettino mensile si considera il movimento delle dogane di Lisbona e Porto.

Le merci sono distinte per classi della tariffa: 1ª Animali vivi; 2ª Materie prime per le arti e le industrie; 3ª Fili, tessuti, feltri e loro lavori; 4ª Sostanze alimentari; 5ª Apparecchi, strumenti, macchine e utensili impiegati nella scienza, nelle arti, nelle industrie, nell' agricoltura, armi, imbarcazioni e veicoli; 6ª Manufatti diversi; in più nell' importazione: Tare. Le classi sono distinte in gruppi, coi numeri progressivi fino a 592, ripartiti in altri numeri, ripetuti talora più volte, con lettere diverse.

Le categorie generiche sono quelle del commercio generale e del commercio speciale; quelle specifiche sono le importazioni pel consumo, che comprendono le importazioni pel consumo, in esenzione eccezionale dai diritti; le esportazioni di merci straniere e coloniali, di merci nazionali e nazionalizzate, le riesportazioni di merci straniere; i trasbordi e i transiti internazionali; le merci provenienti dalle colonie portoghesi, riesportate in paesi stranieri; le merci riesportate nelle colonie portoghesi; le merci provenienti dalle colonie portoghesi, spedite per trasbordo e transiti per paesi stranieri; le merci spedite per trasbordo e transiti per le colonie portoghesi.

Con qualche ritocco e con una maggiore regolarità di pubblicazioni, il sistema portoghese della statistica commerciale potrebbe vantaggiosamente rispondere ai suoi scopi pratici e scientifici.

Nella ROMANIA la *Direction Générale de la Statistique (Direcțiunea Generală a Statisticei)* del *Ministère de l' Industrie et du Commerce (Ministerul Industriei și Comerțului)*, Bucarești, pubblicherà annualmente il *Comerțul exterior al României* (attualmente in corso di stampa) che terrà il posto del *Comerțul exterior al României și mișcarea portulitor, publicat de Ministerul de Finanțe, Direcția statisticei* (ultimo *pe anii 1913 și 1914*). Intanto ha pubblicato: *Buletinul Semestrial al Statisticei Comerciale, Fascicolo I, II. Importul și Exportul in semestrul al doilea și intregul an 1919. Date provizorii (Bulletin Semestriel de la Statistique Commercielle, Fascicule I, II; Importation et exportation de la Roumainie pendant le second semestre et l' année entière 1919. Chiffres provvisoires).*

Il segretariato della Direzione cura la redazione dell'*Anuarul statistic al României (Annuaire statistique de la Roumanie)*, che nella Parte X, Commercio, reca un Capitolo: *B*) Commercio estero; e cura la redazione del *Boletinul Statistic al României*, i cui numeri recano talora dati sul commercio estero, specialmente riguardo all' esportazione dei principali prodotti, come: cereali, petrolio e legname.

La nuova statistica commerciale si riferirà certamente anche ai territori rumeni riuniti al Regno di Romania nel 1918 (Bessarabia, Bucovina, Banato, Transilvania, Crisiana, Maracnures). Dal punto di vista della tecnica finora non si è apportata alcuna modificazione.

Sono organi della statistica commerciale rumena gli uffici doganali ed il Servizio della statistica commerciale della Direzione generale della statistica, creata presso il Ministero dell' industria e del commercio nel 1919, per unificare i diversi rami della statistica pubblica romena.

Il lavoro statistico è fatto sulla base delle dichiarazioni doganali, presentate dagli importatori e dagli esportatori.

Le quantità della statistica commerciale vengono espresse colle unità del sistema metrico decimale; sono registrate in base alle operazioni doganali e i totali delle importazioni e delle esportazioni sono espressi in tonnellate.

I valori sono espressi in *Lei*, sostituendosi, coll' unificazione monetaria, tale moneta alle corone ed ai rubli aventi corso nei territori gia appartenenti all' Impero austro-ungarico ed a quello russo.

Prima della guerra mondiale, si nominava di tanto in tanto, specialmente in occasione di modificazioni della tariffa doganale,

una Commissione dei valori, aggregata al Ministero delle finanze ed incaricata di rivedere i valori medi ufficiali, che erano unici per le diverse qualità e origini delle importazioni e si fondavano sui prezzi del mercato di Bucarest, per quanto già dal 1905 si procedesse annualmente alla revisione dei valori di certi articoli e trimestralmente a quella dei valori dei cereali. Nelle statistiche recenti, i valori sono stati stabiliti da una Commissione di specialisti, i quali hanno tenuto conto: tanto delle fatture presentate dai commercianti, quanto dei prezzi praticati nelle piazze interne del paese. Nello stesso tempo si è tenuto conto, per tutti gli articoli importati in grandi quantità, della differenza di valuta, secondo i paesi, prendendo per base della trasformazione della valuta straniera in lei, il cambio giornaliero effettivo, per poter dare alle cifre un valore il più possibile vicino al vero. E nel calcolo dei prezzi, si sono anche tenute in vista, nei limiti del possibile, le tariffe di trasporto e di assicurazione. In pochi casi, non essendosi potuto stimare il valore, che non era stato neppure dichiarato, si è registrata soltanto la quantità.

Paese di provenienza era quello della spedizione per la Romania, spedizione fatta direttamente o attraverso altri paesi, anche con mutamento dei mezzi di trasporto, escluso il caso di transazioni atte a nazionalizzare la merce. Ma buona parte delle merci notate come provenienti dalla Grecia e dalla Turchia, sono merci venute, le une dal porto franco di Salonicco e le altre sono merci manufatte a Costantinopoli e soltanto trasbordate in quei porti. Paese di destinazione era quello al quale la merce veniva realmente spedita.

Si indicavano le provenienze e le destinazioni per una ventina di paesi.

Le importazioni e le esportazioni vengono distinte per parti o grandi categorie o grandi gruppi di merci (I. Animali e prodotti animali; II. Prodotti del suolo; III. Prodotti del sottosuolo; IV. Prodotti combinati dei primi tre gruppi). Le parti contengono un certo numero di categorie (XXXV in tutto) le quali abbracciano gli articoli della tariffa (dall' 1 all' 853) coi numeri corrispondenti del repertorio statistico (dall' 1 al 2178).

Vi sono alcune categorie di merci che non figurano all' importazione.

Si consideravano le categorie commerciali dell' importazione, dell' esportazione; il movimento dei docks e depositi (entrate ed uscite pel consumo e per la riesportazione); il transito, il movimento dei porti.

È ben evidente che avanti di esprimere un giudizio sulla statistica commerciale rumena, conviene attendere di vederne completamente tradotto in pratica il nuovo ordinamento, tuttora in corso di attuazione e ritardato da difficoltà economiche.

Nella Russia imperiale il *Dipartimento delle dogane* di Pietrogrado pubblicava ogni anno (calendario giuliano) il *Sunto del commercio estero della Russia per le frontiere d' Europa e d'Asia (Obzor Tnietsnei Vorgovli Rossii po Europeiskoi i Aziatskoi Granitsam)*; ogni mese il *Commercio estero della Russia per la frontiera d' Europa* (*Vnietsniaia Torgovlia po Europeiskoi Granitsie)*; comunicava ogni settimana ad alcuni giornali i dati sull'esportazione dei cereali e delle farine.

Dall'inizio della guerra si davano delle tavole aggiuntive del commercio fra la Russia e la Finlandia.

Dopo le profonde modificazioni territoriali e l'instaurazione del nuovo regime, che finora ha potuto avere ben poche relazioni commerciali regolari coll' estero, non si hanno pubblicazioni note di statistica commerciale: e le ricerche che abbiamo fatto direttamente al riguardo non hanno avuto finora alcun esito.

Il *Ministero dell' Agricoltura* pubblicava una *Raccolta di dati statistico-economici (Ssornik Statistiko-economiceschik sviedienii god pervuii)*.

Si pubblicava anche la *Statistica dell' Impero russo (Statistika Rossiiskoi Imperii)*.

E il Comitato centrale della statistica curava l'edizione dell'*Annuaire statistique de la Russie*.

È inutile rilevare che tali pubblicazioni non sono più apparse in Europa e molto probabilmente sono del tutto cessate.

La statistica doganale registrava il movimento commerciale del territorio politico dell' Impero, ad eccezione della Finlandia e dei territori di Kiva e Bucara, non compresi nel territorio doganale. Senonchè, mentre i dati della pubblicazione annuale si riferivano a tutto il territorio doganale, circoscritto dalla frontiera europea e da quella asiatica; quelli della pubblicazione mensile si riferivano al solo movimento attraverso la frontiera europea, compresa la frontiera del Caucaso e del Mar Nero; e i dati comunicati settimanalmente si riferivano all'esportazione attraverso alle dogane più importanti.

Organi della statistica commerciale erano le dogane e l'Amministrazione doganale.

Essendo soltanto facoltativo il sistema metrico, le quantità erano date per mezzo delle unità di peso e misura dello speciale sistema russo.

I valori erano espressi in rubli. Vigeva il sistema delle dichiarazioni degli importatori e degli esportatori. Tali dichiarazioni erano fatte per iscritto, per le importazioni attraverso la frontiera europea e siberiana; verbalmente, per le importazioni e le esportazioni attraverso la barriera transcaucasica e del M. Caspio. Le dichiarazioni erano in genere molto specificate e rigorosamente controllate, cointeressando anche i doganieri, tenendo presenti i listini dei prezzi pei prodotti negoziati nelle borse. I valori erano quelli alla partenza, senza l'aggiunta delle spese di trasporto, assicurazione, ecc.

Si considerava paese di provenienza quello della vendita o del trasbordo, e di destinazione quello che appariva nei documenti del carico.

Le merci importate ed esportate erano riunite in grandi gruppi (I. Oggetti d'alimentazione; II. Materie necessarie all'industria e oggetti usati nella fabbricazione; III. Animali vivi; IV. Oggetti fabbricati).

Si notava l'importazione pel consumo, escludento le merci russe reimportate e le merci straniere importate in transito; l'esportazione di merci russe, escludendo le merci straniere riesportate e quelle esportate in transito.

Resterà a vedersi quanto dell'antico sistema si conserverà nel nuovo che si adotterà colla ripresa, che alla fine dovrà pur aversi, delle relazioni commerciali esterne e della loro rilevazione statistica.

In SERBIA la *Direzione delle dogane*, del *Ministero delle finanze*, Belgrado, pubblicava ogni anno (calendario giuliano) la *Statistica del commercio estero del Regno di Serbia* ed ogni trimestre il *Quadro del movimento del commercio estero del Regno di Serbia.*

Si pubblicava inoltre lo *Statistički godišnjak Kraljevine Srbije (Annuaire statistique du Royaume de Serbie)*, Belgrado.

Mancano tuttora le statistiche commerciali del nuovo Stato Serbo-Croato-Sloveno, i cui confini del resto non sono ancora del tutto precisati.

Le vecchie statistiche commerciali si riferivano all'antico territorio politico della Serbia.

Organi della statistica commerciale erano le dogane e l'Amministrazione doganale.

Nella Serbia era già usato, anche nelle tariffe doganali, il sistema metrico.

I valori erano espressi in *Dinara*. Gli importatori facevano le loro dichiarazioni, corredate dalla fattura, dalla lettera di vettura, ecc. e rigorosamente controllate dalle autorità doganali. I valori dovevano stabilirsi per le merci alla frontiera.

Si considerava come paese di provevienza quello della vendita e di destinazione quello del consumo e, non conoscendolo, quello dell'acquisto.

Le categorie erano quelle solite degli stati dell' Oriente: delle merci straniere importate, delle merci nazionali o nazionalizzate esportate, ecc.

Anche pel nuovo stato Serbo-Croato-Sloveno resterà a vedersi quanto si conserverà dell'antico sistema serbo della statistica commerciale e quanto si sostituirà od aggiungerà di nuovo e più razionale.

Nella Spagna, la *Dirección general de Aduanas*, Madrid, pubblica, ogni anno, l'*Estadística general del comercio exterior de España*; ogni mese i *Resumenes mensuales de Estadística del comercio exterior de España*.

La *Dirección General del Istituto Geográfico y Estadístico*, del *Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes*, Madrid, pubblica l'*Anuario Estadístico de España*, che nel Cap. III, Sez. C. Commercio, ha un diffuso paragrafo *a*) Commercio estero; *c*) I. Commercio estero dei principali paesi.

I dati della statistica commerciale spagnuola si riferiscono al movimento commerciale di tutto il territorio politico, comprese le Isole Baleari, che costituiscono una provincia, ma escluse le Isole Canarie e gli altri possedimenti spagnuoli che, dal punto di vista statistico, sono considerati come stranieri.

Organi della statistica commerciale sono le dogane e l'Amministrazione doganale.

Le quantità sono espresse colle unità del sistema metrico. Per talune merci si dà soltanto il valore.

I valori sono espressi in *Pesetas*. *La Junta de Aranceles y Valoraciones* stabilisce annualmente i valori ufficiali, per l'importazione e per l'esportazione, senza distinzione d'origine dei beni; attingendo alle solite fonti; notando i valori al confine, tolti i diritti doganali ed altri. Tali valori si trovano riprodotti negli stati annuali di sviluppo delle merci importate e in quelli delle merci esportate, accanto alle rispettive unità prese per base.

Nei riassunti mensili si considerano anche i due anni che precedono quello in corso e si danno i valori soltanto per i principali articoli importati ed esportati. Tali valori sono provvisori per l'anno in corso e il precedente e rettificati, in base alle tavole ufficiali, per l'anno che viene prima.

All'importazione si indica, per ogni merce e pei diversi paesi di provenienza immediata, la quantità arrivata con navi nazionali o straniere o per via di terra e la quantità avente origine dai singoli paesi, il valore delle quantità delle diverse provenienze immediate e delle diverse origini. All'esportazione si indica, per ogni merce e pei diversi paesi di destinazione immediata, la quantità partita su navi nazionali o straniere o per terra, e la quantità avente destinazione reale pei singoli paesi; il valore delle quantità esportate per le diverse destinazioni immediate e reali. Tuttociò considerando più di 70 provenienze e destinazioni possibili. Inoltre si considerano i pesi delle merci scaricate e caricate nei singoli porti della Penisola e delle Isole Baleari.

Le merci dell'importazione generale sono distinte per classi (13) della tariffa doganale: classi che comprendono un certo numero di partite (718 in tutto) contrassegnate dai numeri progressivi, distinti a lor volta con lettere, in caso di ripetizione, e riunite in gruppi.

Le merci dell'esportazione generale sono distinte per classi (13) della tavola dei valori ufficiali: classi che comprendono un certo numero di partite, (383 in tutto), contrassegnate dai numeri progressivi e riunite in gruppi.

Tanto le importazioni, quanto le esportazioni, per valore, vengono distinte in grandi gruppi, che si accostano a quelli della classificazione uniforme di Bruxelles (Animali viventi (A. V. accanto alle singole voci relative); Materie prime (P.) Articoli fabbricati (A.) Sostanze alimentari (S.) Oro in pasta e in moneta, argento in pasta e in monete).

Le categorie commerciali considerate sono quelle delle importazioni generali, speciali e temporali, delle reimportazioni, delle ammissioni temporanee; delle esportazioni generali e temporali, delle riesportazioni; dei transiti internazionali (senza l'indicazione del valore, non facendosene richiesta, nè all'entrata, nè all'uscita); dei movimenti dei depositi commerciali, del deposito franco di Cadice, dei depositi-pontoni.

Senonchè va notato, che il termine importazione generale ha un significato diverso dal consueto, comprendendo le merci che non rientrano nelle altre categorie delle importazioni speciali, ecc. alle

quali è riservato un trattamento doganale particolare ed una annotazione a parte, in quadri particolari.

Così pure il termine esportazione generale ha un significato diverso dal consueto, abbracciando le merci che non rientrano nelle altre categorie delle esportazioni temporali, ecc. che vengono pure annotate a parte, in quadri speciali.

I difetti del sistema spagnuolo della statistica commerciale sono, in generale, quelli del sistema che prevale nei paesi latini dell'Europa e non è quindi il caso di tornare di continuo su critiche già esposte ripetutamente nei riguardi di altri paesi.

Nella SVEZIA il *Kungl. Kommerskollegium, Avdelningen för Näringsstatistik, Stockholm*, pubblica nella raccolta: *Sveriges Officiella Statistik*, ogni anno: *Handel berättelse för år...* e nella raccolta: *Statistiska Meddelanden, ser. C. Band...*, ogni mese: *Månadsstatistik över Handeln, Àrgang....*

Il *Kungl. Statistiska Centralbyrau, Stockholm*, pubblica lo *Statistisk Årsbok för Sverige*, che reca un capitolo (IX) sul Commercio e un Quadro internazionale sul Valore del commercio dei principali paesi.

Le statistiche commerciali svedesi si riferiscono al movimento commerciale del territorio politico della Svezia.

Organi della statistica commerciale sono le dogane e il Dipartimento del commercio.

Le quantità nelle statistiche commerciali sono espresse, in generale, colle unità del sistema metrico decimale.

I valori sono espressi in corone scandinave. Fino al 1914 i valori erano stabiliti dal Dipartimento del commercio, sulla base dei prezzi medi nei porti svedesi, per via d'inchieste fra mercanti e produttori, e valendosi delle quotazioni dell'Associazione svedese per l'esportazione di legname, per le principali specie di legni. Dal 1914, la maggior parte dei valori all'importazione e i valori all'esportazione vengono dichiarati, mentre il Dipartimento del commercio stabilisce i restanti valori, servendosi dei prezzi medi di mercato. I valori sono quelli *cif* all'importazione e *fob* all'esportazione.

Nei quadri annuali, accanto alle singole merci importate ed a quelle esportate, si indicano i tassi unitari di valore.

I sommari mensili dànno, in generale, le sole quantità e soltanto in pochi casi pubblicano i valori.

Avanti il 1905 si indicavano: come paese di provenienza quello dell'ultimo imbarco, e come paese di destinazione quello del primo

sbarco della merce. Dal 1905 si nota come paese di provenienza quello d' acquisto, e come paese di destinazione quello di vendita della merce. Nella pubblicazione annuale si indicano soltanto i paesi che hanno venduto od acquistato per almeno 10.000 Kr. di merci. L' elenco dei paesi ne contiene una settantina.

Le importazioni e le esportazioni più importanti sono distinte per gruppi di circoscrizioni doganali.

Le merci importate e quelle esportate sono riferite, nelle statistiche mensili ed annuali, ad una nomenclatura statistica ufficiale per numeri (oltre 1300) e lettere, riuniti in gruppi (25), che alla loro volta, nella statistica annuale, si distinguono in lettere e numeri.

Dell' oro e dell' argento, in verghe e in monete, all' importazione ed all' esportazione, si tiene conto a parte.

In seguito alle modificazioni apportate alla divisione in gruppi, i dati della statistica ufficiale, dal 1912, non sono paragonabili con quelli delle annate precedenti.

A seconda dei diversi campi della produzione, ai quali le merci appartengono, tanto nella statistica annuale dell' importazione, quanto in quella, pure annuale, dell' esportazione, si hanno 7 grandi gruppi (Prodotti dell' agricoltura, dell' allevamento, ecc. Prodotti dello sfruttamento delle foreste e dell' industria del legno; Prodotti dell' industria tessile; Prodotti dell' industria della carta; Minerali e loro prodotti, che non siano metalli e lavori in metalli; Metalli e lavori in metalli; Altri prodotti).

A seconda della natura dei bisogni che devono soddisfare, si hanno, nella statistica annuale della importazione e dell' esportazione, altri 6 gruppi (Merci destinate al consumo, distinte in derrate alimentari ed eccitanti; Vestiario ed articoli da toeletta; Materiali da costruzione, utensili di casa ed altri oggetti di consumo; Merci destinate ad essere messe in opera e pei bisogni dell' industria; Materie prime ed oggetti similari di consumo; Mezzi di trasporto, macchine, ecc.).

Il commercio speciale diversifica da quello generale, in quanto comprende: all' importazione, le merci passate direttamente in dogana e quelle uscite dai depositi di transito o dai semplici depositi, ma non comprende le merci reimportate, soggette a dazio d' entrata, ma ammesse in franchigia, nè le merci entrate nei depositi e non sdaziate nell' anno, nè talune categorie di importazioni meno importanti, non comprese nei registri generali delle dogane, come le merci avariate e illecitamente importate, ecc. all' esportazione

comprende le merci esportate direttamente e non comprende le merci riesportate, le merci esportate dai depositi. Ma la diversità fra il commercio totale e quello speciale, quale risulta di fatto dai registri della dogana, non è molto forte.

Il sistema svedese della statistica commerciale, il quale del resto è stato migliorato in un periodo relativamente recente, presenta tuttavia qualche difetto, come l' insufficiente indicazione delle provenienze e destinazioni reali e il sistema troppo nazionale del raggruppamento delle merci, sistema che toglie quasi del tutto la possibilità dei confronti internazionali particolari, sempre per quello che essi possono valere attualmente.

Nella Svizzera l' *Oberzolldirektion, Abteilung Handelsstatistik (Direction générale des douanes, section Statistique du commerce)* di Berna, pubblica ogni anno, in Settembre, la *Statistik des Warenverkehrs der Schweiz mit dem Auslande (Statistique du commerce de la Suisse avec l' étranger (Jahresband und Jahresbericht) (Annuaire et rapport)*; ogni trimestre: *Schweizerische Handelsstatistik. Ein- und Ausfuhr der wichtigsten Waren (Statistique du commerce de la Suisse. Importation et Exportation des principaux articles). Quartalhefte (Cahiers trimestriels)*; pubblica inoltre i dati mensili delle quantità importate ed esportate dei principali articoli, negli *Aperçus mensuels en volume des principales marchandises échangées* e sulla *Feuille suisse du commerce*; annualmente pubblica inoltre, in fogli speciali: *Specialhandel der Schweiz nach Ländern (Commerce spécial de la Suisse avec les divers pays)*; e *Länderweise Einteilung in Lebensmittel, Rohstoffe und Fabrikate (Répartition par pays en classes: substances alimentaires, matières premières et produits fabriqués).*

Interessanti notizie si hanno nelle pubblicazioni ufficiali non periodiche: *Vergleichende Publikation 1885-1895 (Tableau comparatif des années 1885 à 1895); Spezialhandel mit den einzelnen Ländern in den Jahren 1892-1901 (Commerce spécial avec les divers pays pendant les années 1892 à 1901); Die Entwickelung des schweizerischen Aussenhandels in den Jahren 1886-1912 (Développement du commerce extérieur de la Suisse pendant les années 1886 à 1912, publié par le Département fédéral des douanes).*

Si hanno inoltre quadri grafici molto eloquenti: *Reproduktion der graphischen Tabellen über den schweizerischen Aussenhandel (24 Blätter) (Reproductions des tableaux graphiques du commerce extérieur de la Suisse (24 feuilles).*

L' *Eidgenössisches statistisches Bureau (Bureau fédéral de Statistique)* di Berna, pubblica lo *Statistisches Jahrbuch der Schweiz (Annuaire statistique de la Suisse)* che nella 2ª Parte contiene un capitolo (VI) sul Commercio estero.

Si ha inoltre il *Rapport sur le Commerce et l' Industrie de la Suisse*, 1919 (ultimo), *publié par le Vorort de l' Union Suisse du Commerce et de l' Industrie*, Zurich.

Le statistiche commerciali svizzere si riferiscono al territorio politico della Confederazione.

Organi della statistica commerciale sono gli uffici doganali e la Sezione della statistica commerciale della Direzione delle dogane.

Le quantità sono espresse colle unità del sistema metrico e, in ogni caso, in quintali netti; il totale anche in quintali lordi, siccome accade per il transito.

I valori vengono espressi in franchi svizzeri.

Prima del Novembre 1916 la dichiarazione del valore era obbligatoria per le esportazioni e per buona parte delle importazioni e i valori delle merci venivano verificati o fissati, ogni anno, dopo la chiusura dell' esercizio, da una Commissione di periti, nominati dal Dipartimento delle finanze e delle dogane. Dal 1° Novembre 1916, la dichiarazione del valore è obbligatoria per tutte le importazioni. I valori vengono stabiliti per le diverse rubriche della tariffa e per una stessa rubrica a seconda dei paesi. I valori accertati sono quelli che risultano dai calcoli dello speditore, che aggiungerà, al prezzo corrente nel luogo della spedizione, le spese di trasporto fino alla frontiera svizzera.

Nei quadri mensili si dà soltanto la quantità dei principali articoli.

Prima del 1892 si notava il paese di spedizione per la Svizzera o dalla Svizzera. Dal 1892 si notano: il paese di produzione o di perfezionamento e quello al consumo del quale è destinata la merce: non conoscendosi tali paesi, si nota quello più lontano attraversato, come intermediario o come luogo di sbarco o di imbarco, coll' indicazione « transito ». Pel transito diretto, si notano il paese di provenienza e quello di destinazione.

I numeri della tariffa doganale valgono anche per la statistica e le merci importate e quelle esportate sono divise in classi (XV), suddivise in lettere. Pel transito diretto delle merci esiste un repertorio speciale e semplificato.

Il commercio speciale viene distinto per industrie (Tessile; Metallurgica; Altre industrie; Materie prime per l' agricoltura;

Animali; Commestibili, bevande e tabacco) e viene anche distinto per grandi classi (Materie prime; Prodotti fabbricati; Derrate alimentari).

Diverse sono le categorie: I. Commercio speciale, che, all' importazione, comprende tutte le merci destinate al consumo svizzero; all' esportazione, comprende tutte le merci di origine svizzera spedite all' estero; II. Commercio effettivo, che comprende tutte le merci oggetto di transazioni coll' estero, senza distinzione, all' esportazione, fra le merci d' origine svizzera e quelle di origine straniera, comprende cioè la totalità reale del commercio della Svizzera coll' estero; commercio che risulta dalla riunione del commercio speciale col traffico dei depositi; III. Transito diretto; IV. Movimento dei depositi, di cui l' importazione all' uscita dai depositi figura nel commercio speciale; l' entrata nei depositi e il transito all' uscita dai depositi figurano nel commercio effettivo; V. Traffico di perfezionamento, seguito accuratamente in tutti i particolari, e il resto del Movimento con passavanti: movimenti non compresi in nessun altro quadro; VI. Traffico di frontiera (compreso il traffico di mercato ed escluso il traffico rurale di frontiera), non compreso in nessun altro quadro, ma rientrante nel commercio speciale; VII. Merci di ritorno, invendute, dall' estero, o dalla Svizzera. I Metalli preziosi non monetati fanno parte del commercio speciale. I Metalli preziosi monetati figurano nei diversi quadri, ma non entrano nei totali del commercio speciale e del commercio effettivo.

Fino al 1910 esisteva un Quadro del commercio generale, che non fu più pubblicato, perchè, essendosi stabilito, dal 1911, un repertorio speciale e semplificato pel transito diretto delle merci, non è più stato possibile di riunire il transito diretto col commercio effettivo, per formare il quadro del commercio generale.

La statistica commerciale svizzera ha impiegato molto tempo a svilupparsi ed è rimasta legata al servizio doganale. Il suo sistema di valutazione si trova attualmente in un periodo di transizione, fra il metodo dei valori ufficiali e quello dei valori dichiarati e controllati ed è augurabile che il passaggio si compia presto. Soprattutto i pratici rimproverano la lentezza delle pubblicazioni, per cui, ad es., si è giunti sulla fine del 1920, senza che sia apparsa la Relazione annuale del 1919. Alle pubblicazioni mensili e trimestrali, oltre alla lentezza, si rimprovera l' incompletezza: mentre si nota che, se tali statistiche riunissero l' uno e l' altro pregio, sarebbero della più alta importanza, anche per la più pronta e miglior comprensione della situazione economica in corso.

Nella Turchia (d' Europa) la *Direction générale des contributions indirectes*, Constantinople, pubblicava, per ogni anno finanziario (14 Marzo-13 Marzo), la *Statistique du commerce extérieur de l' Empire Ottoman*, ma non ci risulta che dopo la guerra e dopo i profondi mutamenti politici e territoriali subiti dalla Turchia, non ancora del tutto delimitata, tale pubblicazione sia stata continuata o sostituita da altre.

Le statistiche commerciali turche si riferivano al territorio dell' Impero Ottomano.

Erano organi della statistica commerciale le dogane e la Direzione delle imposte dirette.

Per le importazioni si avevano le dichiarazioni dei valori, debitamente controllate. Per le esportazioni nazionali, si seguivano, in generale, i prezzi correnti al porto di imbarco. I valori all' esportazione erano quelli di acquisto, più il costo dell' imballaggio, del trasporto, dell' assicurazione, dello scarico fino al tempo in cui i beni fossero giunti in dogana.

Paese di provenienza era quello dal quale la merce era stata spedita con destinazione in Turchia; paese di destinazione, quello del porto pel quale la merce era stata spedita.

Nell' Ungheria il *M. Kir. Központi Statisztikai Hivatal (Office Central de Statistisque du Royaume de Hongrie)*, Budapest, pubblicava, fra le *Magyar Statisztikai Közlemények (Publications statistiques Hongroises)*, ogni anno, per ordine del R. Ministro Ungherese del Commercio: *A Magyar Szent Korona Országainak Külkereskedelmi Forgalma (Commerce extérieur des Pays de la Sainte Couronne Hongroise)*; ogni mese: *A Magyar Szent Korona Országai Kulkereskedelmi Forgalmának havi eredmenyei (Résultats mensuels du Commerce Extérieur des Pays de la Sainte Couronne Hongroise)*. Tale pubblicazione è stata interrotta nel Luglio 1914 e non essendosi addivenuti ad una nuova organizzazione della statistica del commercio estero, non si hanno finora le pubblicazioni ad esso relative.

Annualmente si pubblicava anche: *A Magyar árúforgalmi stat állandó értékmegállapíto-bizottság jelentése a magyar szent kor. orsz. külkereskedelmi forgalmáról (Rapport de la Commission permanente hongroise des valeurs de la statistique du commerce extérieur sur le mouvement commercial des marchandises des Pays de la Sainte Couronne Hongroise)*.

Si pubblicava anche: *Fiume hajó és árúforgalma az...* (*Mouvement de la navigation et des marchandises à Fiume...*)

L' Ufficio centrale della statistica pubblica ancora annualmente, sempre d'ordine del R. Ministro Ungherese del commercio, il *Magyar Statistikai Évkönyo (Annuaire Statistique Hongrois)* (ultimo pel 1915) con un capitolo sul Commercio estero (III-D).

La statistica commerciale ungherese notava il movimento commerciale di tutto il territorio politico dell'Ungheria, cioè dell'Ungheria propiamente detta, della Croazia e della Slavonia, trascurando certi movimenti e notandone a parte certi altri, come il movimento stradale della frontiera serba e rumena.

Pel nuovo territorio politico ungherese, tanto ridotto, manca tuttora, come si è detto, una regolare statistica commerciale.

Organi della statistica commerciale ungherese erano le stazioni ferroviarie, le agenzie e le stazioni di navigazione fluviale, gli uffici postali, le imprese ungheresi e le agenzie straniere di navigazione marittima, i depositi pubblici, le imprese esercitanti, per professione abituale, l'invio di colli, gli uffici doganali funzionanti sul territorio della S. Corona Ungherese, compreso l'Ufficio centrale regio ungherese delle dogane, l'Ufficio centrale della statistica del Regno di Ungheria, (e specialmente la Sezione del movimento commerciale) e lo stesso Ufficio imperiale-regio austriaco delle statistiche del commercio, pel movimento fra Austria e Ungheria, in ragione di reciprocità e di proficua cooperazione.

Le quantità erano espresse in generale col peso lordo, per q. m. talora col peso netto o per capi (convertiti poi in q. m.) o infine soltanto col mezzo del valore approssimativo.

I valori erano espressi in corone austro-ungariche e venivano calcolati in base ai valori commerciali unitari stabiliti dalla Commissione ungherese permanente dei valori, colla cooperazione della Commissione austriaca, pei valori delle statistiche commerciali reciproche. I valori si riferivano, in generale, all'unità di peso lordo, talora all'unità di peso netto, ecc.

I valori unitari venivano riprodotti nei quadri annuali.

Paese di provenienza, da indicare, era quello di produzione o fabbricazione, non conoscendolo, quello della transazione o, infine, quello della spedizione. Paese di destinazione, da indicarsi, era quello di spedizione della merce, senza tener conto delle interruzioni di viaggio o dei cambiamenti nei mezzi di trasporto.

Si segnavano 76 paesi di provenienza o di destinazione (compresi gli « Altri paesi ») e si teneva conto dei modi di trasporto (per fer-

rovia, per via fluviale, per mare e per posta e per via alzaia) comprendendo, generalmente, le merci flottanti, nel movimento stradale, salvo quelle arrivate in tal modo dalla Bosnia, che venivano rilevate nel movimento fluviale.

Il raggruppamento statistico degli articoli non corrispondeva del tutto a quello della tariffa doganale, riunendosi talora più numeri della statistica sotto lo stesso numero della tariffa e viceversa. La nomenclatura sistematica delle merci seguiva secondo le 51 classi della Tariffa doganale. Le classi contenevano nel loro seno dei gruppi. La nomenclatura ungherese diversificava dall'austriaca soltanto un poco per la numerazione.

Le principali merci importate ed esportate venivano disposte per ordine di importanza.

Il grande raggruppamento sistematico delle merci avveniva come in Austria, considerando le Materie prime, i Prodotti semifabbricati e fabbricati, i Metalli preziosi e il numerario, con sottodistinzioni simili a quelle austriache; considerando inoltre le diverse branche della produzione, colle distinzioni simili a quelle austriache. Secondo le branche economiche e la destinazione, si avevano: I. Prodotti alimentari e commestibili, divisi in gruppi, per lettere e sottogruppi, per numeri; II. Animali viventi, divisi in sottogruppi per numeri; III. Materie ausiliarie dell'economia rurale e dell'industria, divise in sottogruppi, per numeri; IV. Industrie, pure divise in sottogruppi, per numeri: I. a IV. Movimento totale delle merci.

Maggiore specificazione si dava alle due principali branche della produzione agricola ungherese partecipanti al commercio estero: A. Coltivazione delle piante; B. Allevamento del bestiame e suoi prodotti.

Le categorie commerciali considerate erano: l'importazione, all'epoca in cui la merce veniva consegnata al destinatario; l'esportazione, all'epoca in cui la merce veniva rimessa all'impresa di trasporto. Si faceva eccezione per le merci di origine straniera, poste nei depositi pubblici del paese, in quanto, per eliminare il transito, non compreso nei quadri statistici, anche se compiuto con interruzione di viaggio, non si teneva conto di tali merci all'arrivo nei depositi, ma soltanto all'atto della consegna per una destinazione interna.

Le merci arrivate dall'estero o spedite all'estero e non ritirate o messe, dopo il ritiro, a disposizione dello speditore, costituivano il Movimento dei rinvii di merci, ritirate o no, coll'importazione (reimportazione dall'estero) e l'esportazione (riesportazione all'estero)

che andavano diffalcate rispettivamente dall'importazione e dall'esportazione effettive.

Le merci che andavano per essere riparate o che tornavano dopo di essere state riparate ed avevano importanza soltanto nel movimento coll'Austria, dal 1913 non erano comprese nel movimento coll'Austria, come non erano comprese, dal 1913, nel movimento coll'Austria e colla Bosnia-Erzegovina, le merci destinate ad autorità, truppe o stabilimenti militari.

Al sistema ungherese della statistica commerciale, piuttosto incompleto e tardivo, sopratutto nella valutazione, si potrebbero, in genere, fare le critiche che già abbiamo fatto per sistemi simili, a cominciare da quello austriaco; nella specie si potrebbero fare diversi appunti particolari, segnalando difettose caratteristiche, come quella di valutare unità di peso lordo ed altri difetti, ben noti del resto agli stessi dirigenti del servizio, opportunamente accentrato, della statistica ungherese. Di tali difetti generali e particolari i dirigenti della statististica ungherese terranno certamente il dovuto conto, per eliminarli, in un riordinamento della statistica commerciale già in via d'essere attuato gradualmente avanti le guerra, e al quale non si è poi dato seguito, per evidenti ragioni politiche, che hanno fatto sospendere qualsiasi pubblicazione periodica di statistica commerciale. Ma è certo che, quando a questo riordinamento si porrà mano, si riuscirà a portare al grado di perfezione degli altri rami della statistica pubblica ungherese la stessa statistica commerciale, in cui del resto si era avuto, per ragioni politiche, un esempio, degno di essere seguito, di stretta e proficua cooperazione di un ufficio nazionale di statistica, con un altro straniero, che era quello dell'altro stato della monarchia austro-ungarica.

Venezia, R. Istituto Superiore di Studi Commerciali.
Padova, R. Università (Gabinetto di Statistica).

† Ghino Valenti

nato a Macerata il 14 aprile 1852 – morto a Roma il 20 novembre 1920

Statistico ed economista insigne, professò economia pura ed applicata a Modena, Padova, Bologna e Siena. Fu il primo Segretario generale della Società degli Agricoltori; presiedette la Commissione Agrologica della Libia; era socio nazionale dell' Accademia dei Lincei e membro di numerose altre Accademie ed Istituti scientifici italiani ed esteri.

Il Valenti non fu un teorico e tanto meno un cattedratico. La figura dello scienziato non va disgiunta da quella dell' uomo e del cittadino.

Amò intensamente la patria e si può dire che tutte le sue opere siano pensate per il bene del suo Paese.

Discepolo ed amico di Fedele Lampertico, di Angelo Messedaglia e di altri economisti del tempo, da Stefano Iacini, dal quale fu chiamato nel 1880 a collaborare all' Inchiesta Agraria, ripete l' indirizzo di quegli studi di economia applicata all' agricoltura dei quali divenne più tardi il più illustre cultore.

Non v' ha aspetto della vita agricola italiana ch' egli non abbia analizzato con profondità e rettitudine. L' opera del Valenti rimane pertanto, nella sua completa interezza, di grande attualità e di grande ausilio per la soluzione dei problemi che più che mai oggi interessano l' agricoltura nazionale.

A darne un' idea valga l' elenco delle sue pubblicazioni che qui sotto riproduciamo.

La maggior rinomanza di Ghino Valenti, come statistico e come economista, è dovuta però all' opera che egli compì per la fondazione del servizio di statistica agraria presso il Ministero di Agricoltura, fissando criteri che incontrarono la generale applicazione e vennero poi adottati dall' Istituto Internazionale di Agricoltura.

Il Valenti curò anzitutto la formazione e iniziò la pubblicazione di quello che a lui piacque chiamare il *Catasto agrario del Regno d' Italia*, il quale « consiste in una rilevazione per masse di coltura e in un calcolo dei relativi prodotti, istituiti in base a coefficienti medi stabiliti da persone esperte delle condizioni locali, ed è quindi una specie di stima della produzione in natura di ciascun territorio comunale ».

Il catasto agrario, secondo il Valenti, doveva rappresentare l' agricoltura nella sua condizione statica, e servire di base alla statistica annuale, le rilevazioni della quale pertanto sarebbero valse ad indicare il movimento e constatare lo sviluppo dell' agricoltura stessa.

L' ordinamento dato dal Valenti alla statistica agraria italiana funziona tuttora con pieno successo. Mentre, però, le rilevazioni annuali continuano regolarmente, la pubblicazione del catasto agrario fu sospesa, per ragioni finanziarie, dopo i primi volumi. Ciò rende ancor più vivo negli ammiratori e nei discepoli, il rammarico che sia venuto meno col Valenti, l' autorevole propulsore delle ricerche intraprese e l' animatore di nuovi studi.

Poco prima della guerra il Valenti scriveva a chi stende queste note ispirate da una profonda devozione di discepolo, da un affetto e da una riconoscenza filiale : « Bisogna sopratutto trovare compenso alle proprie fatiche nella bontà delle opere e nella coscienza del proprio dovere verso il Paese. Gli uomini passano ; non è poi detto che il mondo sia ingiusto, che non vegga e non apprezzi. La sua giustizia non è sempre sollecita, ma presto o tardi essa viene sempre ».

Questa fede lo sostenne sempre anche attraverso immeritate sventure finanziarie e domestiche, così che egli trovò nei suoi studi e nell' amore per la patria agricoltura grande conforto ai suoi dolori.

E se il mondo, che pur lo vide maestro onorato in Italia e all' estero, sapesse come egli, cresciuto negli agi di una grande famiglia, a quarant' anni — quando cioè l' uomo generalmente raggiunge la meta della sua operosità — fosse costretto a trarre dal suo lavoro i mezzi per l' esistenza e a far sì che il pane della scienza, come a lui piaceva ripetere, divenisse anche pane quotidiano, « assai lo loda e più lo loderebbe ».

GAETANO PIETRA.

PUBBLICAZIONI DEL PROF. GHINO VALENTI

Relazione per le Marche (Estratto dal Vol. II. degli « Atti della Giunta per l'inchiesta Agraria e sulle condizioni delle classi agricole ») pag. 340. 1883 — Roma.

Il rimboschimento e la proprietà collettiva nell' Appennino Marchigiano, pag. 114. 1887 — Macerata.

L' acceleramento della perequazione fondiaria nella provincia di Macerata, pag. 24. 1888 — Macerata.

L' economia rurale, pagg. 327. 1888 — Macerata.

L' enfiteusi e la questione agraria in Italia ed Irlanda, pag. 51. 1889 — Bologna.

La teoria del valore. Saggio, pag, 242. 1890 — Roma.

A proposito della crisi edilizia nella città di Roma. (Dal « Giornale degli Economisti » Vol. V, fasc. 3), pag. 21. 1890 — Bologna.

Cooperazione e proprietà collettiva. (Dalla « Nuova Antologia », Vol. XXXIV, Serie III, fasc. 15 luglio 1891), pag. 26. 1891 — Roma.

Le idee economiche di G. D. Romagnosi. Saggio critico, pag. 229. 1891 — Roma.

Le forme primitive e la teoria economica della proprietà. Saggio, pag. 107. 1892 — Roma.

Lavoro produttivo e speculazione. Studio di filosofia economica. Esame storico della dottrina fino al secolo XIX, pag. 394. 1892 — Roma.

La campagna romana e il suo avvenire economico e sociale (Dal « Giornale degli Economisti » anno 1893), pag. 128. 1893 — Bologna.

L' agricoltura e la classe agricola nella legislazione italiana, *Saggio*, pag. 256. 1894 — Roma.

Indole ed importanza della Economia rurale. (Dal « Bollettino dell' Associazione Agraria Friulana »), pag. 19. 1894 — Udine.

Il riordinamento delle Borse di Commercio. (Dal « Giornale degli Economisti », Giugno, Agosto e Settembre 1894), pag. 110. 1894 — Bologna.

Il latifondo e la sua possibile trasformazione. Prolusione. (Supplemento straordinario all' « Eco dei campi e dei boschi »), pag. 16. 1895 — Roma.

La base agronomica della teoria della rendita. (Dal « Giornale degli Economisti » Vol. XI, XII, XIII), pag. 184. 1896 — Bologna.

Varii articoli non firmati nel « Bollettino della Società degli Agricoltori Italiani » durante gli anni in cui ne fu segretario, 1896, 1897, 1898 — Roma.

L' Agricoltura non dà che il 5 per cento? (Dal « Bollettino della Società degli Agricoltori Italiani », 15 Novembre 1897, pag. 5. 1897 — Roma.

Il dazio sul frumento e la agricoltura italiana, pag. 56. 1898 — Bologna.

La scala mobile del dazio sul grano alla Camera Italiana. (Dal « Giornale degli Economisti », marzo 1898 e dal « Bollettino dell' Associazione Friulana », N. 6-7 e 8-9 del 1898), pag. 16. 1898 — Udine.

Il sistema tributario in relazione cogli interessi dell' agricoltura. Relazione (dagli « Atti del Congresso Nazionale degli agricoltori promosso dalla Società degli Agricoltori Italiani adunato in Torino dal 28 al 31 agosto 1898 »), pag. da 237 a 279. 1898 — Roma.

Della possibile produzione indigena dello zucchero in relazione con l' economia nazionale e finanziaria. (Dal « Bollettino degli Agricoltori Italiani » N. 8-9, pag. 15. 1898 — Roma.

La ripartizione dell' utile dei miglioramenti fondiari. (Dal « Bollettino della Società degli Agricoltori Italiani » anno III. N. 22. 30 novembre 1898) pag. 8.

La ripartizione dell' utile dei miglioramenti fondiari. (Dal « Bollettino della Società degli Agricoltori Italiani », anno III, N. 23-24, 15-18 dicembre 1898), pag. 8. 1898 — Roma.

Alcune osservazioni sulla rendita fondiaria. Prolusione letta il 30 gennaio 1898. (Dal « Giornale degli Economisti », Vol. XVI), pag. 23. 1898 — Bologna.

La rendita della terra in rapporto alla distribuzione della ricchezza ed al progresso della coltura. Memoria letta alla Società Agraria di Bologna il 15 e il 22 Maggio 1898, pag. 63. 1898 — Bologna.

Il sistema tributario in relazione cogli interessi dell' agricoltura. Relazione al Congresso Nazionale degli Agricoltori Italiani. Torino, 28-31 agosto 1898, pag. 72. 1898 — Roma.

La nuova Scuola Universitaria di Agricoltura fondata dalla Cassa di Risparmio di Bologna. (Dal « Giornale degli Economisti » aprile 1901), pag. 21. 1901 — Bologna.

Angelo Messedaglia. Ricordi. (Dal « Giornale degli Economisti », 5 maggio 1901), pag. 8. 1901 — Modena.

La proprietà della terra e la costituzione economica. Saggi critici intorno al sistema di A. Loria, pag. 261. 1901 — Bologna.

Di una nuova forma di contratto agrario introdotto nell' Emilia. « Contratto Bonora ». Memoria letta alla « Società Agraria » di Bologna nella adunanza del 9 gennaio 1902, pagg. 54. 1902 — Bologna.

L' opera scientifica di Carlo Conigliani. Discorso commemorativo nell'Ateneo di Modena, pag. 24. 1902 — Modena.

Il credito e il fabbisogno di capitale della agricoltura italiana. Studi intorno al Credito per l'Agricoltura. (Dal « Giornale degli Economisti » Novembre 1902), pag. 21. 1902 — Bologna.

L' Associazione Cooperativa. Contributo alla teoria economica della cooperazione - con un' appendice intorno alla legislazione sulle Società cooperative, pag. 323. 1902 — Modena.

Cooperazione di classe. (Dal « Giornale degli Economisti » att. 1902), pag. 20. 1902 — Bologna.

La responsabilità illimitata e le Società Cooperative di Consumo. (Nella « Cooperazione Italiana », 9 e 16 agosto 1902 — Milano.

Con quali mezzi promuovere lo sviluppo delle Assicurazioni mutue contro la mortalità del bestiame. Relazione al XIII Congresso degli allevatori veneti del bestiame, Padova, 15-19 giugno 1903. (Dalla « Cooperazione rurale », anno XIX, N. 6, pag. 8. 1903 — Padova.

Il valore pratico delle dottrine economiche. Prolusione nell'Università di Padova, 2 marzo 1903, pag. 29. 1903 — Padova.

Il nuovo Istituto Internazionale e l'Agricoltura. (Dal « Giornale d'Italia » 15 marzo 1905). 1905 — Roma.

Nel giubileo dottorale di Fedele Lampertico. Una pagina di storia italiana. (Dalla « Gazzetta di Venezia », 28 agosto 1905). 1905 — Venezia.

Per la conservazione del patrimonio artistico nazionale. (Dal « Corriere della Sera », 30 gennaio 1905). — Milano.

Sulla panificazione municipale. Relazione al Comune di Padova, pag. 113. 1905 — Padova.

Il pericolo imminente pel patrimonio storico ed artistico. (Dalla « Nuova Antologia », 1 dicembre 1906), pag. 16. 1906 — Roma.

La tutela del patrimonio artistico. Riorganizziamo l' amministrazione. (Dal « Corriere della Sera » 5 agosto 1906. — Milano.

Per la tutela del patrimonio artistico e storico. Divieto di esportazione e vincolo di uso pubblico (Dal « Corriere della Sera », 11 agosto 1906). — Milano.

Per la tutela del patrimonio artistico. La questione finanziaria. (Dal « Corriere della Sera », 15 agosto 1906 — Milano).

Il divieto di esportazione delle opere d' arte. (Dal « Marzocco » 2 settembre 1906) — Firenze.

La propaganda per il rimboschimento. (Dall' « Ordine » 26-27 Novembre 1906) — Ancona.

Per un reciproco trasferimento. (Pro-memoria a S. E. il Ministro della P. I.), pag. 20. 1906 — Padova.

Per la difesa del patrimonio artistico nazionale. (Dal « Corriere della Sera » 23 gennaio 1906) — Milano.

Commemorazione del socio Fedele Lampertico letta nella seduta 17 marzo 1907. (Dai « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei », 17 marzo 1907), pag. 22. 1907 — Roma.

Per l' ordinamento della statistica agraria in Italia. Relazione a S. E. l' On. Cocco-Ortu, Ministro di Agricoltura, Industria e Commercio, pag. 66. 1907 — Roma.

Esperimenti di statistica agraria in alcune Provincie del Regno. Fasc. 2 pag. 352 e 381. 1908 — Roma.

Ancora del valore pratico delle dottrine economiche. (La tassabilità del sopraprezzo delle azioni). Prolusione, pag. 25. (Estratto dagli « Studi Senesi », Vol. XXVI, fasc. 3. 1909 — Torino.

I principi di Scienza Economica, pag. 521, Seconda edizione corretta ed accresciuta. 1909 — Firenze.

Alcune osservazioni sulla questione della tassabilità del cosidetto sopraprezzo delle azioni di nuova emissione di società anonime. (Dal « Foro Italiano » anno XXXV, fasc. 1, pag. 14. 1900 — Città di Castello.

La nozione di reddito specie nel diritto finanziario. (Dalla « Rivista di diritto Commerciale » anno 1910, fasc. III), pag. 18. 1910 — Milano.

Il problema economico della Tripolitania. (Dalla « Rassegna Contemporanea » anno IV, n. 10), pag. 18. 1911 — Roma.

I giacimenti di fosfati naturali in Tripolitania, (Dal « Bollettino della Società degli Agricoltori Italiani, 31 Ottobre 1911), pag. 12. 1911 — Roma.

L' Italia agricola dal 1861 al 1911. (Dal volume « Cinquant' anni di Storia Italiana (1830-1910), pag. 147. 1911 — Roma.

Gli studi sulla Libia. (Dalla « Rivista Coloniale » 10 e 25 aprile 1912), pag, 59. 1912 — Roma.

L' Italia agricola nel cinquantennio 1862-1911. (Dal « Bollettino dell' Ufficio delle istituzioni economiche e sociali, anno III, N. 8) pag. 48. 1912 Roma.

Un grave pericolo. A proposito della nuova colonia di Tripoli. (Dalla « Rassegna Contemporanea », anno V, N. 1), pag. 14. 1912 — Roma.

Il nuovo ordinamento della statistica agraria in Italia. Nota, pag. 12. 1912 Roma.

La Colonia Eritrea. Condizioni e problemi. Fasc. I., pag. 72. 1913 — Roma.

Il problema sociale della colonizzazione, pag. 60. Nella pubblicazione « La Tripolitania Settentrionale » in due vol. del Ministero delle Colonie. 1913 — Roma.

Il problema del pane. Osservazioni. (Dalla « Rivista delle Società Commerciali », pag. 21. 1914 — Roma.

Studi di politica agraria. Rimboschimento e proprietà collettiva. L' enfiteusi. La campagna Romana. Il latifondo in Sicilia. L' Italia agricola nel cinquantennio, pag. XLVII, 570. 1914 — Roma.

Condizioni e problemi della Colonia Eritrea. (Dagli « Atti della Società Italiana per il progresso delle Scienze ». VII riunione. Siena, Settembre 1913), pag. 27. 1914 — Roma.

Cooperazione rurale. Cooperazione in genere. Ediz. stereotipa. Seconda ristampa, pag. 376. 1914 — Firenze.

La guerra e l' economia nazionale dell' Italia. (Discorso all' Università di Siena, 14 Novembre 1915), pag. 64. 1915 — Siena.

Il problema economico dell' avvenire. (Dall' « Idea Nazionale » 15 aprile 1916) — Roma.

L' azione economica dello Stato. (Dall' « Idea Nazionale », 3 maggio 1916 Roma.

Politica doganale. Il passato. (Dall' « Idea Nazionale », 10 maggio 1916) — Roma.

Politica doganale. Per l' avvenire. (Dall' « Idea Nazionale », 13 maggio 1916) Roma.

Importazione ed esportazione. (Dall' « Idea Nazionale », 25 aprile 1916 — Roma.

Le ragioni economiche di un nuovo regime delle acque. Nella pubblicazione « Il problema idraulico e la legislazione sulle acque ». Fasc. 2. 1916 — Roma.

Principi di scienza economica. Terza edizione notevolmente accresciuta. 2 volumi, pag. 360 e 519. 1916 e 1918 — Firenze.

La coltivazione del grano in Italia considerata dal lato economico e statistico. (Nell' opuscolo: Prof. V. Alpe e Prof. G. Valenti, *La coltivazione del grano in Italia*). Dagli « Atti della Società Italiana per il progresso delle Scienze », IX riunione, Milano e Torino, Aprile 1917, pag. 41. 1917 — Roma.

L' agricoltura e la politica commerciale dell' Italia. Introduzione generale alle monografie pubbl. dall' Ufficio di Roma del Comitato Nazionale per le Tariffe doganali e per i trattati di commercio. Ufficio Tecnico per la agricoltura e le industrie agrarie, pag. 168. 1917 — Roma.

Linee fondamentali della riforma della tariffa doganale vigente, pag. 6 (Nel vol. *Linee della riforma della tariffa doganale vigente*, del « Comitato Nazionale per le tariffe doganali e per i trattati di commercio ». 1917 — Milano.

A tutela della mia integrità. Pro-memoria, pag. 23. Stampa riservata. 1918 — Roma.

La riforma dell' amministrazione. Studi di politica, finanza ed economia pubblicati a cura della Rivista delle Società Commerciali, pag. 16. 1918 — Roma.

Granaglie, Produzione, Commercio, Regime doganale, Monopoli. (Pubbl. dall' Ufficio di Roma del Comitato Nazionale per le tariffe doganali e le industrie agrarie »), pag. 123. 1918 — Roma.

La proprietà e l' evoluzione economica. (Nella « Rivista d' Italia », 20 giugno 1918, pag. 23. 1918 — Milano.

A proposito di terre incolte. (Dal « Giornale di Agricoltura della Domenica 7-12-21 Settembre 1919) — Milano.

Per la riforma della pubblica amministrazione. Studi, pag. 92. 1919 — Milano.

La riforma dell' Amministrazione che vuole il Paese. (Dalla « Rivista delle Società Commerciali » 28 febbraio e 21 marzo 1919) pag. 4. 1919 — Roma.

Unità politica e decentramento amministrativo. (Dalla « Rivista d' Italia » 31 luglio 1919) pag. 25. — Milano.

L' Italia agricola e il suo avvenire. Studi promossi dalla Federazione Italiana dei Consorzi agrari. Fascicolo I e II, pag. 160 e 250. 1919-1920 — Roma.

Il latifondo. Lettere al direttore dell' « Ora ». (Dal giornale « L' Ora » N. 9, 11, 12, 15, 17 febbraio 1919) — Palermo.

Per la trasformazione del latifondo. Risposta al Prof. Salvatore Riccobono. (Dal Giornale « L' Ora » 2 marzo 1919). — Palermo.

La imposta di ricchezza mobile sul reddito delle scorte vive e morte, pag. 11. — Roma.

Pubblicazioni ricevute — Publications reçues

Publications received — Erhaltene Veröffentlichungen

PERIODICI - PÉRIODIQUES - PERIODICALS - ZEITSCHRIFTEN

Archivio storico italiano, Anno LXXVIII, Vol. I, disp. 2ª; L. CHIAPPELLI, *Maestri e scuole in Pistoia fino al secolo XIV*; R. QUAZZA, *La lotta diplomatica tra Genova e la Spagna dopo la fuga dell'Alberoni dalla Liguria*; A. A. BERNARDI, *La missione di Beniamino Franklin a Parigi nei dispacci degli ambasciatori veneziani in Francia (1776-1786).*

Bollettino della emigrazione (COMMISSARIATO GENERALE DELL'EMIGRAZIONE), Agosto-Settembre 1920: G. B. NANI MOCENIGO, *Il Cile e l'emigrazione italiana; Leggi straniere e accordi internazionali sull'emigrazione e sul lavoro; Notizie sull'emigrazione e sul lavoro; Movimento dell'emigrazione italiana*; *Vita degli Italiani all'estero*, ecc.

Bollettino della emigrazione, Ottobre-Dicembre 1920: S. COLETTI, *La mano d'opera straniera in Francia; Leggi straniere e accordi internazionali sull'emigrazione e sul lavoro; Notizie sull'emigrazione e sul lavoro; Movimento dell'emigrazione italiana; Vita degli Italiani all'estero; Infortuni; Notiziario.*

Bollettino di statistica agraria e commerciale, Novembre 1920: *Colture dell'anno agrario 1919-20 nell'emisfero settentrionale; Campagna saccarifera; Colture nell'anno agrario 1920-21 nell'emisfero meridionale; Colture nell'anno agrario 1920-21 nell'emisfero settentrionale; Statistica del bestiame; Commercio; Stocks; Prezzi, cambi e noli marittimi.*

Bollettino di statistica agraria e commerciale (ISTITUTO INTERNAZIONALE D'AGRICOLTURA), Anno XI, Dicembre 1920: *Colture dell'anno agrario 1919-20 nell'emisfero settentrionale; Colture dell'anno agrario 1920-21 nell'emisfero meridionale; Colture dell'anno agrario 1920-21 nell'emisfero settentrionale; Campagna saccarifera: Statistica del bestiame; Commercio.*

Bollettino di statistica agraria e commerciale (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Gennaio 1921: *Parte II, Produzione: Raccolto del 1920 nell'emisfero settentrionale e del 1920-21 nell'emisfero meridionale; Colture dell'anno agrario 1920-21 nell'emisfero settentrionale; Campagna saccarifera; Statistica del bestiame.*

Bollettino di statistica agraria e commerciale (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Anno XII, Gennaio 1921: *Corsi del cambio; Prezzi; Noli marittimi; Tabelle riassuntive per il 1920.*

Bollettino di statistica e di legislazione comparata, Anno XVIII, Fascicolo II,: *Parte I, Statistica: Riscossioni di Luglio, Agosto e Settembre 1919 e di Ottobre, Novembre e Dicembre 1919; Parte II, Legislazione italiana, notizie estere (Italia, Belgio, Francia, Germania, Inghilterra).*

Bollettino di statistica e di legislazione comparata, Anno XVIII, Fascicolo III: *Parte I, Statistica: Riscossioni di Gennaio, Febbraio e e Marzo 1920 e di Aprile, Maggio, e Giugno 1920 e dell' intero esercizio 1919-20; Parte II, Legislazione italiana, notizie estere (Italia, Francia, Inghilterra).*

Bollettino economico-finanziario (Associazione Bancaria Italiana), Anno I, Novembre 1920: B. Griziotti, *Carta moneta, buoni del tesoro o riscatto delle imposte reali?*; The Economist, *L'espansione del credito bancario in Inghilterra;* J. S. Alexander, *La questione del credito bancario in America;* E. R. Whitehand, *La situazione del mercato nord-americano del caffè.*

Bollettino economico-finanziario (Associazione Bancaria Italiana), Anno I, Dicembre 1920: A. Cabiati, *Il progetto per i crediti internazionali approvato a Bruxelles;* G. Bianchini, *Le questioni economico-finanziarie alla Lega delle Nazioni;* F. Freitag, *Aspetti della nuova economia tedesca: la concentrazione industriale e bancaria in Germania;* J. Durmond, *Il ribasso dei prezzi e le banche.*

Bollettino economico-finanziario (Associazione Bancaria Italiana), Anno I, Supplemento al N.° I, 1920: *I prezzi all' ingrosso; I prezzi dei metalli nobili; Il mercato monetario; I cambi esteri; Il mercato finanziario; Il commercio internazionale; La produzione agricola e industriale; Il movimento ferroviario e marittimo; Il debito dello stato italiano nelle sue varie forme.*

Bollettino mensile delle Istituzioni economiche e sociali (Istituto Internazionale d'Agricoltura), Dicembre 1920: *La quinta assemblea generale dell'Istituto Internazionale d'Agricoltura; Alcuni dati sul movimento cooperativo (Italia); Le assicurazioni mutue agrarie dal 1914 al 1919 (Francia); La lotta contro l'esodo rurale (Svizzera);*

Notizie varie sulla cooperazione e associazione, sul credito, e sull'economia agraria in diversi paesi.

Bollettino municipale mensile di cronaca amministrativa e statistica (Città di Milano), 30 Novembre 1920: Parte I: *Cronaca amministrativa: Le elezioni amministrative a Milano; Nota critica intorno ad un metodo di applicazione dell'indice di rincaro della vita ai salari*; *Le indennità per carichi di famiglia in Francia; Lavori, Salari e Consumi; Il commercio dell' Italia coll' Estero; Note sul Mercato finanziario in Novembre; Note sui dati statistici: Il mese di Ottobre; Il rincaro della vita in Novembre;* Parte II: *Dati statistici.*

Bollettino municipale mensile di cronaca amministrativa e statistica (Città di Milano), 31 Dicembre 1920: Parte I: *Cronaca amministrativa: Momenti ed episodi storico-economici e differenze fra il loro andamento; Rievocazioni storiche; « El nost Milan »; Fra le vecchie Guide milanesi; Indennità per carichi di famiglia; Milano e il parco di Monza; Lavori, Salari e Consumi; Progetto di legge sul Bilancio delle Aziende industriali in Germania; Il rincaro dei prezzi dei materiali e degli oggetti d'uso; Note sul Mercato finanziario in Dicembre; Note sui dati statistici: Il mese di Novembre; Il rincaro della vita in Dicembre,* ecc.; Parte II: *Dati statistici.*

Giornale di medicina militare, Anno LXVIII, fasc. VII, Luglio 1920: Angelucci, *Luce e sentimento*; Santoro, *Ferite addominali di guerra* (continuazione); De Bernardinis, *Esiti di lesioni cerebrali*; Monguzzi. *Nota clinica su un caso di sclerosi laterale amiotrofica con lesione dei fasci cerebellari*; Ferrario, *Un caso di nevrosi funzionale riflessa.*

Giornale di medicina militare, Anno LXVIII, Agosto 1920: Dionisi, *Sullo stato attuale della lotta contro la malaria*; Bonomo, *Le ferite d'arma da fuoco del cranio e dell'encefalo secondo gli studi anteriori e l'esperienza della guerra attuale*; Carozzi, *L' appendicite*; Santoro, *Ferite addominali di guerra* (continuazione).

Giornale di medicina militare, Anno LXVIII, Settembre 1920: Marchiafava, *Nel secondo centenario della morte di Giovanni Maria Lancisi*; Baglioni, *Il metodo dello studio della medicina secondo Giovanni Maria Lancisi*; Del Gaizo, *Giovanni Maria Lancisi*: Bilancioni, *G M. Lancisi e lo studio degli organi di senso*; Capparoni, *« Lancisiana ».*

Giornale di medicina militare, Anno LXVIII, Ottobre 1920: Direzione generale della Sanità Militare, *Dati sulla vaccinazione antitifica durante la guerra*; Ciaccio, *Fisiologia dell' alimentazione secondo le nuove vedute*; Santoro, *Ferite addominali di guerra* (continuazione); Zaffiro, *Contributo allo studio delle lesioni traumatiche del simpatico*

cervicale; Ferrario, *Un caso di spasmo tonico nel campo dell'XI paio*; Boidi, *Di una rara ferita da morso di leone.*

Giornale di medicina militare, Anno LXVIII, Novembre 1920: Medea, *Il trattamento degli invalidi nervosi non collocabili*; Scarlini, *Protesi lavorative*; Mondolfo, *Attrezzi di lavoro per i ciechi*; Dronsart, *I risultati ottenuti nella riadattazione professionale degli amputati dell'arto superiore*; Hendrix e Petit, *Gli apparecchi di protesi per gli amputati dell'arto superiore*: Santa-Maria, *Indennizzi agli invalidi di guerra*: Romano, *Indennizzi agli invalidi di guerra.*

Giornale di medicina militare, Anno LXVIII, Dicembre 1920: Bonomo, *Il Corpo sanitario militare e le sue benemerenze*; Zuccari. *Innesti e plastiche nella cura delle osteiti ed osteomieliti croniche fistolose, con speciale riguardo all'autoplastica muscolare*; Mancione, *Sull'impianto dei reparti oftalmici in zona di guerra, con resoconto statistico delle ferite e malattie oculari fra le nostre truppe operanti in Francia*; Sorge, *Sul servizio chirurgico in un reparto di ospedale da campo durante l'offensiva austriaca del Giugno 1918.*

Giornale di medicina militare, Anno LXIX, Gennaio 1921: D'Abundo, *Sopra 64 casi di nevriti del plesso brachiale da traumi di guerra*; Santa-Maria, *Lesioni oculari provocate e simulate in infortunistica.*

Giornale di medicina militare, Maistriau, *Gli insegnamenti della guerra dal punto di vista dell'igiene militare*: Parigi, *Brevi note sul funzionamento del laboratorio chimico-batteriologico e sul servizio malariologico della Direzione di Sanità del Comando Truppe Albania, dal Luglio 1919 al Luglio 1920*; Cardarelli, *Contributo allo studio delle cause predisponenti della tubercolosi di guerra.*

Il contribuente italiano, Novembre 1920: F. Mirmina, *L'imposta sul patrimonio nei rapporti col cittadino e collo straniero*; R. De Simoni, *Il difetto costituzionale della legge dell'imposta sul patrimonio*; E. Lolini, *Le imposte sui soprarredditi e sugli incrementi patrimoniali*; F. Valenzano, *Tasse sulle donazioni, sulle successioni e sui passaggi di usufrutto per la presa di possesso dei benefici e cappellanie; Giurisprudenza e Legislazione.*

Il contribuente italiano, Anno III, Gennaio 1921: A. Cabiati, *Contro gli arbitri nella confisca dei profitti di guerra — Verso la resistenza dei contribuenti?*; C. Simoncini, *Reddito ordinario e imposta di ricchezza mobile*; G. Stresino, *Le gravi manchevolezze della nuova sovraimposta comunale e provinciale sui redditi di ricchezza mobile.*

Il nuovo patto, Anno III, N. 10-12, Ottobre-Dicembre 1920: G. Provenzal, *Il cinquantennio*; A. Cervesato, *Roma capitale*; F. Personè, *Dalle*

tenebre alla luce; G. Lesca, *Tempesta ?*: M. Siotto Pintor, *Resistere* G. Ambrosini, *La questione dei luoghi santi*; A. Sindici, *Cavallo morto*; R. Pelissier, *Per un inno nazionale*; A. Dudan, *Dalmazia*; U. Saffiotti, *Carlo Cattaneo*; F. Fedi, *Giosuè Carducci a Spoleto*; A. Zucca, *Roberto Ardigò*; A. Ambrosini, *L'imposta sul patrimonio nei riguardi degl'italiani aventi beni all'estero.*

Ingegneria italiana, 9 Dicembre 1920: *Auto-trasporti stradali*: E. Normand, *A proposito del funzionamento dei motori Diesel sui sommergibili; Note settimanali; Rivista; Note statistiche; Giurisprudenza e Legislazione.*

Ingegneria italiana, 16 Dicembre 1920: *Auto-trasporti stradali; Note settimanali*; *Rivista; Note statistiche; Giurisprudenza e Legislazione.*

Ingegneria italiana, 30 Dicembre 1920: *La dilatazione dei materiali isolanti; Le miniere carbonifere di Eraclea; Sulla nichelatura dell'alluminio; Note settimanali; Rivista; Note statistiche; Giurisprudenza e Legislazione.*

Ingegneria italiana, 10 Gennaio 1921: *In difesa delle nostre attività di produzione nazionale; Produzione granaria nazionale 1920; Forma e misura dei compensi per gli ingegneri professionisti; Note settimanali; Fatti e commenti; Note statistiche.*

La Riforma sociale, Settembre-Ottobre 1920: A. Garino-Canina, *I numeri-indici « Necco » per il 1917 ed il 1918*; M. Rotondi, *Di una proposta del Rignano per la riforma del diritto ereditario e dell'imposta successoria*; E. Rignano, *Risposta alle critiche del Rotondi*; F. Insolera, *Il « deficit » sistematico nell'assicurazione obbligatoria italiana contro l'invalidità e la vecchiaia*; G. Borgatta, *Opere e indagini di Università e Istituti americani.*

La Riforma sociale, Novembre-Dicembre 1920: E. Rosboch, *Il problema monetario fiumano*; A. Garino-Canina, *Note sulle finanze dell'Austria nel periodo bellico e post-bellico*, ecc.

La Vita italiana, 15 Novembre 1920: V. Pareto, *L'economia e la sociologia nel discorso di Don Sturzo*; A. Palmieri, *La grande Polonia e la sua frontiera tedesca*; P. Lanino, *La depressione del cambio italiano e gli avvenimenti politici*; T. Labriola, *Mentalità creatrice e mentalità disfattista (A proposito delle agitazioni operaie)*; F. Porro, *Nelle regioni dell'Alpe nostra, Noterelle Retiche*; L. P., *Le capitolazioni sono l'unica garanzia per la colonia italiana in Egitto*; A. Bertolini, *Il primo centenario dei « Promessi Sposi »*: E. di Pollone, *La nuova legge agraria nella Russia meridionale; Cadorna e Sonnino*; Verax, *Rassegna mensile dell'attività della « Lega delle nazioni ».*

La Vita italiana, 15 Dicembre 1920: G. Roncagli, *Il trattato di Rapallo e il problema strategico dell'Adriatico*; A. Bertolini, *La Dalmazia e il Trattato di Rapallo*; ***, *L'internazionale ebraica conquista la Russia*: P. Lanino, *Note statistiche e considerazioni politiche sul cambio italiano*; S. G. Scalfati, *Interferenze tra l'economia politica e la sociologia*; N. Colombo, *Difficoltà tributarie e rimedi pericolosi*; G. Preziosi, *I nuovi ambasciatori d'Italia*; Verax, *Rassegna mensile dell'attività della « Lega delle Nazioni »*; C. Crispolti, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici (10 Ottobre - 10 Dicembre 1920)*, ecc.

La Vita italiana, 15 Gennaio 1921: P. Orano, *Il Natale di Fiume*; P. Lanino, *Note statistiche e considerazioni politiche sul commercio internazionale italiano*; ***, *Il Sionismo e l'internazionale ebraica*; D. R., *Chi governa la Russia?*; A. Palmieri, *Le origini storiche della Latvia*; Y., *La mano d'opera italiana e la nostra penetrazione commerciale in Romania*; P. C. Brenna, *Schizzi di un viaggio in Europa orientale nell'anno di grazia 1920*; A. Dudan, *La Dalmazia nell'arte italiana*; D. Turri, *Diplomazia commerciale*; Verax, *Rassegna mensile dell'attività della « Lega delle Nazioni »*; C. Crispolti, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici (10 Dicembre 1920 - 10 Gennaio 1921)*.

La Vita italiana, 15 Febbraio 1921: F. Evoli, *La questione Orientale e il Trattato di Sèvres*; ***, *L'odio ebraico nella politica inglese contro la Polonia*; P. Lanino, *La natura e la finalità politica del controllo sulle fabbriche*; M. Billia, *Per la storia vera della nostra guerra*; N. Colombo, *I mali tributari*; P. G. Brenna, *Schizzi di un viaggio in Europa orientale nell'anno di grazia 1920*; E. di Pollone, *Commenti sui futuri scambi commerciali fra l'Italia e la Russia meridionale*; P. Stacchini, *Il servizio minerario italiano nel 1918*; C. Crispolti, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici (10 Gennaio - 10 Febbraio 1921)*.

Notizie periodiche di statistica agraria (Ministero per l'Agricoltura), Dicembre 1919: *Informazioni relative al mese di Novembre; Produzione del granturco, del pomidoro, dei fagiuoli, delle leguminose da granella, delle frutta, delle castagne, del vino.*

Notizie periodiche di statistica agraria (Ministero per l'Agricoltura), Agosto 1920: *Informazioni relative al mese di Luglio; Produzione delle fave; Calcolo definitivo della produzione delle foglie di gelso e dei bozzoli; Produzione degli ortaggi a grande cultura nel 1920.*

Notizie periodiche di statistica agraria (Ministero per l'Agricoltura), Settembre 1920: *Informazioni relative al mese di Agosto; Calcolo definitivo della produzione del frumento, della segala, dell'orzo,*

dell'avena; Produzione del frumento nelle diverse Provincie del Regno; Calcolo provvisorio della produzione del granoturco maggengo, del riso (risone), dell'uva; La potenzialità attuale della produzione del frumento in Italia in base alla statistica del dodicennio 1909-1920.

Nuovo Convito, Anno 5°, Dicembre 1920: M. DEL VASTO CELANO, *Natale del 1920*; A. BRUERS, *Luigi Rava*; G. SOLLINI, *Epigramma di uno studente*; I. P. CAPOZZI, *Il fato storico della Polonia*; N. C., *Per Angelo Berardi*; A. ALCARO, *Roberto Bracco*; M. FAGELLA, *Trad. da « Le Opere e i giorni » di Esiodo*; C. CAZZOLA, *Fraternità di erranti*; G. GORI, *L'arte nuova allo specchio*: G. DE ALBERTIS, *Cenere*; E. C. D'OLIVEIRA, *Vita di mendicanti*; T. FINAMORE, *Gli ex-libris di Totò Gregorietti.*

Politica, Anno III, num. XIX, Dicembre 1920: A. ROCCO, *Crisi dello stato e sindacati*; G. DE RUGGIERO, *L'idea italiana nella repubblica partenopea*; F. COPPOLA, *La crisi orieniale e l'Italia*; R. F. DAVANZATI, *Il trattato insanguinato*; A. TAMARO, *La tragedia dalmata*; L. VITETTI, *Negoziati albanesi*; R. CANTALUPO, *La crisi franco-britannica*; O. RANDI, *La costituente iugoslava.*

Rassegna della previdenza sociale, Ottobre 1920: G. PISENTI, *Siamo noi preparati all'esercizio delle Assicurazioni sociali?*; G. GABRIELLI, *Valutazione delle condizioni preesistenti che sono concause di invalidità; Progetto di legge per l'assicurazione sociale dell'Ex-Impero Austriaco; Modificazioni alle leggi per gli infortuni sul Lavoro; Legislazione; Giurisprudenza in materia d'infortuni del lavoro in agricoltura; Atti della Cassa Nazionale.*

Rassegna della previdenza sociale, Anno VII, Novembre 1920: *Le assicurazioni sociali in parlamento.* P. COLAJANNI. *Di un presupposto d'inesauribilità della capacità lavorativa indennizzabile negli infortuni del lavoro*; U. A. BETTI, *Sull'onere delle prime cure negli infortuni agricoli; Giurisprudenza in materia d'infortuni sul lavoro; Assicurazione infortuni in agricoltura; Assicurazione infortuni sul lavoro nelle industrie: Assicurazione contro la disoccupazione.*

Rassegna della previdenza sociale, Dicembre 1920: *Le assicurazioni sociali in Parlamento; Modificazioni alla legge sugli infortuni del lavoro nelle industrie*; G. SULLI, *Sul concetto « causa violenta »*: U. A. BETTI, *Mutualità ed assistenza ospitaliera nell'assicurazione malattie; L'assicurazione sociale nella Russia comunista; Il « Servizio d'igiene del lavoro ».*

Rassegna della previdenza sociale, Anno VIII, Gennaio 1921: A. CABRINI, *La riforma del consiglio superiore del lavoro*; P. POZZILLI, *A proposito della riforma delle associazioni sociali*; S. RAMERI, *Gli in-*

fortuni sul lavoro e la giurisprudenza; Giurisprudenza in materia d'infortuni sul lavoro; Assicurazione infortuni in agricoltura; Cassa nazionale infortuni, ecc.

Rassegna economico-finanziaria (Banca Italiana di Sconto), Novembre 1920: *L'Economia germanica dopo la guerra; I mercati italiani nel mese di Ottobre 1920; I mercati francesi nel mese di Ottobre 1920; I mercati inglesi nel mese di Ottobre 1920; I mercati degli Stati Uniti durante il mese di Settembre 1920; Notiziario bancario; Legislazione bancaria; Indici economico-finanziari.*

Rassegna economico-finanziaria (Banca Italiana di Sconto), Dicembre 1920: *L'Economia germanica dopo la guerra; I mercati italiani nel mese di Novembre 1920; I mercati francesi nel mese di Novembre 1920; I mercati inglesi nel mese di Novembre 1920; I mercati degli Stati Uniti durante il mese di Ottobre 1920.*

Rassegna economico-finanziaria (Banca Italiana di Sconto), Gennaio 1921: *Prospettive economiche per il 1921; I mercati italiani nel mese di Dicembre 1920; I mercati francesi nel mese di Dicembre 1920; I mercati inglesi nel mese di Dicembre 1920; I mercati degli Stati Uniti durante i mesi di Novembre-Dicembre 1920; I mercati tedeschi nei mesi di Novembre e Dicembre 1920.*

Rivista Bancaria (Associazione Bancaria Italiana), 20 Gennaio 1921: G. Sahadun, *Per una stanza di compensazione internazionale*; A. Jurkovic, *La vita economica nei Balcani; Il problema monetario jugoslavo*; U. Liserani, *Il mercato dei titoli in Italia,* ecc.

Rivista Bancaria, 20 Febbraio 1921: E. Bettini, *I bilanci delle aziende industriali: Il concorso degli impianti tecnici nella produzione*; R. MacKenna, *Politica monetaria, finanze pubbliche e crisi commerciale*; F. Freitag, *Il peggioramento delle condizioni economiche tedesche nel 1920*; J. Durmond, *Previsioni monetarie per il 1921*: U. Liserani, *Il mercato dei cambi e dei titoli in Italia*; « The Economist », *Il mercato monetario britannico nel 1920*; A. Liesse, *Il credito e la crisi attuale*; E. Parker Willis, *I crediti essenziali*; G. Bianchini, *Pei cosidetti « Crediti di finimento ».*

Rivista delle Società commerciali, 30 Novembre 1920: R. Dalla Volta, *I nuovi organismi per la collaborazione industriale nell'Inghilterra*; G. Di Majo, *Sul ritiro dei tre decimi versati per la costituzione delle società per azioni*; L. A. Miglioranzi, *Questioni sul comodato di azioni sociali*; G. Borgatta, *L'economia industriale italiana durante la guerra,* ecc.

Rivista Internazionale di Sanità pubblica, Gennaio-Febbraio 1921: F. Valagussa, *L'igiene alimentare dei bambini nel dopo-guerra*; H.

WESTERGAARD, *La salute pubblica prima e dopo la guerra*; CH. W. ELIOT, *L'igiene sociale presente e futura in America*; E. LEREDDE, *L'organizzazione della lotta antisifilitica in Francia*; K. SHIGA, *Cura precoce e vaccinazione preventiva della tubercolosi*; F. SWIFT WRIGHT, *Lo sviluppo e lo scopo attuale delle infermiere industriali negli Stati Uniti d'America.*

Rivista Internazionale di Scienze sociali e discipline ausiliarie, Settembre-Ottobre 1920: A. CANTONO, *Le organizzazioni professionali ed i corpi consultivi e deliberativi del lavoro*; E. GUIDA, *La capacità giuridica della donna dopo la legge 17 Luglio 1919, n. 1176*; R. VUOLI, *Per una magistratura comunale del lavoro*; G. TAMAGNINI, *Il problema della pesca*, ecc.

Rivista Internazionale di Scienze sociali e discipline ausiliarie, Novembre 1920: P. M. CORDOVANI O. P., *Fatti e documenti sociali*; C. GRILLI, *La ricostruzione economica e sociale in recenti pubblicazioni* A. CANTONO, *I nuovi orizzonti della cooperazione*, ecc.

Rivista Internazionale di Scienze sociali e discipline ausiliarie, Dicembre 1920: G. TAMAGNINI, *L'economia agraria negli studi di Ghino Valenti*; C. GRILLI, *La ricostruzione economica e sociale in recenti pubblicazioni*; I. M. SACCO, *Considerazioni sul discentramento.*

Rivista Internazionale di Scienze sociali e discipline ausiliarie, Anno XXIX, Gennaio 1921; L. LIVI, *I morti in Europa nella recente guerra*; L. BELLINI, *Punto saliente della sociologia*; A. CANTONO, *Revisione di verità economiche.*

Rivista Internazionale di Sanità pubblica, Vol. I, Novembre 1920: L. BERNARD, *I tubercolosi di guerra e la profilassi sociale della tubercolosi*; L. ROGERS, *Le colonie di lebbrosi e gli ultimi metodi di cura per vincere la lebbra*; F. A. HESS, *Lo scorbuto durante la guerra mondiale*; C. G. SHATTUCK. *La cura del tifo esantematico*; M. SELLA. *Relazione della campagna antimalarica di Fiumicino (Roma) con notizie sulle ricerche epidemiologiche e biologiche.*

Rivista Italiana di Sociologia, Anno XXIV, Aprile-Giugno 1920: S. GALGANO, *La smobilitazione legislativa — L'azione del Governo*; R. CORSO, *Proverbi giuridici abissini*; A. NICEFORO, *Preliminari ad uno studio quantitativo della civiltà e del progresso.*

Scientia, I-XII-1920: H. ZEIPEL, *L'évolution des étoiles*; R. S. LILLIE, *The Transmission of Physiological Influence in Nerve and other Form of Living Matter*; H. SOTTAS, *L'égyptologie en tant que discipline philologique*; R. MONDOLFO; *Il marxismo e la crisi europea*; L. AMADUZZI, *L'oeuvre scientifique d'Augusto Righi.*

Scientia, 1-I-1921 : H. C. Plummer, *The present position of Celestial Mechanics* ; P. Zeeman, *Les lignes spectrales et les théories modernes de la physique* ; F. Bottazzi - E. Rignano, *Le finalisme de la vie* ; M. I. Newbigin, *The geographical factor in Balkan Questions.*

Scientia, 1-II-1921 ; A. Mieli, *Il contributo dato dai diversi paesi allo sviluppo della storia della scienza* ; J. A. Thompson, *Vis Medicatrix Naturae : Nature all for Health* ; Ph. Chaslin, *Le raisonnement par récurrence et la rigueur en mathématique, au point de vue psychologique* ; Ch. Guignebert, *Sur la question religieuse dans la France d'aujourd'hui, I.ère Partie : Cléricalisme et démocratie - Religion et habitude.*

Bulletin Statistique de la République Tchéco-Slovaque, Janvier 1920 : B. Hanosek, *Au berceau de la statistique Tchéco-Slovaque* ; A. Boháč, *Le territoire de Těšin* ; J. Mráz, *Les comitats Orava et Shiš* : D. Krejčí, *Revue du développement de la statistique administrative en Bohême* ; J. Auerhan, *Combien y a-t-il de Tchécoslovaques ?*

Bulletin Statistique de la République Tchéco-Slovaque, Mars 1920 : D. Krejčí, *Revue du développement de la statistique administrative en Bohême* ; A. Boháč, *Dénombrement prochain* ; B. Hanosek, *A la méthode de la statistique des grèves et des lock-outs* ; R. Kollar, *Budget de l'Office de Statistique d'Etat* ; J. Štephan, *Commerce extérieur de la République Tchéco-Slovaque* ; J. Mráz, *Deux preuves de la fausseté des données magyares sur la langue maternelle basées sur des données concernant la connaissance de langues.*

Bulletin Statistique de la République Tchéco-Slovaque, Juin 1920 : J. Auerhan, *Influence de l'étendue des établissements agricoles sur l'ensemencement des semences principales* ; B. Hanosek, *Salaires des ouvriers dans les industries métallurgiques et chimiques pendant les années 1914-1919* ; C. Horáček jun., *Statistique des nationalités* ; A. Boháč. *Le prochain recensement* ; J. Nahlowsky, *Les élections municipales du 15 Juin 1919* ; P. Smutný, *Superficie approximative du sol soumis à la « Loi de Saisie » en Bohême, Moravie et Silésie.*

Bulletin Statistique de la République Tchéco-Slovaque, Août 1920 : J. Peters, *Charbon dans la République Tchéco-Slovaque* ; F. Weyr, *Quelques observations sur la compétence de l'Office de Statistique d'Etat* ; J. Štephán, *Le commerce extérieur de la République Tchéco-Slovaque dans le deuxième semestre de 1919* ; A. Boháč, *Le prochain recensement* : D. Krejčí, *Qu'est-ce qu'il faut relever chez nous, la nationalité ou la langue maternelle ?* ; B. Hanosek, *La prostitution et son hygiène.*

Bulletin Statistique de la République Tchéco-Slovaque, Décembre 1920 : J. Mraz, *Le recensement provisoire en Slovaquie, en 1919*; A. Boháč. *Nationalité ethnographique ou langue maternelle?* ; B. Hanosek, *La prostitution et son hygiène.*

Bulletin Statistique de la République Tchéco-Slovaque, Février 1921 : A. Boháč, *Le premier recensement dans la République Tchécoslovaque* ; J. Mráz, *Le recensement provisoire en Slovaquie, en 1919.*

Bulletin trimestriel (Royaume de la Belgique, Bureau de la Statistique générale), Décembre 1920 : *Emigration et immigration comparées en 1913 et 1919 ; Industrie houillière et métallurgique, Production de 1913 à 1920 ; Recensement des exploitations agricoles d'au moins 1 hectare en 1919 et 1920 ; Commerce spécial de la Belgique pendant les mois d'Août, Septembre et Octobre et les dix premiers mois de 1919 et 1920 ; Mouvement du port d'Anvers ; Secours Chômage, Situation au 13 Juin 1920 ; Indices de l'augmentation des prix de détail en Belgique ; Prix moyen de grains et denrées agricoles sur les principaux marchés ; Banque nationale, Situation hebdomadaire ; Changes*; *Côtes moyennes mensuelles en 1919 et 1920; Impôts directs perçus depuis l'armistice.*

Journal de la Marine Marchande, 30 Décembre 1920 : *La liquidation de la flotte d'État ; La liberté totale pour le Commerce et le Transport des Charbons ; Les Etablissements de Pêche dans nos colonies de l'Afrique équatoriale; La Vie des Ports français ; La Pêche* ; *Cours du Poisson ; La Vie Maritime à l'Étranger ; Les Marchés internationaux ; Bulletin financière, Marché des Frets;* etc.

Journal de la Marine Marchande, 6 Janvier 1921 : *La Réparation des dommages maritimes de guerre; Le Relèvement des Pensions des Inscrits Maritimes ; L'Importance du Pétrole persan ; La Vie des Ports français;* etc.

Journal de la Societé statistique de Paris, Novembre 1920 : M. Michel, *La valeur immobilière du territoire français envahi (guerre-1914-1918) (fortune privée) et la reconstitution des régions libérées*; M. Dewavrin, *Les changes mondiaux à Paris pendant la deuxième semaine de février 1920* ; J. Girard, *La situation financière du Japon en 1919.*

Journal de la Societé statistique de Paris, Décembre 1920 : A. Neymark, *Les établissements de crédit en France* ; E. Boislandry Dubern, *La mobilisation des valeurs étrangères en Angleterre.*

Journal de la Societé statistique de Paris, Janvier 1921 : M. Michel, *La valeur immobilière des régions libérées (contribution à l'étude des*

dommages de guerre); R. Pupin, *Varietés*; M. Huber, *Chronique de démographie.*

Journal de la Societé statistique de Paris, Février 1921: G. Roulleau, *Chronique des banques et des questions monétaires*; M. Huber, *La réorganisation des services officiels de statistique dans le Royaume-Uni et l'Empire britannique.*

Eugénique, Juin 1914 - Mai 1920: *Comptes-rendus des Séances; Correspondance; Analyses et compte-rendus; Mouvement Eugénique.*

Le Moniteur des Assurances, 15 Novembre 1920: P. C., *Que ferions nous?*; E. Pagot, *La Caisse Nationale d'assurance en cas d'accidents*; E. P., *Les Mutuelles agricoles; Prévoyance-Vie et Prévoyance-Incendie*; *Prévoyance-Accidents et Vols; Zénith; Documents officiels; Comptes Rendus; Informations sur les Compagnies; Informations diverses.*

Le Moniteur des Assurances, 15 Decembre 1920: *Revue de la Jurisprudence:* L. Coquard, *Décisions concernant l'Assurance-Incendie*; Lartigue, *Décisions relatives à l'Assurance-Vie*; E. Pagot, *Décisions relatives à l'Assurance-Accidents*; D. Delaunay, *Assurance contre l'incendie, Remarques par un professionnel; Groupement syndical des societés indipendantes d'assurances; Documents officiels;* etc.

Le Moniteur des Assurances, 15 Janvier 1921: J. Wilhelm, *Quelques réflexions sur les arbitrages*; J. Lefort, *L'assurance des maladies professionnelles en Suisse et en Angleterre*; P. C., *Egalité de traitement*; P. C, *Le registre du commerce; Assurance sur la vie, Production des Compagnies françaises d'assurances sur la vie en 1920;* etc.

Le Moniteur des Assurances, 15 Février 1921: J. Lefort, *L'assurance des maladies professionnelles en Suisse; L'Organisation corporative des des Assurances*; E. Pagot, *Le nouveau salaire de base; Le fisc à Monte-Carlo; En mémoire d'un Centenaire.*

Le Producteur, Novembre 1920: M. André, *La formation des Chefs d'Industrie*; H. de Weindel, *La Conféderation du Travail des Intellectuels*; F. Delaisi, *Thomas Gilchrist et la Métallurgie Lorraine*; F. Gros, *Création individuelle et Collaboration sociale dans la Production industrielle.*

Le Producteur, Décembre 1920: J. Veran, *La presse de province*; F. Gros, *Les grandes réalisations Saint-Simoniennes: Les chemins de fer*; H. Clouard, *Les chances de l'intélligence*; G. Patart, *La politique de l'azote.*

Le Producteur, Janvier 1921: Ch. Guieysse, *Le panneau de perles dans la cellule*; A. Thérive, *Les condictions actuelles de la production dans les arts plastiques*; M. André, *Les chambres de mé-*

tiers; G. G. Grand, *Enquête sur l'organisation syndicale et professionnelle*; G. Patard, *La politique de l'azote*; Louis Le Page, Francis Delaisi, *La politique du pétrole.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 1: *Commerce extérieur de la République T.-S. au mois de Janvier 1920; Aperçu provisoire de l'importation et de l'exportation pour la période du 1er Janvier au 31 Octobre 1919; Exportation du sucre pendant le 1er trimestre 1920; Exportation du houblon pendant le 1er trimestre 1920.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 2: *Superficie des terres ensemencées, recoltées et rendement de la récolte; Répartition de l'ensemble du territoire suivant la nature des terres cultivables.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 3: *Commerce extérieur de la Rép. T.-S. du mois de Février 1920; Aperçu provisoire de l'importation et de l'exportation, 1er Janvier - 31 Décembre 1919; Importation et exportation du charbon pendant le 1er trimestre 1920; Importation de la farine de froment pendant le 1er trimestre 1920.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 4: *Commerce extérieur de la Rép. T.-S. au mois de Mars 1920; Exportation du malt, de porcelaine, de bois, de meubles en bois pendant le 1er trimestre 1920; Importation et exportation de la bière, de nacre et boutons en nacre en Janvier, Février et Mars 1920.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 5: *Commerce extérieur de la Rép. T.-S. pendant le premier trimestre de 1920: Exportation du verre en Janvier-Mars 1920; Exportation des allumettes, Janvier-Avril 1920; Importation du sel pendant le premier trimestre de 1920*; *Importation et exportation de papier et des articles en papier en Janvier-Mars 1920.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 6; *Mouvement de la population pendant les années de guerre; Aperçu du mouvement de la population depuis 1904-1918; Frontières nouvelles de la République T.-S. (après les décisions du Conseil des Ambassadeurs du 28 Juillet 1920).*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 7: *Commerce extérieur de la Rép. T.-S. au mois d'Avril 1920; Importation du tabac, du tabac manufacturé,*

des céréales, des produits de la minoterie, des légumineuses, du riz, de graine de lin pendant le premier semestre de 1920; Exportation de sucre et de houblon en Avril-Juin 1920.

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 8: *Commerce extérieur de la Rép. T.-S. au mois de Mai 1920; Transit des marchandises par la République T.-S. pendant le premier semestre de 1920.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 9: *Commerce extérieur de la Rép. T.-S. au mois de Juin 1920; Exportation du malt, de porcelaine, du bois, de meubles en bois pendant le IIème trimestre de 1920; Importation et exportation de la bière, du nacre et de boutons en nacre pendant le IIème trimestre de 1920.*

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchéco-Slovaque, 1920, Numéro 10: *Commerce extérieur de la République Tchéco-Slovaque pendant le deuxième trimestre de 1920; Exportation du verre et des articles en verre pendant le deuxième trimestre de 1920; Importation du lait condensé et desséché, pendant le 1er trimestre de 1920; Exportation des eaux minérales pendant le 1er trimestre de 1920; Importation et exportation du papier et des articles de papier pendant le deuxième trimestre de 1920.*

Revue de l'Institut de Sociologie (Instituts Solvay), Juillet 1920: La Direction, *L'oeuvre de E. Waxweiler et l'orientation de la Revue de l'Institut de Sociologie*; J. Lescure, *Réflexions sur l'après-guerre, Vers quoi tend le monde économique?*; L. Dugas, *Le moindre effort et le travail (Psychologie collective et sociologie)*; E. Cary Hayes, *La raison et le progrès moral*; G. Smets, *Societé des Nations et Societé nationale*; R. Kreglinger, *Analyses critiques*; B. Warnotte, *Chronique du mouvement scientifique.*

Revue de l'Institut de Sociologie (Instituts Solvay), Septembre 1920: A. Dauzat, *L'orientation sociologique actuelle dans la science du langage*; R. Kreglinger, *Le sionisme*; H. G. Moulton, *La situation financière de l'Amerique*; L. Dechesne, *Localisation des diverses productions*; G. De Leener, *Le culte de l'autorité*: G. Smets, *Analyses critiques*; D. Warnotte, *Chronique du mouvement scientifique.*

Revue de l'Institut de Sociologie (Instituts Solvay), Novembre 1920: A. van Gennep, *La nationalité géorgienne. Les causes de sa formation et de son maintien*; W. Deonna, *Nécessité d'une science intégrale de l'art national*; Col. Bertrand, *Quelques notes sur la vie politique, le développement, la décadence des petites societés bantou du bassin central du Congo*; B. S. Chlepner, *Le chèque postal en Belgique.*

Revue de l'Institut de Sociologie (Institut Solvay), Janvier 1921: A. Ferriere, *Sociologie et éducation*; L. Verlaine, *Le mécanisme de l'hérédité. Application des lois de l'hérédité à l'étude du problème moral*; G. Hostelet, *Vers le productivisme*; D. Warnotte, *Chronique du mouvement scientifique.*

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 20 Novembre 1920: *Revue financière*; *Chemins de fer sur routes d'Algérie (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Informations diverses; Côte des valeurs de l'Afrique du Nord* (en supplément).

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 5 Décembre 1920: *Revue financière; Compagnie des tramways de Tunisi (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Informations diverses.*

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 5 Janvier 1921: *Revue financière; Compagnie marocaine (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Informations diverses; Côte des valeurs de l'Afrique du Nord,* etc.

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 20 Janvier 1921: *Revue financière; Compagnie des Chemins de fer Bône-Guelma et prolongements (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Informations diverses; Côte des valeurs de l'Afrique du Nord,* etc.

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 5 Février 1921: *Revue financière; Societé des Magasins généraux et Warrants du Maroc (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Informations diverses; Côte des valeurs de l'Afrique du Nord, Mercuriales,* etc.

Revue des valeurs de l'Afrique du Nord, 20 Février 1921: *Revue financière; Credit foncier de France (Étude financière); La vie politique et économique; La vie agricole; Informations diverses; Côte des valeurs de l'Afrique du Nord, Mercuriales,* etc. (en supplément).

American Journal of Botany, Vol. VII, January 1920: C. Rumbold, *The injections of chemicals into chestnut of trees*; C. Yampolski, *The occurrence and inheritance of sex intergradations in plants*; G. F. Potter, *An apparatus for automatically changing the temperature of chamber.*

American Journal of Botany, Vol. VII, February 1920: C. Rumbold, *Effect on chestnuts of substance injected into their trunks*; F. Ramaley, *Subalpine lake-shore vegetation in north-central Colorado*; J. L. Wei-

MAR, *Some observations on the spore discharge of Pleurage curvicella (Wint.) Kuntze.*; J. ROSEMBAUM and CH. E. SANDO, *Correlation between size of the fruit and the resistance of the tomato skin to puncture and its relation to infection with Macrosporium tomato Cooke.*

American Journal of Botany, Vol. VII, March 1920: W. SEIFRIZ, *The length of the life cycle of a climbing bamboo; A stricking case of sexual periodicity in Chusquea abietifolia Griseb*; C. YAMPOLSKY, *Sex intergradation in the flowers of Mercurialis annua*; O. F. CURTIS. *The upward translocation of foods in woody plants.*

American Journal of Botany, Vol. VII, April 1920; J. T. BUCHHOLZ, *Embrio development and polyembryony in relation to the philogeny of conifers*; C. J. CHAMBERLAIN, *The living cycads and the phylogeny of seed plants*; G. R. WIELAND, *Distribution and relationship of the cycadeoids.*

American Journal of Botany, Vol. VII, June 1920: G. S. BRYAN. *The fusions of the ventral canal cell and egg in Sphagnum subsecundum*; O. A. STEVENS, *The geographical distribution of North Dakota plants*; H. B. SIFTON, *Longevity of the seads of cereals, clovers, and timoty*; E. F. ARTSCHWAGER, *On the anathomy of Chenopodium album.*

American Journal of Botany, Vol. VII, July 1920: L. G. M. BAAS BECKING and H. C. HAMPTON, *Mesaurement of catalytic power of catalase;* B. W. WELES, *Early stages in the development of certain Pachypsylla galls of Celtis*; O. F. CURTIS, *The upward translocation of foods in plants*; G. S. BRYAN, *Early stages in the development of the sporophyte of Spagnum subsecundum.*

American Journal of Botany, Vol. VII, October 1920; F. L. STEVENS, L. H. PAMMEL, and M. T. COOK, *Byron David Halsted*; C. A. SHULL and S. P. SHULL, *Absorption of Moisture by Gelatin in a saturated Atmosphere*; H. S. REED, *Slow and rapid Growth*; J. F. LEWIS and C. ZIRKLE, *Cytology and Systematic Position of Porphyridium Cruentum Naegeli*; L. W. SHARP, *Somatic chromosomes in Tradescantia*; F. Y. EDGEWORTH, *The genesis of the Law of Error,* from the Phylosophical Magazine, Vol. XLI, January 1921.

American Journal of Botany, Vol. VII, November 1920: J. W. BAILEY, *The cambium and its derivative tissues*; R. C. WRIGHT, *An apparatus for determining small amounts of carbon dioxide*; L. KNUDSON, *The secretion of invertase by plant roots*; R. C. FRIESNER, *Daily rithmus of elongation and cell division in certain roots.*

American Journal of Botany, December 1920: E. J. KRAUS, *The modification of vegetative and reproductive functions under some*

varying conditions of metabolism; J. W. Bailey, *The cambium and its derivative tissues. A reconnaissance of cytological phenomena in the cambium*; B. B. Higging, *Morphology and life history of some Ascomycetes with special reference to the presence and function of spermatia*; H. E. Stork, *Biology, morphology, and cytoplasmic structure of Aleurodiscus*; S. M. Ellen, *The germination of the spores of Conocephalum conicum.*

Bankers Railway Bulletin, *Mullers analysis of financial Statistics 1920; Metal production sections.* 1920.

Bulletin of the National Association of Wool Manufacturers, October 1920: P. T. Cherington, *The truth about reworked Wool; More « Literature » on compulsory branding; The unworkable French-capper Branding Bill; Interpretations given to Curtailement by Wool Manufacturers; Changes in the Cost of Living; The Yorkshire twed cloth industry investigated; Senate Committee's Report on the Dyestuffs Bill*; *Obituary; Editorial and Industrial Miscellany; Active and idle Machinery as of July 1, August 2 and September 1, 1920; Wool Stocks and Consumption; Boston Wool Market.*

Ecology, January 1920: *Foreword;* Barrington Moore, *The Scope of Ecology;* Ellsworth Huntington, *The Control of Pneumonia and Influenza by the Weather;* A. E. Douglass, *Evidence of Climatic Effets in the annual Rings of Trees; Possible Effect of Seasonal and Laboratory Conditions on the Behavior of the Copepod Acartia tonsa, and the bearing of this on questions of diurnal migration;* W. E. Praeger, *A Note on the Ecology of Herons;* E. T. Wherry, *Plant Distribution around Salt Marshes in Relation to Soil-Acidity*; J. V. Hoffmann, *The Establishment of a Douglas Fir Forest.*

Journal of Educational Research, October 1920: V. E. Dickson, *The Use of Group Mental Tests in the Guidance of Eight-Grade and High-School Pupils;* Ch. D. Dawson, *Educational Measurement in Grand Rapids*; E. Horn, *The Selection of Silent Reading Texbooks;* S. P. Ketner, *Grouping by Standardized Tests for Instructional Purposes;* A. G. Capps, *Curriculum Content of a High-School Shelling Course;* J. Crosby Chapman and H. L. Eby, *A Comparative Study, by Educational Measurements, of One-Room Rural-School Children and City-School Children;* F. Harper Swift, *Common School Finance in Colorado and Certain Inferences of National Import; Editorials.*

Journal of Educational Research, Vol. II, november 1920. Th. H. Briggs, *Comparative Results in Intermediate and Elementary Schools at Los Angeles*; F. J. Kelly, *The results of three types of Drill on the fundamentals of Arithmetic*; H. M. Barthelmess, *Geography*

testing in Boston; R. PINTNER and H. NOBLE, *The classification of School Children according to mental age*; S. H. BROOKS, *Using standardised Tests in rural Schools for grading Purposes*; TH. W. GOSLING, *The Split-Unit Programm in high Schools*; FL. H. SWIFT, *Common School Finance in Colorado and certain Inferences of National Import.*

Journal of Educational Research, December 1920: J. CROSBY CHAPMAN, *A Group Intelligence Examination without Prepared Blanks;* B. R. BUCKINGHAM, *Suggestions for Procedure Following a Testing Program: I. Reclassification;* R. A. KENT, *What Should Teacher-Rating Schemes Seek to Measure?* E. A. NIFENECKER, *Grade Norms for the New York City Penmanship Scale;* R. A. SCHWEGLER and E. WINN, *A Comparative Study of the Intelligence of White and Colored Children;* CH. L. HARLAN, *Educational Measurement in the Field of History.*

Journal of the Royal Statistical Society, January 1921: R. H. REW, *The Organisation of Statistics;* D. D. FRASER, *The Maturing Debt;* F. Y. EDGEWORTH, *Molecular Statistics;* T. H. C. STEVENSON, *The Incidence of Mortality upon the Rich and Poor Districts of Paris and London.*

Monthly Crop Reporter, November 1920; *United States Crop Summary for November 1; Estimated Crop Conditions November 1, 1920, with Comparisons; Estimated Farm Value of important Products, October 15; Averages Prices received by Producers of the United States,* ecc.

Monthly Crop Reporter, December 1920, *Crop summary for 1920. Wages of hired male farm labor United States. Crop statistics 1918-1920.* ecc.

Monthly Crop Reporter, January 1921: *Oats Production in Various Countries, Barley Production in Various Countries;* etc. *Estimate Value of Farm Products, 1879-1920; Cereal Requirements and Surplus for the Crop Year 1920-21; Aggregate Crop Averages, by States; Estimated Farm Value of Important Products December 15;* etc.

Monthly Vital Statistics Review (NEW YORK STATE DEPARTMENT OF HEALTH), November 1920, December 1920, January 1921: *Trend of Vitality - Weather Data - General Death Rate - Influenza - Pneumonia - Tuberculosis - Infant Mortality - Vital Statistics of Cities - Vital Statistics of Counties - Reportable Diseases, Cases, Deaths, and Rates - Detailed Causes of Death.*

Political Science Quarterly, December 1920; F. H. GIDDINGS, *A Theory of History*; P. H. DOUGLAS, *A System of Federal Grants-in-Aid;* B.

HOUGHTON, *Reform in India*; H. McB. HART, *Coal Nationalization in England*; P. F. BRISSENDEN and E. FRANKEL, *Mobility in Labor*; P. M. WARBURG, *Europe at the Crossroads*; T. M. FRASER, *The Budget System in Canada.*

Proceedings of the Casualty Actuarial and Statistical Society of America, from Vol. I. N.° 1 to Vol. VII, Part. II. N.° 14.

Quarterly Publication of the American Statistical Association Vol. XVII, March 1920. J. A. HILL, *The essentials of a good census*; L. I. DUBLIN and G. W. BAKER, *The mortality of race stocks in Pensilvania and New York*; H. SECRIST, *Statistical Standards in business research*; E. E. DAY, *Standardisation of the construction of statistical tables — A continous census of production: a round table discussion — Report of the joint census advisory committee — Proceedings of the eighty first annual meeting of the American Statistical Association.*

Quarterly Publication of the American Statistical Association, Vol. XVII, June 1920. L. H. HANEY, *Cost of production statistics*; M. C. RORTY, *Suggestion as to the Laws of capital return*; L. M. ROBINSON, *The improvement of criminal statistics*; J. CUMMINGS, *The conception of statistics as a technique*; G. H. KNIBBS, *The analysis of a census*; A. WOLMAN, *The statistical method in problems of water supply quality*; E. A. GOLDENWEISER, *Incomes of bituminous coal producers.*

Quarterly Publication of the American Statistical Association, Vol. XVII, September 1920. L. MERIAM, *The classification of U. S. statistical employees*; K. G. BONNER, *A graphic method for representing comparative cost analyses*; P. S. FLORENCE. *The measurement of labor productivity*; W. W. STEWART, *Prices during the war*; F. G. TRYON, *Control statistics of coal production and distribution*; K. SNODGRASS, *International prices indexes*; L. BLOCH, *Two years' operation of the literary Tests for immigrants*; I. P. SHAW IR., *Statistics of college graduates*; CH. B. DAVENPORT, *The best index of build.*

Quarterly Publication of the American Statistical Association, December 1920. H. WESTERGAARD, *On the Study of displacements within a Population*; L. BLOCH, *The ability of European Immigrants to speak English*; A. H. HANSEN, *Industrial Class Alignments in the United States*; W. H. STEINER, *Methods of developing an Index of Collection Conditions*; L. J. DUBLIN and J. WHITNEY, *On the Costs of Tuberculosis*; K. M. WILLIAMSON, *The Effects of varying the Rate of the Tax on Spirits*; *Second Report of the Advisory Committee on the Census*; C. B. DAVENPORT, *The Mean Stature of American Males*; M. C. RORTY, *A New Analysis of Personal Income Tax Returns.*

Quarterly Return of Marriages, Births and Deaths registered in England and Wales, N.° 285; MARRIAGES - *October, November, December 1919;* BIRTHS and DEATHS - *January, February, March 1920* - N.° 286, MARRIAGES, *January, February, March 1920;* BIRTHS and DEATHS, *April, May, June 1920;* N.° 287, MARRIAGES, *April, May, June, 1920;* BIRTHS and DEATHS - *July, August, September.*

Social Hygiene, Vol. VI, October 1920. J. M. COOPER, *Human welfare and the monogamous ideal*; H. C. SOLOMON and M. H. SOLOMON, *The effects of Syphilis on the families of Syphilitics*; M. R. LAKEMAN, *Study groups*; H. H. LAUGHLIN, *Eugenical Sterilization in the United States*; O. C. COCKS, *The motion picture and the upbuilding of community life*; R. K. GARDINER, *Your daughter's Mother*; F. E. WORTHINGTON, *Developments in Social Hygiene Legislation from 1917 to September 1920.*

Statistical Bulletin, (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co.), October 1920; *The Outlook for public health on the Pacific Coast; Why tolerate Diphteria?; Death as a factor in family damage; Effect of Cancer upon the Lenght of Life; Some pratical results of Malaria Control Measures; Mortality Record of September 1920; Metropolitan Life Insurance Company: Death Rates for 100.000 for Principal Causes.*

Statistical Bulletin, (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co.), November 1920: *Will Unemployment affect Public Health?; Prevent Pneumonia!; The Conference for the Revision of the International Classification of Causes of Sickness and Death; Life Insurance and the Reduction of Mortality among Negroes; Results of Election Referenda on the Pacific Coast; Mortality Experience of Industrial Department; Health Record of October, 1920; Metropolitan Life Insurance Company, Death Rates per 100.000 for Principal Causes.*

Statistical Bulletin, (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co.), December 1920: *All-America Conference on Venereal Diseases*; *Fewer Homicides during 1920*; *Nutrition of Wage-Ramers during and after the War in relation to Pellagra Mortality; Community loss from accidents; The Influenza Prospect; Higher Maternal Mortality during 1920; Health Record of November 1920*; *Metropolitan Life Insurance Co., Death Rates per 100.000 for Principal Causes, Premium-paying Business in Industrial Department.*

The Economic Journal, September 1920; C. GINI, *A Levy on Capital*, H. BOSANQUET, *The Race for the Chinaman's Nightcap;* H. REYNARD, *The Guild Socialists;* T. S. ASHTON, *Early Price Associations in the British Iron Industry;* A. L. BOWLEY, *The Theoretical Effects of Rationing on Prices;* H. DALTON, *The Measurement of the Inequality*

of Incomes; F. Y. Edgeworth, *Mathematical Formulae and the Royal Commission Income Tax;* E. Rignano, *The Marxists at the Cross Roads;* E. C. Van Dorp, *Abnormal Deviations in International Exchanges.*

The Economic Journal, December 1920; J. H. Clapham, *Europe after The Great Wars, 1815 and 1920;* H. A. Siepmann, *The Brussels Conference;* A. C. Pigou, *Some Problems of Foreign Echange;* R. C. Wyse, *The Selling and Financing of the American Cotton Crop;* D. B. Copland, *Currency Inflation and Price Movements in Australia.*

The Eugenics Review, Vol. XII, n. 4, January 1921. W. R. Juge, *Eugenics and religion;* A. Dendy, *Evolution and the future of the human race;* L. Darwin, *Some birth rate problem. Birth control: a discussion.*

The Journal of political Economy, November 1920: L. C. Marshall, *Incentive and Output: A Statement of the Place of the Personnel Manager in Modern Industry;* A. B. Wolfe, *The Teaching of Economics Again;* E. Jones, *The Welb-Pomerene Act;* E. M. Kayden, *Painless Socialization in Hollande;* A. Hewes, *Labor Conditions in Soviet Russia;* T. N. Carver, *Thrift and the Standard of Living.*

The Journal of Political Economy, December 1920: M. A. Copeland, *Seasonal Problems in Financial Administration;* H. G. Moulton, *Commercial Credit or Discount Companies;* M. W. Watkins, *The Labor Situation in Detroit.*

The Market Reporter (U. S. Department of Agriculture), October 23, 1920: *Review of World Cereal Situation shows buyng power of Europe is large factor; Cold-Storage toldings are decreasing rapidly; Liberal runs force live stock prices downward; Downward trend evident for fresh meats; Trading slow on cheese while market declines; Fall produce markets reflect lower prices; Survey indicates shortage of apple storage; Prarie hay selling at very low levels; Feed markets chaotic as price declines continue; Wheat market inquiry results in Sharp advance,* etc.

The Market Reporter, October 30, 1920; *Wheat Prices sensitive to Supply and Demand; Onions lose nearly half of early values; Live Stock Markets descend to new Low Levels: Butter Markets greatly upset during week; Price trend for Produce still slants downward; Excellent pasturage curtailing demand for hay; Drop in wheat prices checked by export buying; Danish butter exporters agree with British,* etc.

The Market Reporter, (U. S. Department of Agriculture), November 6, 1920: *Grass Seed continue Downward Trend; Liberal Supplies of Meats during October; Cattle Trade develops Firmer Tone during week; Butter recovers sharply from recent Slump; Western Potato Prices show some recovery; Holding of wheat beginning to have some effect* etc.

The Market Reporter, November 13, 1920: *Hay relatively lower than most farm crops; Insufficent butter supply for Great Britain; Violent fluctuations feature Cattle Markets; Lighter receipts hold Butter Markets firm; Apple Markets steady to firm; Hay Markets are practically at standstill; Feed Market remains extremely dull and lifeless; Flour milling business now greatly depressed.*

The Market Reporter, Vol. II., Nov. 1920, N. 21. *Annual cabbage Shipment half billion pounds. Wheat feed supplies ample to meet demand. Live stock and Meats. Dairy and poultry. Fruits and vegetables. Hay and feed. Grain and seeds. Foreign markets,* etc.

The Market Reporter, Vol. 2, Nov. 1920 n. 22. *Sweet potatoes prices down to low figure. France expected to buy large quantities of food. Values low for sweet and red clover seed. Live Stock and Meats. Dairy and Poultry. Fruits and vegetables. Hay and feed. Grain. Seeds. Foreign Markets.*

The Market Reporter, (U. S. Department of Agriculture), December 4, 1920: *Price of Hogs affected by Vegetable Oils; Live Stock Prices remain at very Low Livels; France Licenses Importations of Refrigerated Meats; Butter Markets break sharply under Light Demand; British Apple Market uncertain during October, Slashing of Prices for Feeds becomes general; Good Export Demand for Wheat present during Weak.*

The Market Reporter, (U. S. Department of Agriculture), December 11, 1920: *Status of German Cotton Industry outlined; Average Price of Beef Steers hits 1917 levels; Further heavy declines occur in Butter Markets; Potatoes decline on slow and weak produce Markets; Movement of Gross Seed slow during November; Slight Advances made by both Spots and Futures,* etc.

The Market Reporter, (U. S. Department of Agriculture), December 18, 1920: *Good Export Demand helps Price of Barley; Hog Prices decline to Lowest Level in four years; Butter Markets Steady after Slight Recovery; Most Vegetables register new Low Prices for season; Timothy Hay now down to last year's Price Level; Wheat Prices fluctuate widely during past week; Duch Government in Control of Milk Industry.*

The Market Reporter, (U. S. Department of Agriculture), December 25, 1920: *Recent Price Declines for gluten feed Halted; Sheep at Chicago decline to 1913 Price Levels; Trading almost at standstill in Cheese Markets; Produce Markets decline to Still Lower Levels; New Low Quotations recorded for all Feedstuffs; More Export Sale of Wheat during fast week;* etc.

The Market Reporter, Vol. 3, January 1921, n. 1. *Statistics of live stock and meats given. Production of vegetable seed back to normal. Germination big factor in cottonseed value. Line Stock and Meats. Dairy and Poultry. Fruits and vegetables. Cotton.*

The Market Reporter, Vol. 3. January 1921, n. 2. *Live stock prices in 1920 declined sharply; Meat trade experienced violent fluctuations; 1920 Hay Markets characterized by dull Trading. Live stock and Meats. Fruits and vegetables. Dairy and Poultry. Grain. Hay and feed. Cotton. Foreign markets.*

The Market Reporter, January 15, 1921: *Mature Wethers may pass as Marked Class; Specification needed for Produce Containers; Sheep and Lambs Score sharp Advances during Week; December Live Stock Movement showed Big Decreases; Statistics of Live Stock and Meats for November, 1920; Butter Marked unsettled as New Year begins; Premiums for cash Grain drop slightly during week* etc.

The Quarterly Journal of Economics, November 1920: A. B. Wolfe, *Savers' Surplus and the Interest Rate;* S. H. Slichter, *Industrial Morale;* R. H. Tawney, *The British Coal Industry and the Question of Nationalisation;* L. Einaudi, *Taxes on Property Increments in Italy;* T. N. Carver, *Ross's Principles of Sociology.*

The Review of Economic Statistics, January 1921: *Monthly Survey of General Business Conditions;* Ch. J. Bullock, *Review of the Year 1920;* J. Klein, *The Competetive Situation in South American Trade;* E. E. Day, *An Index of the Physical Volume of Production;* Appendix: *Corrected Items of Various Series of Business Statistics.*

The Social Hygiene Bulletin, December 1920: *Discussions and Debate Mark; All-America Conference on Venereal Diseases; Relief or Prevention; War and the Birth-Rate British Commission on Venereal Diseases to Study Conditions in Far West; Infant Marriages demoralize Social Life of Hindus; Eugenists ask Changes in Census Schedule,* etc.

The Social Hygiene Bulletin, January 1921: *All-America Conference sets High-Water Mark of Social Hygiene; Campaign for new Social Hygiene Laws in 42 States; League of Nations continues Fight on*

Traffic in Women; Negro Educational Institutions support Program; Require Blood Tests in Stillbirth Cases; etc.

The Social Hygiene Bulletin, February 1921 : *Medical Journal makes Brand Statement regarding U. S. interdepartmental Social Hygiene Board; Italian Red Cross to give Hygiene Education; Oregon Sterilization Law in Operation; International Eugenists to meet here in September.*

Archiv für Soziale Hygiene und Demographie, 14 Band, 2 Heft: C. Döring, *Die Bevölkerungbewegung der englischen Kolonien vor und in dem Weltkrieg;* S. Rosenfeld, *Die österreichische ausserordentliche Volkszählung am 31 Januar 1920;* H. H. Van Eyk, *Organisierung und Volksgesundheit.*

Deutsches Statistisches Zentralblatt, Oktober, Dezember 1920: Ph. Schwartz, *Geldenwertung and Wirtschaftsstatistik;* W. Graevell, *Die Behandlung der Nebenberufe in den Berufszählungen;* P. Riebesell, *Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung;* F. Burgdörfer, *Die Personalausgaben im Bayerischen Staatshaushalt.*

Schmollers Jahrbuch, 44 Jahrgang, Viertes Heft: H. Schumacher, *Zur Reform der staatswissenschaftlichen Studien;* A. Spiethoff, *Der Begriff des Kapitals- und Geldmarktes;* L. v. Bortkiewicz, *Zum Problem der Lohnbemessung;* W. Sombart, *Probleme der Wirtschaftsgeschichte;* P. Mombert, *Die Tatsachen der Klassenbildung;* G. Bueckling, *Der Einzelne und der Staat bei Stirner und Marx;* H. Heimendahl, *Die Stellung des Sozialismus zum Bankwesen;* W. Rothkegel, *Untersuchungen über Bodenpreise, Mietpreise und Bodenverschuldung;* W. Lotz, *Die Brüsseler internationale Finanzkonferenz von 1920.*

Weltwirtschaftliches Archiv-Zeitschrift für allgemeine und spezielle Weltwirtschaftslehre, Band. 16, H. 3, Januar 1921. A. Salz. *Die Mohammedaner in China;* W. Mitscherlich, *Skizze einer Wirtschaftsstufen theorie;* B. Moll, *Brauchen wir eine « neue » Finanzwissenschaft?;* Th. Plaut, *Die Bedeutung des Dumping für die gegenwärtige englische Handelspolitik.*

Zeitschrit für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft, 56 Jahrgang, Heft 3 : C. Brüschweiler, *Entstehung und Umfang der Wohnungsmat in der Schweiz;* R. Kaiser, *Einnahmen und Ausgaben schweizerischer Städte im ordentliche Verkehr 1913-1920;* P. Fleissig, *Preisstatistik der Arzneimittel von Jahre 1914 bis 1920;* J. Landmann, *Die Volkswirthschaftslehre in Rahmen des staatswissen-*

schaftlichen Studiums; R. Liefmann, *Beteiligungs- und Finanzierungs-gesellschaften der Schweiz;* J. Wyler, *Die Demographie der Ausländer in der Schweiz;* A. Bohren, *Erfahrungen der Schweizerischen Unfallversicherungsanstalt mit der Versicherung der Nichtbetriebumfälle*; Eid. Stat. Bureau, *Die Dividenden schweizerischer Aktiengesellschaften in Jahre 1918*, etc.

Ethnos, Mayo de 1920: M. G., *Los Cambios de Gobierno en México;* J. M. Arreola, *El Temazcal o Baño Mexicano de Vapor;* R. J. Ceballos Novelo, *¿ Uno Amuleto Maya ?* M. Martinez G., *Las Corridas de Toros;* P. Gonzales Casanova, *Un Cuento en Mexicano de orizen francés;* M. Gamio, *El censo de la población mexicana desde el punto de vista antropológico;* P. S. P. *Notas Antropológicas.*

Ethnos, Junio de 1920: *El Laborismo agrario y el Laborismo Industrial;* P. C. Sanchez, *Los fenómenos sociales y la ley del acaso;* M. Gamio, *El « Cerco del Conde »;* P. S. Pauer, *El Pulque;* F. M. Garcio Icazbalceta, *Objetos y figuras de cera;* A. N. Chavez, *Bibliografía Antropológica Otomí.*

Ethnos, Julio de 1920: *El Conoscimiento de la Población Mexicana y el Problema Indigena;* J. Alden Mason, *Prácticas Goéticas entre los Tepecanos*; P. G. C. *Nanas o Coplas de Cuna; Notas a una rima por contar;* M. Gamio, *El Terror de Moctezuma*; A. N. Chavez, *Bibliografía Antropológica Californiana.*

Ethnos, Agosto de 1920: L. A. Toro, *Importancia de los Antecedentes Historicos en la Cuestión Agraria*; M. Ortig, *La Tuberculosis Pulmonar en México;* M. Gamio, *El Resurgimento del Arte Plumaria;* F. Starr, *El Pueblo Mexicano; El Teocalli de San Pedro de los Pinos; Decoración Arquelogica Mexicana; Camino a las Piramides de Teotihuacán.*

Revista de Economia Argentina, Septiembre y Octubre de 1920: *Expresión gráfica de Lechos económicos;* C. A. Tornquist, *Balance de pagos de la Argentina en el año económico 1918-1919;* G. H. Knibbs, *La organización de las estadisticas nacionales;* R. Espinosa, *El « Coeficiente de correción de la moneda »*; R. A. Ramm Doman, *Un impuesto a la renta en el Brasil;* A. E. Bunge, *La unidad de valor*; *Movimiento económico de la Repubblica; Informes, Notas y Comentarios.*

LIBRI, ANNUARI, OPUSCOLI, ESTRATTI, ECC.

LIVRES, ANNUAIRES, BROCHURES, EXTRAITS, ETC.

BOOKS, YEARBOOKS, PAMPHLETS, REPRINTS, ETC.

BÜCHER, JAHRBÜCHER, BROSCHÜREN, SEPARATABDRÜCKE, USW.

R. BACHI, *L' Italia economica nel 1919,* con appendice di G. DEL VECCHIO, *L' economia della Venezia Giulia e i suoi problemi.*

M. BOLDRINI. *Differenze sessuali nei pesi del corpo e degli organi umani.* « Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei, Classe di Scienze fisiche, matematiche, naturali ». Estratto dal vol. XXIX, serie 5ª, 2° sem., fasc. 1-4, Roma, Tipografia dell' Accademia Nazionale dei Lincei, 1920.

M. BOLDRINI, *I cadaveri degli sconosciuti. Ricerche demografiche e antropologiche sul materiale della Morgue di Roma.* Estratto dalla « Scuola positiva » n. 7-8, luglio-agosto 1920.

COMUNE DI MILANO, *I prezzi dei generi alimentari in Milano dal 1798 al 1918,* Milano, Stucchi, Ceretti e Co., 1919.

COMUNE DI MILANO, *Annuario Storico-Statistico, 1918,* Milano, Dicembre 1919.

C. GINI, *A quanto ammonta il reddito degli Italiani?* « Il Tempo Economico », Roma, 5 gennaio 1921.

C. GINI, *Sopra un criterio di discriminazione delle imposte.* « Il Tempo Economico ». Roma, 20 Gennaio 1921.

G. GUICCIARDINI e U. GIUSTI, *Per il Quartiere di S. Croce in Firenze, Contributo allo studio per il suo risanamento*, Firenze, Barbera, 1921.

F. INSOLERA, *Lezioni di Statistica Metodologica*, Torino, Treves, 1921.

E. LA LOGGIA, *Di una riforma nel diritto successorio,* in « L' era nuova » 6 Febbraio 1921.

E. LOLINI, *L' attività finanziaria nella dottrina e nella realtà. Saggio di una sistemazione scientifica dei fenomeni finanziari*, Athenaeum, Roma, 1920.

S. MAJORANA, *L' imposta progressiva*, Roma, Maglione e Strini, 1920.

S. MAJORANA, *Dell' essenza o carattere economico, o politico, della Scienza delle Finanze.* Estratto dalla Rivista « Diritto e Politica », Gennaio 1921.

E. RIGNANO, *Religione, Materialismo, Socialismo,* Bologna, Zanichelli, 1920.

A. SERPIERI, *Il metodo di stima dei beni fondiari*, Firenze, Ricci, 1917.

A. SERPIERI - A. VITALE, *I boschi e gli ordinamenti forestali nelle nuove provincie*, Firenze, Ricci, 1920.

A. Serpieri, *Le imposte sui redditi forestali e il nuovo ordinamento tributario.* Estratto dagli « Annali del R. Istituto Superiore forestale nazionale », Vol. V. Firenze, Ricci, 1920.

A. Serpieri, *Le montagne, i boschi e i pascoli,* Roma, Accademia dei Lincei, 1920.

A. Serpieri, *Studi sui contratti agrari,* Bologna, Zanichelli, 1921.

Ufficio del Lavoro e della Statistica del Comune di Milano, *Le variazioni dei salari in rapporto al rincaro della vita,* II. Edizione, Milano, Novembre 1920.

Ufficio del Lavoro e della Statistica del Comune di Milano, *Resoconto stenografico del Convegno Statistico di Milano (7-8 luglio 1920) e l' attuazione delle sue proposte.*

Ufficio del Lavoro e della Statistica del Comune di Milano, *Il Contratto collettivo di lavoro per le aziende industriali,* Milano, Gennaio 1920.

F. Vinci, *Come migliorare l' organizzazione del lavoro nelle nostre industrie,* Zanichelli, Bologna, 1920.

G. Barnich, *Essai de Politique Positive,* Bruxelles, Lebèque et C.ie, 1919.

M. Halbwachs, *Les plans d' extension et d' aménagement de Paris avant le XIX Siècle (Institut d' Histoire, de Géographie et d' Économie Urbaines de la Ville de Paris),* Paris, Leroux, 1920.

A. Julin, *Principes de Statistique théorique et appliquée,* avec une préface de M. L. March, Tome premier: *Statistique théorique,* Paris, Rivière; Bruxelles, Dewit, 1921.

Royaume de la Belgique. Ministère de l' Industrie, du Travail et du Ravitaillement, *Statistique des Accidents du Travail,* Année 1906, Tome I^er^, année 1909.

Office de Statistique de la République Tchécoslovaque, *Manuel Statistique de la République Tchécoslovaque,* Prague, 1920.

C. V. L. Charlier, *On the Method of Laplace for the Asymptotic Computation of Functions* « Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik », Band 15, N. 4, 1920).

City of Birmingham, *Report of the Medical officer of Health for the Year 1919.* Birmingham, Hudson a. Sons 1920.

Department of Commerce (U. S. A.), *Statistical Abstract of the United States,* 1919; Washington 1920.

DEPARTMENT OF COMMERCE, *Foreign Commerce and Navigation of the United States for the Calendar Year 1919.* Washington, Government printing office, 1920.

C. DOBBEL, *A report on the occurrence of Intestinal Protozoa in the Inhabitants of Britain with special reference to « Entamoeba Histolytica »*, London, Medical Research Council, 1921.

L. J. DUBLIN and J. WHITNEY, *On the Costs of Tuberculosis.* (Reprinted from « Quarterly Publications of the American Statistical Association », December 1920).

F. Y. EDGEWORTH, *On the Application of Probabilities to the Movement of Gas-Molecules* (From the « Philosophical Magazine » Vol. XL, September 1920).

R. F. FOERSTER, *The Italian factor in the Race Stock of Argentina* (Reprinted from « Quarterly Publications of the American Statistical Association », June, 1919).

D. M. FREDERICKSEN, *The Wobbling Stilts of High Prices* (Reprinted from « The Financier » New York).

B. JOHNSON, *Law Enforcement against prostitution from the point of view of the public official,* (Reprinted from « National Municipal Review », Vol. IX, N. 7, July, 1920).

P. GAMBLE KAMMERER, *The Social Consequences of Illegitimacy;* (Reprinted from « Social Hygiene », Vol. VI, N. 2., April 1920).

W. E. REY, *Heredity and Social Fitness, a study of differential mating in a Pennsylvania family*, Carnegie Institution of Washington, 1920.

MEDICAL RESEARCH COUNCIL, *The Laboratory Diagnosis of Acute Intestinal Infections, including the Principles and Practice of the Agglutination Test*, London, 1920.

MEDICAL RESEARCH COUNCIL, *The Medical Problems of Flying,* London, 1920.

MEDICAL RESEARCH COUNCIL, *The Diagnosis and Treatement of Peripheral Nerve Injuries*, London, 1920.

MEDICAL RESEARCH COUNCIL, *The Effects of Alcohol and some other Drugs during Normal and Fatigued Conditions*, London, 1920.

MEDICAL RESEARCH COUNCIL, *The Science of Ventilation and Open Air Treatement*, London, 1920.

MEDICAL RESEARCH COUNCIL, *Cerebrospinal Fever, Studies in the Bacteriology, Preventive Control, and Specific Treatement of Cerebrospinal Fever amony the Military Forces 1915-1919,* London, 1920.

C. MOYLAN WALSH, *The problem of estimation.* London, P. S. King e Sons 1921.

W. J. O'Donovan, G. A. Wyon, T. A. Webster, H. H. Dale, P. N. Panton and H. E. Bates, *T. N. T. Poisoning and the Fate of T. N. T. in the Animal Body*, London, Medical Research Council 1921.

Eighty first Annual Report Marriages in England and Wales, *Registrar General of Birth, Deaths and Marriages in England and Wales, 1918.*

Registrar general of Births, Deaths and Marriages in England and Wales, *Eighty-Second Annual Report*, London, 1920.

Registrar general of Births, Deaths and Mariages in England and Wales, *Supplement to the Seventy-Fifth Annual Report, Part II. Abridged Life Tables,* London, 1920.

The Cleveland Hospital Council, *A popular Summary of the Cleveland Hospital and Health Survey,* 1920.

E. Tornquist, *The Economic Developement of the Argentine Republic in the last fifty years*, Buenos Ayres, 1919.

Will Irwin, *Conquerin an old enemy,* « The American Social Hygiene Association Publication », N. 250.

F. A. Woods, *The decline of autocracy and its relation to warfare,* (Reprinted from « The Journal of Heredity » Vol. XI, N. 1, January, 1920).

F. A. Woods, *Portraits of early Americans*, (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. X, N. 5. May 1919).

F. A. Woods, *The racial limitation of Bolshevism*, (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. X, N. 4, Aprile 1919).

F. A. Woods, *Genius of Theodore Roosevelt and his place among historic personalities*, (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. X, N. 7, October, 1919).

F. A. Woods, *Good Qualities are correlated*, (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. X, N. 2, February 1919).

F. A. Woods, *Twins prove the importance of chromosomes,* (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. X, N. 9, December, 1919).

F. A. Woods, *A definition of Heredity — « Nature vs. Nurture » not a good espression*, (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. X, N. 9, December, 1919).

F. A. Woods, *Kaiserism and Heredity*, (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. IX, N. 8, December, 1918).

F. A. Woods, *Will not morality necessarily improve?* (Reprinted from « The Journal of Heredity », Vol. IX, N. 7. November, 1918).

E. Blascke, *Zur Ausgleichung von zweifach abgestuften statistischen Reihen* (Sonderabdruck aus « Zeitschrift für die gesamte Versicherungs-Wissenschafts », Band 20, Heft 4).

E. Czuber, *Aphorismen zur Zeitgeschichte,* (Sonderabdruck aus « Zeitschrift für die gesamte Versicherungs-Wissenschaft », Band 21, Heft 1).

E. Czuber, *Das Bevölkerungsproblem,* in « Oesterreichische Revue », 20 N. 27. Dezember 1920. N. 3 Jänner 1921.

C. Döring, *Die Bevölkerungsbewegung im Weltkrieg,* in « Bullettin der Studiengesellschaft für sociale Folgen des Krieges » N. 6).

C. Döring, *Die Bevölkerungsbewegung im Weltkrieg,* in « Archiv für Soziale Hygiene und Demographie », Band 13, Heft 4).

J. Esscher, *Ueber die Sterblichkeit in Sweden 1886-1914, eine Stabilitäts— und Korrelationsuntersuchung* «, Meddelanden fraen Lunds Astronomiska Observatorium » Serie III. N. 23, 1920).

E. J. Gumbel, *Die Berechnung des Bevölkerungsstandes durch Interpolation* (Ergänzungsheft N. 2 zu dem « Archiv für Soziale Hygiene und Demographie »).

K. G. Malmquist, *Die Berechnung von Schiefheit und Exzess in der Verteilung von Schiefheit und Exzess in der scheinbaren Magnitude,* «Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik », Band 15, N. 9, 1920).

R. Michels, *Dogmengeschlichtliche Beiträge zur Verelendungstheorie* (Separatabdruck aus « Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik », Bd. 42, H. 2, Dez. 1920).

E. Roesle, *Ergebnisse der Todesursachenstatistik in Deutschen Reiche für des Jahre 1913* (Sonderabdruck aus der Monatsschrift « Oeffentliche Gesundheitspflege »).

E. Roesle, *Die Veröffenthlichungen des Moskaues Gouvernements-Semtvo aus dem Gebiete der sozialen Hygiene und Demographie* (Sonder-Abdruck aus dem « Archiv für Soziale Hygiene und Demographie »).

E. Roesle, *Eine statistische Untersuchung über die Abstufung des Kartoffelverbrauchs in Verschiedenen sozialen Klassen,* (Sonder-Abdruck aus dem « Archiv für Soziale Hygiene und Demographie », XI Band, 2 Heft, 1916).

E. Roesle, *Die Internationalität des medizinischen Wissenschaft,* (Sonder-Abdruch aus dem « Archiv für Soziale Hygiene und Demographie », XI Band, 2 Heft, 1916).

E. Roesle, *Kritische Bemerkungen zur Statistik der Geschlechtskranken,* (Sonder-Abdruck aus dem « Archiv für Sozial Hygiene und Demographie », Band 13, Heft 3, 1919).

E. Roesle, *Demographische Materialen,* (Sonder-Abdruck aus dem « Archiv für Soziale Hygiene und Demographie », XI Band, 1, 2 und 4 Heft, 1915 u. 1916).

W. Weinberg, *Zur Vererbung bei manisch-depressiven Irresein,* (Sonderabdruck aus « Zeitschrift für Angewandte Anatomie und Konstitutionslehre » Band VI).

S. D. Wicksell, *Beiträge zum Studium der Bravais'schen Funktion*, « Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik », Band 15, N. 7, 1920).

W. Winkler, *Die Totenverluste der öst.-ung. Monarchie nach Nationalitäten*, Wien, Seldi u. Sohn, 1919.

A. E. Bunge, *La Unidad de Valor* « Revista de Economia Argentina ». Octobre 1920).

A. E. Bunge, *Los Problemas Economicos del Presente*, Buenos Ayres, 1920.

H. J. Hansen, *Skolebiorns Vackstforhold i Kiobenhaver og Nogle Danske Provinsbyer* (Saertryk af « Meddelelser fra den Antropologiske Komité », Kiobenhav 1920).

Ministerio de Hacienda de la República Argentina. Dirección General de Estadística de la Nación. *El comercio exterior argentino, Boletín n. 168-171.* Buenos Ayres, Compañia Sud-Americana de Billetes de Banco, 1916.

Republica Argentina, Dirección general de Estadistica de la Nación, *El Comercio exterior argentino en 1919 y 1918*, Buenos Ayres, Mercatali, 1920.

República Argentina. Dirección General de Estadística de la Nación. *Intercambio Económico de la República 1910-1917.* Buenos Ayres, Rosso y C.ia, 1918.

Ministerio de Hacienda de la República Argentina, Dirección General de Estadística de la Nación. *Extracto Estadístico de la República Argentina correspondiente al año 1915.* Buenos Ayres, Compañia Sud-Americana de Billetes de Banco, 1916.

República Argentina. Dirección general de Estadistica de la Nación. *Anuario del Comercio exterior de la República Argentina años 1916-17.* Buenos Ayres, Imprenta Mercatali, 1918-1920.

República Argentina. Dirección general de Estadística de la Nación. *El comercio esterior argentino — Buletinos 177-183.* Buenos Ayres, Rosso y C.ia, 1918-1920.

República Argentina. Dirección general de Estadística de la Nación, *El Intercambio Económico de la República Argentina en 1916-18. Boletinos 172-176.* Buenos Ayres, Compañia Sud Americana de Billetes de Banco, 1917-1918.

ERRATA-CORRIGE

NEL SECONDO NUMERO	Invece di	leggasi
A pagina 34, linea 14 . . .	e il valore	e la radice quadrata del valore
» 36, » 9 . . .	Le medie	Le radici quadrate delle medie
» 36, » 14 . . .	al valore medio teorico	alla radice quadrata del valore medio teorico
» 37, prospetto, 2ª colonna di fronte all'età 66 . .	5	3
» 37, idem, 4ª colonna ultima linea, numero teorico degli scarti . . .	6.6	6.3
» 41, linea 1	che il valore	che la radice quadrata del valore
» 41, linee 6 e 7. .	un valore medio teorico per tale quadrato	una radice quadrata del valore medio teorico di tale quadrato

BRAGANTE AGOSTINO, *Gerente responsabile.*

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVUE OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE RUNDSCHAU

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Dott. Corrado Gini, *prof. ord. di Statistica nella R. Università di Padova* (Italia).

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION — EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTIONS-KOMITEE

Prof. A. Andréadès, *de Science des finances à l'Université d'Athènes* (Grèce).
Prof. A. E. Bunge, *Director general de Estadistica de la Nacion. Buenos Ayres* (Argentina).
Dott. F. P. Cantelli, *attuario alla Cassa depositi e prestiti. Ministero del Tesoro. Roma* (Italia).
Dr. E. Czuber, *Professor an der Technischen Hochschule in Wien* (Deutsch Oesterreich).
Dr. F. von Fellner, *Professor an der Universität Budapest* (Ungarn).
Prof. A. Flores de Lemus, *Jefe de Estadistica del Ministero de Hacienda. Madrid* (España).
Dr. L. V. Furlan, *Privatdozent für Statistik an der Universität Basel* (Schweiz).
Dr. M. Greenwood, *reader in Medical Statistics in the University of London* (England).
Mr. G. H. Knibbs, *Commonwealth Statistician. Melbourne* (Australia).
Ing. L. March, *directeur de la Statistique générale de la France. Paris* (France).
Dr. H. W. Methorst, *directeur de l'Office permanent de l'Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique, La Haye* (Hollande).
Prof. A. Julin, *secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail. Bruxelles* (Belgique).
Dr. R. Pearl, *prof. of Biometry and Vital Statistics in the J. Hopkins University. Baltimore* (U.S.A.).

Vol. 1. N. 4. **1-IX-1921**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

R. A. Fisher. *On the « Probable Error » of a Coefficient of Correlation deduced from a Small Sample* . . . . p. 3
S. D. Wicksell. *An exact formula for spurious correlation* . » 33
A. Tschuprow. *Ueber die Korrelationsfläche der aritmetische Durchschnitte (Ein Grenztheorem)* . . . . . » 41
E. S. Littlejohn. *On an elementary method of finding the moments of the therms of a multiple hypergeometrical series* » 49
L. March. *Les modes de mesure du mouvement général des prix* » 57
C. Gini. *La guerra dal punto di vista dell' eugenica.* . . . » 92
R. Livi. *Sull' accrescimento della statura oltre i venti anni* . » 123
A. Bertelsen. *Some Statistics on the native population of Greenland* . . . . . » 132
F. Savorgnan. *L' aumento delle nascite maschili durante la guerra* . . . . . » 137
L. Livi. *Una inchiesta sui bilanci di famiglie borghesi.* . . » 161
A. Aschieri. † *Luigi Bodio* (1840-1920) . . . . . » 180
Pubblicazioni ricevute - Publications reçues - Publications received - Erhaltene Veröffentlichungen . . . . . » 196

INDUSTRIE GRAFICHE ITALIANE
Stabilimento di ROVIGO
1921

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.
(*Secondo l' ordine d' arrivo*).

ARTIKEL DIE AN DIE RUNDSCHAU ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.
(*Nach der Reihenfolge des Eingangs*).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.
(*D'après la date de réception*).

ARTICLES RECEIWED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.
(*According to date of receipt*).

A. Guldberg, *Zur Theorie der Korrelation.*

A. MacDonald, *Death Psychology of Historical Personages. A Statistical Study.*

M. Kovero, *August Hjelt* (Necrologie).

A. A. Tschuprow, *On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations.*

R. A. Fisher

On the "Probable Error" of a Coefficient of Correlation deduced from a Small Sample

Introduction.

The problems of theoretical statistics fall into two main classes: *a*) To discover what quantities are required for the adequate description of a population, which involves the discussion of mathematical expressions by which frequency distributions may be represented: *b*) To determine how much information, and of what kind, respecting these population-values is afforded by a random sample, or series of random samples.

Problems of the second class require for their adequate discussion a knowledge of the distribution in random samples of specified size, of the statistical derivates used to estimate or evaluate the population-characters. Thus in calculating the correlation from a sample we are making an estimate of the correlation in a theoretical infinite population from which the sample is drawn. We wish to make the best possible estimate and to know as accurately as possible how far the estimate may be relied upon. To this end we seek to know the distribution of the values obtained when samples are drawn from an infinite population, whatever the value of the correlation in such population may be.

Some years ago, the writer applied a novel method of geometrical representation to problems of random sampling which had excited attention in the pages of *Biometrika*. He was thereby enabled to give the exact form of the curve of distribution in random samples of the coefficient of correlation when the latter was calculated in the ordinary way. His formulae emphasised the fact that in the neighbourhood of ± 1, the curves become extremely skew, even for large samples, and change their form so rapidly that the ordinary statement of the « pro-

bable error » is practically valueless. It was accordingly suggested that the variable r was unsuitable for expressing the accuracy of an observed correlation in these regions but that, by a simple transformation, a variable might be obtained the sampling curves of which are practically normal and of constant standard deviation.

Since that time, the curves of random sampling which arise from other methods of calculation have been examined, viz., those appropriate to intra-class correlations, represented by symmetrical tables. It was found that these curves while different from those previously obtained, could be rendered approximately normal by a similar transformation and that the discrepancies between the sampling curves derived by the two methods were greater than the departure of either from the normal form. The advantage of the transformation therefore became more apparent, it not only enabled an intelligible statement of the « probable error » to be made, even for high correlations, but permitted, and in the simplest possible manner, the making of allowance for the method of calculation.

In the former paper it was found, by applying a method previously developed, that the « most likely » value of the correlation of the population was, numerically, slightly smaller than that of the sample. This conclusion was adversely criticised in *Biometrika*, apparently on the incorrect assumption that I had deduced it from BAYES theorem. It will be shown in this paper that when the sampling curves are rendered approximately normal, the correction I had proposed is equal to the distance between the population-value and the mid-point of the sampling curve and is accordingly no more than the correction of a constant bias introduced by the method of calculation. No assumption as to *a priori* probability is involved.

The exact forms of a variety of frequency curves serve as an adequate basis for discussing methods by which a theoretical or ideal quantity, such as the population-value of the correlation coefficient, may be estimated from a sample. The attempt made by BAYES, upon which the determination of « inverse probabilities » rests, admittedly depended upon an arbitrary assumption, so that the whole method has been widely discredited; yet the very concept of a frequency curve, or surface, implies an infinite ideal population, the properties of which can only be estimated from samples. In my opinion, two radically distinct concepts have been confused under the name of « probability »

and only by sharply distinguishing these can we state accurately what information a sample does give us respecting the population from which it is drawn.

1. *The curve of random sampling for « intraclass » correlations.*

In the calculation of fraternal correlations, and others of a like nature, in which the mean and standard deviation are presumed to be the same for both variables, it is usual to obtain the common mean and standard deviation from the whole of the observations. This procedure may be expected to give more accurate results than the use of separate means and standard deviations, when no distinction is made as to which of one pair of observations corresponds to each of another pair; this expectation is justified in that the probable error of such correlations is somewhat less than that of a similar correlation drawn from the same number of pairs of independent quantities, but the curve of random sampling is also affected in other ways.

If $x_1, x_1', x_2, x_2', \ldots x_n, x_n'$ be n pairs of observations of this kind, then

$$2n\,\overline{x} = S\,(x + x')$$
$$2n\mu^2 = S\,\{(x - \overline{x})^2 + (x' - \overline{x})^2\}$$
$$n\mu^2 r = S\,(x - \overline{x})(x' - \overline{x})$$

are the equations which determine the statistics $\overline{x}$, μ and r. Correlations found in this way have heen termed intraclass correlations. In other cases of intraclass correlations the observations may occur in sets of 3, 4 etc., but these cases will not be considered in detail.

The exact form of the curve of random sampling may be obtained by the method previously used (Fisher 1915) to determine that of correlations of the ordinary type, in which the means and standard deviations of the two variates are calculated separately. In this method a sample is represented by a point in generalised space, the separate measurements being the coordinates of the point.

If m, σ and ρ be the values of the mean, standard deviation and correlation of the hypothetical infinite gaussian population from which the sample is drawn, then the frequency with which any pair of values fall into specified infinitesimal ranges, is

$$df = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}}\, e^{-\frac{1}{2\sigma^2(1-\rho^2)}\{(x-m)^2 - 2\rho(x-m)(x'-m) + (x'-m)^2\}}\, dx\, dx';$$

hence the chance that all the observations of the sample have given values is

$$(\mathrm{I})\quad \frac{1}{(2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2})^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2(1-\rho^2)} S\{(x-m)^2-2\rho(x-m)(x'-m)+(x'-m)^2\}} dx_1 dx_1' dx_2 dx_2' \ldots dx_n dx_n'.$$

The representative point lies on a plane space, specified by $\bar{x}$, and on a generalised sphere of $(2n-1)$ dimensions lying in that space, $\mu\sqrt{2n}$ being the radius of that sphere. Its position upon the sphere is further restricted to a region at a fixed angular distance, θ, from the space of $(n-1)$ dimensions, specified by the equations

$$x_1 = x_1',\ x_2 = x_2', \ldots\ldots, x_n = x_n'.$$

This angular distance depends upon r in such a way that

$$r = \cos 2\theta$$

Hence the volume element $dx_1\, dx_1' \ldots dx_n\, dx_n'$ may, neglecting a constant multiplier, be replaced by

$$d\bar{x}\,\mu^{2n-2}\, d\mu\, \sin^{n-1}\theta\, \cos^{n-2}\theta\, d\,\theta,$$

or by

$$d\bar{x}\,\mu^{2n-2}\, d\mu\, (1-r)^{\frac{n-2}{2}} (1+r)^{\frac{n-3}{2}} dr.$$

The frequency element, simplified by substituting the derivates $\bar{x}$, μ and r for the coordinates, and by ignoring constant factors, may now be written

$$(\mathrm{II})\quad e^{-\frac{2n}{2\sigma^2(1-\rho^2)}\{(\bar{x}-m)^2(1-\rho)+\mu^2(1-\rho r)\}} d\bar{x}\,\mu^{2n-2} d\mu (1-r)^{\frac{n-2}{2}} (1+r)^{\frac{n-3}{2}} dr$$

an expression which specifies the relative frequencies with which any assigned values of $\bar{x}$, μ and r will occur in the process of random sampling.

The factor

$$e^{\frac{-2n}{2\sigma^2(1+\rho)}(\bar{x}-m)^2} d\bar{x}$$

involves only the variable $\bar{x}$, and shows it to be normally distributed about its mean, independently of the other derivates. Its accuracy depends upon ρ, and is increased without limit as ρ approaches -1, being reduced, however, when ρ is positive.

Since we are concerned merely with the distribution of r, the remaining factor,

$$\text{(III)} \qquad e^{-\frac{n}{\sigma^2}\cdot\frac{1-\rho r}{1-\rho^2}\cdot\mu^2}\,\mu^{2n-2}\,d\mu.(1-r)^{\frac{n-2}{2}}(1+r)^{\frac{n-3}{2}}dr,$$

must be integrated with respect to μ, from 0 to ∞. It is easy to see that the only factors of the integral which involve r, must be

$$\text{(IV}a\text{)} \qquad (1-\rho r)^{-\left(n-\frac{1}{2}\right)}(1-r)^{\frac{n-2}{2}}(1+r)^{\frac{n-3}{2}}dr$$

an expression which gives the relative frequency of occurrence of different values of r.

For sets of 3 the corresponding expression is

$$\text{(IV}b\text{)} \qquad (1+\rho-2\rho r)^{-\frac{3n-1}{2}}(1-r)^{\frac{2n-2}{2}}\left(\frac{1}{2}+r\right)^{\frac{n-3}{2}}dr$$

in which it will be noticed that r cannot fall below $-\frac{1}{2}$. Indeed in general for sets of s it cannot fall below $-\frac{1}{s-1}$, although there is no restriction upon positive correlations. The expression for the distribution of the correlation within groups of s being

$$\text{(IV}c\text{)} \qquad (1+\overline{s-2}\,\rho-\overline{s-1}\,\rho r)^{-\frac{sn-1}{2}}(1-r)^{\frac{\overline{s-1}\,n-2}{2}}\left(\frac{1}{s-1}+r\right)^{\frac{n-3}{2}}dr$$

2. *The transformation of the curves of random sampling of correlations within classes of 2.*

It was noticed in a previous paper (Fisher, 1915) that the curve of sampling of the correlation coefficient becomes extremely skew towards the ends of its range, and in these regions changes its form rapidly as ρ is changed. It was suggested that this group of curves could be reduced both to approximate normality and to approximate constancy of the probable error, by the transformation

$$\text{(V)} \qquad \begin{cases} \rho = \tanh\zeta \\ r = \tanh z \end{cases}$$

This transformation has recently been applied (FISHER, 1919) to the measure of resemblance employed by THORNDIKE (1905) in his investigations of twins. If x and y are the deviations from their means of the measurements of two twins, THORNDIKE took

$$r = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

as a measure of resemblance. If ρ is the true value of the correlation the curve of random sampling of r is

$$\frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\pi} \cdot \frac{dr}{(1-\rho r)\sqrt{1-r^2}}$$

a curve not unlike that of the correlation derived from 3 pairs of observations, having infinite values at the extremes, and an antimode. This curve changes its form rapidly as ρ is changed. On applying the transformation (V) the curve becomes

$$\frac{1}{\pi} \operatorname{sech} (z-\zeta)\, dz,$$

a symmetrical curve centred at ζ. This curve is of absolutely invariant form for different values of ζ. For large values of $|z-\zeta|$ the curve falls off exponentially; it is markedly leptokurtic, having

$$\beta_2 = 5.$$

If we apply this transformation to expression (IVa) we obtain

$$\text{(VI)} \qquad \frac{\overline{n-\frac{3}{2}}\,!\ ^{(*)}}{\overline{n-2}\,!\ \sqrt{2\pi}} \operatorname{sech}^{n-\frac{1}{2}} (z-\zeta).\ e^{-\frac{1}{2}(z-\zeta)}\, dz$$

after inserting the requisite constant factor. This curve in also absolutely constant in form for all values of ζ, the effect of changing ζ being merely to shift it bodily. The curve also tends to normality as n increases with rapidity sufficient to justify the use of the probable error as an adequate representation of its distribution due to sampling.

(*) The symbol $x!$ is here used as equivalent to $\Gamma(x+1)$ whether x be an integer or not.

The approach to normality may be well shown by PEARSON'S method of expansion (*Cooperative Study*, 1916). Writing x for $z-\zeta$, the ordinate may be expressed as

$$y=\frac{\overline{n-\frac{3}{2}!}}{\overline{n-2}!\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{n-1}{2}x^2}\left\{1+\frac{n-1}{12}x^4-\left(\frac{n-1}{45}x^6-\frac{\overline{n-1}^2}{288}x^8\right)+\ldots\right\}$$
$$\left\{1-\frac{1}{2}x-\frac{x^2}{8}+\frac{5x^3}{48}+\frac{17x^4}{384}\ldots\right\}$$

whence may be obtained the moments about $x=0$

$$\bar{z}-\zeta=\mu_1'=-\frac{1}{2\overline{n-1}}\left\{1+\frac{1}{2\overline{n-1}}\ldots\right\}$$
$$\mu_2'=\frac{1}{n-1}\left\{1+\frac{3}{4\overline{n-1}}+\frac{5}{12\,\overline{n-1}^2}\ldots\right\}$$
$$\mu_3'=-\frac{3}{2\overline{n-1}^2}\left\{1+\frac{7}{4\overline{n-1}}\ldots\right\}$$
$$\mu_4'=\frac{1}{(n-1)^2}\left\{3+\frac{13}{2\overline{n-1}}+\frac{145}{16\,\overline{n-1}^2}\ldots\right\}$$

The distance of the mean, $\bar{z}$, from the population value ζ, though of higher order than the standard deviation is yet of lower order than the distance of the mean from the mode. For the mode is where

$$x=-\tanh^{-1}\frac{1}{2n-1};$$

that is

$$\breve{z}-\zeta=-\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{3(2n-1)^3}\ldots\ldots$$
$$=-\frac{1}{2\overline{n-1}}\left\{1-\frac{1}{2\overline{n-1}}\ldots\right\}$$

Evidently the mean, mode and median of this curve approach each other more rapidly than they approach the population value. The optimum value of ζ for a given z, that is to say, that value of ζ which gives z with the greatest frequency, is given by the equation

$$\hat{\zeta}-z=\tanh^{-1}\frac{1}{2n-1}$$

The curve being invariant in form, it follows that the modal value of z, is also that value for which ζ is an optimum. Now the median

observation for a given population value, and the optimum population value for a given observation are, unlike the mode and the mean, unchanged for all transformations; they differ approximately by

$$\frac{1}{3(n-1)^2}$$

in the scale of z, and a transformation which renders the sampling curve invariant is bound to bring the mean and mode into agreement to the same order. By virtue of this agreement adequate allowance may be made for the bias towards negative correlations displayed by small samples. Referred to the mean, the moments are

$$\mu_2 = \frac{1}{n-1}\left\{1 + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{6n-1^2} \cdots\right\}$$

$$\mu_3 = -\frac{1}{(n-1)^3} \cdots\cdots$$

$$\mu_4 = \frac{1}{(n-1)^2}\left\{3 + \frac{5}{(n-1)} + \frac{19}{4n-1^2} \cdots\right\}$$

so that

$$\beta_1 = \frac{1}{(n-1)^3} \cdots\cdots$$

$$\beta_2 = 3 + \frac{2}{n-1} + \frac{1}{(n-1)^2} \cdots\cdots$$

The curve therefore becomes symmetrical with extreme rapidity, remains slightly leptokurtic, but is sensibly normal for all but the smallest possible samples.

The standard deviation is independent of ρ, and very nearly agrees with the formula

$$\frac{1}{\sqrt{n-3/2}}$$

the probable error may therefore be read off as χ_1, in Table V of *Tables for Statisticians* (PEARSON, 1914) interpolating for the half integer.

It is easy to assign a reason for the negative bias of correlations of this type; the mean value of the variate deviations are not in these cases reduced independently to zero, but are equal and of opposite sign, thus automatically introducing a small negative term into the product moment. The correction needed, being of higher order than the probable error, does not sensibly improve the accuracy of a single

determination, but may become of importance in comparing averages based on samples of different sizes, or calculated by different methods, as are parental and fraternal correlations.

Since the method I should adopt in obtaining the population value and its probable error from an observation of a small sample differs materially from that developed in the *Cooperative Study* (1916) a number of brief examples may serve to illustrate the application of the principles here laid down.

Ex. I. — A correlation 0.6000 is derived from 13 « fraternal » pairs of observations, find the population value with its probable error.

Using the transformation $r = \tanh z$, we have

	r	z
Calculated value	+ 0.6000	+ 0.6930
Correction $\frac{1}{2n-1}$		+ 0.0417
Population value	+ 0.6259	+ 0.7347
Probable error of z for given ζ . .		± 0.1989
Lower quartile	+ 0.4898	+ 0.5358
Higher quartile	+ 0.7323	+ 0.9336

The quartile distances are 0.1361 and 0.1064, their mean 0.1213 is in fair agreement with 0.1238 derived from the formula $0.67449\frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$. The difference between them reveals the shewness of the curve and the impossibility of judging accurately, from the values of r alone, the probability of a difference of observations of two of three times the probable error.

Ex. II. — Estimate the probability that the above observation corresponds to a true value (1) 0.3000, (2) 0.9500.

	r	z	Differences	Standard error	Ratio	P
Hypothesis I.	0.3000	0.3095				
			0.4252	0.2887	1.47	0.142
Sample	0.6259	0.7347				
			1.0971	0.2887	3.80	0.00014
Hypothesis II.	0.9500	1.8318				

Thus the value 0.95 although, when measured on the r scale, nearer to the population value derived from the sample, is roughly 1000 times less likely than 0.30. The value of P cannot be taken very

accurately from the probability integral of the normal curve, since the true curve in z is slightly leptokurtic ($\beta_2 = 3.17$) and extreme deviations are therefore more common than they would be if the distribution were strictly normal. However, the increase in accuracy in expressing the probable error in terms of z, the curve of which is invariant in form and approximately normal, instead of terms of r, the curve of which may be very skew and variable in form, even for high values of n, is sufficiently striking.

It would of course be possible to render the statement of the probable error of r less misleading, by writing $\begin{matrix} +0.1064 \\ -0.1361 \end{matrix}$ instead of ± 0.1213; that is by stating the actual quartile distances. Such a change, though certainly more accurate, and giving at any rate a danger signal as to the nature of the distribution, does not describe it effectively. Although two numbers are given, they contain less information than the single probable error when the distribution is normal; nor can they be used with the same facility for those crucial comparisons, for which probable errors are necessary.

3. *The corresponding transformation for simple interclass correlations.*

If the data, as is commonly the case, consist of pairs of values of two variables x and y, which are not presumed to have the same mean or standard deviation, then the distribution of the correlation coefficient r, has been shown (Fisher 1915) to be

$$df = \frac{n-2}{\pi}(1-\rho^2)^{\frac{n-1}{2}}(1-r^2)^{\frac{n-4}{2}}\int_0^\infty \frac{dt}{(\cosh t - \rho r)^{n-1}}\cdot dr$$

The application of the transformation (V) to this series of curves, though not leading to so simple a curve as that indicated by expression (VI) will be found to be attended by the same practical advantages. The element of frequency becomes

$$df = \frac{n-2}{\pi}\operatorname{sech}^{n-1}\zeta \operatorname{sech}^{n-2} z \int_0^\infty \frac{dt}{(\cosh t - \rho r)^{n-1}}\, dz$$

which may be expanded in the same manner as before, writing x for $z-\zeta$; then

$$y=\frac{n-2}{\sqrt{2\pi}\sqrt{n-1}}e^{-\frac{n-1}{2}x^2}\left\{1+\frac{1}{2}\rho x+\left(\frac{2+\rho}{8\sqrt{n-1}}+\frac{4-\rho^2}{8}x^2+\frac{n-1}{12}x^4\right)\right.$$
$$+\rho x\left(\frac{4-\rho^2}{16\sqrt{n-1}}+\frac{4+3\rho^2}{48}x^2+\frac{n-1}{24}x^4\right)$$
$$\left.+\left(\frac{4+12\rho^2+9\rho^4}{128\sqrt{n-1}^2}+\frac{8-2\rho^2+3\rho^4}{64\sqrt{n-1}}x^2+\frac{8+4\rho^2-5\rho^4}{128}x^4+\frac{28-15\rho^2}{1440}x^6\sqrt{n-1}+\frac{\sqrt{n-1}^2}{288}x^8\right)+\ldots\right\}$$

The form of the transformed curve involves ρ and is thus not absolutely constant in shape. Taking moments about, $x=0$, we have,

$$\bar{z}-\zeta=\mu_1'=\frac{\rho}{2(n-1)}\left\{1+\frac{1+\rho^2}{8\sqrt{n-1}}\ldots\right\}$$
$$\mu_2'=\frac{1}{n-1}\left\{1+\frac{8-\rho^2}{4\sqrt{n-1}}+\frac{88-9\rho^2-9\rho^4}{24\sqrt{n-1}^2}\ldots\right\}$$
$$\mu_3'=\frac{3\rho}{2(n-1)^2}\left\{1+\frac{13+2\rho^2}{8\sqrt{n-1}}\ldots\right\}$$
$$\mu_4'=\frac{1}{(n-1)^2}\left\{3+\frac{28-3\rho^2}{2\sqrt{n-1}}+\frac{736-84\rho^2-51\rho^4}{16\sqrt{n-1}^2}\ldots\right\}$$

As with the previous case, the median value of z, differs from that for which ζ is optimum, only by terms in $\frac{1}{(n-1)^2}$ and higher orders; and this transformation brings the mean and mode into similar agreement with those invariant quantities. For the optimum value of ρ has been shown (*Cooperative Study*, 1916) to be

$$\hat{\rho}=r-\frac{r(1-r^2)}{2\sqrt{n-1}}\left(1-\frac{1-5r^2}{4\sqrt{n-1}}\right),$$

and the median value of r is, to the same approximation,

$$\rho+\frac{\rho(1-\rho^2)}{2\sqrt{n-1}}\left(1+\frac{9-14\rho^2}{6\sqrt{n-1}}\right);$$

both of which agree, as far as the term $\frac{1}{n-1}$ with the correction

$$-\frac{r}{2\sqrt{n-1}}$$

required to bring the mean of the z curve into agreement with the population value.

As before this correction is of a higher order than the standard deviation, and therefore does not add significantly to the accuracy of a single determination; its function is to allow for the size of the sample, and for the method of calculation, in cases where accurate comparisons are required between correlations or averages of correlations.

This correction unlike that obtained in section 2, changes its sign with r; it always reduces the observed value of r numerically, being positive when r is negative.

Taking now moments about the mean

$$\mu_2 = \frac{1}{n-1}\left\{1 + \frac{4-\rho^2}{2n-1} + \frac{176-21\rho^2-21\rho^4}{48n-1^2} \ldots\right\}$$

$$\mu_3 = \frac{\rho\left(\rho^2 - \frac{9}{16}\right)}{(n-1)^3} \ldots$$

$$\mu_4 = \frac{1}{n-1^2}\left\{3 + \frac{224-48\rho^2-3\rho^4}{16n-1} + \frac{1472-228\rho^2-141\rho^4-3\rho^6}{32n-1^2} \ldots\right\}$$

giving

$$\beta_1 = \frac{\rho^2}{n-1^3}\left(\rho^2 - \frac{9}{16}\right)^2 \ldots$$

$$\beta_2 = 3 + \frac{32-3\rho^4}{16n-1} + \frac{128+112\rho^2-57\rho^4-9\rho^6}{32n-1^2} \ldots$$

The curves therefore tend to normality as rapidly as those for correlations of the fraternal type. In addition to containing the divisor $(n-1)^3$, β_1 vanishes absolutely at the origin, and at two points which, as n increases, approach the limits $\pm$ 0.75. β_2 approaches its normal value at approximately the same rate as before. The value of ρ is seen to have very little influence on these curves (See Fig. 2); the weight of an observation is increased to a trifling extent from $n-3$ to $n-2\frac{1}{2}$ as ρ passes from 0 to $\pm$ 1; except for the smallest samples β_1 is to be neglected for all values of ρ, and when n is small enough for the leptokurtosis of the curves to be appreciable, it is reduced by less than 10 % by the highest possible value of ρ.

When expressed in terms of z, the curve of random sampling is therefore sufficiently normal and constant in deviation to be adequately represented by a probable error. This may be obtained from the same table as before entered with the value $n-3$.

The increased accuracy of assuming a common mean and standard deviation for the variables, when this assumption is justified, is thus equivalent to a gain of from 1 ½ pairs to 1 pair of observations or from 3 to 2 measurements according to the value of ρ.

The application of these methods is illustrated by the following examples.

Ex. III. — In a sample of 25 pairs only of parent and child the correlation for a certain character was found to be 0.6000. What is the most reasonable value to give ρ in the sampled population, and what is its probable error?

Using the transformation $r = \tanh z$ we have

	r	z
Calculated value	0.6000	0.6930
Correction.		—0.0125
Population value	0.5918	0.6805
Probable error		±0.1438
Lower quartile.	0.4905	0.5367
Higher quartile.	0.6774	0.8243

This example was taken by the writers of the *Cooperative Study* to illustrate the supposed shortcomings of my formula eqnivalent to that used above, for the optimum value of the correlation. Their comments upon my methods imply such a serious misunderstanding of my meaning that a brief reply is necessary. The following passage well illustrates their attitude (p. 358).

« If we distributed our ignorance equally the result would be that stated on p. 357, i. e.

0.59194

But, in applying BAYES' Theorem to this case, to what result of experience do we appeal? Clearly the only result of experience by which we could justify this « equal distribution of ignorance » would be the accumulative experience that in past series the correlation of parent and child had taken with equal frequency of occurrence every value from — 1 to + 1. To appeal to such a result is absurd; BAYES' Theorem ought only to be used where we have in past experience, as for example in the case of probabilities and other statistical ratios, met with every admissible value with roughly equal frequency. There is no such experience in this case. On the contrary the mean value of ρ for very long

series of frequencies of 1000 and upwards is known to be + 0.46 and the range is hardly more than 0.40 to 0.52 ». Applying some formulae the value

$$0.46225$$

is finally obtained, which as the authors justly remark, is « a totally different ' most likely value ' from that obtained by ' equally distributing ' our ignorance ».

From this passage a reader, who did not refer to my paper, which had appeared in the previous year, and to which the *Cooperative Study* was called an « Appendix », might imagine that I had used Boole's ironical phrase, « equal distribution of ignorance », and that I had appealed to « Bayes' theorem ». I must therefore state that I did neither. What is more important is that what I previously termed the ' most likely value ', which I now, for greater precision, term the ' optimum ' value of ρ, for a given observed r, is merely that value of ρ for which the observed r occurs with greatest frequency; it is obtained by making a maximum df, the frequency of occurrence of the observed value (Fisher 1915, p. 520).

It therefore involves no assumption whatsoever as to the probable distribution of ρ. The writers of the *Cooperative Study* appear to suppose that it depends upon the assumption that in past experience equal intervals, dr, of the range of possible correlations have received equal numbers of observed parental correlations. As a matter of fact the above analysis, in which we have used z instead of r, leads to exactly the same value of the optimum. Does the validity of the optimum therefore depend upon equal numbers of parental correlations having occurred in equal intervals dz? If so, it should be noted that this is inconsistant with an equal distribution in the scale of r, for

$$dz = \frac{dr}{1 - r^2}$$

As a matter of fact, as I pointed out in 1912 (Fisher, 1912) the optimum is obtained by a criterion which is absolutely independent of any assumption respecting the *a priori* probability of any particular value. It is therefore the correct value to use when we wish for the best value *for the given data*, unbiassed by any *a priori* presuppositions.

Though I am reluctant to criticise the distinguished statisticians who put their names to the *Cooperative Study*, I do not consider their treatment of this example justifiable. A correlation 0.6000 is calculated

from the sample. I suggest that the exact form of the curve of random sampling indicates that in small samples the correlation, positive or negative, is likely to be exaggerated, and therefore to correct for this effect, the best value to take is 0.5918. The writers of the *Cooperative Study* apparently imagine that my method depends upon « BAYES' Theorem » (*), or upon an assumption that our experience of parental correlations is equally distributed on the r scale, (and therefore not so on the scale of any of the innumerable functions of r, such as z, which might equally be used to measure correlation), and consequently alter my method by adopting what they consider to be a better *a priori* assumption as to the distribution of ρ. This they enforce with such rigour that a sample which expresses the value 0.6000 has its message so modified in transmission that it is finally reported as 0.462 at a distance of 0.002 only above that value which is assumed *a priori* to be most probable!

In my opinion 0.462 cannot be regarded as the correlation of the sample at all. It is in fact a kind of average value made up of the value for the sample and the values previously obtained from the other samples of different populations, measured in respect of different characters, but which have in common that they all refer to parents and children. As an average it has, of course, some value, though it could be obtained more simply and more accurately by regarding it as such. Regarded as the contribution which this sample makes to our knowledge of parental correlation it is simply misleading; its value depends almost wholly upon the preconcieved opinions of the computer and scarcely at all upon the actual data supplied to him.

Ex. IV. — A second sample of 13 from a similar population gives a correlation 0.7, what is the weighted mean of these two values?

	r	z	weight	Correlation (z) × weight
First sample .	0.6000	0.6930		
Correction . .		— 0.0125		
		0.6805	22	14.971
Second sample	0.7000	0.8673		
		— 0.0292		
		0.8381	10	8.381
Mean	0.6229	0.7297	32	23.352

(*) More properly upon a postulate analogous to that required to demonstrate BAYES Rule (BAYES, p. 371).

The weight of each sample measured on the scale of z is taken to be $(n-3)$, since the increase in weight due to the magnitude of ρ is less than 0.25 in both cases, and can indeed always be ignored save when exceptional refinement of methods is employed. The weights to be attached to values of z may therefore be taken straight from the numbers of observations. By using the z scale the changes in the variability of r, which render all means of values of r more or less inaccurate, are avoided. The mean value of r obtained thus, from that of z, represents with high accuracy the value of the correlation of the population which would yield two such samples with the greatest frequency.

4. *The probable error of intraclass correlations in general.*

The expression (IV*c*) gives the distribution of the correlation coefficient derived from sets of s observations, every pair of each set being given a place on the correlation table. Without examining in detail the approach of these curves to the normal form, they may be used to obtain adequate expressions for the probable errors of such correlations. This is the more necessary because all statisticians who have hitherto used these correlations, including the writer, have employed formulae which are not even approximately correct.

The transformation which rectifies this group of curves is

$$\text{VII} \qquad \begin{cases} 2\overline{s-1}\, r = \overline{s-2} + s \tanh(z-\varphi) \\ 2\overline{s-1}\, \rho = \overline{s-2} + s \tanh(\zeta-\varphi); \end{cases}$$

in which $$\tanh\varphi = \frac{s-2}{s};$$

this transformation like (V) is applicable without labour merely by the use of a table of hyperbolic tangents. Substituting in (IV*c*), and writing x for $(z-\zeta)$, the curve becomes

$$\text{VIII} \qquad \frac{\frac{sn-3}{2}!}{2^{\frac{sn-3}{2}} \cdot \frac{\overline{s-1}\, n-2}{2}!\, \frac{n-3}{2}!}\, e^{\frac{\overline{s-2}\, n+1}{2}(x-\varphi)}\, \operatorname{sech}^{\frac{sn-1}{2}}(x-\varphi)\, dx$$

the constant multiplier having been inserted to reduce the area of the curve to unity.

This curve like its special case when $s=2$, is absolutely constant in form irrespective of the value of ρ; consequently the value of r for which ρ is an optimum agrees absolutely with the mode. Indeed this series of curves only differs from those hitherto considered in one material respect. The positive and negative infinite values of x, which give the limiting values of r, correspond to the values

$$-\frac{1}{s-1} \text{ and } +1$$

instead of

$$-1 \text{ and } +1$$

For the mode we obtain

$$\tanh(x-\varphi) = -\frac{\overline{s-2}\,n+1}{sn-1} = -\frac{s-2}{s} - \frac{2\overline{s-1}}{s\,\overline{sn-1}}$$

whence, since

$$\tanh\varphi = \frac{s-2}{s}$$

we have

$$\tanh x = -\frac{s}{2\overline{sn-1}} \Big/ \left(1-\frac{s-2}{2\overline{sn-1}}\right)$$

The correction necessary to allow for the bias towards negative values in small samples is therefore, irrespective of s

$$+\frac{1}{2n}$$

From the second differential at the mode, we obtain as a first approximation to the weight of an observation

$$\frac{2\overline{s-1}}{s}n;$$

this value though constant on the scale of z, leads to very different values of the probable error of r.

If the peculiar nature of this distribution be ignored, and it is treated as an ordinary correlation, the standard error, will be approximately

$$\frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

The term $(1-r^2)$ is $\frac{dr}{dz}$ of transformation (V); increments of z and r are nearly equal in the neighbourhood of zero, and z is equally accelerated as r approaches $+1$ and -1. In transformation (VII) the rela-

tion between z and r is linear, not in the neighbourhood of zero, but in that of the point

$$z = \varphi$$
$$r = \frac{s-2}{2s-1};$$

this is in fact the central point of the range of possible values. In this neighbourhood

$$\frac{dr}{dz} = \frac{s}{2s-1}$$

the standard error therefore in this region (where $z - \varphi$ is small) is

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\frac{s}{2s-1}\right)^{3/2}.$$

For correlations in the neighbourhood of 0.5, the increase of the numbers of members of a class can never increase the accuracy beyond that obtained from 8 times as many pairs. If the observer has the choice, he will occupy his time more profitably in observing an increased number of small classes, when, as in the investigations on homotyposis, correlations of this order are expected.

In the neighbourhood of zero, the case is quite different. As s is increased the zero is approached more and more closely by the end of the range. The distribution curve of r becomes extremely skew, so that the probable error of r becomes a very inadequate index of the curve of sampling. However, if we suppose n increased indefinitely for a given value of s, we may obtain the standard error as before.

$$\frac{dr}{dz} = \frac{s}{2s-1}\operatorname{sech}^2\varphi = \frac{2}{s}$$

so that the standard error is

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\frac{2}{s\,s-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

in other words, the probable error in the neighbourhood of zero is the value obtained by treating every possible pair as an independent pair of observations.

The general formula, for the standard error of r, which includes these particular cases, is

$$(1-r)\left(\frac{1}{s-1}+r\right)\sqrt{\frac{2s-1}{sn}}$$

Ex. V. — The following values were given (HARRIS, 1916) for the correlations between « ovules failing » in different pods of the same tree (*Cercis Canadensis*); 100 pods were taken from each tree.

Meramec Highlands, 60 trees 0.0684 [0.0087]
Lawrence, Kansas, 22 trees 0.0858 [0.0143]

These are the lowest values recorded; the probable errors given by HARRIS are placed in parentheses. The author states « There can be no reasonable question of the statistical trustworthiness of all the direct homotypic correlations. The lowest is that for ovules failing per pod and this is in all cases 6 or more times its probable error ».

For both series

$$s = 100$$

$$\tanh \varphi = \frac{s-2}{s} = 0.98$$

$$\varphi = 2.2975.$$

Hence r	$1-r$	tanh $z-\varphi$	$\overline{z-\varphi}$	z	weight	Probable error	Ratio $z/p.e.$
0.0684	0.9316	−0.8446	−1.2370	1.0605	118.8	0.06188	17.14
0.0858	0.9142	−0.8101	−1.1273	1.1702	43.56	0.10221	11.45

The values of r are 7.86 and 6.00 times the probable errors given by HARRIS; the true ratios are 17.14 and 11.45. Thus HARRIS is amply justified in regarding these values as significant.

The formulae used above are

$$\tanh \overline{z-\varphi} = 1 + \frac{2\overline{s-1}}{s}(1-r)$$

and for the weight

$$\frac{2(s-1)}{s} n;$$

for such large values of s it would indeed he sufficient to use $2n$ as the weight.

Ex. VI. — The following values are given in the same table for the correlation between number of ovules in different pods on the same tree.

Meramec Highlands 60 trees + 0.3527 [0.0076]
Lawrence, Kansas 22 trees + 0.3999 [0.0121]

From these values we obtain the difference

$$0.0472 \pm [0.0142]$$

which might well be regarded as significant.

In this case we shall use the correction $+\frac{1}{2n}$.

$1-r$	$\tanh(z-\varphi)$	$\overline{z-\varphi}$	$\frac{1}{2n}$	$\hat{\zeta}-\varphi$	difference	
0.6473	—0.2817	—0.2896	+0.0083	—0.2813	0.1135	±0.1195
0.6001	—0.1882	—0.1905	+0.0227	—0.1678		

In spite of the correction which tends to increase the difference, the latter is now quite insignificant. The probable errors in this region are about three times as great as those stated. The accuracy of these higher values is but little increased by using such a large number of pods from each tree.

Ex. VII. In *Homotyposis in the Vegetable Kingdom* (Pearson 1900) there are many examples of correlations found from groups of correlated values. The uncertainty of the probable errors is indicated by placing them in parentheses. The correlation between the numbers of leaflets in different leaves from the same ash tree, will serve as a good example.

	$s = 26$ Buckinghamshire $n = 108$		$\varphi = .9231$ Dorsetshire $n = 120$		Monmouthshire $n = 100$	
	r	$z-\varphi$	r	$z-\varphi$	r	$z-\varphi$
Correlations	+0.3743	—0.2062	+0.3964	—0.1622	+0.4047	—0.1458
Probable error		±0.0466		±0.0444		±0.0486
Lower quartile	+0.3513	—0.2528	+0.3740	—0.2066	+0.3802	—0.1944
Upper quartile	+0.3977	—0.1596	+0.4191	—0.1178	+0.4296	—0.0972
Mean quartile distance	0.0232		0.0225		+0.0247	
Probable error given	[0.0109]		[0.0102]		[0.0111]	
$\frac{0.67449}{\sqrt{8n}}$	0.0228		0.0218		0.0238	

All these lie in the region where $\overline{z-\varphi}$ is small, and where an increased number of trees rather than an increased number of leaves per tree is required to give greater accuracy. The estimated probable errors are less than half their true values; while the value found by

entering the probable error table (PEARSON, 1914) with $8n$ gives a good approximation. Since s is not very large the latter approximation is too small when z is close to φ and is more nearly accurate at some distance from the centre; it would, of course, be much too large at greater distances, as in the neighbourhood of zero.

The interquartile ranges of all these observations overlap, the observed differences are therefore quite insignificant. Pearson's conclusion that they are « fairly alike » is thus greatly strengthened.

Ex. VIII. — An example of an observed correlation near to zero is afforded by the resemblances of human twins. It occurred to the writer (FISHER, 1919) that if there really were two types of twins differing greatly in their degree of resemblance, a positive correlation should be found between the likeness of the same pair of twins in different traits. The degree of correlation to be expected depends on the proportionate numbers of the two types, and the correlations of the two types. For the group of measurements available (THORNDIKE, 1905) it was estimated at + 0.18. If only one type of twins were present it should be very nearly zero. The measure of resemblance used was that explained in Section 2 of this paper.

The value found from 39 pairs of twins each measured in 6 traits was $-0.016 \pm [0.048]$ the probable error having been calculated on a basis of 195 independent pairs. Using transformation VII we have

$$\varphi = .8047$$

	r	z	Weight	Probable error
Observation	— 0.016	— 0.0497	65	0.0837
Hypothesis	0.18	+ 0.4201		

The probable error was therefore greatly exaggerated, but the observation is still sensibly zero. Its difference from the point

$$\rho = 0.18$$

is now much more significantly apparent; for using the original estimate, this difference is only 4.1 times its probable error, for which $P = 0.0051$, while correctly measured it is 5.6 times its probable error, for which $P = 0.000,14$.

The evidence in favour of a single type of origin for this group of twins is thus stronger than I had previously imagined.

Note on the confusion between BAYES' *Rule and my method of the evaluation of the optimum.*

My treatment of this problem differs radically from that of BAYES. BAYES (1763) attempted to find, by observing a sample, the actual *probability* that the population value lay in any given range. In the present instance the complete solution of this problem would be to find the probability integral of the distribution of ρ. Such a problem is indeterminate without knowing the statistical mechanism under which different values of ρ come into existance; it cannot be solved from the data supplied by a sample, or any number of samples, of the population. What we can find from a sample is the *likelihood* of any particular value of ρ, if we define the likelihood as a quantity proportional to the probability that, from a population having that particular value of ρ, a sample having the observed value r, should be obtained.

So defined, probability and likelihood are quantities of an entirely different nature. Probability is transformable as a differential element; thus if the probability that r falls in the range dr

$$y \; dr$$

and we use the transformation

$$r = \tanh z$$

then the probability that z falls into the range dz, is

$$y \operatorname{sech}^2 dz.$$

The likelihood of a particular value of ρ on the other hand, is equal to the likelihood of the corrresponding value of ζ, being unchanged by any transformation. It is not a differential element, and is incapable of integration. Again the *mode* of a frequency curve may be arbitrarily shifted by transforming the variable, in terms of which the observations are measured, as by transformation (V) the mode of the distribution of observations has been brought into close approximation to the median; but no transformation can alter the value of the *optimum*, or in any way affect the likelihood of any suggested value of ρ.

Numerically the likelihood may be measured in terms of its maximum value; the likelihood of the optimum being taken as unity.

This must not be confused with the statement the probability of a supposition is unity, which would amount to certainty that the hypothetical supposition were true. « Probable errors » attached to hypothetical quantities should not be interpreted as giving any information as to the probability that the quantity lies within any particular limits. When the sampling curves are normal and equivariant the « quartiles » obtained by adding and substracting the probable error, express in reality the limits within which the likelihood exceeds 0.796,542, within twice, thrice and four times the probable error the values of the likelihood exced 0.402,577, 0.129,098, and 0.026.267 ; within once, twice and thrice the standard error, they exceed 0.606,051, 0.135,335 and 0.011,109.

The concepts of probability and likelihood are applicable to two mutually exclusive categories of quantities.

We may discuss the probability of occurrence of quantities which can be observed or deduced from observations, in relation to any hypotheses which may be suggested to explain these observations. We can know nothing of the probability of hypotheses or hypothetical quantities. On the other hand we may ascertain the likelihood of hypotheses and hypothetical quantities by calculation from observations; while to speak of the likelihood (as here defined) of an observable quantity has no meaning.

Rothamsted Experimental Station
Harpenden, England. October 1920.

REFERENCES

BAYES (1763) — *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances.* « Phil. Trans. » LIII pp. 370-418.

H. E. SOPER, A. W. YOUNG, B. M. CAVE, A. LEE and K. PEARSON, *Cooperative Study* (1916) — *On the distribution of the correlation coefficient in small samples.* « Biom. » XI. 328-413.

R. A. FISHER (1912) — *On an absolute criterion for fitting frequency curves.* « Messenger of Maths. ». 1912.

R. A. FISHER (1915) — *Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples from an indefinitely large population.* « Biom. » X, 507-521.

R. A. FISHER (1919) — *The genesis of twins.* « Genetics » IV, 489-499.

J. A. HARRIS (1916) — *A contribution to the problem of homotyposis.* « Biom. » XI, 204.

K. PEARSON (1900) — *Homotyposis in the Vegetable Kingdom.* « Phil. Trans. » A. Vol. 197. 1901. p. 295.

K. PEARSON (1914) — *Tables for statisticians and biometricians.* Table V. Camb. Univ. Press.

K. PEARSON (1910) — *Homotyposis in the vegetable kingdom.* « Phil. Trans. » A. Vol. 197. 1901. p. 295.

E. L. THORNDIKE (1905) — *Measurements of twins.* « Columbia Univ. Archives of Philosophy, Psychology and Scientific Methods ». N. 1.

$$z = \tanh^{-1} r = \frac{1}{2}(\log \overline{1+r} - \log \overline{1-r})$$

For interpolation to seven decimal places apply Everett's Central Difference Formula:

$$f(a+\theta\omega) = \theta f_1 + \varphi f_0 - \frac{\theta\varphi}{6}\left\{(\theta+1)\Delta^2 f_1 + (\varphi+1)\Delta^2 f_0\right\}$$

$$+ \frac{\theta\varphi(\theta+1)(\varphi+1)}{120}\left\{(\theta+2)\Delta^4 f_1 + (\varphi+2)\Delta^4 f_0\right\};$$

in which ω is the increment in r, $f_0 = f(a)$, $f_1 = f(a+\omega)$, and $\varphi = 1-\theta$.

r	z	$\Delta^2 z$	r	z	$\Delta^2 z$	$\Delta^4 z$
.00	0	0	.50	.549,306,1	1779	3
.01	.010,000,3	21	.51	.562,729,8	1863.	7
.02	.020,002.7	39	.52	.576,339,8	1954	5
.03	.030,009,0	61	.53	.590,145,2	2050	7
.04	.040,021,4	79	.54	.604,155,6	2153	6
.05	.050,041,7	102	.55	.618,381,3	2262	6
.06	.060,072,2	120	.56	.632.833,2	2377	11
.07	.070,114,7	141	.57	.647,522,8	2503	6
.08	.080,171,3	163	.58	.662,462,7	2635	10
.09	.090,244,2	182	.59	.677,666,1	2777	12
.10	.100,335,3	205	.60	.693,147,2	2931	10
.11	.110,446,9	225	.61	.708,921,4	3095	14
.12	.120,581,0	248	.62	.725.005,1	3273	15
.13	.130,739,9	268	.63	.741,416,1	3466	15
.14	.140,925,6	291	.64	.758,173,7	3674	17
.15	.151,140,4	315	.65	.775,298,7	3899	22
.16	.161,386,7	337	.66	.792.813,6	4146	21
.17	.171,666,7	360	.67	.810,743,1	4414	27
.18	.181,982,7	385	.68	.829,114,0	4709	25
.19	.192,337.2	409	.69	.847,955,8	5029	38
.20	.202,732,6	433	.70	.867.300.5	5387	32
.21	.213,171,3	461	.71	.887,183,9	5777	46
.22	.223,656,1	486	.72	.907,645,0	6213	47
.23	.234,189,5	517	.73	.928,727,4	6696	58
.24	.244,774,1	541	.74	.950,479,4	7237	65
.25	.255,412,8	569	.75	.972,955,1	7843	78
.26	.266,108,4	598	.76	.996,215,1	8527	89
.27	.276,863,8	629	.77	1.020,327,8	9300	112
.28	.287,682,1	659	.78	1.045,370,5	10185	124
.29	.298,566,3	691	.79	1.071,431,7	11194	158
.30	.309,519,6	725	.80	1.098,612,3	12361	190
.31	.320,545,4	759	.81	1.127,029,0	13718	229
.32	.331,647,1	795	.82	1.156,817,5	15304	292
.33	.342,828,3	830	.83	1.188,136,4	17182	362
.34	.354,092,5	871	.84	1.221,173,5	19422	464
.35	.365,443,8	908	.85	1.256,152,8	22126	600
.36	.376.885,9	951	.86	1.293,344,7	25430	798
.37	.388,423,1	994	.87	1.333,079,6	29532	1067
.38	.400,059,7	1037	.88	1.375,767,7	34701	1484
.39	.411,800,0	1086	.89	1.421,925,9	41354	2106
.40	.423,648,9	1134	.90	1.472,219,5	50113	3104
.41	.435,611,2	1185	.91	1.527,524,4		
.42	.447,692,0	1239	.92	1.589,026,9		
.43	.459,896,7	1294	.93	1.658,390,0		
.44	.472,230,8	1354	.94	1.738,049,3		
.45	.484,700,3	1415	.95	1.831,780,8		
.46	.497,311,3	1480	.96	1.945,910,1		
.47	.510,070,3	1550	.97	2.092,295,7		
.48	.522,984,3	1620	.98	2.297,559,9		
.49	.536,060,3	1698	.99	2.646,652,4		

TABLE I (*continued*).

r	z	$\Delta^2 z$	r	z	$\Delta^2 z$	$\Delta^4 z$
.900	1.472,219,5	498	.950	1.831,780,8	1999	6
.901	1.477,507,7	510	.951	1.842,138,5	2082	4
.902	1.482,846,9	518	.952	1.852,704,4	2169	6
.903	1.488,237,9	531	.953	1.863,487,2	2262	8
.904	1.493,682,0	541	.954	1.874,496,2	2363	4
.905	1.499,180,2	553	.955	1.885,741,5	2468	9
.906	1.504,733,7	564	.956	1.897,233,6	2582	8
.907	1.510,343,6	576	.957	1.908,983,9	2704	8
.908	1.516,011,1	591	.958	1.921,004,6	2834	9
.909	1.521,737,7	601	.959	1.933,308,7	2973	14
.910	1.527,524,4	617	.960	1.945,910,1	3126	7
.911	1.533,372,8	629	.961	1.958,824,1	3286	17
.912	1.539,284,1	645	.962	1.972,066,7	3463	13
.913	1.545,259,9	659	.963	1.985,655,6	3653	14
.914	1.551,301,6	675	.964	1.999,609,8	3857	22
.915	1.557,410,8	691	.965	2.013,949,7	4083	16
.916	1.563,589,1	707	.966	2.028,697,9	4325	26
.917	1.569,838,1	725	.967	2.043,878,6	4593	22
.918	1.576,159,6	741	.968	2.059,518,6	4883	32
.919	1.582,555,2	761	.969	2.075,646,9	5205	30
.920	1.589,026,9	781	.970	2.092,295,7	5557	39
.921	1.595,576,7	799	.971	2.109,500,2	5948	41
.922	1.602,206,4	821	.972	2.127,299,5	6380	50
.923	1.608,918,2	841	.973	2.145,736,8	6862	57
.924	1.615,714,1	866	.974	2.164,860,3	7401	65
.925	1.622,596,6	886	.975	2.184,723,9	8005	78
.926	1.629,567,7	913	.976	2.205,388,0	8687	90
.927	1.636,630,1	937	.977	2.226,920,8	9459	110
.928	1.643,786,2	963	.978	2.249,399,5	10341	125
.929	1.651,038,6	990	.979	2.272,912,3	11348	160
.930	1.658,390,0	1020	.980	2,297,559,9	12515	187
.931	1.665,843,4	1049	.981	2.323,459,0	13869	231
.932	1.673,401,7	1079	.982	2.350,745,0	15454	291
.933	1.681,067,9	1114	.983	2.379,576,4	17330	362
.934	1.688,845,5	1146	.984	2.410,140,8	19568	465
.935	1.696,737,7	1182	.985	2.442,662,0	22271	599
.936	1.704,748,1	1220	.986	2,477,410,3	25573	799
.937	1.712.880,5	1258	.987	2.514,715,9	29674	1066
.938	1.721,138,7	1300	.988	2.554,988,9	34841	1485
.939	1.729,526,9	1342	.989	2.598,746,0	41493	2106
.940	1.738,049,3	1389	.990	2.646,652,4	50251	3101
.941	1,746,710,6	1434	.991	2.699,583,9	62110	4773
.942	1,755,515,3	1486	.992	2.758,726,4	78742	7720
.943	1.764,468,6	1537	.993	2.825,743.1	103094	13588
.944	1.773,575,6	1594	.994	2.903,069.2	141034	25134
.945	1.782,842,0	1652	.995	2.994,480,7	204108	55510
.946	1.792,273,6	1713	.996	3.106,303,0	322692	147648
.947	1.801,876,5	1780	.997	3.250,394,5	588914	583273
.948	1 811,657,4	1847	.998	3.453.377,4	1438409	
.949	1.821,623,0	1922	.999	3.800,201,2		

Above .990, for accuracy to seven decimal places, and generally above 995, the exact formula, $z = \frac{1}{2}(\log_e \overline{1+r} - \log_e \overline{1-r})$, should he employed.

Table II.

$$\varphi = \tanh^{-1}\frac{s-2}{s} = \frac{1}{2}\log\overline{s-1}$$

s	φ	s	φ	s	φ	s	φ
1	—	26	1.609,437,9	51	1.956,011,5	76	2.158,744,1
2	0	27	1.629,048,3	52	1.965,912,8	77	2.165,366,7
3	.346,573,6	28	1.647,918,4	53	1.975,621,9	78	2.171,902,7
4	.549,306,1	29	1.666,102,3	54	1.985,146,0	79	2.178,354,4
5	.693,147,2	30	1.683,647,9	55	1.994,492,0	80	2.184,723,9
6	.804,719,0	31	1.700,598,7	56	2.003,666,6	81	2.191,013,3
7	.895,879,7	32	1.716,993,6	57	2.012,675,8	82	2,197,224,6
8	.972,955,1	33	1.732,868,0	58	2.021,525,6	83	2.203,359,6
9	1.039,720,8	34	1.748,253,8	59	2.030,221,5	84	2.209,420,3
10	1.098,612,3	35	1.763,180,3	60	2.038,768,7	85	2.215,408,4
11	1.151,292,5	36	1.777,674,0	61	2.047,172,3	86	2.221,325,6
12	1.198,947,6	37	1.791,759,5	62	2.055.436,9	87	2,227,173,6
13	1.242,453,3	38	1.805,459,0	63	2.063,567,2	88	2.232,954,1
14	1.282.474,7	39	1.818,793,1	64	2.071,567.4	89	2,238,668,4
15	1.319,528,7	40	1.831,780,8	65	2.079,441,5	90	2,244,318,2
16	1.354,025,1	41	1.844,439,7	66	2.087,193,6	91	2.249,904,8
17	1.386,294,4	42	1.856,786,0	67	2.094,827.4	92	2.255,429,8
18	1.416,606,7	43	1.868,834,8	68	2.102.346,3	93	2.260,894,3
19	1.445,185,9	44	1.880.600,1	69	2.109,753,9	94	2.266,299,7
20	1.472,219,5	45	1.892,094,8	70	2.117.053,3	95	2.271,647,4
21	1.497,866,1	46	1.903,331,2	71	2,124,247,6	96	2.276,938,4
22	1.522,261,2	47	1.914,320,7	72	2,131,339,9	97	2.282,174,1
23	1.545,521,2	48	1.925,073,8	73	2.138,333,1	98	2.287,355,5
24	1,567,747,1	49	1.935,600,5	74	2.145,229,7	99	2.292,483,7
25	1.589,026,9	50	1.945,910,1	75	2.152,032.5	100	2.297,559,9

FIG. 1. *Correlation between classes of 1*

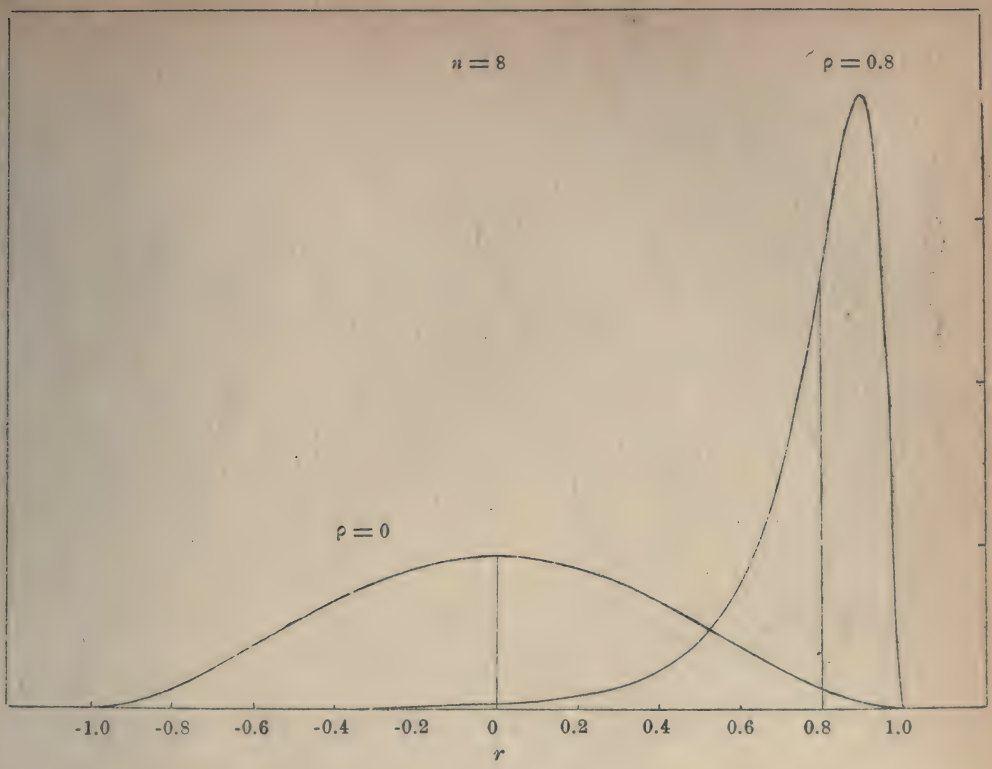


FIG. 3. *Correlation within classes of 2*

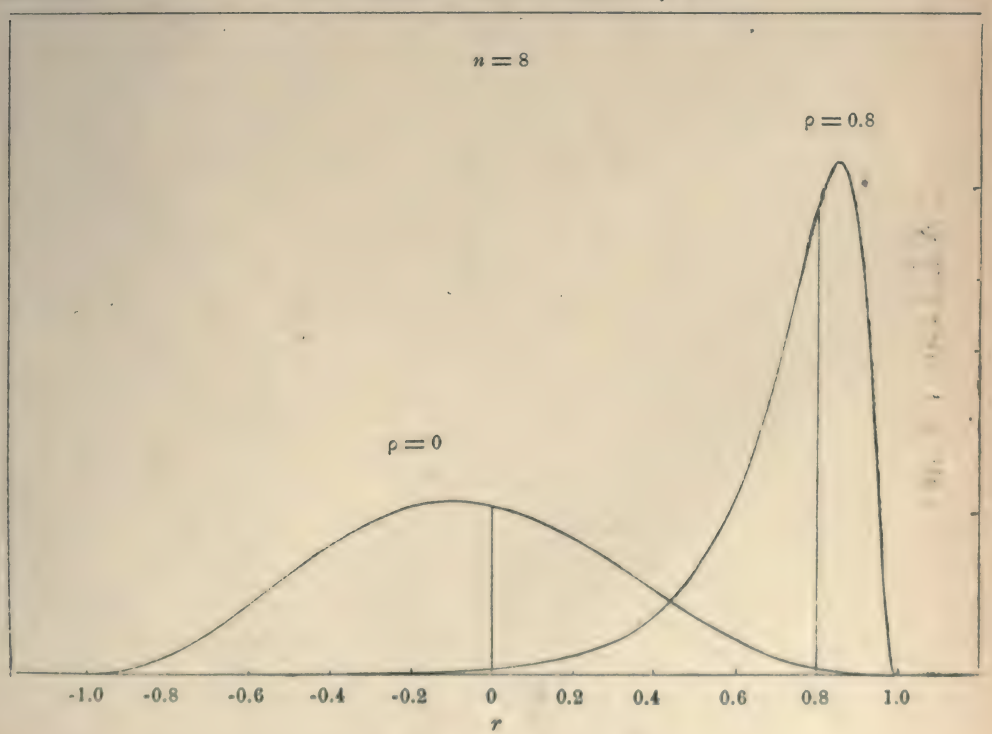


FIG. 2. *Correlation between classes of 1*

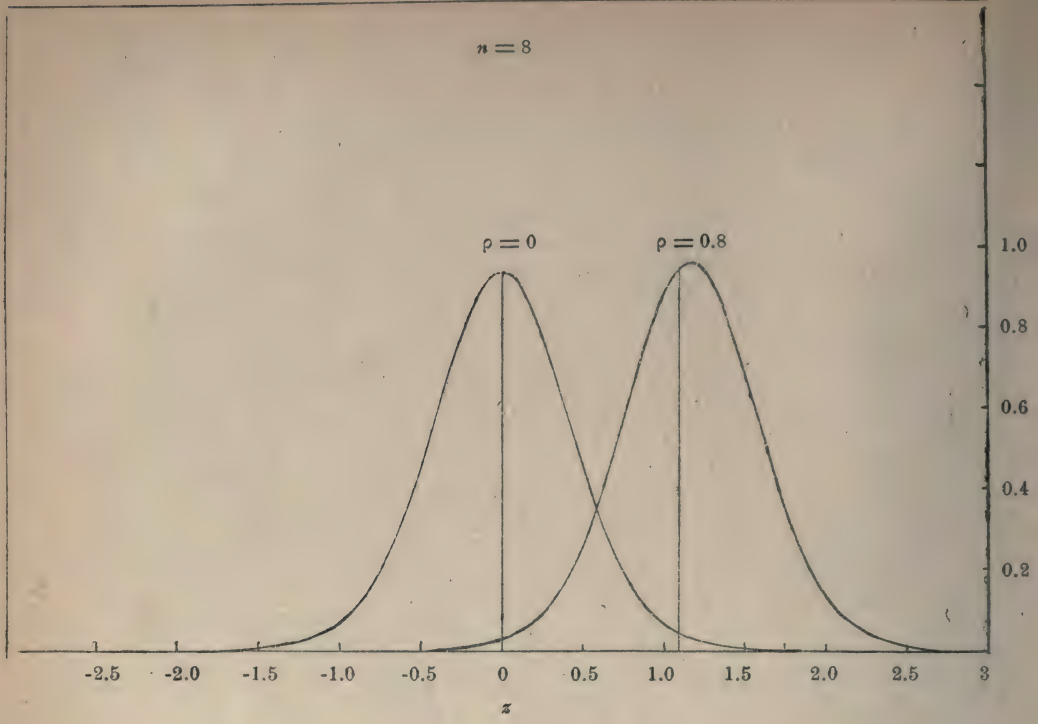
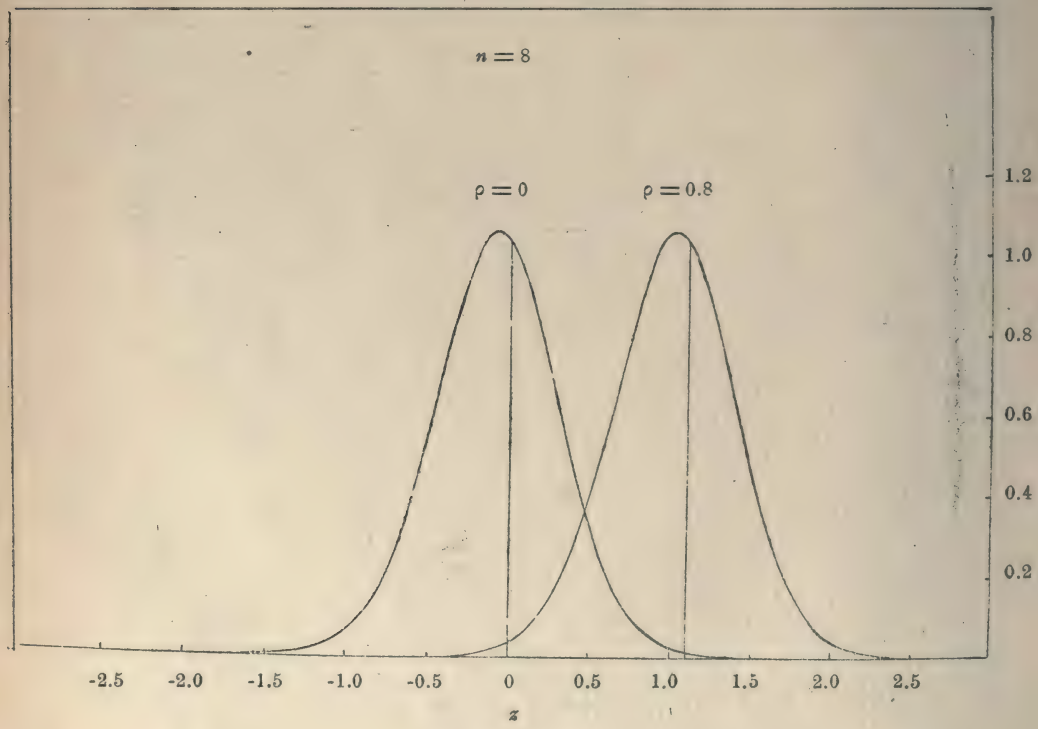


FIG. 4. *Correlation within classes of 2*



EXPLANATION OF DIAGRAMS

The diagrams illustrate the curves of random sampling of the correlation coefficient. Figures 1 and 2 illustrate the ordinary case in which it is not assumed that the two variables have the same mean and standard deviation; these have been called interclass correlations, the number in each class being unity. In each case the number of pairs of observations is 8. Figures 3 and 4 give the corresponding curves for intraclass correlations within classes of 2; as when measurements of pairs of brothers are arranged in a symmetrical table. In figures 1 and 3 it will be seen that when these correlations are distributed over the scale of r, the curves are far from normal even when $\rho = 0$, and when $\rho = 0.8$ they become extremely skew; the probable error, based on the standard deviation of these curves, gives no adequate notion of the chances of random sampling; partly because the curves are skew, and may be infinitely skew even for high values of n; partly because the curves change greatly in standard deviation, and in form, as ρ changes. The population value, ρ, is marked in each case by an ordinate.

In figures 2 and 4 are shown the curves of random sampling on the scale of z; to the eye these curves appear symmetrical, and even for 8 pairs of observations are sufficiently near to normality to be effectively represented by a probable error. For the intraclass correlations the probable error, and indeed the entire curve is identical for all values of ρ; for the interclass correlations the probable error is somewhat larger, and is slightly variable; the higher mode of the curve for $\rho = 0.8$ indicating that the standard error of high correlations is slightly exaggerated by the formula $\frac{1}{\sqrt{n-3}}$. The greater accuracy obtained by assuming a common mean and standard deviation, when this assumption is justified, is shown in figures 1 and 3, by the higher mode of the curve for $\rho = 0$, but it is entirely masked in the curve $\rho = 0.8$, by the negative bias of the interclass correlation and the positive bias of the interclass correlation, which owing to the rapid changes of form of the curves on the r scale, obscure the increased

accuracy of the interclass value. In figure 3 that negative bias is seen from the displaced mode of the curve $\rho = 0$.

In figures 2 and 4 the nature of the bias due to the method of calculation is clearly shown, for although the curves are all to the eye symmetrical, the population value is centrally placed only for $\rho = 0$, of the interclass curves; for these the bias is proportional to ρ, being negative when ρ is negative; the mean mode, median and the value of z for which ρ is an optimum all lie close together at the centre of the curve, exceeding the population value by about $\frac{\rho}{2n-1}$, which is the correction necessary for this case. For the intraclass correlations the bias is negative and independent of ρ, and is adequately allowed for by adding $\frac{1}{2n-1}$ to all observed values of z. These corrections are not derived from any supposed distribution of ρ, or ζ, the distribution of which is regarded as completely unknown; and about which it is most undesirable to make assumptions, if an objective value for the correlation is to be obtained from the sample.

It should be clear that the correction adds little to the likelihood of an individual value, but is needed when accurate comparisons are made between correlations, and especially averages of correlations, which have perhaps been calculated from samples of different sizes, or by different methods.

S. D. WICKSELL

An exact formula for spurious correlation

If three organs x_1, x_2, x_3 are entirely independent of each other and the indices $z_1 = \frac{x_1}{x_3}$ and $z_2 = \frac{x_2}{x_3}$ are calculated, there will be a *spurious* correlation in their variation. If m and σ are the mean and dispersion of any variate x, and $v = \frac{\sigma}{m}$, this spurious correlation is shown by professor PEARSON (1) to be approximately

$$\rho = \frac{v_3^2}{\sqrt{(v_1^2 + v_3^2)(v_2^2 + v_3^2)}}$$

The approximation made here depends on the assumption that the cubes and higher powers of the ratio of the deviations from the mean to the mean can be neglected.

We shall attempt to show how this assumption may be dropped, or at least how it becomes unnecessary, when conditions for independency in the variates x_1, x_2, x_3 are somewhat extended beyond the condition that the coefficients r_{12}, r_{13}, r_{23} are all zero.

General conditions for independency (2). In order that the variates x_1, x_2, x_3 should be considered independent, it is required

(1) *On a form of spurious correlation which may arise when indices are used in the measurement of organs.* « Proc. of the Roy. Soc. », Vol. LX, 1897.

(2) The definition of independency here given corresponds to the general definition in the theory of probability i. e. that the probability of any combination of values x_1, x_2, x_3 is equal to the product of the probabilities of each component value. It was, as far as I am aware, first proposed by the newly deceased prof. H. BRUNS.

that the mean of the product of any separate functions of x_1, x_2, x_3 does not differ materially from the product of the means of the same functions. Denoting by X_i any function of x_i, and by $M(X_i)$ its mean value, we should have (within the errors of sampling)

$$M(X_1 . X_2 . X_3) = M(X_1) . M(X_2) . M(X_3).$$

We have now as definition of the correlation coefficient ρ:

$$\rho = \frac{M(z_1 . z_2) - M(z_1) . M(z_2)}{\sqrt{(M(z_1^2) - M^2(z_1))\,(M(z_2^2) - M^2(z_2))}}.$$

Putting $X_3 = \frac{1}{x_3}$ we may write

$$z_1 = x_1 X_3 ; \quad z_2 = x_2 X_3.$$

Hence, if

$$M_3 = M(X_3)$$
$$\Sigma_3^2 = M(X_3^2) - M^2(X_3)$$

we get, assuming x_1, x_2, x_3 to be independent in the above sense,

$$M(z_1) = m_1 . M_3 ; \quad M(z_2) = m_2 . M_3 ;$$
$$M(z_1^2) - M^2(z_1) = (\sigma_1^2 + m_1^2)(\Sigma_3^2 + M_3^2) - m_1^2 M_3^2 =$$
$$= \sigma_1^2 \Sigma_3^2 + m_1^2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_1^2 ;$$
$$M(z_2^2) - M^2(z_2) = \sigma_2^2 \Sigma_3^2 + m_2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_2^2 ;$$
$$M(z_1 . z_2) - M(z_1) . M(z_2) = M(x_1 . x_2 . X_3^2) - m_1 m_2 M_3^2 =$$
$$= m_1 m_2 (\Sigma_3^2 + M_3^2) - m_1 m_2 M_3^2 =$$
$$= m_1 m_1 \Sigma_3^2.$$

The result with regard to ρ is now

$$\rho = \frac{m_1 m_2 \Sigma_3^2}{\sqrt{(\sigma_1^2 \Sigma_3^2 + m_1^2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_1^2)(\sigma_2^2 \Sigma_3^2 + m_2^2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_2^2)}},$$

or dividing by $m_1 m_2 M_3^2$ and putting

$$\frac{\Sigma_3}{M_3} = V_3,$$

we get

$$\rho = \frac{V_3^2}{\sqrt{(v_1^2 + V_3^2 + v_1^2 V_3^2)\cdot(v_2^2 + V_3^2 + v_2^2 V_3^2)}}$$

This is an exact formula for the spurious correlation ρ. It is expressed in terms of the coefficients of variation of x_1, x_2 and $\frac{1}{x_3}$.

The formula may be reduced to the form given by PEARSON in the following way: By a well-known process we find, v_i being the $i:th$ moment about the mean of x_3,

$$M_3 = \frac{1}{m_3}\left[1 + \frac{v_2}{m_3^2} - \frac{v_3}{m_3^3} + \frac{v_4}{m_3^4} - \ldots.\right];$$

$$\Sigma_3^2 = \frac{1}{m_3^2}\left[\frac{v_2}{m_3^2} - 2\,\frac{v_3}{m_3^3} + \frac{3v_4}{m_3^4} - \frac{v_2^2}{m_3^4} - 2\,\frac{v_2 v_3}{m_3^5} + \ldots.\right].$$

Now, at times these series may be divergent (even in the case that always $x_3 > 0$) but generally they will converge very rapidly. Neglecting $\frac{v_3}{m_3^3}$ and $\frac{v_4}{m_3^4}$ etc. as compared to $\frac{v_2}{m_3^2}$ and $\frac{v_2}{m_3^2}$ as compared to 1, we find, as $v_3^2 = \frac{v_2}{m_3^2}$,

$$\frac{\Sigma_3^2}{M_3^2} = V_3^2 = v_3^2.$$

As a rule this approximation will be allowed, as when indices are used v_3^2 will generally be a small number, $\frac{v_4}{m_3^4}$ of the order of v_3^4 and, when the distribution is not very skew, $\frac{v_3}{m_3^3}$ of an even smaller order.

Putting in the formula for ρ, $V_3^2 = v_3^2$, and neglecting again v_3^2 as compared to 1, it takes the form originally given by PEARSON.

To this kind of approximation, which is widely used in expressing moments of $\frac{1}{x}$ in terms of the moments of x, some

remarks may be appropriate. Take for instance a case when x is normally distributed. We have then

$$\frac{v_i}{m^i} = \begin{cases} 0 \text{ when } i \text{ is odd} \\ 1 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.... (i - 1)\, v^i \text{ when } i \text{ is even} \end{cases}$$

Hence, in case x_3 were normally distributed, we should have, theoretically,

$$M_3 = \frac{1}{m_3} (1 + v_3^2 + 3\, v_3^4 + 15\, v_3^6 + ...)$$

and a similar series for Σ_3^2. But these series are divergent and approximations based on them may be wholly misleading. In practice, however, even by reasonably normal distribution, the higher moments will not with growing order grow so fast as the rule

$$v_{2i} = 1 \,.\, 3 \,.\, 5 \,..... (2i - 1).\, v_2^{\,i}$$

gives the impression. In practice, we have always a value which the observations do not exceed. If, say, x_3 is positive and smaller than $(1 + a)\, m_3$, a cannot, when the distribution is nearly normal, very well be greater than some 2 or 3. Many statisticians would, indeed, when the distribution is fairly symmetrical exclude observations in excess of $2\, m_3$, thus making $a = 1$. The moment about the mean and of the order i is now certainly smaller than the greatest of the quantities m_3^i and $a^i m_3^i$.

Hence (when $a \geq 1$)

$$\frac{v_i}{m_3^i} < a^i.$$

If, as in organic measurements I suppose is generally so, a is considerably smaller than unity, we have always

$$\frac{v_i}{m_3^i} < 1,$$

and the series will probably converge numerically. But it is not certain that they converge so fast as is generally assumed.

But when the distribution of x_3 is considerably skew, as will generally be the case when economical or demographical

data are used, its range of variation may extend to several times the mean. The observed values of x_3 are for instance contained between $m_3(1 - b)$ and $m_3(1 + a)$. We have then (x_3 being assumed to be always positive)

$$0 < b < 1,$$

but it may be that a is considerably greater than 1. In this case the coefficients of variation of higher order, $\frac{\nu_i}{m_3^i}$, may with growing order i take such values that the series are numerically useless. Even the case $v_3 > 1$ is not impossible.

A very interesting instance of spurious correlation arises in stellar astronomy when the apparent proper motions of the stars are studied. Let x_1 and x_2 be the components of the linear absolute velocity of a star on two rectangular axes at right angles to the line of sight, and let x_3 be the distance of the star. Then the indices $z_1 = \frac{x_1}{x_3}$ and $z_2 = \frac{x_2}{x_3}$ are the observed augular velocities or so called proper motions of the star. Forming a correlation table of the proper motions of stars in a small region of the sky, we should expect the correlation to be affected by a spurious term arising from the common denominator x_3. It is evidently very important to get an opinion of the amount of this spurious correlation. I do not think PEARSONS approximation will be sufficient in this case, the variation coefficient of the distance x_3 probably being altogether too great. Assuming for a moment the distance of the stars in a small region to be subject to the distribution

$$f(x_3) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{x_3^2}{\sigma_3^3} e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_3^2}}$$

which would be the case if the stars were distributed according to the law of MAXWELL, we should find $v_3 = 0.42$. But for the coefficient of variation of $\frac{1}{x_3}$ we should find the value $V_3 = 0.76$. Thus the approximation $V_3^2 = v_3^2$ does not work at

all in such a case. Another assumption (made by several astronomers) is that

$$f(x_3) = \frac{5 \log e}{\sqrt{2\pi}.\alpha.x_3} e^{-\frac{(5 \log x_3 - l_0)^2}{2\alpha^2}}.$$

This frequency function has the merit to be symmetrical with regard to the two variables x_3 and $\frac{1}{x_3}$.

Hence the coefficients of variation of x_3 and $\frac{1}{x_3}$ will here be equal. We have

$$v_3^2 = V_3^2 = e^{0.2121.\alpha^2} - 1$$

The *logarithmic* dispersion α of the distance x_3 could be determined from a study of the magnitudes (1). Assuming the absolut magnitude of a star to be independent of the distance we have

$$\alpha^2 = k^2 - K^2,$$

where k is the dispersion of the apparent magnitudes, and K is the dispersion of the absolute magnitudes.

But k is probably about 3 and K about 2. Hence α is about 2. Then we should get

$$v_3^2 = V_3^2 = 1.7.$$

Now this determination is naturally very uncertain. But it is sufficient to show, that v_3^4 cannot very well be neglected as compared to v_3^2.

The conclusion is that in a case like this the exact formula for ρ should be used. The coefficients v_1, v_2 and V_3 are the coefficients of variation of the two components of *linear motion* and of the *parallax*. They could be easily determined from the correlation table of the proper motions on the assumption that the linear motion is independent of the distance and pro-

---

(1) The magnitude of a star is $-2.5 \log \zeta$ where ζ is the intrinsic luminosity.

vided the motion of the sun and the so called velocity-ellipsoid are known.

But really, the quantities v_1 and v_2 need not be determined. Denoting by w_1 and w_2 the coefficients of variation of the (observed) indices z_1 and z_2, the formula for the spurious correlation is transformed into

$$\rho = \frac{V_3^2}{w_1 . w_2}.$$

This transformation only depends on the assumption (generally made in stellar astronomy) that the motion is independent of the distance. The whole determination of the spurious correlation is thus brought back on the determination of the coefficient of variation of the parallax alone. If it were allowed to assume the components of the linear motion x_1 and x_2 to be independent, and if r is the coefficient of correlation actually found between z_1 and z_2 we should have

$$r^2 = \rho^2 = \frac{V_3^2}{w_1 . w_2}$$

und then V_3 could be found from r and w_1 and w_2. This assumption is however not allowed, as there is generally a distinct correlation between x_1 and x_2. But it could be made approximately true by rotating the axes till the x_1-axis falls along the great circle going through the so called true vertex of the motions. As this vertex is rather accurately known the theory could be used to determine the coefficient of variation of the parallaxes. Several important stellar constants depend on this coefficient of variation.

It should be remarked, though it is really selfevident, that the amount of spurious correlation depends in a high degree on the mean values m_1 and m_2 of the variates x_1 and x_2. It is not necessary to assume, and it was nowheres above assumed, that x_1 and x_2 are by nature positive variates. Hence it may occur that m_1 and m_2 are exceedingly small as compared to the respective dispersions in x_1 and x_2. As then the coefficients of variation of x_1 and x_2 are correspondingly great, ρ will be small. When either m_1 or m_2 is zero ρ will according to any of the above formulae be zero.

In the astronomical case here skeched, $-m_1$ and $-m_2$ are (theoretically) the components (in the system of reference) of the solar motion. Hence in regions of the sky, where there is no secular parallax (regions around the apices) we cannot expect the spurious correlation in the proper motions to be of material value. Further, in any region of the sky, if one axis in the system of coordinates on which the motions are projected falls along the great circle through the apex of solar motion, the spurious correlation ρ will be immaterial.

Alex. A. Tschuprow

Über die Korrelationsfläche der arithmetischen Durschschnitte

(Ein Grenztheorem)

1. — Wenn eine Grösse X k verschiedene Werte - $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k$ - annehmen kann, wobei dem Werte ξ_1 die Wahrscheinlichkeit p_1, dem Werte ξ_2 - die Wahrscheinlichkeit p_2 u.s.w. zukommt und $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$ ist, so nenne ich die Gesamtheit der Werte $\xi_1, \xi_2, .., \xi_k$ und der ihnen zugeordneten Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \ldots, p_k$ « das Gesetz der Verteilung der Werte der zufälligen Variablen X » oder kürzer « *das Verteilungsgesetz von* X ».

Wenn zwei Grössen X und Y verschiedene Werte $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k$; $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_l$ annehmen können, wobei die Wahrscheinlichkeit, dass gleichzeitig X den Wert ξ_i und Y den Wert η_j annimmt, gleich $p_{i,j}$ ist und $\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} p_{i,j} = 1$, so nenne ich die Gesamtheit der Werte $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k$; $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_l$; $p_{1,1}, p_{1,2}, \ldots, p_{k,l}$ « das Gesetz der gegenseitigen Abhängigkeit der zufälligen Variablen X und Y » oder kürzer « *das Abhängigkeitsgesetz von* X *und* Y ».

In gleicher Weise nenne ich die Gesamtheit der möglichen Werte einer beliebigen Anzahl von Grössen - $X, Y, Z, \ldots$ - und der jeder Kombination derselben zukommenden Wahrscheinlichkeiten « das Gesetz der gegenseitigen Abhängigkeit der zufälligen Variablen $X, Y, Z, \ldots$ » oder kürzer « *das Abhängigkeitsgesetz von* $X, Y, Z, \ldots$ ».

Ich nenne die zufällige Variable X *unabhängig* von $Y, Z, \ldots$, wenn das Verteilungsgesetz von X dasselbe bleibt ungeachtet dessen, welche unter ihren möglichen Werten die Variablen $Y, Z, \ldots$ annehmen.

Die mathematische Erwartung einer zufälligen variablen v bezeichne ich mit $E\{v\}$ oder mit Ev. Wir haben also

$$E\{x\} = Ex = \sum_{i=1}^{k} p_i \xi_i$$

$$E\{xy\} = Exy = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} p_{i,j} \xi_i \eta_j$$

u.s.w.

2. — An n zufälligen Variablen, - $X_1, X_2, \ldots, X_n$, - deren jede ihrem eigenen Verteilungsgesetze folgt, werden N gegenseitig unabhängige Versuche vorgenommen, wobei das Abhängigkeitgesetz der Variablen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ bei allen N Versuchen dasselbe bleibt. Man bezeichne mit $X_i^{(j)}$ den empirischen Werth, welchen die Variable X_i beim j-ten Versuche erhält und setze

$$E\{X_1^{r_1} X_2^{r_2} \ldots\ldots X_n^{r_n}\} = m_{r_1, r_2, \ldots, r_n}$$

$$E\{[X_1 - m_{1,0,0,\ldots,0}]^{r_1}[X_2 - m_{0,1,0,\ldots,0}]^{r_2}\ldots[X_n - m_{0,0,0,\ldots,0,1}]^{r_n}\} = \mu_{r_1, r_2, \ldots, r_n}$$

$$X_{i;(N)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} X_i^{(j)}$$

$$E\{[X_{1;(N)}]^{r_1}[X_{2;(N)}]^{r_2}\ldots\ldots[X_{n;(N)}]^{r_n}\} = m_{r_1, r_2, \ldots, r_n;(N)}$$

$$E\{[X_{1;(N)} - m_{1,0,0,\ldots,0}]^{r_1}[X_{2;(N)} - m_{0,1,0,\ldots,0}]^{r_2}\ldots[X_{n;(N)} - m_{0,0,0,\ldots,0,1}]^{r_n}\} = \mu_{r_1, r_2, \ldots, r_n;(N)}$$

Da das Abhängigkeitsgesetz der Variablen bei allen N Versuchen dasselbe ist, so ist

$$E\{[X_1^{(j)}]^{r_1}[X_2^{(j)}]^{r_2}\ldots[X_n^{(j)}]^{r_n}\} = m_{r_1, r_2, \ldots, r_n}$$

$$E\{[X_1^{(j)} - m_{1,0,0,\ldots,0}]^{r_1}[X_2^{(j)} - m_{0,1,0,\ldots,0}]^{r_2}\ldots[X_n^{(j)} - m_{0,0,0,\ldots,0,1}]^{r_n}\} = \mu_{r_1, r_2, \ldots, r_n}$$

Daraus, dass die einzelnen Versuche gegenseitig unabhängig sind, folgt, dass

$$E\{[X_1^{(j_1)}]^{r_1}[X_2^{(j_2)}]^{r_2}\ldots\ldots[X_n^{(j_n)}]^{r_n}\} = \{E[X_1^{(j_1)}]^{r_1}\}\{E[X_2^{(j_2)}]^{r_2}\}\ldots\ldots\{E[X_n^{(j_n)}]^{r_n}\}$$

$$E\{[X_1^{(j_1)} - m_{1,0,0,\ldots,0}]^{r_1}[X_2^{(j_2)} - m_{0,1,0,\ldots,0}]^{r_2}\ldots\ldots[X_n^{(j_n)} - m_{0,0,0,\ldots,0,1}]^{r_n}\} =$$

$$= \{E[X_1^{(j_1)} - m_{1,0,0,\ldots,0}]^{r_1}\}\{E[X_2^{(j_2)} - m_{0,1,0,\ldots,0}]^{r_2}\}\ldots\ldots\{E[X_n^{(j_n)} - m_{0,0,0,\ldots,0,1}]^{r_n}\},$$

falls die Grössen $j_1, j_2, \ldots\ldots j_n$ alle von einander verschieden sind.

Setzt man nun

$$N(N-1)(N-2)\ldots\ldots(N-h+1) = N^{[-h]},$$

so erhält man mühelos die Beziehungen:

$$m_{1,1;(N)} = \frac{1}{N^2} E\left\{\left[\sum_{j=1}^{N} X_1^{(j)}\right]\left[\sum_{j=1}^{N} X_2^{(j)}\right]\right\} = \frac{1}{N^2}\left\{N m_{1,1} + N^{[-2]} m_{1,0} m_{0,1}\right\}$$

$$m_{1,1,1;(N)} = \frac{1}{N^3}\left\{N m_{1,1,1} + N^{[-2]}\left[m_{1,1,0} m_{0,0,1} + m_{1,0,1} m_{0,1,0} + m_{0,1,1} m_{1,0,0}\right] + \right.$$
$$\left. + N^{[-3]} m_{1,0,0} m_{0,1,0} m_{0,0,1}\right\}$$

$$m_{1,1,1,1;(N)} = \frac{1}{N^4}\left\{N m_{1,1,1,1} + N^{[-2]}\left[m_{1,1,1,0} m_{0,0,0,1} + m_{1,1,0,1} m_{0,0,1,0} + m_{1,0,1,1} m_{0,1,0,0} + \right.\right.$$
$$\left. + m_{0,1,1,1} m_{1,0,0,0} + m_{1,1,0,0} m_{0,0,1,1} + m_{1,0,1,0} m_{0,1,0,1} + m_{1,0,0,1} m_{0,1,1,0}\right] +$$
$$+ N^{[-3]}\left[m_{1,1,0,0} m_{0,0,1,0} m_{0,0,0,1} + m_{1,0,1,0} m_{0,1,0,0} m_{0,0,0,1} + m_{1,0,0,1} m_{0,1,0,0} m_{0,0,1,0} + \right.$$
$$\left. + m_{0,1,1,0} m_{0,0,0,1} m_{1,0,0,0} + m_{0,1,0,1} m_{0,0,1,0} m_{1,0,0,0} + m_{0,0,1,1} m_{0,1,0,0} m_{1,0,0,0}\right] +$$
$$\left. + N^{[-4]} m_{1,0,0,0} m_{0,1,0,0} m_{0,0,1,0} m_{0,0,0,1}\right\}$$

und im allgemeinen Falle von n Variablen

$$m_{1,1,1,\ldots,1;(N)} = \frac{1}{N^n} E\left\{\left[\sum_{j=1}^{N} X_1^{(j)}\right]\left[\sum_{j=1}^{N} X_2^{(j)}\right] \ldots \left[\sum_{j=1}^{N} X_n^{(j)}\right]\right\} =$$

$$= \frac{1}{N^n}\left\{N m_{1,1,1,\ldots,1} + N^{[-2]} \underset{2}{S} m_n + N^{[-3]} \underset{3}{S} m_n + \ldots\ldots + N^{[-n]} \underset{n}{S} m_n\right\},$$

wobei $\underset{2}{S} m_n$ die Summe aller möglichen Produkte von je zwei sich in der Weise ergänzenden Faktoren $m_{0,1,1,\ldots,1}$ und $m_{1,0,0,\ldots,0}$, $m_{0,0,1,\ldots,1}$ und $m_{1,1,0,\ldots,0}$, u.s.w. bedeutet, dass immer an den Stellen, wo in dem ersten eine 1, in dem zweiten eine 0 steht; $\underset{3}{S} m_n$ bedeutet die Summe aller möglichen Produkte von je drei Faktoren, $\underset{i}{S} m_n$ — die Summe aller möglichen Produkte von je i Faktoren, welche in der Weise zusammengefügt werden, dass an der, einer jeden der n Variablen reservierten, Stelle ein Faktor eine 1 und alle übrigen eine 0 enthalten.

Beachtet man, dass

$$\mu_{1,0,0,\ldots,0} = \mu_{0,1,0,\ldots,0} = \mu_{0,0,\ldots,0,1} = 0$$

ist, so findet man:

$$\mu_{1,1;(N)} = \frac{1}{N}\mu_{1,1}$$

$$\mu_{1,1,1,1;(N)} = \frac{1}{N^2}\mu_{1,1,1,1}$$

$$\mu_{1,1,1,1,1;(N)} = \frac{1}{N^4}\left\{N\mu_{1,1,1,1,1} + N^{[-2]}\left[\mu_{1,1,0,0,0}\mu_{0,0,1,1,1} + \mu_{1,0,1,0,0}\mu_{0,1,0,1,1} + \mu_{1,0,0,1,0}\mu_{0,1,1,0,1}\right]\right\} =$$

$$= \frac{1}{N^2}\left[\mu_{1,1,0,0,0}\mu_{0,0,1,1,1} + \mu_{1,0,1,0,0}\mu_{0,1,0,1,1} + \mu_{1,0,0,1,0}\mu_{0,1,1,0,1}\right] +$$

$$+ \frac{1}{N^3}\left[\mu_{1,1,1,1,1} - \mu_{1,1,0,0,0}\mu_{0,0,1,1,1} - \mu_{1,0,1,0,0}\mu_{0,1,0,1,1} - \mu_{1,0,0,1,0}\mu_{0,1,1,0,1}\right]$$

Bei $n = 2s$ hat man:

$$\mu_{1,1,\ldots,1;(N)} = \frac{1}{N^{2s}}\left\{N\mu_{1,1,\ldots,1} + N^{[-2]}\underset{2}{S}\mu_{2s} + N^{[-3]}\underset{3}{S}\mu_{2s} + \ldots\ldots + N^{[-s]}\underset{s}{S}\mu_{2s}\right\},$$

denn alle Summanden in S_{s+1}, S_{s+2} u.s.w. enthalten mindesten einen Faktor von der Form $\mu_{0,0,\ldots,0,1,0,\ldots,0}$, der gleich 0 ist. Was S_s anbelangt, so umfasst diese Summe alle möglichen Produkte von je s Faktoren, deren jeder an den Stellen von zwei Variablen je eine 1 und an den $2s-2$ Stellen der übrigen Variablen Nullen enthält, wobei in jedem Produkte an der Stelle jeder der $2s$ Variablen in einem Faktor eine 1 und in allen übrigen Nullen stehen. Die Summe S_{s-1} umfasst zwei Gruppen von Summanden: 1) Produkte von $s-1$ Faktoren, von welchen einer an vier Stellen je eine 1 und an allen übrigen Stellen Nullen enthält und die $s-2$ anderen an je zwei Stellen eine 1 und sonst Nullen enthalten; 2) Produkte von $s-1$ Faktoren, von denen zwei an je drei Stellen eine 1 und sonst Nullen und die $s-3$ übrigen an je 2 Stellen eine 1 und sonst Nullen enthalten; u.s.w.

Bei $n = 2s+1$ hat man:

$$\mu_{1,1,\ldots,1;(N)} = \frac{1}{N^{2s+1}}\left\{N\mu_{1,1,\ldots,1} + N^{[-2]}\underset{2}{S}\mu_{2s+1} + \ldots\ldots + N^{[-s]}\underset{s}{S}\mu_{2s+1}\right\},$$

wobei in der Summe $\underset{s}{S}\mu_{2s+1}$ alle Produkte, welche einen Faktor von der Form $\mu_{0,0,\ldots,0,1,0,\ldots,0}$ enthalten, verschwinden und bloss

Produkte von s Faktoren übrig bleiben, von denen einer an drei Stellen je eine 1 und sonst Nullen enthält und die $s-1$ anderen an je zwei Stellen eine 1 und sonst Nullen enthalten.

3. — Man bezeichne mit σ_z den mittleren quadratischen Fehler von Z, so das $\sigma_z^2 = E\{[z-Ez]^2\}$ ist, und setze:

$$r_{h_1,h_2,\ldots,h_n} = \frac{\mu_{h_1,h_2,\ldots\ldots,h_n}}{[\sigma_{x_1}]^{h_1}[\sigma_{x_2}]^{h_2}\ldots\ldots[\sigma_{xn}]^{h_n}}$$

$$r_{h_1,h_2,\ldots,h_n;(N)} = \frac{\mu_{h_1,h_2,\ldots,h_n;(N)}}{[\sigma_{x1;(N)}]^{h_1}[\sigma_{x_2;(N)}]^{h_2}\ldots\ldots[\sigma_{xn;(N)}]^{h_n}}.$$

Da bekanntlich

$$\sigma_{xi;(N)} = \frac{1}{\sqrt{N}}\,\sigma_{xi} \qquad \text{ist,}$$

so hat man:

$$r_{h_1,h_2,\ldots,h_n;(N)} = \frac{N^{\frac{h_1+h_2+\ldots\ldots+h_n}{2}}\,\mu_{h_1,h_2,\ldots\ldots,h_n;(N)}}{[\sigma_{x_1}]^{h_1}[\sigma_{x_2}]^{h_2}\ldots\ldots[\sigma_{xn}]^{h_n}}$$

Bezeichnet man also mit $\underset{i}{S}r_{2s}$ und $\underset{i}{S}r_{2s+1}$ die Summen, deren einzelne Summanden aus den Grössen r in der Weise gebildet werden, wie die entsprechenden Summanden in den Summen $\underset{i}{S}\mu_{2s}$ und $\underset{i}{S}\mu_{2s+1}$ aus den Grössen μ, so hat man: bei $n=2s$

$$r_{1,1,\ldots,1;(N)} = \frac{1}{N^s}\left\{Nr_{1,1,\ldots,1} + N^{[-2]}\underset{2}{S}r_{2s} + \ldots\ldots + N^{[-s]}\underset{s}{S}r_{2s}\right\}$$

und bei $n=2s+1$

$$r_{1,1,\ldots\ldots,1;(N)} = \frac{1}{N^{\frac{2s+1}{2}}}\left\{Nr_{1,1,\ldots,1} + N^{[-2]}\underset{2}{S}r_{2s+1} + \ldots + N^{[-s]}\underset{s}{S}r_{2s+1}\right\}.$$

Bei wachsendem N strebt mithin $r_{1,1,\ldots,1;(N)}$ bei $n=2s$ dem Grenzwerte $\underset{s}{S}r_{2s}$ zu, falls die Grössen $\frac{1}{N}\underset{s-1}{S}r_{2s}$, $\frac{1}{N^2}\underset{s-2}{S}r_{2s}$, $\ldots\ldots$, $\frac{1}{N^{s-1}}r_{1,1,\ldots,1}$ bei $N=\infty$ verschwinden, und bei $n=2s+1$

strebt $r_{1,1,\ldots\ldots 1;(N)}$ dem Grenzwerte 0 zu, falls die Grössen $\frac{1}{N^{\frac{1}{2}}} \underset{s}{S} r_{2s+1}$, $\frac{1}{N^{\frac{3}{2}}} \underset{s-1}{S} r_{2s+1}, \ldots\ldots, \frac{1}{N^{\frac{2s-1}{2}}} r_{1,1,\ldots\ldots,1}$ bei $N = \infty$ verschwinden.

4. — Ueber die gegenseitigen Beziehungen der einzelnen Variablen $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ zu einander haben wir bis jetzt keine Voraussetzungen eingeführt. Man setze nun h_1 Variablen identisch mit X_1, h_2 Variablen identisch mit $X_2, \ldots\ldots, h_i$ Variablen identisch mit X_i. Aus obigem folgt dann, dass bei wachsendem N und $h_1 + h_2 + \ldots\ldots + h_i = 2s + 1$ die Grösse $r_{h_1, h_2, \ldots, h_n;(N)}$ dem Grenzwerte 0 zustrebt, falls $\frac{1}{N^{s+\frac{1}{2}-f}} \underset{f}{S} r_{2s+1}$ $(f = 1, 2, \ldots\ldots, s)$ bei $N = \infty$ verschwindet, und dass bei wachsendem N und $h_1 + h_2 + \cdots + h_i = 2s$ die Grösse $r_{h_1, h_2, \ldots, h_n;(N)}$ dem Grenzwerte zustrebt, welcher aus $\underset{s}{S} r_{2s}$ erhalten wird, wenn die an den Stellen der identischen Variablen in den einzelnen Ausdrücken r stehenden Einheiten zusammen-addiert werden, - wobei die Voraussetzung gilt, dass $\frac{1}{N^{s-f}} \underset{f}{S} r_{2s}$ $(f = 1, 2, \ldots\ldots, s-1)$ bei $N = \infty$ verschwindet.

Die Bedingungen $\left[\frac{1}{N^{s-f}} \underset{f}{S} r_{2s}\right]_{N=\infty} = 0, \left[\frac{1}{N^{s+\frac{1}{2}-f}} \underset{f}{S} r_{2s+1}\right]_{N=\infty} = 0$ sind erfüllt, falls die Grössen $\frac{N r_{j_1, j_2, \ldots, j_i}}{N^{\frac{j_1 + j_2 + \ldots, + j_i}{2}}}$ bei wachsendem N dem Grenzwerte 0 zustreben bei allen möglichen Werten von $j_1, j_2, \ldots\ldots, j_i$, welche den Bedingungen genügen $2 < j_1 + j_2 + \ldots\ldots + j_i \leq 2s + 1$ und diese Bedingung ist ihrerseits erfüllt, wenn die Grössen $\frac{N r_h}{N^{\frac{h}{2}}} = \frac{N \mu_h}{[N\sigma^2]^{\frac{h}{2}}}$ für jede einzelne Variable mit wachsendem N dem Grenzwerte 0 zustreben, wobei bekantlich (*) das Verteilungsgesetz des arithmetischen Durchschnittes der empirischen Werte der Variablen bei wachsender Versuchszahl der Gauss-Laplace'schen Form zustrebt.

5. — Vergleicht man die obigen Grenzwerte von $r_{1,1,\ldots,1;(N)}$ und $r_{h_1, h_2, \ldots, h_i;(N)}$ für $N = \infty$ mit denjenigen, welche nach ISSERLIS'

(*) Vgl. etwa A. TCHOUPROFF, *On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions*, p. 157 (« Biometrika », vol. XII).

eleganter Beweisführung (*) die « normale » Korrelationsfläche charakterisieren, so überzeugt man sich, dass sie mit den letzteren identisch sind. Wir dürfen also behaupten :

Falls das Abhängigkeitsgesetz von i Variablen der Bedingung genügt

$$\left[\frac{N r_{h_1,h_2,\ldots\ldots,h}}{N^{\frac{h_1+h_2+\ldots\ldots+h_i}{2}}}\right]_{N=\infty} = 0 \left(2 < h_1 + h_2 + \ldots\ldots h_i\right),$$

so strebt die Korrelationsfläche der arithmetischen Durchschnitte der empirischen Werte, welche die einzelnen Variablen bei N gegenseitig unabhängigen Versuchen unter gleich bleibendem Abhängigkeitsgesetz zwischen den Variablen erhalten, bei wachsender Versuchszahl N der « normalen » Form zu.

Bei $i = 1$ sind alle Variablen identisch und folglich alle Grössen $r_{1,1,0,\ldots,0} = r_{1,0,1,0,\ldots,0} = \ldots\ldots = r_{0,0,\ldots,0,1,1} = 1$. In der Summe $\underset{s}{S} r_{2s}$ sind also alle Summanden gleich 1. Da nun aus $2s$ Elementen

$$\frac{C_{2s}^2 \, C_{2s-2}^2 \ldots\ldots C_4^2}{1.2.3\ldots\ldots s} = 1.3.5\ldots\ldots (2s-1)$$

verschiedene Gesamtheiten von je s Paaren gebildet werden können, so ist die Zahl der Summanden $\underset{s}{S} r_{2s}$ gleich $1.3.5\ldots.(2s-1)$ und demnach

$$\left[r_{2s;(N)}\right]_{N=\infty} = 1.3.5\ldots\ldots (2s-1).$$

Bei $i = 2$ sind die Grössen $r_{0,0,\ldots,0,1,0,\ldots\ldots,0,1,0,\ldots,0} = 1$, falls die beiden 1 an den Stellen der identischen Variablen stehen ; sie sind hingegen dem Korrelationskoefficienten zwischen den Variablen X_1 und X_2 - r_{x_1,x_2} - gleich, falls die eine 1 an der Stelle einer Variablen der einen Reihe und die andere an der Stelle einer Variablen der anderen Reihe steht.

Da nun bei einem Vorrat von $2h$ Elementen einer Art und $2s - 2h$ Elementen einer anderen Art verschiedene Gesamtheiten

---

(*) L. Isserlis, *On a formula for the product-moment coefficient of any order of a normal frequency distribution in any number of variables* (« Biometrika », Vol. XII). Die Grössen, die ich mit μ bezeichne, entsprechen den Grössen p von Isserlis ; mein $r_{1,1,1,\ldots\ldots,1}$ entspricht dem Isserlis'schen $q_{12\ldots\ldots n}$; mein $r_{h1,h2,\ldots\ldots,hs}$ entspricht dem Isserlis'schen $q_1^{h1}{}_2^{h2}{}_n^{hn}$.

von s Paaren, unter welchen $2j$ Paare aus verschiedenartigen und $s-2j$ Paare aus gleichartigen Elementen bestehen, auf

$$C_{2h}^{2j} C_{2s-2h}^{2j}\, 1.3.5...(2h-2j-1).1.3.5...(2s-2h-2j-1).[2j]! = \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s} \frac{(2)^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j]!}$$

Weisen gebildet werden kömnen, so reduciert sich die Summe $\underset{s}{S} r_{2s}$ in diesem Falle auf

$$\left\{ \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s h![s-h]!} + \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j]!} \right\}$$

wobei sich die $\sum_j$ auf alle ganzzahligen Werte von j von 1 bis zu der kleineren unter den Zahlen h und $s-h$ erstreckt.

Bei einem Vorrat von $2h+1$ Elementen einer Art und $2s-2h-1$ Elementen einer anderen Art erhält man in ähnlicher Weise für $\underset{s}{S} r_{2s}$ den Ausdruck:

$$r_{x_1x_2} \left\{ \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s h![s-h]!} + \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1,x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j+1]!} \right\}$$

Für die Korrelationsfläche von $X_{1;(N)}$ und $X_{2;(N)}$ ergiebt sich demnach (*):

$$\left[r_{2h,2s-2h;(N)} \right]_{N=\infty} = \left\{ \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s h![s-h]!} + \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1,x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j]!} \right\}$$

$$\left[r_{2h+1,2s-2h-1;(N)} \right]_{N=\infty} = r_{x_1x_2} \left\{ \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s h![s-h]!} + \right.$$

$$\left. + \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1,x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2_j+1]!} \right\}.$$

(*) Vgl. K. Pearson and A. W. Young, *On the product-moments of various orders of the normal correlation surface of two variates*, p. 86, (VIII) und (IX) (« Biometrika », Vol. XII). Die Bezeichnung p in dieser Abhandlung entspricht meinem r und dem Isserlis'schen q; die Bezeichnung q entspricht meinem μ und dem Isserlis'schen p.

E. S. Littlejohn

On an elementary method of finding the moments of the terms of a multiple hypergeometrical series

The moments of the terms of a hypergeometrical series, whether single or double, are usually obtained from suitable differential equations, a method introduced by Pearson (1). The method adopted in this paper is based on an idea due to Guido Castelnuovo (2). He applied it to the binomial and single hypergeometrical series, but the results now obtained indicate a method by which the knowledge of the deviations of the frequencies in samples drawn from a finite population can be extended by the use of simple algebra only.

Consider a population N made up of N_1 individuals of class A, N_2 of class B and $(N—N_1—N_2)$ others. Let a sample n be taken consisting of n_1 of the first, n_2 of the second kind and $(n—n_1—n_2)$ which belong to neither class. The sample is to be taken by extracting the n individuals one after another without replacement.

Suppose x_i to represent the number of individuals of the A class drawn at the i^{th} extraction so that $x_i = 1$ or 0. Then the probability that $x_i = 1$ is $\frac{N_1}{N}$ and the probability that $x_i = 0$ is $1 - \frac{N_1}{N}$.

(1) *Phil. Trans.* Vol. 186 A p. 347 (Pearson: *Binomial series*). *Phil. Mag.* 1899 p. 236 (Pearson: *Single hypergeometrical series*). *Phil. Mag.* 1914 p. 379 (Isserlis: *Double hypergeometrical series*). *R. S. Proc.* Vol. 92 A p. 23 (Isserlis: *Frequency moments*).

(2) *Calcolo delle Probabilità* (Milano, 1919).

The mean value of x_i is

$$\bar{x}_i = (1)\left(\frac{N_1}{N}\right) + (0)\left(1 - \frac{N_1}{N}\right) = \frac{N_1}{N}.$$

It follows that $n_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i$ and the mean value of n_1 for all the samples is

$$\bar{n}_1 = \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = n\,\frac{N_1}{N}.$$

Denoting $x_i - \bar{x}_i$ by ξ_i and $n_1 - \bar{n}_1$ by dn_1 then

$$dn_1 = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$$

where ξ_i can have the value $1 - \frac{N_1}{N}$ with the probability $\frac{N_1}{N}$

or » $-\frac{N_1}{N}$ » $1 - \frac{N_1}{N}$

Similarly put $n_2 = \sum_{j=1}^{n} y_j$ and $\eta_j = y_j - \bar{y}_j$ so that $dn_2 = \sum_{j=1}^{n} \eta_j$

1. — Then $dn_1 . dn_2 = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \sum_{j=1}^{n} \eta_j$

$= \Sigma \xi_i \eta_i$ (containing n terms)

$+ \Sigma \xi_i \eta_j (i \neq j$, containing $n(n-1)$ terms)

or Mean $dn_1 . dn_2 = n$. Mean $(\xi_i \eta_i) + n.(n-1)$ Mean $(\xi_i \eta_j)$. It should be noticed that the probability of drawing an individual of the A class at the i^{th} extraction followed by one of class B at the j^{th} extraction is

$$\frac{N_1}{N} \cdot \frac{N_2}{N-1}.$$

The evaluation of the mean value of $dn_1 . dn_2$ is as follows:

Class drawn at i^{th} extraction	Corresponding value of $\xi_i \eta_i$	Probability of this value	Contribution to Mean of $\xi_i \eta_i$	Total contribution to Mean of $dn_1 . dn_2$.
A	$\left(1-\frac{N_1}{N}\right)\left(-\frac{N_2}{N}\right)$	$\frac{N_1}{N}$	$-\frac{N_1 N_2}{N^3}(N-N_1)$	$-n.\frac{N_1 N_2}{N^2}$.
B	$\left(-\frac{N_1}{N}\right)\left(1-\frac{N_2}{N}\right)$	$\frac{N_2}{N}$	$-\frac{N_1 N_2}{N^3}(N-N_2)$	
Remainder	$\left(-\frac{N_1}{N}\right)\left(-\frac{N_2}{N}\right)$	$\frac{N-N_1-N_2}{N}$	$\frac{N_1 N_2}{N^3}(N-N_1-N_2)$	

A similar table gives the contribution of $\Sigma \xi_i \eta_j$ towards the mean of $dn_1.dn_2$. For example out of the nine possible combinations drawn at the i^{th} and j^{th} extractions we may select that in which an individual of the A class is followed by one of class B. Then $\xi_i \eta_j = \left(1 - \frac{N_1}{N}\right)\left(1 - \frac{N_2}{N}\right)$ with the probability $\frac{N_1}{N} \cdot \frac{N_2}{N-1}$ giving a contribution to the mean of $\xi_i \eta_j$ equal to

$$\frac{N_1 N_2}{N^3(N-1)} (N - N_1)(N - N_2).$$

The total contribution to the mean $dn_1.dn_2$ is

$$n(n-1). \frac{N_1 N_2}{N^2(N-1)}.$$

$$\text{Mean } dn_1.dn_2 = -n. \frac{N_1 N_2}{N^2} + n(n-1) \frac{N_1 N_2}{N^2(N-1)}$$

$$= -n \frac{N_1 N_2}{N^2} \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

In practice the values of $\frac{N_1}{N}$ and $\frac{N_2}{N}$ are not known and the best approximation is obtained by replacing these by the values $\frac{n_1}{n}$ and $\frac{n_2}{n}$ from the sample. Hence

$$\text{Mean value of } dn_1.dn_2 = -\frac{n_1 n_2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1}\right).$$

2. — Again

$$\text{Mean } dn_1^2 = \text{Mean } (\Sigma \xi_i)^2$$

$$= n. \text{ Mean } (\xi_i^2) + n(n-1) \text{ Mean } (\xi_i \xi_j) \text{ where } i \neq j.$$

This evaluation only requires the classification of the population N into N_1 individuals belonging to class A and $(N - N_1)$ not of that class. We find

$$\text{Mean } dn_1^2 = n. \frac{N_1}{N}\left(1 - \frac{N_1}{N}\right) - n(n-1) \frac{N_1}{N^2}\left(\frac{N-N_1}{N-1}\right)$$

$$= n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right).$$

3. — The same classification leads to a simple evaluation of

$$\text{Mean } dn_1^3 = \text{Mean } (\Sigma \xi_i)^3$$
$$= n.\text{Mean}(\xi_i^3) + 3n(n-1)\text{Mean}(\xi_i^2 \xi_j) + n(n-1)(n-2)\text{Mean}(\xi_i \xi_j \xi_k).$$
$$= n \frac{N_1}{N^3}(N-N_1)(N-2N_1) - 3n(n-1)\frac{N_1}{N^3}\frac{(N-N_1)(N-2N_1)}{N-1} +$$
$$+ 2n(n-1)(n-2)\frac{N_1}{N^3}\frac{(N-N_1)(N-2N_1)}{(N-1)(N-2)}$$

On reduction this gives

$$\text{Mean } dn_1^3 = n_1\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(1-\frac{2n_1}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{N-2n}{N-2}\right).$$

These results agree with those given by Young and PEARSON (1).

At this stage it is convenient to introduce the notation $e_r = \dfrac{(n-1)(n-2)(n-3).....(n-r)}{(N-1)(N-2)(N-3).....(N-r)}$ which is of great use in finding the higher product moments.

We may now write

$$\text{Mean } dn_1.dn_2 = -\frac{n_1 n_2}{n}(1-e_1)$$
$$\text{Mean } dn_1^2 = n_1\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(1-e_1\right)$$
$$\text{Mean } dn_1^3 = n_1\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(1-\frac{2n_1}{n}\right)\left(1-3e_1+2e_2\right).$$

4. — Suppose the population N is composed of N_1, N_2, N_3 individuals belonging to classes A, B and C respectively together with N_4 others, so that

$$N_4 = N - N_1 - N_2 - N_3.$$

Consider a sample $n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$.

As before let $dn_1 = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$, $dn_2 = \sum_{j=1}^{n} \eta_j$ and similarly put $dn_3 = \sum_{k=1}^{n} \zeta_k$.

---

(1) *Biometrika*, Vol. XI. pp. 217-218 (1916).

Thus $dn_1.dn_2.dn_3 = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \sum_{j=1}^{n} \eta_j \sum_{k=1}^{n} \zeta_k$.

and Mean $dn_1.dn_2.dn_3 = n$ Mean $(\xi_i\eta_i\zeta_i)$
$+ n(n-1)\{$ Mean $(\xi_i\eta_i\zeta_j) +$ Mean $(\xi_i\eta_j\zeta_i) +$ Mean $(\xi_i\eta_j\zeta_j)\}$
$+ n(n-1)(n-2)$ Mean $(\xi_i\eta_j\zeta_k)$.
where $i \neq j \neq k$.

In the calculation economy is effected by noticing that in tabulating the values of $\xi_i\eta_i\zeta_j$, $\xi_i\eta_j\zeta_i$ and $\xi_i\eta_j\zeta_j$ corresponding to a specified draw in the i^{th} and j^{th} extractions, there is a common value for the probability. We find

$$\text{Mean } dn_1.dn_2.dn_3 = n.\frac{2N_1N_2N_3}{N^3} - n(n-1).\frac{6N_1N_2N_3}{N^3(N-1)} + n(n-1)(n-2).\frac{4N_1N_2N_3}{N^3(N-1)(N-2)}$$

$$= \frac{2n_1n_2n_3}{n^2}(1 - 3e_1 + 2e_2).$$

This result was given by Isserlis (1). For the case of an infinite population N we have

$$\text{Mean } dn_1.dn_2.dn_3 = \frac{2n_1n_2n_3}{n^2}$$

which was the formula obtained by Soper (1) for the case of a binomial distribution.

5. — Previous writers have complained of the labour involved in the reduction of the mean value of $dn_1^2.dn_2^2$. In this investigation the tabulation is lengthy, but by careful grouping one achieves the result by the simplest of algebraic operations.

Mean $dn_1^2.dn_2^2 = n$. Mean $(\xi_i^2\eta_i^2) + n(n-1)$ Mean $(\xi_i^2\eta_j^2)$
$+2n(n-1)\{$Mean$(\xi_i^2\eta_i\eta_j)+$Mean$(\eta_i^2\xi_i\xi_j)+$Mean$(\xi_i\xi_j\eta_i\eta_j)\}$
$+n(n-1)(n-2)\{$Mean$(\xi_i^2\eta_j\eta_k)+$Mean$(\eta_i^2\xi_j\xi_k)\}$
$+ 4n(n-1)(n-2)$. Mean $(\xi_i\xi_j\eta_i\eta_k)+n(n-1)(n-2)(n-3)$ Mean $(\xi_i\xi_j\eta_k\eta_l)$

The symmetry of the espression lessens the work considerably, for having found the contribution to (say)

$$\text{Mean } (\xi_i^2\eta_j\eta_k) + \text{Mean } (\eta_i^2\xi_j\xi_k)$$

---

(1) *R. S. Proc.* Vol. 92 A p. 28.
(2) *Biometrika:* Vol. IX. p. 95.

when the extractions are in the order AAB the same result is true for the selection ABA, while by interchanging N_1 and N_2 we have the corresponding results for BBA and BAB. We find

$$\begin{aligned}\text{Mean}\, dn_1^2.dn_2^2 = \frac{n}{N^4} N_1N_2\{&[N(N_1+N_2)-3N_1N_2]\\ &+e_1[N^3-N^2(N_1+N_2)-N(N_1+N_2-N_1N_2)+3N_1N_2]\\ &+2e_1[N(N_1N_2-3N_1-3N_2)+9N_1N_2]\\ &-2e_2[N^3-N^2(N_1+N_2)-N(2N_1+2N_2-N_1N_2)+6N_1N_2]\\ &+4e_2[N(2N_1+2N_2-N_1N_2)-6N_1N_2]\\ &+e_3[N^3-N^2(N_1+N_2)-N(6N_1+6N_2-3N_1N_2)+18N_1N_2]\}\end{aligned}$$

which reduces to

$$\begin{aligned}\text{Mean}\, dn_1^2.dn_2^2 = \frac{n_1n_2}{n}\Bigg[&N\left(1-\frac{n_1+n_2}{n}+3\frac{n_1n_2}{n^2}\right)\left(e_1-2e_2+e_3\right)+\\ &+\left(\frac{n_1+n_2}{n}-3\frac{n_1n_2}{n^2}\right)\left(1-7e_1+12e_2-6e_3\right)\Bigg].\end{aligned}$$

This result agrees with that of ISSERLIS (1) and illustrates the gain in simplicity due to introducing the e's.

As a far as the writer can ascertain the results given in the next two sections have not yet been published in a form applicable to a finite population.

6. — $$\begin{aligned}\text{Mean}\, dn_1^5 = n\,&\text{Mean}(\xi_i^5)+5n(n-1)\{\text{Mean}(\xi_i^4\xi_j)+2\text{Mean}(\xi_i^3\xi_j^2)\}\\ &+5n(n-1)(n-2)\{2.\text{Mean}(\xi_i^3\xi_j\xi_k)+3.\text{Mean}(\xi_i^2\xi_j^2\xi_k)\}\\ &+10n(n-1)(n-2)(n-3)\,\text{Mean}\,(\xi_i^2\xi_j\xi_k\xi_l)+\\ &+n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\text{Mean}(\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l\xi_m).\end{aligned}$$

The evaluation gives

$$\begin{aligned}\text{Mean}\, dn_1^5 = \frac{n}{N^5}\Bigg[&\{N^4N_1-5N^3N_1^2+10N^2N_1^3-10NN_1^4+4N_1^5\}\\ &+5e_1\{N^4(2N_1^2-3N_1)-N^3(8N_1^3-15N_1^2)+N^2(10N_1^4-30N_1^3)-\\ &\qquad -N(4N_1^5-30N_1^4)-12N_1^5\}\\ &+5e_2\{-N^4(8N_1^2-10N_1)+N^3(32N_1^3-50N_1^2)-N^2(40N_1^4-100N_1^3)+\\ &\qquad +N(16N_1^5-100N_1^4)+40N_1^5\}\\ &+10e_3\{N^4(5N_1^2-6N_1)-N^3(20N_1^3-30N_1^2)+N^2(25N_1^4-60N_1^3)-\\ &\qquad -N(10N_1^5-60N_1^4)-24N_1^5\}\\ &+e_4\{-N^4(20N_1^2-24N_1)+N^3(80N_1^3-120N_1^2)-N^2(100N_1^4-240N_1^3)+\\ &\qquad +N(40N_1^5-240N_1^4)+96N_1^5\}\Bigg]\end{aligned}$$

---

(1) *R. S. Proc.* Vol. 92 A. p. 28.

which reduces to

$$\text{Mean } dn_1^5 = n_1\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(1-\frac{2n_1}{n}\right)\left[N\frac{n_1}{n}\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(10e_1-40e_2+50e_3-20e_4\right)+\left(1-2\frac{n_1}{n}+2\frac{n_1^2}{n^2}\right)\left(1-15e_1+50e_2-60e_3+24e_4\right)\right].$$

When the population is infinite, this expression takes the form given by Miss PAIRMAN (1), who obtained from the binomial series

$$\text{Mean } dn_1^5 = n_1\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(1-\frac{2n_1}{n}\right)\left\{1+2\frac{n_1}{n}\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(5n-6\right)\right\}.$$

7. — In conclusion the method will be applied to find the mean value of dn_1^6.

$$\begin{aligned}\text{Mean } dn_1^6 = {} & n.\ \text{Mean}\,(\xi_i^6)\\ & +n(n-1)\ \{\ 6.\text{Mean}(\xi_i^5\xi_j)+15.\text{Mean}(\xi_i^4\xi_j^2)+10.\text{Mean}(\xi_i^3\xi_j^3)\ \}\\ & +15n(n-1)(n-2)\ \{\ \text{Mean}(\xi_i^4\xi_j\xi_k)+4.\text{Mean}(\xi_i^3\xi_j^2\xi_k)+\text{Mean}(\xi_i^2\xi_j^2\xi_k^2)\ \}\\ & +5n(n-1)(n-2)(n-3)\ \{\ 4.\text{Mean}(\xi_i^3\xi_j\xi_k\xi_l)+9.\text{Mean}(\xi_i^2\xi_j^2\xi_k\xi_l)\ \}\\ & +15n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\ \text{Mean}\,(\xi_i^2\xi_j\xi_k\xi_l\xi_m)\\ & +n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)\ \text{Mean}\,(\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l\xi_m\xi_p).\end{aligned}$$

The evaluation gives

$$\begin{aligned}\text{Mean } dn_1^6 = \frac{n}{N^6}\Big[& \{N^5N_1-6N^4N_1^2+15N^3N_1^3-20N^2N_1^4+15NN_1^5-5N_1^6\}\\ & +e_1\{N^5(25N_1^2-31N_1)-N^4(135N_1^3-186N_1^2)+N^3(280N_1^4-465N_1^3)-\\ & \quad -N^2(255N_1^5-620N_1^4)+N(85N_1^6-465N_1^5)+155N_1^6\}\\ & +15e_2\{N^5(N_1^3-12N_1^2+12N_1)-N^4(3N_1^4-64N_1^3+72N_1^2)+N^3(3N_1^5-132N_1^4+180N_1^3)-\\ & \quad -N^2(N_1^6-120N_1^5+240N_1^4)+N(-40N_1^6+180N_1^5)-60N_1^6\}\\ & +5e_3\{-N^5(9N_1^3-83N_1^2+78N_1)+N^4(27N_1^4-441N_1^3+468N_1^2)-\\ & \quad -N^3(27N_1^5-908N_1^4+1170N_1^3)+N^2(9N_1^6-825N_1^5+1560N_1^4)+\\ & \quad +N(275N_1^6-1170N_1^5)+390N_1^6\}\\ & +15e_4\{N^5(3N_1^3-26N_1^2+24N_1)-N^4(9N_1^4-138N_1^3+144N_1^2)+\\ & \quad +N^3(9N_1^5-284N_1^4+360N_1^3)-N^2(3N_1^6-258N_1^5+480N_1^4)+\\ & \quad +N(-86N_1^6+360N_1^5)-120N_1^6\}\\ & +e_5\{-N^5(15N_1^3-130N_1^2+120N_1)+N^4(45N_1^4-690N_1^3+720N_1^2)-\\ & \quad -N^3(45N_1^5-1420N_1^4+1800N_1^3)+N^2(15N_1^6-1290N_1^5+2400N_1^4)+\\ & \quad +N(430N_1^6-1800N_1^5)+600N_1^6\}\Big].\end{aligned}$$

---

(1) *Biometrika:* Vol. XII. p. 268.

On further reduction

$$\text{Mean } dn_1^6 = n_1\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left\{1-5\frac{n_1}{n}\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(1-\frac{n_1}{n}+\frac{n_1^2}{n^2}\right)\right\}$$
$$(1-31e_1+180e_2-390e_3+360e_4-120e_5)$$
$$+5\frac{N}{n}n_1^2\left(1-\frac{n_1}{n}\right)^2\left(5e_1-36e_2+83e_3-78e_4+26e_5\right)$$
$$+5\frac{N}{n^2}n_1^3\left(1-\frac{n_1}{n}\right)^3\left(-17e_1+120e_2-275e_3+258e_4-86e_5\right)$$
$$+15\frac{N^2}{n^2}n_1^3\left(1-\frac{n_1}{n}\right)^3\left(e_2-3e_3+3e_4-e_5\right).$$

From the above general result we deduce the corresponding formula when the population is indefinitely large. When N is infinite the only values of e which do not vanish are

$$Ne_1 = (n-1) \quad \text{and} \quad N^2e_2 = (n-1)(n-2)$$

Then we have

$$\text{Mean } dn_1^6 = n_1\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left[1-5\frac{n_1}{n}\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(1-\frac{n_1}{n}+\frac{n_1^2}{n^2}\right)\right.$$
$$\left.+25\frac{n_1}{n}\left(1-\frac{n_1}{n}\right)\left(n-1\right)+\frac{5n_1^2}{n^2}\left(1-\frac{n_1}{n}\right)^2\left(3n^2-26n+23\right)\right].$$

Lucien March

Les modes de mesure du mouvement général des prix

La hausse rapide des prix qui s'est manifestée dans la plupart des pays durant la grande guerre — et surtout, dans certains d'entre eux, depuis la fin des hostilités principales — a donné un nouvel intérêt aux indices que l'on calcule depuis près d'un siècle pour caractériser le mouvement général des prix. De nombreuses études ont été consacrées à la question, notamment en Angleterre, aux Etats-Unis, en Italie; les procédés de calcul des indices ont souvent subi d'importantes modifications. Nous n'avons point l'intention ici de passer en revue les thèses défendues ou les procédés appliqués (1). Nous n'avons point non plus la prétention de présenter des vues nouvelles, car les divers aspects de la question ont déjà été examinés par des auteurs dont le nom fait autorité. Cependant l'application des principes en cause comporte encore tant de flottement qu'il n'est point inutile de revenir une fois de plus sur les procédés appliqués au traitement des observations de prix, et sur la façon dont se posent les questions qui sont liées à l'étude du mouvement des prix, afin de marquer d'un dessin plus ferme, si possible, les conditions essentielles d'une saine application de la méthode.

Comme on l'a fait remarquer souvent, l'étude du mouvement des prix touche aux problèmes les plus difficiles de l'économie politique. Y interviennent la notion de la valeur, la théorie de la monnaie, celle des crises, etc. On voudrait cependant préciser cette étude par des mesures: or celles-ci sont nécessairement délicates parce que les choses à mesurer réagissent les unes sur les autres,

(1) On trouvera cités les travaux les plus importants qui ont été publiés sur le sujet dans l'excellent article de M. le Professeur Riccardo Bachi (*Economista*, 24 Aprile 1921).

et surtout peut-être parce que les notions que l'on veut exprimer sont quelque peu confuses. Aussi n'est-il pas trop surprenant qu'après les travaux publiés par des maîtres depuis un siècle, la mesure correcte du mouvement général des prix suscite encore des controverses, que des esprits avisés tiennent pour absurde tel procédé dont l'expérience indique la valeur, tandis que d'autres réclament des solutions irréalisables.

I. — *Les principaux points de vue.*

L'une des premières préoccupations de ceux qui, comme l'Evêque Fleetwood au 18e siècle, ont dressé des catalogues de prix, paraît avoir été d'évaluer l'effet des altérations apportées à la valeur de *l'unité monétaire* sur les revenus.

Les pouvoirs publics ont renoncé maintenant, dans tous les pays, à modifier le poids et le titre des monnaies métalliques. Cependant, on cherche toujours, dans l'étude du mouvement des prix, quelque moyen d'apprécier les changements de ce que l'on appelle le *pouvoir d'achat de la monnaie.* On cherche aussi à mesurer l'amplitude des *oscillations de l'activité économique* ou bien les variations du *coût de la vie.* Des novateurs ont même pensé qu'il serait possible de supprimer toute influence du système monétaire sur l'activité générale et le bien être des populations si l'on prenait pour signe de la valeur des choses, non point une chose particulière prise comme étalon, mais un simple *indice* dépendant des valeurs relatives de toutes les choses et qui n'aurait par conséquent en lui aucun facteur particulier de variation.

Or, de ces préoccupations très générales, la première est la seule qui soit exprimée d'une façon assez précise pour que le phénomène puisse être, non pas nécessairement mesuré, mais conçu nettement, sans ambiguité. Si l'on diminue le poids d'or que contient l'unité monétaire or, soit en réduisant le poids de cette unité, soit en modifiant le titre, la quantité d'une marchandise quelconque qui s'échangeait contre l'ancienne unité variera théoriquement exactement dans ta même proportion que le poids d'or contenu dans l'unité.

Les autres notions ne comportent pas la même simplicité et ne peuvent donner lieu à des mesures aussi précises si l'on ne prend soin de les compléter.

L'expression vague « pouvoir d'achat de la monnaie » n'a véritablement aucun sens précis tant que l'on ne dit pas quelles sont

exactement les choses que la monnaie doit acheter. L'expression coût de la vie n'en a pas davantage tant qu'on n'a point précisé de quel genre de vie il s'agit. Quant à l'indice qui mesurerait la somme de toutes les activités, il n'est pas possible non plus de le calculer tant que l'on n'a point fixé, en quantité et en qualité, les choses qui témoignent de ces activités.

On objectera peut-être que la monnaie remplit justement le role de signe universel de toutes les valeurs. C'est vrai, mais c'est un signe imparfait puisque l'on cherche toujours à le remplacer par un autre. Ce qu'il importe de noter ici simplement c'est l'imprécision de l'indice universel rêvé qui en ferait un signe théoriquement parfait. A vrai dire on a cherché à préciser la notion du pouvoir d'achat tout en conservant la généralité. Par exemple on a essayé de calculer le pouvoir d'achat de la monnaie en objets qui seraient déterminés par les qualités et quantités des marchandises universellement consommées durant un certain intervalle de temps, ou bien de calculer le pouvoir d'achat des choses qui existent à un moment donné.

Mais bien des questions restent en suspens quand il s'agit d'effectuer les calculs. Doit-on se borner à considérer des marchandises ou faut-il y comprendre aussi les services qui ne se traduisent pas en produits définis, tels que ceux qui rendent les titulaires de nombreuses professions libérales ou domestiques, les loyers, les intérêts, etc? Même pour ce qui est des marchandises, chaque matière première doit elle être comptée autant de fois qu'elle figure, soit dans les consommations industrielles et productives, soit dans les consommations relatives à des besoins domestiques ou nationaux, auquel cas on les dit souvent improductives?

Et les difficultés sont les mêmes quand il s'agit de calculer le pouvoir d'achat, non plus des choses qui se consomment dans une période de temps donnée, mais des choses qui existent à un moment donné.

Aucun accord n'a encore été réalisé jusqu'à présent entre ceux qui cherchent un indice capable d'exprimer les changements du pouvoir d'achat de la monnaie sous une forme absolument générale. Cela ne tient-il pas surtout à ce que la formule, trop générale, groupe des choses incertaines et disparates? Certains auteurs ont simplifié la formule en prenant pour indice le changement de valeur des marchandises importées ou exportées: c'est décider arbitrairement d'éliminer tous les services et les objets qui n'entrent pas dans le commerce extérieur; de plus, l'indice obtenu mesure tout

aussi bien le changement de composition de la matière que le changement de sa valeur.

II. — *Les catégories de personnes intéressées.*

Peut-être la difficulté serait-elle moins grande si, au lieu de prendre pour point de départ de la discussion les objets d'échange, on considérait en premier lieu les personnes ou les collectivités qui échangent, produisent ou consomment et les raisons qui leur font désirer un instrument de mesure des valeurs.

D'un certain point de vue, le point de vue économique, les individus existant à un moment donné peuvent se distinguer en deux catégories: le producteurs, chacun produisant, au sens économique, certaines classes de biens ou de services, et les consommateurs, dont chacun consomme des biens ou des services qu'il ne produit pas.

En tant que producteur, l'individu se préoccupe surtout du prix auquel il écoule les produits dont la vente compose sa recette. Si maintenant on considère l'ensemble des producteurs, l'indice qui répondrait à la préoccupation générale serait celui qui ferait état de la valeur de la production totale, à l'exclusion des stocks, dans un intervalle de temps unitaire. Un tel indice général intéresserait-il véritablement chaque producteur particulier, alors que chaque changement survenu dans la recette de ce producteur serait généralement compensé par des changements opposés de la recette de quelques autres et que l'indice final ne reflèterait pas en somme ce qui les intéresse les uns et les autres?

Néanmoins la valeur totale de la production constitue un bon indice de la prospérité d'une nation. Mais la nation doit-elle attacher plus de prix à ce qu'elle produit, à ce qui se vend à l'intérieur ou à ce qui s'exporte? Un même indice peut-il répondre aux trois sortes d'exigences? Non, car la composition de ce qui est produit, de ce qui s'échange à l'intérieur du pays ou de ce qui en sort, n'est pas la même et par conséquent une seule grandeur ne peut rendre compte de l'influence du mouvement des prix sur les trois phénomènes.

Quant au consommateur, il est également intéressé au mouvement des prix de classes particulières d'objets; pourtant les changements de la somme totale exigée par l'ensemble des consommations ne le laisse point indifférent car cette somme est un indice du progrès économique dont il bénéficie. D'une manière générale, en supposant l'invariabilité de l'étalon monétaire, les efforts des

producteurs tendent à l'accroissement de la quantité des produits et à l'abaissement des prix de ces produits, — donc à un abaissement de la dépense que nécessitent des quantités invariables de choses consommables, ou bien, — ce qui revient au même —, tendent à l'accroissement des quantités des choses que l'on peut se procurer avec le même revenu.

Néanmoins quand on considère successivement des catégories particulières de consommateurs, il est évident que chaque catégorie est plutôt intéressée aux choses qu'elle consomme d'ordinaire qu'à la consommation totale de la population. Les filateurs de coton ont intérêt à suivre les fluctuations de la dépense qu'exigent les quantités de coton, de houille, d'huile, de main d'oeuvre dont ils font emploi, plutôt que les mouvements des prix de la laine ou du café. Les ouvriers anglais subissent directement l'influence du prix du boeuf, de la bière, etc et non celle du prix du vin dont il n'usent pas.

A chaque classe de consommateurs répond en fait une composition particulière de la dépense dans un temps donné, un *budget* particulier; le mouvement de cette dépense ne correspond à un objet limité et précis que quand on a choisi le budget.

En résumé, soit du côté des producteurs et des négociants, soit du côté des consommateurs, il ne saurait exister d'indice unique capable de répondre à tous les intérêts, mais la forme de l'indice est la même dans tous les cas, l'indice est *une somme de produits de quantités par des prix.*

III. — *Les influences communes à tous les prix.*

Dans les considérations précédentes on a admis l'invariabilité de l'étalon monétaire, de sorte que les influences capables d'agir sur le mouvement général des prix se réduisaient aux changements relatifs des quantités produites et des quantités demandées, ou bien des quantités échangées et des prix qui résultent dans chaque cas du rapport de l'offre à la demande. Si l'on supprime cette hypothèse, la somme des produits de quantités déterminées d'objets, dont les qualités sont bien définies, par les prix unitaires de ces objets, dépend d'une troisième cause de variation qui s'ajoute aux deux premières, à savoir l'influence d'un changement dans la valeur de l'unité monétaire. L'influence de cette troisième cause apparaît tout d'abord dans les relations contractuelles des individus.

Si j'ai prêté un outil à un voisin, pour un temps déterminé, celui-ci doit me le rendre au terme fixé dans l'état où je le lui ai remis. Si j'ai vendu cet outil en échange d'un certain nombre de pièces de monnaie payables au terme fixé, il faut que ces pièces n'aient rien perdu de leur poids en métal monnaie. Que le nombre de pièces fixé s'échange contre des quantités plus ou moins importantes de denrées, il peut en résulter un certain trouble dans l'emploi que j'en ferai, mais le contrat est respecté, dans sa lettre comme dans son esprit, si le nombre et le poids sont conformes au contrat.

Sans doute, la législation va généralement plus loin, elle ne donne de valeur légale au contrat que s'il comporte paiement en *monnaie légale*: cela n'empêche pas que, soit le débiteur, soit le créancier, subit une diminution de ses droits contractuels lorsque la monnaie a été altérée dans l'intervalle entre la signature du contrat et son exécution.

L'altération par le fait du débiteur ou du créancier est un crime punissable; l'altération imputable à la puissance publique ou à quelque autre cause, sur laquelle débiteur et créancier n'on aucune action, est une nécessité. Mais celle-ci occasionne à l'une des deux parties un préjudice certain car, si le poids d'or contenu dans une pièce est réduit de $^1/_{10}$, par exemple, sur 10 objets valant une pièce de l'ancienne monnaie, la nouvelle ne sera plus acceptée que pour 9. De même, si le titre de la monnaie est réduit, le prix de toute chose, échangeable contre cette monnaie, sera augmenté dans le même rapport que celui de la réduction du titre.

A l'inverse, quand on s'aperçoit que les prix de toutes les choses ont augmenté ou diminué à peu près dans la même proportion, on en conclut naturellement qu'il a du se produire quelque modification dans la valeur de l'unité monétaire. Si l'on a mesuré avec un certain mètre les dimensions d'une chambre et des objets qui la meublent et qu'avec un autre mètre on constate une augmentation équivalente de toutes les longueurs, on ne supposera pas que, dans l'intervalle, tous les objets mesurés se sont agrandis. On conclura naturellement que le second mètre est plus court que le premier. D'ailleurs, en l'absence d'autres constatations, une conclusion de ce genre sert les intérêts de la science beaucoup mieux que la supposition contraire (1).

---

(1) Cournot a parfaitement justifié cette interprétation quand il a rappelé les raisons de simplicité (de commodité a dit depuis Henri Poincaré) qui assurent la supériorité du système de Copernic sur celui de Ptolémée et de Tycho-Brahé pour éxpliquer les mouvements planétaires. L'apparence

Quelles que soient les causes déterminantes qui provoqueraient une variation parallèle de tous les prix, il est légitime et conforme à la tradition scientifique de considérer que tout se passe comme si l'unité monétaire avait été modifiée.

Or s'il en est ainsi, peu importe que le nouveau mètre ait mesuré la longueur d'un grand nombre de tables ou la longueur de la salle. Les mesures ayant été bien faites, l'accroissement de la longueur de la salle n'a pas sensiblement moins de poids que l'allongement constaté des nombreuses tables.

Et cette remarque conduit à distinguer plus nettement que nous ne l'avons fait jusqu'ici deux aspects principaux de l'étude du mouvement des prix.

D'un premier point de vue, celui du paragraphe précédent, les changements des prix des objets en cause sont des changements relatifs d'un objet à l'autre, sans qu'il y ait une tendance commune à tous les prix.

D'un second point de vue les changements résultent uniquement de cette tendance commune.

Ce qui complique la question, c'est que les deux points de vue ne se distinguent qu'en théorie; en fait, les deux sortes de changement se superposent toujours. Tout au plus existe-t-il des moments où la tendance commune prévaut sur les changements relatifs, ce qui devrait permettre d'en mieux séparer les effets.

L'indice budgétaire, dont il a été question au paragraphe précédent, tient compte à la fois des changements relatifs des prix, et de la tendance commune, eu égard aux quantités qui déterminent le montant total du budget considéré.

Quant à l'indice déterminé en négligeant les mouvements relatifs des prix pour ne laisser apparaître que l'effet des tendances communes, il doit être indépendant des quantités en cause, pour deux raisons. D'abord, parce que si les quantités changent, sans modification des prix, l'indice prendra cependant des valeurs différentes. En second lieu, parce que, comme dans le cas des mesures métriques, une mesure de la tendance commune d'après un seul objet a autant de valeur et de poids qu'un grand nombre de mesures prises sur un autre, si la première est faite avec un soin suffisant.

---

d'un animal ajoute-t-il, montre d'une façon évidente s'il s'arrête ou s'il s'élance et cependant les positions des parties du corps sont les mêmes dans les deux cas (Principes mathématiques de la théorie de la richesse).

De même la statistique du mouvement des prix ne sait que mesurer les changements généraux sous leur aspect le plus simple; ensuite l'analyse des faits économiques concommitants précise les influences en jeu.

La règle en vertu de laquelle il convient de multiplier les mesures pour en accroître la précision n'exige nullement l'application de poids tels que ceux qui entrent dans l'indice budgétaire. Si des poids devaient être appliqués aux prix qui entrent dans l'indice dont il est question maintenant, ce seraient des poids proportionnels à la précision des mesures, à l'exactitude des déterminations, et c'est là tout autre chose.

On peut se demander alors pourquoi il est utile de faire entrer plusieurs objets dans la composition de cet indice puisqu'à la rigueur un seul suffirait.

La raison est que les changements relatifs des prix, ainsi que les circonstances qui déterminent ces changements, se superposent aux changements imputables à la tendance commune. On ne peut éliminer ces éléments parasitaires qu'en faisant intervenir plusieurs objets, de façon à ce qu'il se produise une certaine compensation des troubles apportés à l'effet de la tendance commune.

Il convient seulement de vérifier si les compensations supposées se produisent effectivement; on reviendra plus loin sur ce point.

Ces notions n'ont point échappé aux auteurs qui ont traité la question avec méthode mais il semble que la préoccupation de réaliser un indice unique, capable de satisfaire à toutes les exigences, ait souvent obscurci les conclusions et nui à l'application des principes.

Les manifestations d'une tendance commune au mouvement des prix des marchandises et services de toute nature, dans une certaine direction, peuvent résulter de circonstances diverses. Celles où s'établit le mieux le rapport de cause à effet tiennent à l'altération du poids des monnaies; l'émission de papier monnaie à cours forcé est aussi un évènement qui agit directement sur tous les prix. On admet également volontiers qu'un brusque accroissement de la production des métaux précieux, ou un brusque ralentissement de cette production, est aussi un facteur certain des la hausse ou de la baisse de tous les prix. Si l'observation de mouvements à courte période ne révèle jusqu'à présent aucune relation de ce genre, il semble que les changements relatifs de la circulation monétaire se répercutent au moins sur les oscillations semi séculaires des prix.

La statistique ne révèle pas d'influence analogue sur les mouvements quasi décennaux ni sur les mouvements saisonniers des prix. Ceux-ci dépendent beaucoup plus des conditions de la production et du crédit que de la monnaie.

Sans effleurer ici la question également très complexe des crises économiques, l'expérience d'un siècle apprend que la périodicité des crises coïncide avec celle des mouvements concomitants des prix dans les principaux pays industriels. La rapidité de la production à certains moments, l'accumulation des stocks, sont accompagnées d'une hausse de tous les prix, tandis que la liquidation de chaque crise provoque une baisse générale. Dire que tous les prix ont tendance à monter, ou à baisser, à certains moments qui se représentent périodiquement, ou bien dire qu'à ces moments l'unité monétaire a perdu ou gagné de la valeur, c'est exprimer la même chose sous deux formes différentes, et par conséquence l'indice des changements de l'unité monétaire est encore l'indice qui doit mesurer ces mouvements, tout aussi bien que lorsque ceux-ci sont dus à une modification physique de la monnaie.

IV. — *Les éléments du mouvement général des prix.*

Nous venons de signaler les deux points de vue principaux d'où l'on doit semble-t-il se placer pour observer avec le plus de netteté les effets du mouvement général des prix. Reprenons l'exposé sous une forme plus précise.

Soient $q_1\ q_2 \ldots . q_n$ les quantités de différents objets ou services échangeables distingués en n catégories dont chacune soit parfaitement déterminée par les qualités qui la définissent. On admet qu'un prix unitaire peut être affecté à chaque catégorie, par quantité unitaire.

Soient $p_1\ p_2 \ldots . p_n$ les prix correspondants, c'est-à-dire les nombres de pièces de monnaie dont chacune contient un poids π d'or ou d'une matière quelconque équivalente à π d'or, soient $\pi_1, \pi_2, \ldots . \pi_n$ les poids d'or contenus dans les $p_1\ p_2 \ldots . p_n$ pièces des monnaies, on a exactement:

$$(1) \qquad \frac{\pi_1}{p_1} = \frac{\pi_2}{p_2} = \ldots . \frac{\pi_n}{p_n} = \pi$$

La somme totale en monnaie qui est acceptée pour les quantités ci-dessus est égale à:

$$(2) \qquad R = q_1 p_1 + q_2 p_2 \ldots . + q_n p_n$$

d'où

$$(3) \qquad \pi R = q_1 \pi_1 + q_2 \pi_2 \ldots . + q_n \pi_n$$

Les quantités R, q, p, π ne varient presque jamais indépendamment l'un de l'autre.

Un accroissement du revenu R provoque un accroissement de la consommation et des prix, tandis qu'une diminution de R a l'effet inverse. D'autre part, si certaines quantités q diminuent par suite d'une insuffisance de la production, les p correspondants se modifient généralement; alors les quantités d'autres objets augmentent parce que, dans l'équation (2), la grandeur qui offre le plus de fixité est R. En effet R représente la dépense de chaque individu et correspond à peu près à son revenu exprimé en monnaie. Or le revenu, exprimé en monnaie, ne varie que lentement.

De même une variation des prix, pour quelque cause que ce soit, entraîne un changement des quantités consommées ou produites, la hausse tendant à accroître la production et à réduire la consommation des objets dont le prix a varié, tandis que la baisse a généralement l'effet inverse.

Quant aux changements de π, ils agissent sur les prix et par conséquant aussi indirectement sur les quantités. Toutefois, l'action indirecte sur les quantités présente nécessairement un certain retard, de sorte qu'il y a au moins un instant pendant lequel on peut concevoir qu'un changement de π influe seulement sur les prix; alors ceux-ci varient proportionnellement en vertu de l'égalité (1).

En somme, les valeurs des p réagissent aussi sur celles des q et de π; inversement les variations la valeur de π se répercutent sur les valeurs des q et des p. Dans les trois cas il peut y avoir une action sur la somme R, bien que celle-ci soit relativement stable, tandis qu'un changement de R, c'est-à-dire de la somme que chacun peut consacrer aux achats définis par l'équation (2), aura une répercussion certaine sur les quantités p et q. Il y a lieu de se demander maintenant comment les changements de p, q et R peuvent à leur tour réagir sur π.

La valeur de π est la valeur d'un poids donné d'or; il semblerait que cette valeur dépende seulement du poids en question et de causes extérieures au milieu d'échange dans lequel se vérifient les égalités (2) et (3). S'il en est ainsi, une variation de cette valeur de π entraînera, en vertu des égalités (1), des variations égales des quantités $\frac{\pi_1}{p_1}$, $\frac{\pi_2}{p_2}$ etc. Mais cette valeur, que nous représenterons par (π), pour la distinguer du poids matériel auquel elle correspond, peut dépendre aussi des appréciations des échangistes; chacun d'eux est, en effet susceptible d'attribuer une valeur dif-

férente au même poids de métal monnaie. De sorte que la valeur (π) peut dépendre non seulement de π, mais encore de $\frac{\pi_1}{p_1}, \frac{\pi_2}{p_2} \ldots \frac{\pi_n}{p_n}$. Ce qui permet d'écrire:

$$(\pi) = F\left(\pi, \frac{\pi_1}{p_1}, \frac{\pi_2}{p_2} \ldots \frac{\pi_n}{p_n}\right)$$

Il est même possible quaucune monnaie réelle ne corresponde à la fonction (π). C'est ainsi qu'en France, sous, l'ancien régime, la valeur du marc d'argent correspondait à un certain nombre de livres tournois. La livre tournoi, n'ayant pas de représentation matérielle, était simplement l'unité théorique que la monnaie véritable contenait en nombre de plus en plus grand à mesure que s'accroissaient les besoins du Trésor public (1).

Indépendamment de toute intervention de la puissance publique, d'autres causes peuvent agir de la même façon sur les prix; leur effet s'exprimera par une modification de la fonction (π).

Les poids π_1, π_2, etc désignent les poids d'une certaine marchandise qui sert d'instrument d'échange. Si les conditions intrinsèques de cette marchandises: production, stockage, etc viennent à changer, il se peut que tous les échangistes consentent à accepter des quantités différentes de celles qui ont été désignées par π_1, π_2, etc. en échange des quantités q_1, q_2 etc des autres marchandises. Quel que soit le mécanisme qui provoque ce changement, il en résultera naturellement des modifications de prix p_1, $p_2 \ldots p_n$, sous réserve que R conserve la stabilité qui lui est particulière.

Ici encore l'observateur des prix p_1, p_2, reconnaîtra, à travers les variations inégales de ces prix, une tendance commune qui naît d'un changement d'équilibre entre la quantité de la marchandise (or) offerte en échange de toutes les autres et la quantité échangée d'une marchandise quelconque. Dans notre analyse, cette tendance a pour conséquence une variation de la fonction (π); inversement cette variation révèlera le changement survenu dans les conditions d'échange de la marchandise or.

D'après cela, il est des circonstances susceptibles de provoquer la variation d'une certaine fonction des grandeurs $\frac{\pi_1}{p_1}, \frac{\pi_2}{p_2}$ etc.; inversement, cette variation révèle l'existence d'une cause, même quand le mécanisme de cette cause n'apparaît pas clairement. C'est ainsi

(1) De Foville, *La monnaie*, page 50.

qu'ignorant le mécanisme de la gravitation, nous exprimons la constance de l'attraction en faisant intervenir une force dont une parcelle de matière suffit à mesurer l'action, malgré le trouble que d'autres causes peuvent apporter à cette action. Ce doit être aussi une oeuvre utile et féconde que de chercher à découvrir, dans les modifications diverses de tous les prix, ce qu'il y a de commun dans ces modifications: la fonction (π) est précisément l'instrument de cette recherche. Remarquons que la grandeur R, des équations (2) et (3), varie aussi en fonction des prix, mais elle dépend également des quantités q_1, q_2, etc. de sorte que cette complication en ferait un mauvais instrument de la mesure des prix. D'ailleurs on peut supposer fixes les quantités q_1, q_2....; dans ce cas si l'on désigne par S la somme:

$$S = q_1 p_2 + q_2 p_2 + \ldots + q_n p_n \tag{4}$$

S est alors une fonction particulière de $p_1 p_2 \ldots p_n$, moins générale que la fonction (π) dont elle n'est qu'un cas particulier.

Bref, nous avons considéré trois grandeurs R, π, S. Les changements de la première sont liés à ceux des grandeurs π_1, π_2.... p_1, p_2.... q_1, q_2 etc. de telle façon que R ne varie que lentement. R est ce qu'on appelle un revenu brut, si l'on comprend dans les quantités q_1, q_2.... etc. tous les objets et les services que le revenu permet de se procurer sans déduction d'aucune sorte. La stabilité relative de R et sa complexité ne permettent guère de l'utiliser pour l'étude de mouvement des prix. Toutefois, quand on limite les objets incorporés dans R, ce qui lui enlève une grande partie de sa stabilité, la signification de cette grandeur peut offrir beaucoup d'intérêt.

Dans le cas d'une nation par exemple, R exprimera suivant les cas, le revenu national, la production nationale, le commerce extérieur ou d'autres éléments de l'activité économique, mais ces éléments dépendent à la fois des quantités et des prix; ils n'intéressent donc pas la présente recherche. La somme S représente une certaine recette ou une certaine dépense, ou l'emploi d'un certain revenu, quand on a fixé d'une manière précise la nature et la quantité des choses échangées. Les variations de S ne dépendent directement que des prix — puique les quantités sont supposées constantes — et indirectement de la valeur de l'unité monétaire. S est moins complexe que R et elle est bien appropriée à l'étude du mouvement général des prix, puisqu'elle représente en somme le montant d'un budget: nous l'avons appelée *indice budgétaire* du mouvement des prix.

Quand à (π), cette fonction est également soumise à l'influence des prix; elle représente en fait la valeur de l'unité monétaire. On peut la désigner comme l'*indice monétaire* du mouvement des prix.

Voyons comment il convient de procéder, aussi bien que possible, à l'observation de ces deux indices.

V. — *Indice budgétaire du mouvement des prix.*

La forme de cet indice et son mode de calcul sont déterminés par l'égalité (4). Il suffit de définir exactement les objets, marchandises ou services qui entrent dans la composition de l'indice, de fixer les quantité q_1, q_2 etc. de ces manchandises et de noter les prix auxquels ces marchandises sont couramment échangés contre de la monnaie, à l'époque et au lieu considérés.

Si ces déterminations ne comportaient quelque précision, l'indice, calculé sur des éléments incertains, n'aurait point grande utilité.

Supposons, à titre d'exemple, que l'on se propose de rechercher l'influence du mouvement des prix sur le coût de l'existence des familles qui composent une certaine catégorie de population définie par l'habitat, la profession, le revenu, le genre de vie.

On commence par déterminer, après enquête, les quantités des différents éléments de la dépense durant une certaine période, une année par exemple, puis les prix unitaires de ces éléments dans l'endroit fixé et à l'époque de l'enquête.

On obtient ainsi la dépense totale correspondant à la catégorie de personnes, à l'endroit et à l'époque considérés. Il est ensuite facile d'observer les variations de cette dépense qui résultent du changement de l'un des éléments variables, les autres étant supposées fixes.

On peut alors, supposant les quantités constantes, et pour des catégories de populations similaires, calculer ce que devient la dépense quand on passe d'un endroit à l'autre ou d'une époque à l'autre.

Dans cet exemple, les prix à appliquer aux consommations sont des prix de détail; lorsqu'il s'agit de mesurer la production, le commerce ou la consommation d'une collectivité telle qu'une nation, les prix à appliquer sont généralement des prix de gros.

Quelles que soient les marchandises ou les services qui entrent dans la composition de l'indice, celui-ci est représenté par la formule: $S = q_1 p_1 + q_2 p_2 + \ldots + q_n p_n$.

Le choix des objets dont les quantités sont représentées par $q_1, q_2 \ldots q_n$ et la fixation de ces quantités elles-mêmes dépendent

de la nature de l'étude que l'on poursuit. La quantité S sera de nature différente suivant qu'il s'agit de mesurer les variations du coût de la vie d'une famille de tel ou tel revenu dans telle ou telle région à telle époque, ou bien les variations de la consommation d'un pays en matières industrielles, ou bien celles de la production ou bien celles de l'exportation, etc.

Il y aura donc autant d'indices que de problèmes. En particulier si l'on désire comparer le coût de la vie de familles qui jouissent du même revenu dans deux pays différents ou à des époques différentes, alors que le genre de vie n'est pas le même, on ne peut se contenter d'un seul indice. Entre deux pays différents A et B, il faut successivement comparer les deux indices calculés d'après les consommations du pays A, puis les deux indices calculés d'après les consommations du pays B, les prix étant dans les deux cas, successivement, ceux du pays A et ceux du pays B. De même pour les comparaisons à deux époques différentes A et B dans un même pays.

On emploie quelquefois un autre mode de calcul. Par exemple, s'il s'agit de mesurer le changement de la dépense nécessitée par un certain type de consommation à deux époques $t^{(0)}$ et $t^{(1)}$, au lieu de calculer successivement:

$$S^{(0)} = q_1^{(0)} p_1^{(0)} + q_2^{(0)} p_2^{(0)} + \ldots + q_n^{(0)} p_n^{(0)}$$

$$\text{et } S^{(1)} = q_1^{(0)} p_1^{(1)} + q_2^{(1)} p_2^{(1)} + \ldots + q_n^{(0)} \frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

et de prendre la différence ou le rapport de $S^{(1)}$ et $S^{(0)}$. on rapporte d'abord chacum des prix de l'époque (1) aux prix correspondants de l'époque (0), ce qui donne l'indice:

$$S_{(0)}^{(1)} = q_1^{(0)} \frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}} + q_2^{(0)} \frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} \ldots + q_n^{(0)} \frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

Remarquons que $S_{(0)}^{(1)}$ n'est nullement égal au rapport $\frac{S^{(1)}}{S^{(0)}}$ qui exprime le rapport de la dépense nécessaire à l'époque (1) à la dépense nécessaire à l'époque (0). Or ce dernier rapport a une signification concrète qui justifie pleinement son emploi comme instrument de mesure, tandis que $S_{(0)}^{(1)}$ est une expression abstraite représentant la somme des prix relatifs des diverses marchandises, chacun

d'eux étant affecté d'un poids égal à la quantité consommée. La considération de cette grandeur a pour but d'éviter l'influence de l'unité de quantité, et de la grandeur relative des prix, sur la valeur de l'indice.

Mais, dans le rapport des dépenses, la première influence s'élimine d'elle-même puisque chaque prix est multiplié par la quantité correspondante. Le produit d'une quantité de charbon par son prix ne change pas quand on prend comme unité le kilogramme au lieu de la tonne.

Quand à la seconde influence, elle détermine une grande différence entre les indices des prix de matières échangées que calculeraient par exemple un marchand de pierres fines et un marchand de cailloux, mais la comparaison de ces deux indices n'offre aucun intérêt pratique pour l'étude qui nous occupe; tandis que si l'on compare à deux époques l'indice établi par l'un des négociants, le rapport des deux valeurs de l'indice échappe à l'influence de la grandeur relative des prix.

Quelle que soit la composition de l'indice budgétaire, son calcul est à la portée du premier venu; il ne comporte aucune règle spéciale autre que celle de bien choisir les objets et les quantités de ces objets.

Cependant il est une règle générale qu'il convient de respecter scrupuleusement, c'est que l'on ne saurait comparer deux indices calculés pour des objets dont les qualités et les quantités ne sont point exactement les mêmes. Si par exemple on a calculé à deux époques la dépense d'une famille en faisant entrer le beurre dans la consommation il importe de s'assurer que les quantités consommées étant supposées les mêmes aux deux époques, la denrée désignée sous le nom de beurre est bien de même qualité; il faut éviter si possible que la margarine, par exemple, se dissimule dans le produit vendu à l'époque la plus récente. S'il en est autrement, et si les qualités des diverses denrées ont changé, on ne saurait se contenter de la comparaison d'un seul indice, il faut en calculer deux, l'un avec les qualités valables pour une époque, l'autre avec les qualités admises à l'autre époque.

Si l'on tenait à considérer à la fois les changements qui résultent du mouvement des prix et ceux qui tiennent au changement des qualités et des quantités, alors ce n'est plus l'indice S qui devrait être utilisé, ce serait l'indice R, c'est-à-dire que la question se ramènerait à la comparaison des revenus et de l'emploi de ces revenus.

Appliqué à l'étude du coût de la vie, l'indice S mesure les changements imputables aux modifications des prix, quand le genre de vie est supposé invariable. L'indice R mesure les changemenst qui se produisent quand le genre de vie se modifie en même temps que les prix.

VI. — *Indice monétaire du mouvement des prix.*

Cet indice, avons-nous dit, doit dépendre directement des prix, sans intervention d'aucune autre variable, si ce n'est par l'intermédiaire des prix eux-mêmes. Il est destiné à mesurer le mieux possible les changements imputables à une tendance commune qui s'exprime commodément quand on attribue ces changements à une variation de l'unité monétaire. On peut dire aussi que cet indice répond à l'idée vague de « variation du pouvoir d'achat de la monnaie » — quand on ne précise pas à quels objets s'applique ce pouvoir d'achat — car les deux conceptions, bien que leur expression soit de valeur inégale, traduisent le même phénoméne, à savoir le mouvement général, dans un même sens, de la plupart des prix, quelle que soit l'importance économique des objets auxquels ils s'appliquent.

Tenons-nous en à la première interprétation, — la plus précise — et énumérons les conditions auxquelles doit satisfaire un bon indice du mouvement général des prix.

Ces conditions semblent pouvoir s'énoncer comme suit:

1) Un changement quelconque de l'un des prix variables, quand les autres prix n'ont pas changé, doit produire une variation déterminée de l'indice. Cela revient à dire que l'indice doit être une fonction des différents prix dont on veut mesurer la variation commune; s'il n'en était point ainsi, l'indice ne pourrait être assimilé à un instrument de mesure physique (1).

2) La valeur de l'indice doit être indépendante de l'unité de quantité d'après laquelle chaque prix est exprimé, ainsi que de la grandeur relative d'un prix par rapport aux autres. Sans quoi la valeur de l'indice dépendrait du choix arbitraire des unités des objets qui entrent dans la composition de cet indice.

---

(1) Cette assimilation n'est cependant point indispensable, c'est ce qui justifie l'emploi de la valeur *médiane* des prix; en fait cette valeur médiane n'intervient logiquement que lorsqu'on peut la regarder comme une valeur approchée d'une fonction de tous le prix.

Il découle de cette condition que les variations des prix doivent être exprimées en valeurs relatives et non en valeures absolues.

3) La forme de la fonction doit être telle qu'un changement relatif égal de tous les prix produise exactement le même changement relatif de la fonction. Cette condition s'impose puisqu'il s'agit précisément de mesurer une variation comune à tous les prix.

4) La base d'estimation des prix relatifs ne doit point être arbitrairement fixée à un moment particulier de l'espace ou du temps. S'il en est autrement il faut éviter qu'un changement de base modifie le variation de l'indice entre deux moments différents. Un instrument de mesure ne vaut que s'il évite autant que possible l'appréciation arbitraire de l'observateur.

5) L'indice doit comprendre le plus grand nombre possible de prix d'objets ou de services différents, pourvu que ces prix soient suffisamment sûrs. Cette condition serait inutile si l'influence de l'unité monétaire était seule en jeu, parce que, dans ce cas, tous les prix variraient de même. Mais le jeu des autres influences peut donner lieu à des perturbations qu'il importe de détruire par l'effet du grand nombre des prix combinés.

6) Pour que cette compensation se produise, et pour qu'on puisse en tirer argument en faveur de l'influence commune, les prix combinés doivent être aussi peu dépendants que possible les une des autres. Car, si la modification d'un prix entraine nécessairement la modification d'un autre, comme dans le cas blé et farine ou fonte et fer, il y aurait superposition d'effets et non compensation.

7) Quand les prix observés ne sont pas suffisamment sûrs, il est bon, si on le peut, d'attribuer certains poids à ceux qui paraissent le plus exactement déterminés. C'est la règle appliquée à toutes les mesures physiques.

8) Le calcul de la fonction choisie comme indice doit être aussi simple que possible et accessible à tous ceux qui doivent utiliser l'indice.

Telles sont les conditions indispensables pour que l'indice monétaire du mouvement général des prix puisse être considéré comme un instrument de mesure de ce mouvement, analogue aux instruments de mesure physique dont le maniement n'exige pas de connaissances spéciales.

La condition n° 8 conduit à adopter une forme très simple de la fonction cherchée, telle qu'une somme de termes dont chacun ne comprend qu'un seul prix. Puisque les prix doivent être exprimés en valeurs relatives, on est naturellement conduit à adopter comme

indice une expression de la forme

$$f_1\left(\frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}}\right) + f_2\frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} + \ldots + f_n\frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}} \text{ ou } \Sigma\left(f\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right)$$

en appelant (0) le moment de l'espace ou du temps choisi comme base de l'estimation du changement relatif des prix au moment (1).

En vertu de la condition n° 3, si l'on désigne par k un certain coefficient arbitraire, on doit avoir

$$\Sigma f\left(k\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right) = k\,\Sigma f_n\left(\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right)$$

L'égalité est satisfaite si la fonction est de forme linéaire. On peut donc adopter comme indice une expression telle que

$$a_1\frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}} + a_2\frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} + \ldots + a_n\frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

puisque la somme est bien multipliée par k quand chacun des termes est multiplié par k. Mais cette somme dépendrait du choix de la base ce qui serait contraire à la condition 4. Si l'on substitue au moment (0) un autre moment, tous les rapports tels que $\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}$ seront modifiés, en général irrégulièrement, et la valeur de la somme aura changé.

On peut également adopter comme indice, la somme de logarithmes

$$\Sigma\left(a\log\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right) = \Sigma\left(a\log p^{(1)}\right) - \Sigma\log\left(p^{(0)}\right)$$

Un changement de base modifie cette somme, mais la différence de l'ancienne et de la nouvelle valeur est une quantité fixe uniquement déterminée par les prix aux moments de base. La variation de l'indice est indépendante de la base, quelle que soit celle-ci; du moment (1) au moment (2) elle est mesurée par

$$\Sigma\,(a\log p^{(2)}) - \Sigma\,(a\log p^{(1)})$$

Les conditions 5 et 6 se rapportent au nombre et à la nature des objets dent les prix sont inclus dans la formule de l'indice. Le nombre n doit être aussi grand que possible pourvu que les prix

retenus soient suffisamment sûrs et, autant que possible, varient d'une manière indépendante.

Enfin, d'après la condition 7, chaque coefficient α devrait être proportionné à la précision avec laquelle le logarithme du prix correspondant est déterminé.

Dans ces conditions, l'expression la plus simple de l'indice du mouvement général des prix serait:

$$i = \alpha_1 \log \frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}} + \alpha_2 \log \frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} + \ldots + \alpha_n \log \frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

Si tous les prix sont estimés avec une égale précision on peut prendre comme indice la grandeur dont le logarithme est $\frac{i}{n}$ et que l'on appelle moyenne géométrique des prix relatifs. Cette fonction satisfait aux conditions précitées, sauf le n° 7, et l'on en peut imaginer une infinité d'autres.

Bien que le calcul de l'indice i soit commode, quand on dispose d'une table de logarithmes, comme l'emploi d'un indice des prix se généralise et qu'il est bon, ainsi qu'on l'a indiqué sous le numéro 8, d'en rendre la détermination accessible au premier venu, il peut être avantageux de le remplacer par d'autres, moins rigoureusement appropriés au but, mais qui n'exigent que de simples opérations arithmétiques.

En vertu de la définition même du logarithme (1) la grandeur i peut être remplacée *approximativement* par

$$I = \beta_1 \frac{p_1^{(k)}}{p_1^{(h)}} + \beta_2 \frac{p_2^{(k)}}{p_2^{(h)}} + \ldots + \beta_n \frac{p_n^{(k)}}{p_n^{(h)}}$$

si h et k sont deux moments tels que les changements de tous les prix d'un moment à l'autre soient *petits*. Supposons que l'on veuille déterminer les valeurs successives de l'indice pour une série d'années (ou une série de mois). On prend, pour chaque objet, le rapport du prix constaté, dans une année (ou dans un mois) au prix constaté l'année précédente (ou du mois précédent), puis l'on forme la somme des rapports ainsi obtenus, pour les différents objets, après

(1) A une suite de logarithmes tels que la *différence* de deux logarithmes consécutifs est constante correspond une suite de nombres tels que le *rapport* de deux nombres consécutifs est constant.

avoir multiplié chaque rapport par le facteur β qui dépend de la précision du prix observé.

On change ainsi constamment de base, d'où le danger qu'une erreur commise à un certain moment se répercute indéfiniment sur les résultats des années suivantes.

Cet inconvénient serait évité, et les calculs seraient encore plus simples, mais au détriment de l'approximation, si l'on adoptait une base fixe au lieu d'une base mobile.

Supposons, pour simplifier l'exposé, qu'il s'agisse d'une étude chronologique des prix. Soit m le moment de la série 1, 2, ... m ... t ... des moments considérés que l'on adopte comme base. Admettons aussi dans le même but, que les moments se succèdent d'assez près pour qu'il soit permis de remplacer leur suite discontinue par une suite continue et considérons l'une des marchandises dont les prix successifs sont $p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(m)}, p^{(t)}$. Désignons par $\tilde{\omega}$ une grandeur à laquelle tous ces prix seront rapportés, de sorte que la suite des rapports sera

$$\frac{p^{(1)}}{\tilde{\omega}}, \frac{p^{(2)}}{\tilde{\omega}}, \ldots \frac{p^{(m)}}{\tilde{\omega}}, \ldots \frac{p^{(t)}}{\tilde{\omega}} \ldots$$

La question est de déterminer $\tilde{\omega}$ de façon que cette suite soit aussi voisine que possible de la suite

$$\log p^{(1)}, \log p^{(2)}, \ldots \log p^{(m)}, \ldots \log p^{(t)}, \ldots$$

afin de n'avoir a effectuer que des calculs arithmétiques. On admettre qu'il s'agit de rendre minimum la somme des différences des termes des deux suites.

Considérons dans chaque suite les écarts des termes par rapport à celui qui occupe le rang (m).

La somme des différences à rendre minimum peut s'écrire

$$\int \left[\frac{p^{(t)}}{\tilde{\omega}} - \frac{p^{(m)}}{\tilde{\omega}} \right] dt - \int \left[\log p^{(t)} - \log p^{(m)} \right] dt$$

où $\tilde{\omega}$ peut prendre une valeur quelconque et $p^{(m)}$ également. En effet, à l'époque m, $\frac{p^{(m)}}{\tilde{\omega}}$ est supposé égal à $\log p^{(m)}$.

On déterminera les deux grandeurs $\tilde{\omega}$ et $p^{(m)}$ de façon que leurs valeurs annulent les dérivées partielles:

$$\int \left[p^{(t)} - p^{(m)} \right] dt = 0 \quad \int \left(\frac{1}{p^{(m)}} - \frac{1}{\tilde{\omega}} \right) dt = 0$$

ce qui donne

$$\tilde{\omega} = p_m = \frac{\int p^{(t)}\, dt}{\int dt}$$

$\tilde{\omega}$ est donc la moyenne arithmétique des prix constatés aux diverses époques; m est le moment où le prix correspondant est le plus voisin de la moyenne arithmétique des prix de la série. Etant donnée une suite de prix d'un même objet, on obtient pratiquement un rapport qui peut être incorporé dans un indice général composé simplement d'une somme de rapports, si l'on rapporte chaque prix à la moyenne arithmétique des termes de la suite.

Par exemple les prix successifs d'une marchandise étant 3, 4, 5, 6, 7 dont la moyenne est 5, les rapports à incorporer dans l'indice général seront:

$$\frac{3}{5},\ \frac{4}{5},\ 1,\ \frac{6}{5},\ \frac{7}{5}$$

ou 0,6 0,8 1 1,2 1,4

Le calcul de cet indice offre encore une certaine difficulté parce que chaque fois que l'on ajoute un nouveau terme à la suite, la moyenne change. A chaque nouvelle année il faudrait modifier tous les indices déjà calculés.

On peut éviter cette complication. La condition 4 est celle qui a conduit à adopter l'indice logarithmique i comme étant le mieux approprié au but à atteindre. On a ensuite substitué à cet indice une valeur approchée en rapportant les prix successifs de chaque marchandise à leur moyenne arithmétique. Cette valeur approchée satisfait donc à peu près à la condition 4. En il sera de même toutes les fois que le prix de base de chaque marchandise se rapprochera beaucoup de la moyenne.

Or le mouvement général des prix subit des oscillations telles que la moyenne repasse de temps à autre par les mêmes valeurs. De sorte que, sur une longue période de temps, les prix de base calculés en prenant les moyennes dans un groupe d'années qui ne comprend ni les années de plus bas prix, ni les années de plus hauts prix, permettront d'obtenir des indices qui à certains moments donneront une mesure défectueuse du mouvement, à d'autres donneront une mesure très satisfaisante.

D'ailleurs le changement de la base modifie la grandeur de la variation, mais il n'en modifie généralement pas le sens, car les variations des prix ne sont point désordonnées.

Il est facile de supposer des cas où un changement de la base change le sens de la variation. Soient par exemple 2 séries de nombres

$$3 - 5 - 1 - 4$$
$$4 - 1 - 3 - 2$$

correspondant à 4 époques successives.

Si l'on prend pour base la première époque, la troisième et la quatrième époques donnent les sommes

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{13}{12} \text{ et } \frac{4}{3} + \frac{2}{4} = \frac{21}{12}$$

tandis que si l'on prend pour base la seconde, les sommes deviennent:

$$\frac{1}{5} + 3 = \frac{16}{5} \text{ et } \frac{4}{5} + 2 = \frac{14}{5}$$

La seconde somme est plus grande que la première quand on part de la première époque, elle devient plus petite quand on part de la seconde.

Mais de tels mouvements ne se produisent pas dans les statistiques des prix, surtout quand on considère des indices calculés sur un grand nombre de prix et qui satisfont aux conditions 5 et 6. On peut s'en rendre compte de la manière suivante: L'indice est de la forme $I = \Sigma A^{(h)} p^{(h)}$.

Si les compensations prévues se produisent, on peut mettre la variation de l'indice sous la forme

$$\Delta I = P^{(h)} \Sigma A + \Sigma A^{(h)} \Delta^{(h)}$$

P étant la moyenne des accroissements des prix p relatifs aux diverses marchandises, et Δ représentant des quantités de sens divers dont la somme est très petite, les quantités Δ étant toujours positives. Donc ΔI aura le signe $P^{(h)}$.

Si la base change, chacun des termes de ΔI est multiplié par une quantité $\alpha = \frac{p^{(a)}}{p^{(b)}}$ quand l'ou passe de la base (a) à la base (b); ΔI devient alors

$$\Delta' I = P^{(h)} [A_1 \alpha_1 + A_2 \alpha_2 + \ldots.] + \alpha_1 A_1^{(h)} \Delta_1^{(h)} + \alpha_2 A_2^{(h)} \Delta_2^{(h)} + \ldots.$$

Chaque quantité α peut aussi être remplacée par la moyenne des

quantités α, relatives aux diverses marchandises, soit γ, plus une quantité δ, la somme des quantités δ étant très petite.

On peut donc écrire

$$\Delta I = P^{(h)}\gamma^{(h)}[A_1 + A_2 + ...] + P^{(h)}[A_1\delta_1 + A_2\delta_2 + ...] +$$
$$+ \gamma(A_1\Delta_1 + A_2\Delta_2 + ...) + A_1\Delta_1\delta_1 + A_2\Delta_2\delta_2$$

Des 4 termes dont se compose le second membre, le premier est le seul dont la valeur soit importante. Le facteur $A_1 + A_2 + ...$ étant positif ainsi que γ, ce premier terme a toujours été le signe de P.

Le second terme est égal au produit de P par une somme de termes positifs multipliés par des facteurs δ qui peuvent être positifs ou négatifs, et de même pour le terme suivant. Ces deux termes sont vraisemblablement toujours plus petits que le premier. Quant au dernier, il est également beaucoup plus petit attendu que les facteurs Δ et les facteurs δ sont tels que la somme de leurs produits multipliés par les quantités positives A_1, A_2.... restera petite relativemente au premièr terme qui donnera son signe à $\Delta' I$, et ce signe sera celui ee $P^{(h)}$ c'est-à-dire celui de ΔI.

Ainsi, sauf dans des cas exceptionnels, la courbe de l'indice que l'on calcule en rapportant les prix à une certaine base s'élevera ou s'abaissera comme celle que l'on construirait en rapportant les prix à une autre base, surtout quand ces bases sont constituées par des moyennes calculées sur plusieurs années, ce qui rend les variations représentées plus haut par δ moins importantes et mieux capables de compensation que lorsqu'on prend pour base une seule année.

La courbe du mouvement général des prix, tracée au moyen de l'indice I pourra donc s'élever ou s'abaisser dans des proportions excessives ou insuffisantes, mais elle fournira presque toujours une indication correcte du *sens* général des variations graduelles de l'indice. Elle suffit par conséquent pour traduire le mouvement général des prix, qui constitue lui-même, quand il change de sens, une précieuse indication des mouvements de l'activité économique; c'est là l'une des principales applications de cet instrument. En fait, le mouvement général des prix, observé dans les principaux pays industriels, revèle des changements de sens dont l'influence sur le bien-être des populations, et sur les possibilités de travail, est particulièrement grande quand ces changements de sens se manifestent simultanément dans le principaux pays.

VII. — *Comparaison des indices monétaires du mouvement des prix.*

D'après ce qui précède, et sous les conditions énoncées, on peut construire de nombreux indices de même espèce en choisissant des marchandises différentes, mais ces indices ne sont généralement par comparables entre eux.

En raison des influences nombreuses qu' exercent sur les prix les manifestations de l' activité économique, même si l' indice choisi comprend un grand nombre de prix, celui-ci ne posséde de valeur comparative réelle avec les indices calculés en d'autres lieux, et par conséquent d'après des prix différents des mêmes objets, que si ces objets sont les mêmes dans tous les pays considérés.

Par conséquent, quand on compare des indices établis dans des endroits où les prix différent pour les mêmes objets, il faut s'assurer que les objets sont les mêmes, ou bien que le différences de nature des objets ne peuvent expliquer les changements dans les variations des indices.

Cette condition de conformité des indices à comparer est presque aussi nécessaire dans le cas de l'indice monétaire que dans le cas de l'indice budgétaire où tout le monde l'admet.

C'est ainsi que deux indices composés dans le même pays avec des marchandises différentes sont loin de subir les mêmes variations et présentent parfois des changements de sens opposé.

Par exemple l'indice de SAUERBECK pour l'Angleterre et l'indice calculé par la Statistique Générale de la France avec des articles qui sont à peu près les mêmes des deux parts, présentent des variations presque toujours de même sens (exception durant la famine de coton). Au contraire l'indice de la Statistique Générale de la France et l'indice calculé par la Réforme économique ont varié en sens contraire en 1893 parce que le second comprenait le foin, qui était exclu du premier, et que la sécheresse de 1893 a fait hausser démesurément le foin. De même pour l'index du Board of Trade qui est en désaccord avec celui de SAUERBECK, à certains moments.

Les conditions 5, 6, 7 énoncées plus haut ne comportent pas de régles très précises; il est difficile qu'il en soit autrement. L'expérience seule peut permettre de fixer le nombre et la nature des objets à incorporer dans la valeur de l'indice avec une exactitude

suffisante. D'autre part, on ne peut supprimer la dépendance mutuelle des prix. Enfin, déterminer la précision relative du prix d'une marchandise par rapport aux prix des autres est une opération généralement arbitraire. On admet parfois que le prix d'une marchandise telle que le blé comporte plus de précision que le prix du poivre, par exemple, parce que les transactions sur le blé sont considerablement plus nombreuses. Cette croyance est-elle bien justifiée? La qualité des échantillons des blés dont les mercuriales font connaître les prix est peut-être plus variable que celle des échantillons de poivre. Et même, il est plus facile de connaître avec precision les prix d'une marchandise qui ne passe que dans un très petit nombre de mains que ceux d'un produit qui dispose d'un très large marché. Souvent, comme cela a lieu pour le blé, la houille, la fonte, les valeurs de bourse, etc, qui se négocient sur des marchés publics, les prix inscrits dans les cotes officielles résultent de transactions peu importantes. Ces prix officiels sont ensuite adoptés, il est vrai, comme bases de transactions considérables, mais beaucoup d'affaires se traitent en fait à des prix différents que la cote officielle ignore. Chaque prix utilisé dans le calcul d'un indice comporte donc une certaine part d'incertitude, même quand il s'agit de matières de composition à peu près fixe et négociables sur les marchés publics. Combien l'incertitude est-elle plus grande quand il s'agit d'objets qui n'ont pas de marché officiel et dont les qualités sont très mal définies: tels la plupart des produits fabriqués!

Heureusement on peut compter sur les compensations qui se produisent quand des grandeurs se distribuent à peu près symétriquement autour d'une moyenne. La hausse rapide des prix qui s'est produite, depuis la fin de la guerre, fournit une bonne occasion de voir comment s'opère cette compensation, successivement dans une période calme et à un moment de brusque inflation.

Dans les tableaux ci-après se trouvent rassemblés les résultats essentiels d'un rapprochement entre la distribution des prix d'un certain nombre de marchandises observés en France, en Angleterrre, aux Etats-Unis, soit avant, soit après la guerre et la distribution normale des évenements fortuits.

Les prix français et anglais aux deux époques, ainsi que les prix américains cotés en 1920, ont été empruntés au Bulletin mensuel de l'Office permanent de l'Institut international de Statistique (mars 1921). Dans les chiffres français ou anglais et dans les chiffres américaine de 1920, on a écarté les marchandises comme la

A. – *Prix relatifs notés:*

	en France		en Angleterre		aux Etats Unis	
	Année 1913	Décemb. 1919	Année 1913	Décemb. 1919	Année 1909	Décemb. 1919
Nombre des articles retenus	55	54	42	38	203	44
Valeur moyenne des prix relatifs . .	113	502,4	113,5	298	123	258
Nombre des écarts par rapport à la moyenne { en moins .	23	31	23	22	109	30
Nombre des écarts par rapport à la moyenne { en plus . .	32	23	19	16	94	14
Proportion % des écarts en plus . .	58	42	45	42	42	32
Ecart quadratique moyen	22,5	206,3	20	111	31,8	126
Coefficient de variation	0,20	0.41	0,18	0,37	0.26	0,49

B. – *Distribution des prix relatifs, dans chaque pays et à chaque époque, par comparaison avec la distribution normale de 100 événements fortuits (l'écart quadratique moyen pris comme unité).*

Nombre d'écarts sur 100 au total dans chaque série:							
Limite des écarts positifs et négatifs à partir de la moyenne	Nombre théorique normal	France		Angleterre		Etats-Unis	
		Année 1913	Décemb. 1919	Année 1913	Décemb. 1919	Année 1909	Décemb. 1919
0,1	11	20	13	7	16	6	2
0,2	22	25	19	17	24	12	27
0,3	33	40	30	36	37	18	32
0,4	43	49	37	43	39	30	41
0,5	52	54	44	45	40	37	48
0,6	60	58	54	52	50	45	57
0,7	68	62	59	55	64	51	63
0,8	74	67	63	62	69	58	70
0,9	80	71	70	62	70	62	77
1,0	84	71	76	69	70	67	82
1,5	97	83	90	93	87	88	89
2,0	99	94	94	100	94	95	98
3,0	100	98	98	100	100	99	98

farine, le lard, le fer, l'acier, dont les prix sont trop directement liées à ceux d'autres marchandises, comme le blé, le porc, la fonte.

Les marchandises conservées dans les relevés précédents sont en petit nombre 38 à 55. Afin d'obtenir une comparaison fondée sur un plus grand nombre d'articles, on a noté le prix de 203 articles relevés dans le Bulletin of the Bureau of Labour de Washington, numéro de mars 1910, pour l'année 1909, et cette fois sans aucune exclusion.

Dans tous les cas, les notations ont porté sur les prix relatifs, c'est-à-dire sur les rapports entre les prix absolus et ceux de la

période de base, supposés égaux à 100. Les prix des Etats-Unis en 1909 sont rapportés à ceux de l'année moyenne 1890-1899; ceux de mai 1920 sont rapportés à la période 1901-1910, et il en est de même des prix observés en France ou en Angleterre aux deux époques 1913 et Décembre 1919.

Dans les colonnes du premier tableau (A), on a indiqué d'abord le nombre des articles considérés, puis la valeur moyenne des prix relatifs correspondant aux divers articles. Ensuite on a noté le nombre des écarts, en plus ou en moins de ces prix par rapport à leur valeur moyenne.

Enfin on a inscrit la valeur de l'écart quadratique moyen dans chaque cas, puis celle du coefficient de variation (quotient de l'écart quadratique moyen par la moyenne des prix considérés dans chaque série).

Dans le second tableau (B) les écarts par rapport à la moyenne de chaque série de prix sont classés par grandeur, l'écart quadratique moyen étant pris pour unité, et comparés aux écarts théoriques de la distribution normale.

On remarquera d'abord que la dispersion des prix s'accroît quand leur valeur moyenne augmente d'une manière notable. Ainsi l'indice moyen étant égal à 123 aux Etats-Unis en 1909, tandis qu'il ne dépasse pas 113 ou 113,5 en France et en Angleterre en 1913, l'écart quadratique moyen est sensiblement plus élevé dans le premier pays que dans les deux autres.

De même si l'on compare les deux époques, avant et après la guerre, on constate qu'à l'accroissement des prix correspond un accroissement plus considérable de leur dispersion.

Le coefficient de variation lui-même, determiné en rapportant l'écart quadratique à la moyenne, est, dans tous les cas, à peu près double en 1919 ou 1920 de ce qu'il était avant la guerre.

En général les écarts en moins à partir de la moyenne sont plus nombreux que les écarts en plus; la distribution est déviée du côté des écarts inférieurs à la moyenne. Cependant les prix notés en France pour 1913 accusent une déviation en sens contraire. D'ailleurs, la déviation s'atténue quand les prix augmentent.

Quant à la distribution de ces écarts suivant leur grandeur, on voit, d'après le second des tableaux ci dessus qu'elle se conforme d'une manière relativement satisfaisante à la loi normale.

Il serait d'ailleurs surprenant que la concordance fût parfaite, puisque la loi des erreurs accidentelles suppose que les observations sont entièrement indépendantes tandis que, dans le cas des

prix, on est au contraire certain que les prix des marchandises sont dans une mutuelle dépendance: la hausse d'un article amène souvent une demande plus active d'un autre dont le prix, de ce fait, tend également à monter et inversement. D'autres fois, la hausse a pour conséquence un accroissement de la production, une offre plus active et un amoindrissement de la consommation d'autres articles dont les prix peuvent alors baisser. Les relations entre les différents prix sont de sens incertain; mais l'existence de ces relations n'est point douteuse.

Ainsi, les compensations réclamées par la condition n° 6 se réalisent effectivement dans une large mesure.

VIII. — *Comparaison du mouvement des prix avec des mouvements physiques.*

Les explications et justifications qui précèdent paraîtront peut-être inutilement longues à ceux qui connaissent les vues exposées par des autorités scientifiques telles COURNOT, JEVONS, EDGEWORTH. Peut-être n'a-t-on pas toujours indiqué avec assez de netteté combien il importait de séparer et de traiter à part des questions aussi différentes que celle du pouvoir d'achat de la monnaie en objets bien déterminés et celle d'un vague pouvoir d'achat en objets indéterminés, cette dernière question étant simplement, à notre avis, l'énoncé sous forme confuse d'un problème très précis, celui de la mesure de la valeur de l'unité monétaire.

Pour mettre en relief la nature de ce problème, nous avons eu recours plus haut à l'image des deux mètres dont l'un fournit, pour différentes longueurs, des mesures qui diffèrent des mesures prises avec l'autre. Peu importe avons-nous dit que ces mesures portent sur un grand nombre ou sur un petit nombre d'objets de même grandeur. Le rapport des deux mètres sera déterminé par le rapport des mesures de quelques objets, le nombre de ces objets dépendant uniquement de la précision avec laquelle sont prises les mesures. De même a-t-on dit, s'il s'agit de mesurer le déclin du soleil couchant par l'allongement des ombres, peu importe la surface des objets; ou encore, quand il s'agit de mesurer la pression atmosphérique à l'aide d'un ou de plusieurs baromètres, peu importe la surface du mercure dans ces baromètres (1).

---

(1) Prof. EDGEWORTH, *Report of the 5th meeting of the British Association for the advancement of science*, 1888, page 286.

Ces comparaisons sont insuffisantes parce que, dans tous les exemples, une seule influence prépondérante détermine soit le nombre de mètres enregistré, soit la longueur des ombres, soit la hauteur du baromètre, tandis que les prix sont soumis à de nombreuses influences déterminantes et à des influences perturbatrices importantes qui varient suivant les objets.

Une autre comparaison a été proposée, celle d'un tireur visant une cible (1). On peut déterminer la position de la ligne de visée d'après le groupement des points d'impact sur la cible. Or, si le tireur tire plusieurs séries de coups et que l'on note les centres des moyennes distances dans chaque série, puis que l'on combine ces centres pour en déduire le centre commun, il faudra naturellement attribuer à chaque centre un poids qui dépendra du nombre des coups qui a servi à le déterminer, sans d'ailleurs être proportionnel à ce nombre.

Ici encore, la comparaison est insuffisante car la synthèse des prix de diverses marchandises n'est point analogue à la synthèse des coups d'un tireur unique. Il faudrait supposer plusieurs tireurs.

Or, si nous associons plusieurs tireurs d'inégale force, utilisant la même arme, un seul coup tiré par un tireur habile vaudra plus pour la détermination de la ligne de visée que cent coups tirés par un maladroit. Et si les tireurs sont d'égale force, il n'y a point de raison de leur attribuer des poids proportionnels aux nombres de coups tirés.

On peut imaginer d'autres modèles créant des analogies plus exactes bien qu'un peu plus compliquées. En voici un par exemple.

Supposons une série de réservoirs R_1, R_2.... dont chacun reçoit une certaine quantité de liquide venant d'un bassin d'alimentation A, en quantité variable suivant le dégré d'ouverture d'une vanne d'amenée V. Des vannes de décharge sont placées de même à la sortie du liquide de chacun des réservoirs R. Dans chacun de ces réservoirs, le liquide prend une certaine hauteur qui varie suivant l'écart qui se produit entre l'arrivée et l'évacuation. Un flotteur, porté par la partie supérieure du liquide, règle la hauteur d'un indicateur mobile qui se meut verticalement devant un tableau gradué commun à tous les réservoirs. La liaison entre l'indicateur et le flotteur étant assurée per une chaîne qui passe sur une poulie mobile, l'index descend quand le niveau s'élève et inversement.

---

(1) M. Flux, *Journal of the royal statistical society*, mars 1921, page 178.

Nous pouvons admettre que chaque réservoir R correspond à l'échange d'une marchandise particulière. L'amenée du liquide correspond à la production, la décharge à la consommation. On peut même supposer qu'avant d'entrer dans le réservoir R, le liquide tombe d'abord en partie dans un bassin auxiliaire de stockage S.

Et l'analogie sera plus précise si l'on suppose que certains réservoirs R communiquent entre eux par des canaux plus ou moins fins, de sorte que le manque de liquide dans l'un produit un appel de quelque autre à niveau supérieur, et inversement, un temps plus ou moins long étant nécessaire pour l'établissement de l'équilibre.

D'autre part, on peut admettre que les liquides sortant des différents réservoirs R en quantités différentes — et à des vitesses différentes que déterminent les hauteurs différentes des liquides dans les divers réservoirs — unissent leurs actions pour faire mouvoir une roue hydraulique dont le travail théorique sera la somme des énergies que possèdent les différents liquides à leur décharge: le mécanisme ainsi imaginé donne une idée assez exacte des liaisons qui unissent la production et la consommation.

Dans ce qui précède aucun organe n'a de rôle analogue à celui de la monnaie.

Cependant on peut imaginer que le moteur hydraulique fasse mouvoir une pompe qui reprend le liquide après son action sur le moteur, ou même un autre liquide (mais il faudrait alors, un autre mécanisme intermédiaire) et le renvoie dans un second bassin d'alimentation A', de surface égale à la surface totale de réservoirs R, d'où des vannes V' le distribuent dans ces réservoirs R, qui sont déja alimentés par les vannes précédentes manoeuvrées à la main. Ces nouvelles vannes V' sont supposées manoeuvrées par les poulies sur lesquelles passent les chaines qui transmettent le mouvement des flotteurs aux indicateurs.

Enfin le tableau devant lequel se meuvent les indicateurs peut être supposé constitué par un soufflet en accordéon dont les arêtes portant des tringles horizontales équidistantes et numérotées à partir du bas. Le bas du soufflet étant supposé fixe, le haut subirait la pression du liquide contenu dans le bassin d'alimentation A', au quel cas les tringles se rapprochent ou s'écartent toutes de la même quantité. De sorte que, malgré la baisse de l'indicateur, le nombre des tringles qui mesurent sa hauteur, à partir de la base du soufflet, pourra avoir augmenté.

Cet appareil imaginaire est assurément compliqué mais il l'est

pourtant moins que le mécanisme de l'échange et surtout il ne représente que très imparfaitement ce mécanisme.

Il semble en effet impossible de construire un modèle mecanique représentant exactement les manifestations de la valeur. Entre autres raisons, une mesure physique est toujours composée d'unités d'égale valeur, tandis que la valeur d'un objet n'est pas toujours divisible. 100 pommes peuvent à la rigueur valoir 100 fois la valeur d'une pomme, mais une moitié de pomme, une moitié d'habit, une moitié de statue sont très loin de valoir la moitié de l'objet entier.

Contentons-nous cependant de la représentation décrite cidessus.

Supposons les vannes V fermées, les réservoirs R étant suffisamment garnis de liquide. Tout le système fonctionnera automatiquement. S'il n'y a aucune perte du liquide, aucune perte de charge, aucun frottement, l'eau de la décharge remontera dans le bassin A' dont le niveau se maintiendra constant; chaque vanne V' peut être réglée de manière à ne laisser sortir de A' que la quantité de liquide nécessaire pour maintenir l'indicateur correspondant à une hauteur invariable. Le travail accompli, $\overline{R}$, par le moteur hydraulique est alors égal à la somme des produits des quantités de liquide, évacuées des différents réservoirs, par les hauteurs des indicateurs correspondants au dessous d'une certaine tringle du soufflet, cette hauteur étant mesuréé par un nombre de tringles. Mais il y a des pertes, de sorte qu'il faut introduire à l'aide des vaunes V du liquide emprunté au bassin A. Suivant la manière dont se fera cette introduction, les indicateurs varieront de hauteur et il se pourra que, par le jeu des vannes V', le liquide du bassin A' se tienne à un niveau plus élevé, ou plus bas, que le niveau normal, et ainsi le soufflet s'ouvrira ou se rétrécira de telle sorte que l'intervalle commun entre deux tringles devienne plus ou moins grand. Et le même résultat se produit si l'on ajoute du liquide dans le bassin A', ou si l'on en enlève, artificiellement.

Dans ce cas, on mesure le travail accompli en formant le produit des quantités de liquide évacuées par les nombres de divisions des indicateurs correspondants puis par le nombre de millimètres compris entre deux tringles.

Soit π ce nombre de millimètres, q_1, q_2 etc. les quantités évacuées des différents réservoirs, p_1, p_2.... les nombres d'intervalles accusés par les différents indicateurs, π_1, π_2 les nombres de millimètres compris dans ces intervalles, on pourra écrire:

$$R\pi = q_1\pi_1 + q_2\pi_2 + \ldots + q_n\pi_n$$

c'est l'égalité (3) de la page 65.

Si l'on différencie les deux membres de cette égalité et qu'on divise par $R\pi$, on obtient:

$$\frac{dR}{R}+\frac{d\pi}{\pi}=\frac{q_1}{R}\frac{d\pi_1}{\pi}+\frac{q_2}{R}\frac{d\pi_2}{\pi}+\ldots.+\frac{\pi_1}{\pi}\frac{dq_1}{R}+\frac{\pi_2}{\pi}\frac{dq_2}{R}+\ldots. \tag{6}$$
$$=\frac{q_1}{R}\frac{dp_1}{\pi}+\frac{q_2}{R}\frac{dp_2}{\pi}+\ldots.p_1\frac{dq_1}{R}+p_2\frac{dq_2}{R}+\ldots.$$

Dans le cas où les quantités q sont invariables, les premiers termes du second membre composent la variation d'une certaine quantitè S' rapportée au travail exprimé en millimétres grammes, tandis que les derniers termes sont nuls.

On peut alors écrire:

$$\frac{dR}{R}=\frac{dS'}{R\pi}-\frac{d\pi}{\pi} \tag{7}$$

L'accroissement relatif du travail total, exprimé en divisions-grammes de l'échelle, est égal à l'accroissement relatif du travail exprimé en millimètres-grammes, diminué de l'accroissement relatif d'une division mesurée en millimétres. Supposons que le niveau du liquide varie d'un réservoir à l'autre mais que la hauteur moyenne ne varie pas. Alors le niveau du bassin A' se maintient également constant. Au contraire, si le niveau moyen des réservoirs, et par conséquent la hauteur moyenne des indicateurs se modifie, les vannes V' s'ouvrant ou se fermant davantage, le niveau du liquide dans le bassin A' variera exactement de la même quantité que la hauteur moyenne des indicateurs et le changement de hauteur de l'intervalle entre deux tringles consécutives du soufflet variera dans la même proportion.

Ainsi l'appareil, dout le réglage est théoriquement possible, comporte deux mesures différentes:

1) La mesure du travail, ou bien exprimée par une somme de produits de quantités de liquide multipliées par des hauteurs mesurées en nombre de tringles, si l'intervalle de deux tringles est supposé fixe, ou bien exprimée par une somme de quantités de liquide multipliées par des hauteurs mesurées en millimètres. Cette mesure est analogue au revenu exprimé, soit en nombre d'unités monétaires, soit en grammes d'or. Quand les quantités sont supposées constantes, ainsi que l'intervalle de 2 tringles, la somme de produits correspond à ce que nous avons appelé l'indice budgétaire.

2) La mesure de la variation relative commune des indicateurs, égale à la variation relative de l'intervalle entre deux tringles. Cette mesure est analogue à la variation commune des prix,

laquelle est égale à la variation hypothétique ou réelle de l'unité monétaire.

L'égalité (7) ci-dessus s'interprête de la manière suivante:

La variation relative du revenu exprimé en unités monétaires est égal e à la différence entre la variation relative de l'indice budgétaire par rapport au revenu en or et la variation relative de l'unité monétaire évaluée en or.

Le modèle idéal qui vient d'être décrit permet de comprendre qu'il y a autant de difficulté à représenter, par un indice unique, le pouvoir d'achat de la monnaie qu'on en rencontrerait si l'on voulait, en mécanique, représenter par un coefficient unique des choses d'espèce aussi différente qu'un travail et une hauteur.

IX. — *Conclusions.*

En résumé, dans l'étude du mouvement général des prix, la contradiction, maintes fois signalée, entre des vues théoriques qui paraissent gouvernées par l'évidence du raisonnement et la réalité, est sans doute simplement l'effet d'une confusion entre l'indice budgétaire et l'indice monétaire du mouvement. Combien d'auteurs ont regardé comme absurde que, dans le calcul d'un indice destiné à mesurer le pouvoir d'achat de la monnaie (sans autre précision), en accordât le même poids au blé ou à la houille d'une part et d'autre part au poivre ou à l'indigo! (1)

Peu nombreux sont les auteurs qui, par intuition comme Sauerbeck ou par une analyse appropriée comme Cournot et Edgeworth, ont aperçu les distinctions à faire. On s'est émerveillé de voir un indice établi contrairement au bon sens accuser des changements analogues à ceux d'indices savamment et scrupuleusement étudiés; c'est que le prétendu bon sens était peut-être l'effet d'une vue incomplète des choses.

Quand les prix sont soumis à une tendance générale. soit imposée de l'extérieur, soit intrinsèque, que l'on peut exprimer en l'attribuant à un changement de valeur de l'unité monétaire, ces prix devraient tous varier dans la même proportion s'il n'y avait d'autres influences en jeu. Alors le résultat de leur agrégation dans une fonction linéaire serait le même quels que soient les poids attribués à ces prix.

---

(1) Voir par exemple l'article *Prix*, par De Foville, dans le dictionnaire d'« Economie politique » de Léon Say et la controverse entre Pierson et Edgeworth dans « l'Economic Journal » 1896.

En fait, suivant le but que l'on poursuit dans l'étude du mouvement général des prix, la forme de l'indice destiné à mesurer ce mouvement sera celle de l'indice budgétaire ou bien celle de l'indice monétaire.

Une condition essentielle, dans les deux cas, c'est que les prix incorporés dans l'indice soient aussi exacts que possible et par conséquent que la nature des objets soit exactement définie. C'est ce qui engage à incorporer dans ces indices des matières premières et des produits peu ouvrés, de préférence aux produits finis dont les qualités sont trop variables et difficiles à définir.

En ce qui concerne l'indice budgétaire, le choix des objets dépend de la nature de l'étude; suivant que l'on étudie le coût de la vie des familles ouvrières, le coût de la vie de familles riches, le commerce extérieur, la production nationale, la nature et la quantité des articles incorporés dans l'indice seront très différents.

Et si l'on veut comparer la situation à deux époques éloignées ou dans des pays différents, comportant des éléments différents des budgets comparés, il faut se résigner à utiliser plusieurs indices.

Dans le calcul de l'indice monétaire, il est inutile de faire intervenir des quantités. La forme logarithmique est celle qui est théoriquement la plus satisfaisante. On peut sans inconvénient substituer, à cette forme, celle où interviennent les variations relatives des prix durant des intervalles successifs suffisamment petits. On peut aussi se contenter de rapporter chaque prix à la moyenne de ses valeurs, ou à quelque autre moyenne qui s'en rapproche, en particulier quand on désire simplement être fixé sur le sens des variations, sans attacher beaucoup d'importance à la grandeur des variations. Tel est le cas quand l'observation du mouvement général des prix a surtout pour objet de marquer les changements de sens du mouvement de l'activité générale, les périodes d'inflation ou de déflation.

Il serait certes désirable que l'on pût attribuer à chaque prix incorporé dans l'indice un poids proportionnel à sa précision, mais c'est fort difficile car la précision d'un prix ne peut guère être appréciée même approximativement. Ce serait une erreur de croire que plus une marchandise intervient en grande quantité sur les marchés, plus son prix mérite confiance; cette considération ne saurait suffire à elle seule.

Dans ces conditions, il est naturel d'accorder à tous les prix le même poids, sous réserve que l'on écarte les prix douteux.

Mais ces réserves et celles qui ont été faites au cours de cette étude indiquent qu'un indice du mouvement général des prix ne

saurait être considéré comme un instrument de mesure à peu près parfait, capable d'être substitué à la monnaie marchandise, quels que soient les inconvénients de cette monnaie. Ses services doivent être limités — et c'est déjà un rôle très important — au contrôle approximatif des changements de valeur de l'unité monétaire.

L'une des principales applications, avons-nous dit, de l'indice du mouvement général des prix est la détermination des changements de sens du mouvement de l'activité économique. Ces changements peuvent se produire dans un pays déterminé sans qu'il en résulte un trouble trop grand, grâce à l'intervention du Commerce international.

Mais s'ils se reproduisent simultanément dans plusieurs pays, la concordance des sommets ou des creux des courbes révèle une crise ou une dépression générale plus grave (1) qu'il serait utile de prévoir par l'étude des courbes composantes.

On peut se demander s'il n'y aurait point intérêt à calculer un indice international du mouvement des prix. Il s'agit uniquement de l'indice monétaire, car on ne peut concevoir un indice budgétaire international utile puisque cet indice n'a de valeur que pour une dépense concrète dont les caractères changent suivant les peuples

Un indice monétaire pourrait au contraire être utilement calculé parce qu'il serait basé sur des prix particulièrement exacts. Il suffirait de noter les prix de matières bien caractérisées sur des marchés régulateurs, par exemple le blé dur n° 1 à Chicago, la fonte n° 3 à Middelsborough, etc. Les prix notés seraient ainsi soustraits aussi bien que possible aux influences perturbatrices qui tiennent aux conditions des transports, aux droits de douane, aux taxes intérieures, etc.

Peut-être cependant est-il préférable de s'en tenir à la comparaison des indices nationaux; mais un grand progrès serait réalisé si un accord international permettait d'attribuer à ces indices une composition uniforme. Même si le mode de calcul restait quelque peu différent, il y aurait un intérêt de premier ordre à ce que les marchandises incorporées dans les indices fussent les mêmes.

(1) Un graphique présentant la comparaison de courbes tracées pour l'etude du mouvement général de prix dans trois pays: Etats-Unis, Angleterre, France, a été insèrè dans le « Bulletin de la statistique générale de la France » Octobre 1916, page 80.

Corrado Gini

La guerra dal punto di vista dell'eugenica

1. — Il tema delle conseguenze della guerra dal punto di vista dell'eugenica è certamente uno di quelli che meritano di venire ripresi in base ai dati raccolti in occasione del recente conflitto.

Le conclusioni, a cui in passato erano giunti gli autori (Starr Jordan, Vernon Kellog), che dell'argomento si erano più diffusamente occupati, erano talmente pessimiste da apparire *a priori* come poco verosimili.

Se, invero, la guerra guerreggiata e il servizio militare, volontario od obbligatorio, a cui la previsione della guerra conduce pur in tempo di pace, avessero avuto effetti disgenici così pronunciati come codesti autori ammettevano, è da domandarsi come mai, da parecchi secoli a questa parte, mentre, in Europa e fuori, le guerre abbondarono e il servizio militare ebbe tanta estensione, non si sia verificato un decadimento della razza bianca, anzichè quel progresso nella durata di vita e, negli ultimi tempi almeno, anche nella statura, che le rilevazioni statistiche mettono fuori di discussione.

Certamente non si può negare *a priori* la possibilità che gli effetti disgenici di talune circostanze vengano compensati ad usura, e quindi mascherati, da fattori di miglioramento dell'organismo, quali, nel caso nostro, potrebbero vedersi nella migliorata alimentazione e nei progressi dell'igiene e della medicina. Senonchè gli effetti disgenici, che direttamente e indirettamente avrebbe avuto la guerra, sarebbero stati, secondo gli autori sopra citati, di tale portata da parere poco verosimile che venissero completamente mascherati lungo un decorso di secoli.

Nè deve meravigliare che ricerche, certamente bene intenzionate, di scienziati di valore abbiano potuto condurre, in questo

campo, a risultati disformi dal vero. Poichè le influenze che la guerra può direttamente o indirettamente esercitare sulla razza sono così varie e complesse, e spesso l'una con l'altra contrastanti, che non è facile coglierle tutte e soprattutto non è facile attribuire a ciascuna di esse quel coefficente d'importanza che pure è decisivo per prevedere il loro risultato complessivo.

2. — Le ricerche finora compiute in base ai dati più recenti mostrano come, appunto per tali circostanze, alcune almeno delle conclusioni degli autori sopra citati restassero molto lontane dalla realtà.

Per ciò che riguarda la coscrizione militare, indagini, che, per l'Italia almeno, sembrano esaurienti, hanno confermato che la ferma ritarda, secondo la previsione degli autori sopra citati, il matrimonio di coloro (una parte indubbiamente scelta, almeno dal punto di vista fisico, della popolazione generale), che vi sono sottoposti; ma hanno, d'altra parte, posto in luce che, finita la ferma, questi si sposano con insolita frequenza ed hanno un numero di figli particolarmente elevato, così da compensare, a quanto sembra, largamente la prolificità scarsa o nulla dei loro compagni morti prima di prender moglie o nei primi anni di matrimonio. Si direbbe che l'avere prestato servizio militare costituisca, per i giovani, un carattere di preferenza nella scelta sessuale, che permette loro di sposarsi più facilmente, per quanto più tardi, e d'impalmare donne più giovani o più robuste o, comunque, più prolifiche.

La maggiore prolificità dei giovani che hanno compiuto la ferma mostra, d'altra parte, come le conseguenze delle malattie veneree che, secondo gli autori sopra citati, si contrarrebbero con eccezionale frequenza durante il servizio militare e verrebbero così a costituire un altro fattore di degenerazione della razza, siano lungi dall'avere la portata deleteria loro attribuita, poichè questa si dovrebbe indubbiamente manifestare in una insolita frequenza nella sterilità dei matrimoni e nella nati-mortalità della prole, e quindi in un minor numero di figli viventi, contrariamente a quanto nel fatto si verifica (1).

3. — Altra smentita era riserbata, per opera delle ultime indagini, alla previsione che i nati di guerra fossero di costituzione

(1) Cfr. per tutto questo, il nostro articolo *La coscrizione militare dal punto di vista eugenico*, in *Metron*, vol. I, n. 1, luglio 1920.

eccezionalmente debole. I dati raccolti sulla nati-mortalità e sulla mortalità infantile, e in particolare sulla mortalità per debolezza o per vizi congeniti, relativi agli anni di guerra nelle nazioni belligeranti, non rivelano invero traccia di codesta pretesa debolezza di costituzione e i dati sul peso dei neonati esposti più innanzi fanno anzi pensare, per i primi anni di guerra, ad una certa superiorità, a cui solo più tardi, segue un lieve peggioramento. Certamente anche in questo caso, non è da negare che agisca quel fattore selettivo sfavorevole alla razza che deriva dalla parte minore presa alla prolificazione dai militari sotto le armi, superiori, dal punto di vista fisico, al rimanente dei riproduttori (1). Senonchè cotesto fattore disgenico, su cui gli autori sopra citati fermavano esclusivamente la loro attenzione, sembra venire compensato da fattori agenti in senso opposto. Tali possono essere la particolare composizione delle nascite secondo l'ordine di generazione e la selezione dei riproduttori secondo le classi sociali. E forse agisce un fattore selettivo più sottile e di maggiore portata, per cui, nel disagio economico che fa rifuggire dal metter su famiglia e, per i coniugati, dall'avere figli hanno maggiore probabilità di cedere all'impulso sessuale, e quindi di sposarsi e, se coniugati, di aver figli le persone di più robusta costituzione. Anche la brevità dei contatti coniugali, che è concessa ai militari, può rappresentare una circostanza che rende più severa la selezione dei riproduttori, in quanto la probabilità di avere figli resti diminuita, per effetto di tale circostanza, meno per le coppie più robuste che per le più

---

(1) Ricerche interessanti, per quanto limitate, ha eseguito, su questo punto, il Boldrini. Esaminando 3005 famiglie di soldati ammogliati appartenenti a classi operaie della città di Roma, i quali prestarono più o meno lungamente servizio fuori della propria città, egli ha riscontrato una fecondità annua del 317 ‰ prima della guerra e del 92 ‰ durante il servizio militare, con una diminuzione nel numero dei nati del 71 %. Negli ammogliati della città di Roma da 15 a 50 anni, complessivamente considerati, la fecondità annua era invece discesa dal 246‰, prima della guerra, al 187‰ durante la guerra, con una diminuzione nel numero dei nati del 24 %. Questi rapporti si riferiscono alla popolazione generale; quelli alla popolazione operaia, maggiormente prolifica. Ancora, per gli operai, si sono considerati sempre gli stessi individui, così che una piccola parte della diminuzione della loro fecondità deve attribuirsi al crescere dell'età. Infine, è da tener presente che il confronto è fatto, non tra popolazione generale e il complesso dei militari, ma tra popolazione generale e militari che hanno prestato servizio fuori della città, per i quali la diminuzione della prolificità dovette essere particolarmente forte. Pur tenendo conto di tutte queste circostanze, è però certo che le differenze riscontrate dal Boldrini sono molto significative.

deboli (1). Concorre probabilmente alla stesso risultato il lungo intervallo tra i parti, favorevole alla vitalità della prole (2).

4. — Queste indagini non esauriscono però il vasto campo delle relazioni fra la guerra e l'eugenica.

Rimane da esaminare l'influenza che può esercitare sulla razza la eccedenza di mortalità che, durante la guerra, si verifica nella popolazione militare e nella borghese, e rimane infine da investigare se e quale importanza possano avere per l'eugenica le ripercussioni e gli strascichi che la guerra, dopo la sua fine, determina nella natalità e nella mortalità.

Gli autori, che si occuparono in passato degli effetti della guerra dal punto di vista dell'eugenica, ammettevano con sicurezza che l'eccedenza di mortalità che si verifica durante la guerra avesse un carattere selettivo a rovescio e quindi un effetto nettamente disgenico.

I combattenti — essi osservavano — su cui si abbatte la furia della guerra, rappresentano una parte selezionata della popolazione. La loro morte, in età generalmente molto giovane, sottrae alla riproduzione molti fra i suoi elementi migliori.

Questo ragionamento, a tutta prima persuasivo, si rileva però, ad un più attento esame, alquanto semplicista.

Esso è valido limitatamente ai morti sul campo o in seguito a ferite di guerra. È certo che, a questo pericolo di morte, i militari, fisicamente superiori alla popolazione borghese, sono senza confronto più esposti di questa, ed è pure certo che, fra i militari, sono molto più esposti i più sani e i più robusti, giudicati atti alle fatiche di guerra, in confronto ai loro compagni ritenuti idonei ai soli servizi territoriali.

Senonchè l'eccedenza di mortalità, che si verifica durante le guerre, non proviene solo dalle morti in combattimento o in seguito a ferite di guerra; ma proviene anche, e anzi generalmente in parte maggiore, dalle morti in seguito a malattia nella popolazione militare e nella borghese.

Ora, se noi potessimo confrontare la mortalità per malattia che si verifica tra i militari in zona di combattimento con quella

---

(1) Cfr., in proposito, il nostro articolo *Sulla mortalità infantile durante la guerra*, in *Atti della Società italiana di Ostetricia e Ginecologia*, vol. XIX, anno 1920, e quello di F. Savorgnan, *La natimortalità durante la guerra*, in *Metron*, vol. I, n. 2, dicembre 1920.

(2) Cfr., su questo punto, le considerazioni svolte più innanzi, a pagg. 111-112.

che si verifica tra le truppe di retrovia o del territorio o con quella infine che si riscontra nella popolazione borghese, troveremmo, con tutta probabilità, un massimo di mortalità fra i militari in zona di combattimento, a cagione delle fatiche a cui sono sottoposti, le quali attenuano la forza di resistenza dei loro organismi per quanto particolarmente robusti; mentre resta dubbio — e il risultato potrebbe anche essere differente per diverse guerre e, nella stessa guerra, per varii Stati a seconda delle diverse condizioni di alimentazione dell'esercito e della popolazione civile — se, tenuto conto della composizione per sesso e per età, il minimo si riscontrerebbe tra la popolazione borghese o non piuttosto tra i militari delle retrovie e del territorio. In complesso, conviene però riconoscere che le differenze di mortalità per malattia, che si verificano dall'una all'altra di queste classi di popolazione, non sembrano poter avere un effetto selettivo molto favorevole alla razza e probabilmente anzi hanno un effetto selettivo contrario.

Ma importanza grande deve, d'altra parte, accordarsi alla influenza selettiva che la mortalità per malattia esercita entro alle singole classi, in quanto, entro ciascuna di esse, colpisce di preferenza gli organismi più deboli e sottrae quindi alla riproduzione i meno adatti tra gli individui della classe.

Si comprende come la portata del fattore di selezione rappresentato dalla mortalità per malattia, di fronte al fattore rappresentato dalla mortalità in combattimento o per ferita, debba essere più o meno grande a seconda della parte che le malattie prendono nella eccedenza di mortalità che si verifica durante la guerra. Ora, durante le guerre del passato, la mortalità per malattia negli eserciti belligeranti superava quella per ferite. Grazie ai progressi dell'igiene e della medicina, le parti si sono invertite nelle guerre più recenti, fatta eccezione per quelle combattute in paesi insalubri o in climi disadatti, come la gran parte delle coloniali. La mortalità per malattia resta però pur sempre notevole anche negli eserciti meglio organizzati. Ma la circostanza più importante, e quella, d'altra parte, su cui sembra essersi meno fermata l'attenzione degli eugenisti, consiste nella portata della eccedenza di mortalità che, durante la guerra, si verifica nella popolazione borghese. Anche nell'ultima guerra, essa ha superato, per qualcuno degli Stati belligeranti, come per l'Italia, la mortalità complessiva dei militari e per tutti, in ogni modo, assunse una notevole importanza. E la sua importanza dovette essere certamente anche maggiore per le guerre del passato di notevole durata. Dagli Stati

belligeranti, tale eccedenza di mortalità si diffonde molto spesso nei neutrali confinanti, e per il propagarsi delle epidemie e per la solidarietà nel disagio economico che alla guerra si accompagna. Ora, in quanto sopprime i meno robusti tra i giovani e tra gli adulti che non hanno finita la riproduzione, tale eccedenza di mortalità rappresenta un fattore di selezione, e, come tale, di miglioramento della razza. Che, indebolendo spesso coloro che non muoiono, tale eccedenza di mortalità possa, per altro verso, danneggiare permanentemente la razza, le prevalenti teorie biologiche non ammettono, in quanto esse negano la trasmissione dei caratteri acquisiti. Potrebbe tutt'al più ammettersi, secondo esse, per un fenomeno detto di induzione, una influenza sfavorevole sulla costituzione della generazione immediatamente seguente, da cui però le generazioni successive, se l'ambiente non si mantiene sfavorevole, si riprenderebbero facilmente.

Pare dunque da concludere che, se la mortalità in combattimento o per ferite di guerra ha effetti disgenici, la eccedenza di mortalità in seguito a malattie che si verifica tra i militari e tra i borghesi sembra invece dover avere, in definitiva, un'influenza piuttosto favorevole sulla costituzione delle generazioni future. Quale di questi due opposti fattori sia il prevalente, riesce difficile decidere *a priori* nè si può escludere che in talune guerre sia prevalsa l'influenza disgenica, in altre, al contrario, l'influenza eugenica della eccedenza di mortalità.

In confronto alle guerre del passato, quelle del presente dovrebbero avere più probabilmente un effetto disgenico, in quanto la mortalità in combattimento o per ferite è venuta, come si è detto, prendendo il sopravvento sulla mortalità per malattia fra i militari, e in quanto altresì la maggiore prosperità economica e la migliore preparazione delle guerre fa sì che i borghesi meno fortemente ne risentano le privazioni e i disagi e sieno pertanto soggetti a una meno grave eccedenza di mortalità. D'altra parte, però, il più largo reclutamento degli eserciti combattenti porta con sè necessariamente una meno rigorosa selezione dei militari, a cui deve naturalmente corrispondere un'influenza meno sfavorevole della mortalità in combattimento o per ferite e della differenza di mortalità per malattie tra combattenti e la restante popolazione.

Finora però noi abbiamo esaminato gli effetti eugenici o disgenici della guerra dal solo punto di vista fisico. Ora non è questo solo l'aspetto da cui un individuo o una classe d'individui devono essere considerati per giudicare del loro valore eugenico. Oltre alle

doti fisiche, bisogna prendere invero in considerazione le doti intellettuali e le morali. Senonchè qual' è il coefficente di importanza da accordare a queste ed a quelle? Noi siamo così ricondotti al difficile, ma fondamentale, problema della definizione dell' individuo eugenico.

5. — Nella pratica, noi siamo costretti a giudicare del valore eugenico di una persona dalle sue doti individuali in base all' ipotesi di una perfetta eredità dei caratteri. Questa ipotesi è però solo approssimativa, e ciò per circostanze, accidentali non solo, ma anche sistematiche, che le moderne ricerche biologiche e statistiche permettono, almeno in parte, di individuare.

Un primo fatto importante, che la comune esperienza aveva notato da tempo e che la scoperta delle leggi mendeliane ha permesso di spiegare appieno, è quello che individui, i quali non posseggono un carattere in modo visibile, lo posseggono tuttavia in forma latente, così da poterlo trasmettere, con una data frequenza, in certe ipotesi, ai discendenti. Individui apparentemente uguali possono avere pertanto un valore eugenico molto diverso. L' esame delle genealogie permette in molti casi di rendersi conto di queste differenze; ma, indipendentemente da tale ricerca, spesso difficile a compiersi, si può prescindere dall' influenza di questa circostanza nel confronto tra classi di individui che vengono distinte in base a un criterio indipendente dalla latenza dei caratteri, quali appunto sono le classi dei borghesi e dei militari.

Altra circostanza di grande momento per il valore eugenico dell' individuo è, a quanto io penso, il punto che esso rappresenta nella evoluzione del plasma germinativo. Secondo teorie biologiche molto accreditate, il plasma germinativo descriverebbe invero una parabola analoga, sotto certi aspetti, per quanto molto più estesa nel tempo, alla parabola che descrive l' organismo. Ammesse tali teorie, se ne può dedurre che i discendenti di un individuo avranno diversa probabilità di riprodurre i suoi caratteri, o di migliorarli o viceversa di peggiorarli, a seconda che il suo plasma germinativo si trova nel ramo ascendente o in quello discendente della parabola. L' insorgere di certi squilibri psichici e di certe anormalità fisiche può in generale interpretarsi come indizio che il plasma trovasi nella sua fase discendente e fa pertanto prevedere, come tante volte si verifica per le persone di genio, una prole degenere rispetto alle doti dei genitori. Io ritengo molto probabile che questa circostanza abbia diversa portata per le differenti

classi sociali, di cui le più elevate rappresentano verosimilmente, a mio modo di vedere, i plasmi germinativi più evoluti; ma la sua influenza può, in ogni modo, trascurarsi quando ci si limiti al confronto di due generazioni immediatamente successive, e ciò soprattutto se si esaminano categorie di popolazione, come sono appunto i borghesi e i militari, che risultano composte, anche se in misura non perfettamente uguale, di tutte le classi sociali.

Il più importante forse tra i fattori di perturbazione nel giudicare del valore eugenico degli individui è costituito dall'ambiente, in cui essi sono stati allevati ed educati. Due individui aventi lo stesso plasma germinativo, e quindi le stesse attitudini dal punto di vista dell'eugenica, possono acquistare doti estetiche, fisiche, intellettuali, morali, notevolmente diverse, a seconda del nutrimento e dell'educazione di cui godettero durante lo sviluppo. Questo fattore di perturbazione assume in pratica particolare importanza, in quanto, rispetto ad esso, differiscono sistematicamente le classi sociali. Sarebbe pertanto erroneo ritenere che le classi sociali elevate avessero sopra le più basse una superiorità, dal punto di vista eugenico, corrispondente alla superiorità che indubbiamente esse mostrano dal punto di vista delle doti individuali. Nei rispetti delle classi sociali, l'influenza perturbatrice dell'ambiente si cumula con quella del diverso stadio di evoluzione del plasma germinativo, di cui sopra discorrevamo. La conclusione si è che è molto pericoloso trarre illazioni sul valore comparativo, dal punto di vista eugenico, di persone appartenenti a classi sociali diverse basandosi sul confronto delle loro doti individuali. Nel comparare il valore eugenico delle persone, sarà bene restare pertanto sempre nell'ambito di una singola classe sociale.

Una circostanza che, a parità di costituzione dei genitori, può avere influenza notevole sulla costituzione dei figli è l'età dei genitori stessi e in particolare della madre. Questo fattore molte volte si elimina da sè nei confronti, in quanto le categorie di persone che si considerano non variano sistematicamente rispetto alla composizione per età; altre volte si può eliminare facilmente istituendo i paragoni tra gruppi di persone aventi la stessa età.

Il valore eugenico di un individuo può infine essere compromesso da malattie, le quali, pur lasciando intatte o di poco deteriorate le doti individuali, intacchino invece i germi, così da provocare nella prole una costituzione debole o difettosa. Tale è notoriamente l'influenza di alcune malattie veneree (sifilide, gonorrea) e di intossicazioni determinate dal maneggio di certi metalli (per esempio del piombo).

È poi appena necessario notare che il valore eugenico di un individuo presuppone la sua attitudine a generare. Per alte che fossero le sue doti individuali, il valore eugenico di Narsete non poteva evidentemente che essere nullo.

Pur con le limitazioni e le cautele suggerite dalle precedenti osservazioni, le doti individuali rimangono sempre, nella pratica, il criterio a cui conviene rifarsi per giudicare del valore eugenico di una persona. Le doti individuali degli ascendenti, quando siano note, e quelle dei figli, quando la prolificazione sia iniziata, possono costituire però spesso criteri sussidiari.

Ognuno di detti criteri, in ogni modo, presuppone una valutazione delle varie doti dell'individuo, relative alla bellezza della persona, alla robustezza dell'organismo, all'acume dell'intelligenza, alla rettitudine e alla forza del carattere.

Ora il dire che si deve presumere che abbia il massimo valore eugenico colui che possiede al più alto grado tutte queste qualità costituisce una verità evidente, ma non fornisce un criterio per eliminare i dubbi che si presentano nella pratica. Da un punto di vista pratico, ha importanza, non tanto il fissare un ideale eugenico, che nel fatto ben raramente si avvera, quanto il fornire un criterio per decidere quali, tra le svariatissime combinazioni di pregi e di difetti che si incontrano nella vita, meritino di venire riguardate come favorevoli e quali come sfavorevoli dal punto di vista eugenico.

Una persona fisicamente robusta, intellettualmente e moralmente elevata, ma esteticamente difettosa, Dante per esempio, potrà riguardarsi come eugenica? La risposta in questo caso è indubbiamente favorevole, i difetti estetici essendo evidentemente secondari di fronte a pregi eccezionali della mente e del carattere. Ma vi sono casi ben altrimenti incerti. Si sarebbe dovuto attribuire un valore positivo o negativo, dal punto di vista eugenico, in base sempre all'ipotesi dell'eredità piena dei caratteri, al Leopardi, deforme e malaticcio, appena mediocre per carattere, ma eccelso per ingegno? E, sempre in base all'ipotesi dell'eredità piena dei caratteri, quale giudizio dare, dal punto di vista eugenico, di un uomo bello e robusto, di alte doti intellettuali, ma depravato nel costume, come Oscar Wilde?

Molti daranno, nell'uno e nell'altro caso, un giudizio negativo in base alla considerazione che un mondo di individui deformi e malaticci o depravati, per quanto di alto ingegno, sarebbe condannato all'estinzione o al disordine. Ma noi vediamo, per contro, i paesi che diedero i natali a Leopardi ed a Wilde menarne vanto, con universale consenso.

La verità è che, nel giudicare delle doti individuali, non si può prescindere dalla loro reale frequenza. La legge della domanda e dell' offerta governa i valori economici non solo, ma tutti i valori.

Certamente, se tutti gli uomini, o solo una gran parte di essi, fossero, come Leopardi, di alto ingegno, ma deformi e malaticci, o, come Wilde, di alto ingegno, ma di costumi depravati, l' aggiunta di un altro Leopardi o di un altro Wilde sarebbe, anzichè di utilità, di danno sociale: Leopardi e Wilde avrebbero allora un valore sociale ed eugenico negativo. Ma non è in tale ipotesi, che pure sta a base della risposta negativa sopra prospettata, che si può giudicare del valore delle persone. Conviene tener conto della reale frequenza o scarsezza delle doti che esse presentano. In un mondo di esseri generalmente mediocri dal punto di vista intellettuale, un essere intellettualmente superiore, anche se fisicamente deficente o moralmente deplorevole, può costituire un utile ingrediente sociale, la eccellenza dell' ingegno facendo passare in seconda linea i difetti fisici o i vizi morali. E, come il mercato esprime col prezzo l' utilità economica, tenendo conto, non solo delle qualità intrinseche dei beni, ma anche della loro quantità disponibile in relazione al fabbisogno, così la società, nel giudizio che dà sul valore delle persone, esprime una sintesi in cui è tenuto conto, non solo delle qualità intrinseche, ma anche della frequenza di queste in relazione ai bisogni sociali. Onde noi vediamo mutare essenzialmente la considerazione delle varie categorie di persone dall' uno all' altro momento storico o dall' una all' altra contingenza sociale, da un periodo di pace, ad esempio, a un periodo di guerra.

La considerazione sociale, di cui godono le persone, ci fornisce così la valutazione sintetica delle loro doti individuali e quindi, con le imitazioni e le condizioni sopra ricordate, anche la misura del loro valore eugenico.

Questo criterio è atto a risolvere *a posteriori* la questione, *a priori* certamente insolubile, della distinzione tra tipo eugenico e tipo disgenico. Esso ci dà anche modo di misurare, sia pure approssimativamente, quando si disponga di un grande numero di osservazioni, il valore eugenico delle persone. Poichè, normalmente, la considerazione sociale si traduce in successo nella carriera intrapresa. Certamente la fortuna ha, nel successo, una buona parte; per ciò conviene, come dicevamo, fondarsi sopra un largo numero di osservazioni, così che resti eliminata l' influenza del caso. Certamente anche, molte volte, non è comparabile il successo che si ottiene in una con quello che si raggiunge in altra

professione, in quanto il successo dipende essenzialmente dall' organizzazione che la natura della professione consente: così, a pari merito, i successi dei cantanti o degli oratori o dei poeti riusciranno incomparabilmente superiori a quelli degli scienziati puri. Ciò consiglierà di desumere dal successo il valore eugenico delle persone nel solo ambito della stessa categoria professionale. Il che sarà opportuno anche perchè, nei confronti tra categorie professionali diverse, non si potrebbe risalire con sicurezza, per le ragioni vedute, dal valore individuale al valore eugenico delle persone quando le varie categorie professionali sieno alimentate, come spesso avviene, in diversa misura dalle differenti classi sociali.

6. — Le considerazioni che precedono ci permettono di affrontare il problema sulla azione selettiva della eccedenza di mortalità tra i militari che avevamo provvisoriamente messo da parte.

Basterà invero esaminare se, nelle singole categorie professionali, i morti in guerra avevano, nella media dei casi, raggiunto una posizione superiore a quella dei loro coetanei che la guerra risparmiò.

Estendendo la ricerca non solo ai morti in guerra, ma a tutti i morti durante la guerra, si può avere un' idea della influenza selettiva che esercita complessivamente la mortalità eccezionale che si verifica nel periodo delle ostilità.

Per giudicare del successo più o meno grande riportato dai singoli individui nell' esplicazione della loro attività professionale si può ricorrere a varî criteri, differenti dall' una all' altra categoria di occupazione.

Per i militari effettivi, ad esempio, il successo si potrà desumere dal grado al quale sono pervenuti ad una data età e dall' anzianità in esso raggiunta. Si potrà tener conto pure delle promozioni avute per meriti speciali e di altre eventuali distinzioni; forse anche basarsi, per quanto il criterio appaia ai conoscitori dell' ambiente militare alquanto incerto, sulle note caratteristiche.

Per gli artisti, il numero dei lavori premiati o di quelli accettati nelle esposizioni potrà fornire un indizio della loro abilità.

Analogamente, per gli iscritti alle società sportive, l' abilità si potrà desumere dal numero e dalla importanza delle vittorie conseguite nelle prove interne e nelle pubbliche gare.

La diffusione delle opere, i premi a queste aggiudicati, i concorsi vinti, possono dare una misura della fama di cui godono gli scrittori, qualora il paragone si limiti a scrittori della stessa materia e della stessa indole.

Gli studenti possono venir graduati molto bene secondo la loro attitudine agli studi, in base all' anno di corso raggiunto ad una data età, al numero degli esami superati e alla media delle classificazioni riportate.

Nella gran parte delle categorie professionali, il successo può ottimamente desumersi dalla rimunerazione percepita. Artisti lirici e drammatici, liberi professionisti, impiegati privati, funzionari, maestri elementari, insegnanti secondari, salariati possono in generale giudicarsi, entro i limiti della propria categoria professionale, tanto più abili e tanto più considerati quanto maggiore è la retribuzione che, a pari età, essi hanno potuto raggiungere. Per talune categorie professionali, come ad esempio quella dei maestri elementari, le quali non vengono sempre abbracciate subito, ma talvolta, dopo l'insuccesso di altre prove, in età avanzata, può però sembrare preferibile di eliminare, non solo l' influenza dell' età sulla retribuzione, ma anche quella del numero di anni da cui data l' esercizio della professione.

Questi criteri aprono l'adito ad una serie di interessanti indagini e di ingegnose elaborazioni che potranno finalmente gettare qualche luce sull'azione selettiva della mortalità nei periodi di guerra.

Ricerche sopra gli studenti delle Università di Padova e di Cagliari sono già state iniziate, alle quali spero che altre potranno tener dietro per altre Università.

A titolo di saggio, presento qui i risultati di una ricerca sopra gli insegnanti elementari morti per causa di guerra.

7. — La pubblicazione della Cassa Depositi e Prestiti intitolata: *Relazioni e rendiconti consuntivi presentati alla Commissione di vigilanza*, anno 1916, vol. 2° (1917), contiene a pagg. 104-123 la classificazione, per età e per anni di servizio, degli insegnanti elementari con servizio a solo carico del Monte-pensioni, che erano in attività di servizio al 31 dicembre 1914, e, per ciascuna combinazione di età e di anni di servizio, l' ammontare degli stipendi goduti, alla data stessa, dai rispettivi insegnanti. Per giudicare se, tra essi, i morti per causa di guerra avevano, a parità di anni, di servizio e di età, raggiunto uno stipendio in media superiore a quello della generalità degli insegnanti, era necessario costruire una classificazione analoga per gli insegnanti elementari morti per causa di guerra. Alla fine di procurarsi i dati occorrenti, una circolare fu diramata, in data 17 aprile 1919, dalla Sezione Statistica-Economica all' Ufficio Storiografico della Mobilitazione, a tutte le Am-

ministrazioni provinciali scolastiche del Regno, accompagnata dalla tabella qui riprodotta.

TAVOLA I.

Amministrazione Provinciale Scolastica di .....

Morti per causa di guerra tra gli insegnanti che al 31 Dicembre 1914 erano in servizio in Scuole pubbliche elementari del Regno, in Asili d'infanzia e in Regi educatori femminili.

Cognome	Nome	Comune dove l'insegnante prestava servizio	Anno di nascita	Anni di servizio al 31 Dic. 1914	Stipendio	Causa della morte (1)	Il morto aveva servizio a solo carico del MontePensioni? (2)

(1) Nel caso che risulti all'Amministrazione Scolastica Provinciale, indicare se l'insegnante è morto in combattimento, oppure in seguito a bombardamento nemico aereo o navale, oppure per ferita di guerra, oppure per malattia, o infine per causa accidentale. Nel caso che non risulti, lasciare in bianco la colonna.

(2) Nel caso che ciò risulti all'Amministrazione Scolastica Provinciale, rispondere con un *sì* o con un *no*. Nel caso che non risulti, lasciare in bianco la colonna.

Nella circolare era chiarito che « per morti per causa di guerra » si dovevano intendere i militari e civili morti, sia in combattimento, sia in seguito a bombardamento nemico aereo o navale, sia in conseguenza di ferite riportate durante il servizio militare o di malattie contratte in servizio militare o come addetti ad ospedali militari.

Tutte le 69 amministrazioni provinciali scolastiche risposero, fornendo i dati necessari. Questi si trovano classificati per provincia nella Tabella II. I dati forniti riguardavano 275 insegnanti elementari morti: ma, per molti di questi, essi non erano usufruibili ai fini della nostra ricerca, in quanto mancava l'indicazione dell'età o degli anni di servizio o dello stipendio percepito, oppure in quanto si trattava di maestri, che non avevano servizio a solo carico del Monte-Pensioni, o che non erano in servizio al 31 dicembre 1914. Parecchie delle lacune poterono però colmarsi mercè le indagini gentilmente compiute, nei suoi schedari, dall'Ufficio tecnico della Cassa Depositi e Prestiti.

Vennero così resi usufruibili i dati relativi a 234 dei 275 maestri indicati nelle risposte delle Amministrazioni provinciali scolastiche. Furono usufruiti, a fine di non restringere troppo il numero già limitato delle osservazioni, anche i dati per quei maestri per cui

TAVOLA II.

Insegnanti elementari morti per causa di guerra classificati secondo la Provincia dove insegnavano.

Provincia	Numero dei maestri morti	Provincia	Numero dei maestri morti	Provincia	Numero dei maestri morti	Provincia	Numero dei maestri morti
Alessandria	6	Genova	0	Ancona	4	Bari	7
Cuneo	1	Porto Maurizio	5	Ascoli Piceno	3	Foggia	4
Novara	7			Macerata	4	Lecce	5
Torino	9	*Liguria*	*5*	Pesaro Urbino	1	*Puglie*	*16*
Piemonte	*23*			*Marche*	*12*	Potenza	5
		Bologna	4			*Basilicata*	*5*
Bergamo	1	Ferrara	4	Perugia	0		
Brescia	4	Forlì	7	*Umbria*	*0*	Catanzaro	5
Como	4	Modena	7			Cosenza	13
Cremona	0	Parma	1			Reggio Calabria	3
Mantova	2	Piacenza	0	Roma	8	*Calabrie*	*21*
Milano	14	Ravenna	1	*Lazio*	*8*		
Pavia	2	Reggio Emilia	0			Caltanisetta	1
Sondrio	1					Catania	5
Lombardia	*28*	*Emilia*	*24*	Aquila	12	Girgenti	3
				Campobasso	3	Messina	0
				Chieti	5	Palermo	8
Belluno	1	Arezzo	1	Teramo	5	Siracusa	2
Padova	7	Firenze	1	*Abruzzi e Molise*	*27*	Trapani	4
Rovigo	2	Grosseto	0			*Sicilia*	*23*
Treviso	6	Livorno	3				
Udine	1	Lucca	1	Avellino	4	Cagliari	10
Venezia	2	Massa Carrara	2	Benevento	0	Sassari	7
Verona	2	Pisa	4	Caserta	9	*Sardegna*	*17*
Vicenza	11	Siena	0	Napoli	4		
				Salerno	5		
Veneto	*32*	*Toscana*	*12*	*Campania*	*22*	**Regno**	**275**

l'Amministrazione provinciale scolastica non aveva saputo rispondere se avessero o meno servizio a solo carico del Monte-Pensioni. Vedremo in seguito la possibile portata di questa inclusione.

I dati relativi ai 234 maestri si trovano classificati nella Tabella III. Dato il numero limitato delle osservazioni, non parve fosse il caso di distinguere, come dapprima, nel diramare la circolare, si era pensato, i morti per malattia e i morti per causa accidentale dai morti nei fatti d'arme o per ferite in essi riportate.

Il totale degli stipendi annui dei 234 maestri classificati ammonta a 308,843 lire, con una media di 1,320 lire annue.

Se, per ogni singola combinazione di età e di anni di servizio, i maestri avessero avuto, in luogo del loro stipendio effettivo, lo stipendio medio che, per quella combinazione, si ricava dalla tavola pubblicata dalla Cassa Depositi e Prestiti, l'ammontare totale degli stipendi annui dei 234 maestri sarebbe stato di 306,029 lire, con una media di 1,307 lire annue.

Lo stipendio effettivo dei maestri morti per causa di guerra risulta dunque di appena 13 lire all'anno superiore allo stipendio che, a parità di composizione per età e per anni di servizio, aveva la generalità dei maestri. La differenza, che è appena dell'1 %, potrebbe tranquillamente attribuirsi al caso, che, dato il numero limitato delle osservazioni, deve avere una notevole portata, se pure non potesse spiegarsi abbondantemente con talune circostanze di indole sistematica.

A) Come si è detto, i maestri elementari, per cui nelle risposte delle Amministrazioni provinciali scolastiche non era dichiarato se erano o meno iscritti al solo Monte-Pensioni, vennero inclusi nella nostra classificazione come se lo fossero stati. È possibile che, di essi, taluni non lo fossero. Ora, dai dati raccolti, risulta che gli insegnanti, che non avevano servizio a carico del solo Monte-Pensioni, percepivano, a parità di anni di servizio e di età, uno stipendio notevolmente superiore. Tale inesattezza ha dunque probabilmente per effetto di far apparire più alto del vero lo stipendio medio dei maestri inscritti al solo Monte-Pensioni.

B) Nella classificazione degli insegnanti elementari viventi, contenuta nella relazione della Cassa Depositi e Prestiti, gli anni di servizio e gli anni di età sono, secondo le informazioni avute dell'Ufficio tecnico, arrotondati a meno di mezzo anno. Nelle risposte fornite dalle Amministrazioni provinciali scolastiche, solo raramente (per 32 dei 234 maestri) la data di nascita venne indicata in anni e mesi, così da permettere la classificazione dei dati in anni di età

TAVOLA III.

Numero degli insegnanti elementari morti per causa di guerra, che avevano servizio a solo carico del Monte-Pensioni ed erano in attività di servizio al 31 Dicembre 1914, e ammontare degli stipendi goduti da detti insegnanti alla stessa data, classificati secondo l' età e la durata del servizio.

Anni di età	Anni di servizio															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	17	18
17	—	1 1200	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	2 2400	5 6280	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	3 3400	3 3600	3 4100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	2 2400	4 5300	6 7540	1 1200	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	1 1200	8 9200	7 8540	5 6140	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22	1 1200	4 4940	6 7480	4 5230	4 5290	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
23	1 1200	5 6000	4 4800	7 9090	1 1440	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
24	1 1400	8 10270	6 6900	2 2674	5 6480	1 1300	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25	2 2400	6 7540	3 3400	2 2400	2 2640	1 1200	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
26	2 3200	1 1340	4 5430	3 3600	2 3850	2 2880	1 1200	3 5254	—	—	—	—	—	—	—	—
27	1 1200	1 1200	3 3940	2 2540	5 6920	5 6200	3 3740	—	1 1454	—	—	—	—	—	—	—
28	—	1 1200	3 5660	2 2750	1 1454	2 2600	2 2754	1 1454	2 2500	2 3430	—	—	—	—	—	—
29	—	—	1 1340	—	1 1520	4 5670	1 1520	—	1 1275	—	1 1300	—	—	—	—	—
30	1 500	—	—	—	—	1 450	1 1300	—	2 2640	1 1420	2 2754	—	1 1540	—	—	—
31	—	—	3 4540	—	1 1340	1 1300	1 1400	1 1580	—	—	—	1 2035	—	—	—	—
32	—	—	—	1 1340	—	—	—	—	—	—	2 2794	—	2 2995	—	—	—
33	—	—	—	—	—	—	—	—	1 1320	—	1 1950	2 2570	—	1 1620	—	—
34	—	—	—	—	1 1340	—	—	—	—	—	—	4 5400	—	—	—	—
35	—	1 1340	1 1500	—	—	1 1400	—	—	—	1 1340	—	—	1 1454	—	—	—
36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 1454	2 2600	—	—	—	—	1 1370
43	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 1450
48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 1658	—

e in anni di servizio arrotondati. Per 64 maestri, invece, solo la data di nascita e, per 50, solo gli anni di servizio vennero indicati dalle Amministrazioni provinciali scolastiche in anni e mesi e, per 88, infine, così l'indicazione della data di nascita, come quella degli anni di servizio, venne data semplicemente in anni. Questi dati furono classificati come se le Amministrazioni scolastiche avessero arrotondato le cifre a meno di mezzo anno. È probabile che, invece, molte volte, se non sempre, le Amministrazioni provinciali scolastiche avessero più semplicemente fornito le cifre abbreviate, indicando gli anni e trascurando i mesi. Ne viene che, qualora i dati forniti fossero stati più dettagliati, molti dei maestri classificati sotto un'età o sotto una durata di servizio avrebbero in realtà dovuto classificarsi sotto un'età o sotto una durata di servizio maggiore di un anno. Ora, poichè, col crescere dell'età e degli anni di servizio, cresce di regola lo stipendio medio dell'insegnante, questa inesattezza deve aver avuto per effetto di far apparire lo stipendio teorico alquanto più basso di quello che correttamente avrebbe dovuto calcolarsi.

Tenuto conto di queste osservazioni, si può bene concludere che dalla nostra indagine non risulta che i maestri elementari morti per causa di guerra avessero, a pari età e durata di servizio, uno stipendio superiore a quello dei loro colleghi risparmiati dalla guerra.

8. — Mi fu osservato essere difficile che, eliminata l'età e la durata del servizio, lo stipendio possa risultare molto diverso per due categorie di persone, la maggiore abilità delle une in confronto delle altre dovendosi esplicare, molto più che col diverso stipendio a parità di età e di anni di servizio, col diverso numero di anni di servizio a parità di età, in quanto le persone più valenti e più abili poterono entrare in servizio prima delle altre.

La classificazione pubblicata dalla Cassa Depositi e Prestiti mostra tuttavia, per gli insegnanti elementari, a pari età, una tale diversità nella lunghezza del servizio, che è difficile poter far risalire esclusivamente, o anche solo in gran parte, a differenze nell'abilità individuale. Per i maestri elementari di 32 anni, ad esempio, la durata di servizio variava da 0 a 16 anni, per le maestre della stessa età, da 0 a 18 anni; per i maestri e le maestre di 48 anni, essa variava da 0 a 31 anni, e così via. D'altra parte, a 65, a 69, a 74 anni, si incontravano maestri che non avevano ancora 6 mesi di servizio; a 76 anni, maestre che figuravano con 1 anno di servizio; a 74 anni, maestri con 4 anni di servizio.

Differenze così enormi devono evidentemente risalire, almeno in parte, alla circostanza che la professione di insegnante al servizio dello Stato viene spesso abbracciata solo in tarda età, o per sopraggiunti dissesti finanziari, o dopo avere insegnato privatamente, o dopo avere tentato altre professioni. Per modo che la durata del servizio, a pari età, è in molti casi indipendente dalla abilità individuale. Per questa considerazione, appunto, essa venne, nel calcolo precedente, eliminata a fine di formarsi un giudizio dell'abilità dei maestri morti in guerra. Poichè, tuttavia, in molti altri casi la durata del servizio a pari età dipende certamente anche dalla valentia della persona, non sarà male rifare il calcolo eliminando solo l'influenza dell'età.

La Tavola IV porta, alla colonna 2, lo stipendio medio degli insegnanti elementari viventi al 31 dicembre 1914 per ciascuna delle età indicate alla colonna 1. Moltiplicando tali medie per il numero degli insegnanti dell'età rispettiva morti per causa di guerra e sommando i prodotti ottenuti, si perviene al totale annuo degli stipendi che gli insegnanti morti avrebbero percepito qualora avessero avuto, a pari età, uno stipendio uguale allo stipendio medio degli insegnanti vivi. Questo totale risulta di 304,220 lire con una media di 1,300 lire annue. Il totale effettivo è, come si è visto, di 308,843 lire con una media di 1,320 lire. La differenza del 1,5 % può attribuirsi tranquillamente al caso o alle circostanze perturbatrici di carattere sistematico già poste in luce. Che non vi sia una differenza sostanziale può ritenersi confermato dal confronto tra la medie relative alle singole età contenute nelle colonne 2 e 4 della Tavola IV a pag. 110. Su 22 casi, in 11 risultano superiori gli stipendi medi dei maestri morti per causa di guerra e in 11 gli stipendi medi di tutti i maestri viventi.

I risultati che si ottengono eliminando l'influenza della durata del servizio confermano dunque quelli a cui eravamo giunti tenendone conto.

Possiamo in definitiva concludere che nulla autorizza a pensare che i maestri morti in guerra fossero superiori al complesso dei loro compagni che la guerra ha risparmiato.

Non ci nascondiamo che l'indagine da noi compiuta si riferisce ad una sola categoria professionale e, per di più, ad una categoria professionale che, dai dati raccolti, non sembra aver dato molti morti alla patria. Altre e più estese indagini si renderanno necessarie per giudicare con precisione dell'influenza selettiva della mortalità direttamente causata dalla guerra; ma l'indagine com-

TAVOLA IV.

Stipendio, secondo l'età, dei maestri elementari.

Anni di età	Viventi al 31 - IX - 1914	Morti per causa di guerra	
	Stipendio medio	Numero	Stipendio medio
1	2	3	4
17	1222.22	1	1200.—
18	1163.68	7	1240.—
19	1197.06	9	1233.33
20	1257.54	13	1264.61
21	1235.23	21	1194.28
22	1242.46	19	1270.52
23	1273.49	18	1251.66
24	1275.18	23	1261.91
25	1284.33	16	1223.75
26	1325.61	18	1486.33
27	1321.01	21	1294.95
28	1328.54	16	1487,62
29	1373.85	9	1402.77
30	1343.96	9	1289.33
31	1370.96	8	1524.37
32	1374.41	5	1425.80
33	1408.72	5	1492.—
34	1434.01	5	1348.—
35	1428.83	5	1406.80
36	1446.41	4	1356.—
43	1519.74	1	1450.—
48	1578.75	1	1658.—

piuta serve frattanto ad avvalorare il sospetto, a cui eravamo giunti in base a considerazioni *a priori*, che la eccedenza di mortalità dei periodi di guerra non abbia quegli effetti profondamente disgenici che le venivano generalmente attribuiti.

9. — Le ripercussioni e gli strascichi che la guerra lascia dietro di sè, ultimo punto di cui ci resta da parlare, possono consistere in una accresciuta mortalità e in una accresciuta natalità.

La mortalità può invero mantenersi nel dopo guerra a un livello superiore al normale per il continuarsi delle epidemie scop-

piate durante la guerra e per il persistere e l'accentuarsi del disagio economico. Il fenomeno è, se non costante, frequentissimo. Non appare d'ordinario in tutta la sua intensità, e spesso anzi resta completamente mascherato, per effetto del diminuito numero — conseguenza della scarsa natalità verificatasi durante la guerra — delle classi giovanissime della popolazione, le quali, come è noto, danno un largo contributo alle morti. Per misurare esattamente l'eccedenza di mortalità nel periodo postbellico, è necessario quindi eseguire i confronti separatamente per le singole categorie di età. Ora una eccedenza di mortalità non può avere, come abbiamo detto sopra, secondo le prevalenti teorie biologiche, che un effetto selettivo più o meno intensamente favorevole. Da questo punto di vista, gli strascichi della guerra non possono esercitare che un'influenza benefica dal punto di vista eugenico.

Benefica riesce pure certamente l'influenza della insolita natalità che costantemente si verifica dopo le guerre. Deriva questa, infatti, dal ritorno alle famiglie dei militari coniugati, i quali riprendono la prolificazione con una intensità eccezionale, derivante e dalla lunga astinenza e dalla circostanza che ben raramente una gestazione in corso impedisce il concepimento e dal desiderio, infine, in molti casi, di completare la figliuolanza rimasta al di sotto dell'aspettativa in seguito alla chiamata alle armi. Poichè i militari — e, tra i militari, particolarmente quelli che si trovavano in zona di guerra e avevano quindi meno frequenti i contatti con la famiglia — rappresentano certamente, dal punto di vista fisico, una classe selezionata, è naturale che la loro partecipazione insolitamente intensa alla prolificazione debba rendere particolarmente robusta la costituzione media dei concepiti nel dopo-guerra.

Analoga influenza deve esercitare l'accresciuto numero dei matrimoni, i quali pure, in buona parte, sono contratti da giovani a cui la chiamata sotto le armi impedì di passare a nozze nell'età normale.

Nè trascurabile, e forse anzi di portata maggiore, delle circostanze sopra accennate, può essere l'influenza favorevole che, sulla costituzione dei figli, ha il riposo forzato, al quale, durante la guerra, furono costretti gli organi riproduttori delle madri.

Gli statistici hanno documentnto — fenomeno, d'altra parte, che non era sfuggito all'osservazione degli ostetrici — che un lungo intervallo tra i parti, il quale consenta all'organismo della madre uno adeguato riposo, influisce favorevolmente sulla vitalità dei neonati. Ed anche i caratteri fisici ed intellettuali dei bambini, secondo certe

ricerche — fondate però su un numero di osservazioni troppo piccolo per poterne accogliere i risultati senza riserva —, apparirebbero superiori quando l'intervallo tra la loro nascita e la precedente fu particolarmente lungo (1). È pertanto logicamente da attendersi che i nati da concepimenti postbellici, che seguono di regola i loro fratelli ad un intervallo di tempo molto più lungo del consueto, debbano essere di costituzione superiore al normale. Il solo punto dubbio, e difficilmente solubile allo stato attuale delle cognizioni, è per quanta parte la maggiore vitalità dei nati derivante dal più lungo riposo degli organi riproduttori delle madri si esaurisca nel vantaggio di una generazione (vantaggio in ogni modo che non sarebbe del tutto trascurabile neppure dal punto di vista eugenico) e per quanta parte invece si traduca in un miglioramento permanente della razza.

Queste considerazioni indicano agli statistici un nuovo campo di indagini dirette ad accertare i caratteri differenziali dei nati da concepimenti postbellici in confronto a quelli derivati da concepimenti bellici e prebellici. I dati accuratamente raccolti in tutte le cliniche ostetriche e, per certi aspetti, quelli, meno dettagliati, ma più numerosi, ricavati dalle statistiche demografiche, forniscono una materia prima abbondante e di facile accesso.

Le impressioni che mi furono comunicate da parte di colleghi e di amici fanno sperare che tali indagini possano riuscire feconde di risultati interessanti e i dati che finora ho potuto raccogliere, e che verrò esponendo in successivi paragrafi, confermano tale speranza.

10. — Il Dottor W. Weinberg di Stuttgart mi scriveva di avere ricevuto l'impressione che i nati da concepimenti postbellici presentassero un peso medio notevolmente superiore al normale. Egli poi mi comunicò gentilmente i dati individuali sul peso dei neonati di sesso noto raccolti nella *Notfrauenklinik* di Stuttgart, dalla sua apertura (dicembre 1914) a tutto il 1920. Elaborando tali dati, io ho ottenuto le medie esposte nella Tavola V, a pag. 113.

In confronto ai nati dal Dicembre 1914-Giugno 1915, provenienti da concepimenti prebellici, i nati dei periodi seguenti, così di sesso maschile come di sesso femminile, mostrano un sensibile aumento di peso. Il massimo, per i maschi e per il complesso dei nati, viene raggiunto nel periodo Luglio 1916-Giugno 1917; per le femmine, nel

---

(1) Cfr. *Contributi statistici ai problemi dell' Eugenica*, in *Rivista italiana di Sociologia*, maggio-giugno 1912, § III e Tavole XXVIII e XXIX.

TAVOLA V.

Peso dei nati da parti semplici nella « Notfrauenklinik » di Stuttgart (1914-1920)

Periodo di osservazione	Maschi		Femmine		Totale		Media semplice dei pesi dei due sessi $\left(\frac{a+b}{2}\right)$
	Peso medio (a)	Numero dei parti	Peso medio (b)	Numero dei parti	Peso medio	Numero dei parti	
Dicembre 1914–Giugno 1915	3285	*59*	2767	*44*	3064	*103*	3026
Luglio 1915–Giugno 1916 . .	3308	*188*	3171	*131*	3252	*319*	3240
Luglio 1916–Giugno 1917 . .	**3376**	*168*	3196	*161*	**3288**	*329*	**3286**
Luglio 1917–Giugno 1918 . .	3354	*203*	**3206**	*177*	3285	*380*	3280
Luglio 1918–Settembre 1919	3200	*233*	3128	*225*	3165	*458*	3164
Ottobre 1919–Dicembre 1920	3285	*243*	3082	*187*	3197	*430*	3184

seguente, il quale, in ogni modo, anche per i maschi e per il complesso dei nati, mostra una diminuzione appena sensibile. La diminuzione, invece, si accentua per i nati dal Luglio 1918 al Settembre 1919, concepiti nell'ultimo periodo della guerra e nel primo bimestre di armistizio, che abbiamo creduto di assimilare alle condizioni di guerra. Nell'ultimo periodo infine (Ottobre 1919 - Dicembre 1920) il peso medio presenta, per i maschi e per il complesso dei nati, un lieve rialzo, che verrebbe in qualche modo a confermare l'impressione del WEINBERG.

Dati fornitimi dalle Cliniche ostetriche-ginecologiche di Bologna e di Padova (1) mostrano un andamento in parte analogo (cfr. Tavole VI e VII, pag. 114). Da essi risulta invero che il peso medio dei nati derivanti dai concepimenti avvenuti nei primi tempi della guerra risulta superiore a quello degli anni immediatamente precedenti e mostra una tendenza a crescere: il massimo viene raggiunto a Bologna dai nati nel 1917, a Padova dai nati nel 1818.

(1) I dati di Bologna mi vennero gentilmente comunicati dal Professore P. SFAMENI, direttore della clinica. Essi furono spogliati, in conformità alle sue istruzioni, dal Dott. A. GUARESCHI. Quelli di Padova mi vennero gentilmente comunicati dal Dott. A. PONZIAN. Essi furono spogliati dai Dottori PONZIAN, BENINI, PASINI e CLAUSER, in conformità alle istruzioni date loro dal Prof. G. TRUZZI, direttore della clinica. Le elaborazioni furono eseguite in parte dal Dott. M. BOLDRINI, in parte da me.

TAVOLA VI.

Peso dei nati da parti semplici a termine nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Bologna (1913-1920).

Periodo di osservazione	Maschi		Femmine		Totale		Media semplice dei pesi dei due sessi $\left(\frac{a+b}{2}\right)$
	Peso medio (*a*)	Numero delle osservazioni	Peso medio (*b*)	Numero delle osservazioni	Peso medio	Numero delle osservazioni	
Anno 1913	3389	*415*	3239	*354*	3320	*769*	3314
Anno 1914	3347	*403*	3201	*380*	3276	*783*	3274
Anno 1915	3365	*372*	3293	*380*	3329	*752*	3329
Gennaio-Febbraio 1916	3410	*71*	3295	*57*	3359	*128*	3352
Marzo-Dicembre 1916	3402	*242*	3315	*229*	3360	*471*	3358
Anno 1917	**3462**	*253*	**3342**	*226*	**3405**	*479*	**3402**
Anno 1918	3352	*256*	3307	*230*	3331	*486*	3329
Gennaio-Agosto 1919	3340	*124*	3267	*99*	3307	*223*	3303
Settembre-Dicembre 1919	3290	*88*	3214	*68*	3257	*156*	3252
Anno 1920	3336	*264*	3256	*246*	3297	*510*	3296

TAVOLA VII.

Peso dei nati da parti semplici a termine nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Padova (1914-1920).

Periodo di osservazione	Peso medio dei nati	Numero delle osservazioni
Anno 1914	3338	*415*
Anno 1915	3202	*583*
Gennaio-Febbraio 1916	3286	*79*
Marzo-Dicembre 1916	3305	*410*
Anno 1917	3321	*303*
Anno 1918	**3353**	*295*
Gennaio-Agosto 1919	3339	*241*
Settembre-Dicembre 1919	3183	*208*
Gennaio-Agosto 1920	3327	*244*
Settembre-Dicembre 1920	3339	*123*

Il peso medio discende poi per i concepiti nel successivo periodo di guerra e nel primo periodo (4 mesi) che tien dietro all' armistizio, per aumentare di nuovo da ultimo.

In Italia, i primi mesi dopo l' armistizio hanno in comune col periodo di guerra la circostanza che la gran parte dei militari era ancora sotto le armi, mentre in Germania la smobilitazione avvenne spontaneamente subito dopo l' armistizio. Per questo non parve necessario per Stuttgart distinguere in varî periodi i concepiti nel dopo-guerra.

Si ha dunque l' impressione che, in tutte e tre le città, la smobilitazione sia stata accompagnata da un aumento del peso medio dei neonati delle cliniche. Qualora il fenomeno non possa essere attribuito ad una diversa selezione delle donne ricoverate nelle cliniche in successivi periodi, esso potrebbe bene essere messo in relazione con la maggiore statura e la maggiore robustezza dei padri. Ma un altro fattore evidentemente deve essere intervenuto prima, durante la guerra, a innalzare il peso medio dei neonati così da portarlo, non ostante la minore statura e robustezza dei riproduttori, a un livello più alto che nell' anteguerra. La sua influenza sembra poi essere cessata negli ultimi tempi della guerra o essere stata soverchiata da quella di altri fattori agenti in senso opposto. Il primo fattore può essere ricercato nel maggiore intervallo tra i parti o nell' ordine di nascita più elevato, circostanze, l' una e l' altra, che si accompagnano, come è noto, con un peso elevato dei nati; i fattori contrari nel più largo impiego di donne nelle industrie di guerra o nelle più difficili condizioni dell' alimentazione. Può darsi che, dalla cessazione di questi fattori deprimenti, oltre che dalle dimensioni e dalla robustezza dei padri, sia dipeso il rialzo dei concepiti nel dopo-guerra.

I dati per Roma (1) concordano in sostanza coi precedenti e in particolare con quelli per Padova, in quanto mostrano, durante la guerra, il massimo nel 1917. Questo massimo è però poco accentuato, mentre particolarmente forte è il rialzo del peso medio che si verifica nel 1919. La mancata distinzione del 1916 e del 1919 in due periodi, analogamente a quanto è stato fatto per Bologna e Padova, impedisce di procedere a riscontri più dettagliati. D' altra

(1) I dati della Clinica di Roma mi furono gentilmente comunicati dal Sig. E. Trepiccioni, che ne eseguì lo spoglio sotto la direzione del Dott. Ragusa, in conformità alle istruzioni del Prof. E. Pestalozza, direttore della Clinica. Le elaborazioni vennero gentilmente eseguite dal dott. M. Boldrini.

parte è da avvertirsi che dai dati di Roma restano esclusi, non solo, come da quelli di Bologna e Padova, i nati prematuri e gli

TAVOLA VIII.

Peso dei nati a termine nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Roma (1913-1919).

Periodo di osservazione	Maschi		Femmine		Totale		Media semplice dei pesi dei due sessi $\left(\frac{a+b}{2}\right)$
	Peso medio (a)	Numero delle osservazioni	Peso medio (b)	Numero delle osservazioni	Peso medio	Numero delle osservazioni	
Anno 1913	3245	*439*	3152	*446*	3198	*885*	3198
Anno 1914	3230	*527*	3116	*494*	3175	*1021*	3173
Anno 1915	3238	*624*	3111	*593*	3176	*1217*	3174
Anno 1916	**3242**	*617*	3119	*593*	3182	*1210*	3181
Anno 1917	3231	*547*	**3183**	*537*	**3207**	*1084*	**3207**
Anno 1918	3213	*542*	3115	*490*	3166	*1032*	3164
Anno 1919	**3285**	*539*	**3153**	*523*	**3220**	*1062*	**3219**

TAVOLA IX.

Frequenza dei parti semplici con feti macrosomi nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Roma.

Anni	Parti semplici con feti non macrosomi		Parti semplici con feti macrosomi		$\frac{100\,(c+d)}{a+b}$
	a termine (a)	tardivi (b)	a termine (c)	tardivi (d)	
1913-1915	3123	64	161	24	*5.8*
1916	1210	8	79	3	*6.9*
1917	1084	2	113	2	**10.6**
1918	1032	5	53	2	*5.3*
1919	1062	12	74	7	*7.6*

aborti, ma anche tutti i nati morti, anche se a termine, i parti tardivi e i parti macrosomi, anche se a termine. L'esame della frequenza dei parti macrosomi (Tavola IX) fa pensare che, se essi fossero stati inclusi, le variazioni sarebbero risultate più accentuate.

I dati che ho esposto meritano certamente di venire completati con altri relativi ad altre cliniche e possibilmente anche con ricerche dirette ad accertare se le ricoverate nei tempi di pace differiscono sistematicamente da quelle dei periodi della guerra e del dopo-guerra per caratteri che possono essere connessi col peso dei neonati. Fino a prova contraria, essi possono interpretarsi come una conferma della previsione che, durante la guerra e il dopo-guerra, insieme con fattori contrari, entrano in azione anche fattori favorevoli alla qualità della prole.

11. — Altra circostanza, che, in quanto adducesse a una più rigorosa selezione dei nati, potrebbe avere un effetto favorevole sui caratteri della prole generata durante la guerra e il dopo-guerra, è la più forte falcidia che, sui concepiti, prelevano gli aborti e i parti prematuri.

I dati, esposti nella Tavola X, relativi alla frequenza dei parti abortivi e prematuri nelle Cliniche ostetrico-ginecologiche di Bo-

TAVOLA X.

Frequenza dei parti abortivi e prematuri nelle Cliniche Ostetrico-Ginecologiche di Bologna, Padova e Roma (1913-1920).

Periodo di osservazione	Bologna			Padova			Roma						
	Totale dei parti (a)	Parti abortivi e prematuri (b)	$100\,b/a$	Totale dei parti semplici (c)	Parti semplici abortivi e prematuri (d)	$100\,d/c$	Totale dei parti (e)	Parti abortivi (f)	Parti prematuri (g)	Parti abortivi e prematuri ($f+g$)	$100\,f/e$	$100\,g/e$	$100\,(f+g)/e$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1913	999	221	*22*	—	—	—	1309	229	113	342	*17*	*9*	*26*
1914	944	131	*14*	665	250	*38*	1541	198	181	379	*13*	*12*	*25*
1915	1043	222	*21*	894	311	*35*	1532	134	116	250	*9*	*8*	*16*
Genn.-febbr. 1916	138	34	*25*	152	72	*47*	1480	97	138	235	*7*	*9*	*16*
Marzo-dic. 1916	685	165	*24*	705	295	*42*							
1917	760	221	*29*	776	473	*61*	1449	92	100	192	*6*	*7*	*13*
1918	607	187	*30*	573	278	*49*	1654	355	156	511	*22*	*9*	*31*
Genn.-agosto 1919	417	182	*44*	487	246	*50*	1749	412	178	590	*24*	*10*	*34*
Sett.-dic. 1919	313	127	*41*	393	185	*47*							
1920	940	317	*34*	855	488	*57*	—	—	—	—	—	—	—

logna, Padova e Roma concordano nel mostrare, per il 1918, il 1919 e il 1920, una percentuale di aborti e nati-morti molto superiore a quella che si verificava prima della guerra. Durante gli anni 1916 e 1917 la percentuale risulta, non più alta che nel periodo prebellico, ma anzi, nell' insieme, più bassa in Roma (cfr. col. 4) e soprattutto in Padova (cfr. col. 7), dove, d' altra parte, nel 1917 si è fatta sentire, secondo ogni verosimiglianza, l' influenza speciale dell' invasione di alcune provincie del Veneto da parte delle truppe nemiche e del conseguente sgombero dei territori prossimi alla nuova linea di fuoco.

Nel complesso, questi dati, mostrano un indubbio aumento della percentuale degli aborti e parti prematuri in dipendenza della guerra. Ma non si può asserire che ne sia derivata un' influenza selettiva nella nuova generazione, se non se ne sono prima chiarite le cause. Un' influenza selettiva sarebbe da ritenersi come probabile se l' aumento fosse dovuto al regime di sforzi e di privazioni imposto alle gestanti; è da ritenersi, infatti, che, in tal caso, sarebbero stati gli organismi più deboli a soffrirne in grado maggiore. Noi dovremmo però vedere, in tale ipotesi, la percentuale dei parti prematuri, aumentare altrettanto, se non più, di quella degli abortivi; i dati per Roma mostrano invece che la frequenza dei parti prematuri non ha variato, durante la guerra e il dopoguerra, con una tendenza ben chiara (cfr. col. 13), mentre l' aumento degli aborti nel 1918 e nel 1919 fu evidente e fortissimo (cfr. col. 12). Pare dunque più verosimile ammettere che l' aumento della frequenza dei parti abortivi e prematuri sia dovuta ad altre cause, quali, nei primi tempi dopo l' armistizio, il desiderio di talune spose adultere di disfarsi del testimonio della loro colpa prima del ritorno del marito, e, allora e in seguito, la cresciuta diffusione delle malattie veneree e la rilassatezza del costume che la guerra ha lasciato dietro a sè. Non si può neppure escludere, secondo taluni medici, una certa influenza dei più frequenti e vigorosi amplessi, seguiti, dopo la lunga continenza, nelle famiglie degli ex-militari. Dipenda dall' una o dall' altra di queste cause o da tutte insieme, l' aumento della percentuale degli aborti e dei parti prematuri difficilmente potrebbe avere un effetto selettivo favorevole alla nuova generazione.

Converrebbe, d' altro lato, esaminare se le differenze riscontrate non potessero dipendere, in parte, da una diversa frequenza del ricorso alle cliniche, o da una diversa composizione delle gravide entrate.

Anche in questo campo dunque resta il desiderio di indagini più estese ed approfondite.

12. — Fenomeno che pure meriterebbe di attrarre l'attenzione degli statistici è quello dell'alta frequenza dei parti plurimi durante la guerra e nel dopo-guerra in confronto al precedente periodo di pace. Esso non ha di per sè una portata dal punto di vista eugenico, ma può avere importanza come indice di una maggiore potenzialità riproduttiva dell'organismo femminile, forse connessa coi più rari contatti matrimoniali durante il periodo bellico e col maggior intervallo che ne segue tra i parti di questo periodo e del seguente.

Il Prof. Truzzi, direttore della Clinica ostetrico-ginecologica della R. Università di Padova, mi comunicava appunto di avere notato, nei parti da concepimenti postbellici, una frequenza insolitamente elevata di gravidanze plurime. E analoga impressione mi veniva manifestata, del tutto indipendentemente, da amici, che vivono a contatto colle nostre popolazioni campagnole.

I dati della Clinica di Padova giustificano largamente l'impressione del Prof. Truzzi, in quanto mostrano, tra i concepimenti postbellici, una percentuale di parti plurimi più che doppia di quella osservata nel periodo di guerra e notevolmente superiore a quella riscontrata negli ultimi anni di pace; ma nulla di simile si riscontra per le ricoverate nella Clinica di Bologna, che danno, per i varî periodi, una frequenza di parti plurimi presso che identica, mentre nella Clinica di Roma la frequenza dei parti plurimi risulterebbe in aumento continuo (cfr. Tavola XI).

Tabella XI.

Frequenza dei parti plurimi nelle Cliniche Ostetrico-Ginecologiche di Padova, Bologna e Roma (1912-1920).

Periodo di ossservazione	Padova			Bologna			Roma		
	Totale dei parti (*a*)	Parti plurimi (*b*)	10.000 $\frac{b}{a}$	Totale dei parti (*c*)	Parti plurimi (*d*)	10.000 $\frac{d}{c}$	Totale dei parti (*e*)	Parti plurimi (*f*)	10.000 $\frac{e}{f}$
Per. prebellico (1)	3161	76	*240*	3124	51	*163*	4382	64	*146*
1° per. bellico (2)	1496	15	*100*	1445	23	*159*	2929	44	*150*
2° per. bellico (3)	1080	20	*185*	1024	16	*156*	1654	24	*165*
Per. postbellico (4)	1287	39	*303*	1253	20	*160*	1749	30	*171*

(1) Per Padova, dal 1912 al Febbraio 1916 incluso; per Bologna, dal 1913 al Febbraio 1916 incluso; per Roma, dal 1913 a tutto il 1915.
(2) Per Padova e Bologna dal Marzo 1916 a tutto il 1917; per Roma, anni 1916 e 1917.
(3) Per Padova e Bologna, anno 1918 e mesi Gennaio-Agosto 1919; per Roma, anno 1918.
(4) Per Padova e Bologna, mesi Settembre-Dicembre 1919 e anno 1920; per Roma, anno 1919.

Il numero delle osservazioni, però, è, in tutte le rilevazioni, troppo piccolo per poter giustificare qualunque conclusione.

Per risolvere la questione, un'indagine venne intrapresa dal Dott. Lanfranco Maroi e raccolse dati per 37 delle nostre principali città. Sono queste: Venezia, Padova, Verona, Vicenza, Belluno, Brescia, Bergamo, Mantova, Milano, Cremona, Pavia, Alessandria, Torino, Genova, Piacenza, Modena, Reggio Emllia, Parma, Ravenna, Forlì, Ferrara, Lucca, Firenze, Pisa, Livorno, Siena, Ancona, Roma, Chieti, Napoli, Salerno, Bari, Potenza, Catanzaro, Catania, Girgenti e Trapani. I dati vennero raccolti per mezzo di una circolare diretta agli Uffici municipali di Statistica. La tavola seguente contiene i risultati ultimi delle elaborazioni eseguite dal Dott. Maroi.

Le nascite del 1915, che provengono ancora dei concepimenti antebellici, non mostrano una sensibile differenza, rispetto alla per-

Tavola XII.

Percentuale dei nati da parti plurimi sul totale dei nati (vivi e morti) in 37 città italiane (1910-1920).

Periodo di osservazione	Numero complessivo dei nati (*a*)	Numero dei nati da parti plurimi (*b*)	$\frac{100\,b}{a}$
Anni 1910-1914 [2] . . .	130,864 [1]	2709	*2.1*
Anno 1915	126,455	2462	*1.9*
» 1916	105,766	2247	*2.1*
» 1917	96,856	1934	*2.0*
» 1918	87,580	2105	*2.4*
» 1919 [3]	94,823	2581	*2.7*
1° semestre 1919 [4] . . .	31,482	769	*2.4*
2° semestre 1919 [4] . . .	43,472	1328	*3.1*
1° semestre 1920 [4] . . .	58,823	1392	*2.4*

[1] Media annuale.

[2] Per Alessandria, Milano, Parma, Siena e Catania, la media annuale si riferisce al biennio 1913-1914; per Reggio Emilia e Ancona, al triennio 1912-1914; per Roma, al solo anno 1914.

[3] Per il 1919, mancano i dati per Siena.

[4] Mancano i dati per Napoli, Ravenna, Reggio Emilia, Parma, Alessandria e Siena per il 1° semestre del 1920; queste città vennero escluse quindi, per ragioni di comparabilità, anche dai dati per il 1° e 2° semestre del 1919.

centuale dei nati da parti multipli, in confronto alle nascite del quinquennio precedente; e anche quelle del 1916, già provenienti in gran parte da concepimenti posteriori alla dichiarazione di guerra, e identicamente quelle del 1917 presentano percentuali del tutto normati. Ma nel 1918, e più nel 1919, la percentuale raggiunge un livello decisamente superiore, e questo si mantiene, nel primo semestre del 1920 pari a quello toccato nel corrispondente semestre dell'anno precedente. Il massimo parrebbe essersi verificato nelle nascite del 2° semestre 1919.

TAVOLA XIII.

Percentuale dei nati da parti doppi sul totale dei nati (vivi e morti) in Francia (1901-1918).

Anni	Su 10.000 nascite provengono da parti doppi	Anni	Su 10.000 nascite provengono da parti doppi
1901-1905	*212*	1912	*225*
1906	*205*	1913	*226*
1907	*222*	1914	*238* (1)
1908	*224*	1915	*228* (1)
1909	*228*	1916	*260* (1)
1910	*227*	1917	*258* (1)
1911	*227*	1918	*262* (1)

(1) Dati relativi ai 77 dipartimenti non invasi.

Dati per la Francia, gentilmente comunicatimi dall' Ing. MARCH e dal Dott. HUBER, direttore della statistica generale, mostrano un andamento analogo.

Il primo anno di guerra (1914) e anche il 1915, le cui nascite provengono in buona parte da concepimenti posteriori all'apertura delle ostilità, mostrano percentuali non sostanzialmente disuguali da quelle degli ultimi anni di pace. Ma negli anni seguenti (1916, 1917 e 1918) le percentuali sono a un livello sensibilmente più alto. Nè si può dire che negli ultimi anni si sia accentuata una tendenza all'aumento, che già si verificava in precedenza. Dal 1907 al 1913 infatti le percentuali sono stazionarie e il livello più basso a cui esse si mantenevano prima del 1907 è da attri-

buire verosimilmente a lacune che si verificavano prima dell' introduzione (attuata appunto col 1907) dei bollettini individuali.

I dati di cui disponiamo, mentre invogliano a più estese, ed esaurienti, ricerche, confermano dunque che i concepimenti avvenuti in gran parte del periodo di guerra e nel dopo-guerra danno luogo a gravidanze multiple più spesso di quanto avveniva nel precedente periodo di pace.

13. — Concludendo la rapida disamina delle conseguenze che la guerra direttamente o indirettamente adduce dal punto di vista eugenico possiamo dire che la revisione delle teorie correnti in base ai nuovi dati messi in luce dalla recente esperienza, si è appena iniziata; ma i risultati già raggiunti si addimostrano di grande interesse, in quanto vengono per lo meno a infirmare le conclusioni pessimiste che erano comunemente accettate per sicure.

La coscrizione militare, almeno in Italia, non sembra invero esercitare alcuna influenza sfavorevole, e forse esercita invece una influenza piuttosto favorevole, sulla prolificità di coloro che vi sono soggetti.

I nati durante la guerra non sembrano di costituzione inferiore e i nati da concepimenti postbellici sono probabilmente di costituzione superiore alla normale.

Da una ricerca finora eseguita sui maestri elementari, non parrebbe che i morti per causa di guerra avessero un valore sociale superiore a quello dei sopravvissuti.

La eccedenza di mortalità, infine, che si verifica nella popolazione borghese durante e dopo la guerra, non può avere, secondo le correnti teorie biologiche, che un effetto selettivo favorevole.

Questi risultati devono riguardarsi come provvisori; da altre ricerche, in parte già intraprese, essi attendono conferma o correzione. Ma essi cominciano a gettare qualche luce sulle complesse influenze che la guerra esercita sulla razza, mostrano come la risultante non debba essere così dannosa come per molto tempo si è creduto e rendono ragione del fatto che l'estensione del servizio militare e le guerre rinnovatesi durante secoli con tanta frequenza non hanno impedito il progresso, per statura e per vitalità, della razza umana.

Ridolfo Livi

Sull'accrescimento della statura oltre i venti anni (1)

Quando i giovani ventenni, si presentano alle prime visite mediche, per l'arruolamento, la statura definitiva è tutt'altro che raggiunta; e, quel che è peggio, non si sa precisamente quando lo sarà, nè se lo sarà alla stessa età per tutte le razze e per tutti i climi. Ond'è che lo studio dell'accrescimento della statura oltre l'età della coscrizione è un complemento necessario di tutti quei lavori che trattano della statura dei giovani arruolati.

(1) [Tra i manoscritti del defunto mio Padre mi cadde sott'occhio l'abbozzo di un suo studio giovanile, rimasto inedito, sullo sviluppo della statura, del peso e del perimetro toracico oltre i 20 anni. Mi è parso che questo manoscritto, corredato di tutte le documentazioni statistiche raccolte, conservasse ancora, in qualche sua parte, una certa importanza, e ne ho tratto il presente articolo per il *Metron*.

L'accrescimento dell'organismo umano era anche studiato a seconda della condizione sociale, della robustezza e del luogo di nascita dei militari. L'indagine fu eseguita nel 1881 e nel 1882 e ben dimostra come in quella mente giovanile si fosse già delineato nei tratti più importanti il quadro generale su cui venne impiantata l'elaborazione della grande inchiesta antropometrica sui militari delle classi del 1859-63.

Il lavoro rimase inedito probabilmente perchè lo stesso autore giudicò il numero delle osservazioni raccolte (qualche migliaio) insufficente per uno studio così dettagliato sullo sviluppo dell'organismo umano, e quando, qualche anno dopo, gli venne affidato per l'elaborazione il copioso materiale della inchiesta antropometrica sull'esercito, egli comprese che quelle poche migliaia di osservazioni, di fronte ai risultati conseguiti sopra un materiale tanto più vasto, non conservavano che uno scarso valore; così quel suo primo tentativo giovanile non comparve mai al pubblico degli studiosi.

Mi pare tuttavia che l'interesse di una parte di questi dati non sia del tutto assorbito dai risultati dell'*Antropometria militare*. Vi sono infatti delle cifre che descrivono lo sviluppo della statura entro limiti di tempo non considerati nell'*Antropometria militare*. Sono queste le rimisurazioni dei militari richiamati sotto le armi al 26°, al 29° ed al 30° anno d'età, confrontate con le misurazioni operate sugli stessi individui al 20° anno.

L'importanza di queste cifre deriva dalla difficoltà di ottenere delle rilevazioni sulla statura compiute sugli stessi individui e ad intervalli di

A questo scopo ho raccolto un certo numero di misurazioni e di rimisurazioni. Ho desunto le prime dai fogli matricolari di giovani arruolati, ed ho praticato le seconde sopra questi stessi militari richiamati dal congedo illimitato.

Senonchè mi accorsi ben presto che un'esatta determinazione della statura definitiva non era possibile se non con un numero di osservazioni molto maggiore di quello che un sol uomo può essere capace di raccogliere. Ad ogni modo pensai che anche con risultati approssimativi il lavoro potrebbe essere utile a qualche cosa.

Vero è che il numero dei lavori sullo sviluppo del corpo umano è grandissimo, tantochè riescirebbe eccessivamente lunga anche la loro semplice enumerazione, ma la massima parte di questi studia l'accrescimento nei primi venti anni di vita; quasi tutti inoltre diffettano per il numero delle osservazioni e per il metodo seguito. In quanto al metodo questa mia indagine si differenzia dalle altre principalmente perchè ho messo a raffronto la statura ad una data età con quella ad un'altra età, sempre sullo stesso gruppo d'individui, mentre la maggior parte degli autori confronta la statura di un gruppo di individui di una data età, con quella di un gruppo di età differente. Questo secondo metodo, assai meno esatto, può portare a conclusioni erronee se non è basato su un numero grandissimo di osservazioni.

Inoltre allo scopo di rendere paragonabile la quota di accrescimento sopra gruppi di diversa statura, ho calcolato, oltre all'accrescimento assoluto, anche quello relativo, ponendo cioè il primo in rapporto alla statura stessa.

Prima di presentare i risultati ottenuti da questa indagine, accennerò ad una causa di errore che perturba le rilevazioni di questo genere e che ho avuto cura di tener lontana nella raccolta delle mie osservazioni.

Questa causa di errore è la *prevenzione* del misuratore. Per dimostrare in che consista, mi valgo di un esempio pratico.

Si sa bene che le singole rilevazioni della statura difficilmente

---

tempo così distanti tra loro. Le osservazioni sono invero piuttosto scarse, ma potranno concorrere con altre cifre del genere a completare le nostre cognizioni sulla crescenza dell'organismo. Nell'offrirle al *Metron*, non credo quindi di aver compiuto una indiscrezione verso la memoria del defunto Padre mio e ritengo di aver fatto cosa utile per gli studiosi di antropometria.

I dati sono illustrati da qualche commento che ho ricavato dallo stesso manoscritto originale. Le poche osservazioni che vi ho aggiunto, sono poste tra parantesi quadre]. Livio Livi.

si possono considerare come esatte, sia per la inevitabile mancanza di precisione nella misurazione, sia perchè la statura varia nello stesso individuo a seconda della stagione e delle ore del giorno. Ne consegue che una sola misurazione, specialmente se presa alla svelta, come si è sempre costretti di fare quando si devono misurare centinaia di individui, non è che approssimativa. Ora, poniamo che un individuo di 20 anni, la cui statura sia di m. 1,63, sia stato qualificato, per una causa d'errore qualunque, come alto 1,65. Quando questo individuo tornerà l'anno successivo a farsi misurare, se lo si troverà alto 1,65 o 1,66, si penserà che la sua statura è rimasta stazionaria o cresciuta di un centimetro e, non trovandosi alcuna contradizione tra la nuova misurazione e quella dell'anno precedente, si registrerà senz'altro la nuova cifra rilevata.

Se invece la statura trovata fosse per esempio di m. 1,64, il medico, o chi misura per esso, non potrà fare a meno di notare la diminuzione di un centimetro in confronto alla statura rilevata l'anno prima e, con tutta probabilità, prima di registrare questa cifra, che pur essendo esatta è in contrasto con quella precedente, tornerà a misurare l'individuo finchè non sarà riuscito, dopo varii tentativi, a fargli raggiungere almeno la statura di m. 1,65.

Nel caso inverso, che cioè un militare alto in realtà m. 1,65 sia registrato nella prima misurazione con una statura di m. 1,63, quand'anche la seconda misurazione desse la cifra di m. 1,64 (cifra pur essa errata in difetto), quest'ultimo risultato sarà ritenuto esatto, ed inscritto con tutta fiducia.

Così dunque si verifica l'influenza perturbatrice della prevenzione, la quale, come ben fu detto, è spesso assai più dannosa dell'ignoranza stessa. In questo caso essa agirebbe nel rendere lievemente superiore al vero il risultato medio delle seconde misurazioni.

Come ho detto, le cifre che ho raccolto non sono perturbate da questa particolare causa di errore, ma ho voluto egualmente ricordarla per mettere in guardia coloro che volessero raccogliere simili misurazioni a scopo scientifico. Il miglior mezzo per sottrarsi a questa influenza perturbatrice consiste nel registrare la cifra delle rimisurazioni prima di aver veduto quella della prima misurazione.

Così ho fatto io nella raccolta delle osservazioni che formano l'oggetto di questa indagine. Misurai anzitutto la statura dei militari richiamati dal congedo e poi ricercai sui fogli matricolari la statura che avevano all'età di 20 anni, al tempo della loro presentazione al Consiglio di Leva.

Spesse volte mi è avvenuto di incontrare diminuzioni piuttosto

forti invece di aumenti, altre volte aumenti assai fuori dell'ordinario. Ho registrato tutto coraggiosamente senza eseguire alcuna correzione nei dati originari, nella fondata supposizione che, nei risultati medi, dovesse aversi una compensazione degli errori positivi o negativi delle singole rilevazioni.

Della tendenza ad arrotondare le cifre ho già diffusamente trattato in altro mio scritto (1) e non è il caso di attribuirvi qui grande importanza, vuoi perchè questa causa di errore non perturba sensibilmente i risultati medi, vuoi perchè nelle rimisurazioni dei richiamati da me eseguite, le stature singole furono determinate con la più scrupolosa esattezza.

Ecco il numero delle osservazioni raccolte:

Accrescimento	N.° delle osservazioni
da anni 20, 4/12 a 26, 1/12	157 (1)
» » 20, 4/12 a 29, 2/12	201 (2)
» » 20, 4/12 a 30, 2/12	210 (2)
Totale . .	568

(1) 40 bersaglieri e 117 militari di fanteria.
(2) Militari del 41° battaglione fanteria di milizia mobile.

Come si vede, per maggiore esattezza, ho tenuto conto dell'età media di ciascun gruppo di osservati alle diverse misurazioni, esprimendola in anni e mesi compiuti.

La prima misurazione di questi tre gruppi di militari, appartenenti rispettivamente alle classi del 1856, del 1852 e del 1851, fu eseguita presso i Consigli di Leva tra l'ottobre ed il dicembre dell'anno in cui compirono il ventesimo anno di età; per prendere un termine medio, si possono considerare come misurati tutti nel novembre, cioè quando avevano all'incirca un età media di 20 anni e 4 mesi compiuti. Gli uomini del primo gruppo (classe 1856) furono poi rimisurati nell'agosto del 1882, quando avevano

(1) *Sulla statura degli Italiani*, in « Archivio per l'Antropologia e l'Etnologia », Vol. III. [Vedi anche « Antropometria militare », Parte I^a^, Roma, 1896, pag. 28 e seg. - « Antropometria », Milano, U. Hoepli, 1900, pag. 72 e seg. - *Antropologia nei suoi rapporti con la medicina sociale*, Milano, Vallardi, 1910, pag. 30 e seg.].

perciò un'età media di 26 anni ed 1 mese; quelli degli altri due gruppi (classi 1852 e 1851) furono rimisurati nel settembre del 1881, cioè quando avevano rispettivamente l'età media di 29 anni e 2 mesi e di 30 anni e 2 mesi.

Questa più esatta determinazione dell'età potrà permettere una maggiore precisione nel confronti che si vorranno fare con cifre analoghe.

Ecco senz'altro la distribuzione dei tre gruppi considerati secondo la statura riscontrata al tempo della prima e della seconda misurazione (1).

---

(1) [Il numero delle osservazioni raccolte dall'autore era in realtà di 4063 delle quali 3495 si riferivano a gruppi diversi di militari, misurati a 20, 21, 22 e 23 anni ed i cui risultati non ho creduto opportuno riportare qui per le ragioni dette sopra. A queste osservazioni furono poi aggiunte quelle compiute su 112 militari che al tempo della prima misurazione avevano meno di 20 anni. Questi militari erano gli allievi del 3° battaglione di istruzione in Verona, nati nel 1864, 1863 e 1862, arruolati e misurati nei primi tre mesi del 1882 e rimisurati nel marzo dell'anno successivo. Ecco i risultati di queste osservazioni:]

Classe	N. delle osserv.	Alla 1ª misurazione		Alla 2ª misurazione		Incremento	
		età in anni e mesi	statura mm.	età in anni e mesi	statura mm.	assoluto mm.	relativo ‰
1864	67	17,7	1657,0	18,8	1667,9	10,9	6,6
1863	29	18,7	1652,2	19,8	1661,6	9,3	5,6
1862	16	19,7	1656,9	20,8	1665,0	8,1	4,9

Distribuzione dei militari secondo la statura.

Statura — mm.	Classe 1856		Classe 1852		Classe 1851	
	a 20 anni e mesi 4	a 26 anni e mesi 1	a 20 anni e mesi 4	a 29 anni e mesi 2	a 20 anni e mesi 4	a 30 anni e mesi 2
1560 – 65	2	3	15	5	11	3
1570 – 75	5	3	16	13	8	10
1580 – 85	17	12	9	12	13	9
1590 – 95	7	11	19	8	8	9
1600 – 05	10	7	13	16	13	11
1610 – 15	5	8	12	8	15	11
1620 – 25	13	7	15	26	19	16
1630 – 35	14	13	17	13	22	21
1640 – 45	19	13	13	14	14	23
1650 – 55	19	21	10	14	19	18
1660 – 65	13	19	5	10	13	13
1670 – 75	7	7	11	9	11	14
1680 – 85	7	8	9	10	12	9
1690 – 95	9	9	6	4	4	8
1700 – 05	3	4	5	10	4	5
1710 – 15	1	6	5	7	6	6
1720 – 25	4	1	3	1	2	3
1730 – 35	—	3	4	4	2	4
1740 – 45	1	1	1	1	2	1
1750 – 55	1	—	6	3	—	3
1760 – 65	—	1	2	4	2	2
1770 – 75	—	—	2	3	—	2
1780 – 85	—	—	2	2	5	2
1790 – 95	—	—	1	1	2	—
1800 – 05	—	—	—	2	1	4
1810 – 15	—	—	—	1	—	1
1820 – 25	—	—	—	—	1	—
1830 – 35	—	—	—	—	1	2
Totale	157	157	201	201	210	210
Somma delle stature mm.	256.895	258.185	328.630	331.010	344.655	346.910

I risultati medi sono i seguenti:

Statura.

Classe	a 20 anni e mesi 4 mm.	a 26 anni e mesi 1 mm.	a 29 anni e mesi 2 mm.	a 30 anni e mesi 2 mm.
1856	1636,3	1644,5	—	—
1852	1635,0	—	1646,8	—
1851	1641,2	—	—	1652,0

Accrescimento.

Età (anni e mesi)	Assoluto mm.	Relativo ‰
da 20,4 a 26,1	8,2	5,0
da 20,4 a 29,2	11,8	7,2
da 20,4 a 30,2	10,8	6,6

Da questi risultati appare che l'incremento della statura, nel gruppo dei militari rimisurati a 30 anni, fu minore di quello dei militari rimisurati a 29. Questa disformità nei risultati, può darsi che dipenda da qualche causa di errore; ma non mi meraviglierei se un maggior numero di osservazioni, prese su individui appartenenti a classi disagiate, dovesse confermare tali risultati.

Ed invero, mentre accudivo a queste misurazioni, nel vedere quelle barbe lunghe e grigie, quelle faccie già grinzose e sparute, su cui si leggevano troppo chiaramente gli effetti della cattiva alimentazione e delle fatiche d'ogni genere, io rimasi già persuaso che il periodo di evoluzione doveva, per quei giovani ventinovenni o trentenni, essere già cessato, e pensavo anche che, per effetto dell'incurvamento della colonna vertebrale e per l'iniziata involuzione delle cartilagini intervertebrali, la statura avesse cominciato a decrescere. Non sarei quindi alieno dallo spiegare la differenza tra l'accrescimento della classe 1851 e quella della classe 1852 anche col fatto che la prima si trovasse più inoltrata della seconda nel periodo involutivo.

[Poichè è da ritenersi che all'età di 29 o di 30 anni lo sviluppo della statura sia ormai cessato, sulla base di queste risultanze si può affermare che la statura definitiva sia più elevata di quella riscontrata a 20 anni, di circa il 7 ‰, cioè di undici o dodici millimetri.

L'accrescimento riscontrato nel primo gruppo di militari, che furono misurati la seconda volta a 26 anni ed 1 mese, è sensibilmente inferiore a quello riscontrato negli altri due gruppi. Ciò sembra confermare l'ipotesi, già posta da altri autori, che la statura possa subire tra il 26° ed il 30° anno un ulteriore lieve incremento. Ma per avere una conferma meno incerta sarebbe stato necessario che i militari misurati a 26 anni fossero quelli stessi, misurati a 29 od a 30. Il motivo principale che impedisce affermazioni sicure su confronti di gruppi diversi è che « ogni gruppo d'età è, rispetto a quello che immediatamente lo precede, più selezionato, perchè depurato dagli elementi deboli o malaticci che vengono via via eliminati dalla mortalità. E siccome la maggior statura coincide quasi sempre con una maggiore robustezza e certamente poi con maggior agiatezza, ne avviene che nella lotta per la vita sopravvivono sempre con maggiore facilità gli individui di più alta statura. Quindi anche se non vi fosse più alcun incremento effettivo, una serie di uomini dell'età di 30 anni deve dare, a paritâ di ogni altra condizione, una statura alquanto più alta di una serie di uomini di 20 e 25 anni » (1).

L'incremento di mm. 11,8 (2° gruppo) e di mm. 10,8 (3° gruppo) decorre dall'età di 20 anni e 4 mesi. Chi volesse confrontare o riunire queste cifre con quelle tratte da altre osservazioni la cui prima misurazione fosse eseguita a 20 anni precisi, non potrebbe trascurare questa pur lieve differenza di tempo, sia perchè l'incremento dal 20° al 21° anno di età è ancora forte, sia perchè le prime misurazioni della presente indagine furono eseguite tra l'ottobre ed il dicembre, cioè dopo i mesi estivi durante i quali l'accrescimento dell' organismo umano si fa più intenso. Poichè la maggior parte degli studi sullo sviluppo della statura denunziano tra il 20° ed il 21° anno d'età un incremento di circa il 4 ‰, per calcolare l'ulteriore sviluppo della statura dei militari qui osser-

---

(1) R. Livi. *Antropologia nei suoi rapporti con la medicina sociale.* Milano, Vallardi, 1910, pag. 269.

vati a partire esattamente dal 20° anno di età, il risultato medio delle prime misurazioni dovrà abbassarsi di circa il 2 ‰; cioè di 3,3 mm. La statura definitiva, in confronto di quella rilevata a 20 anni sarebbe così più elevata di mm. 15 (2° gruppo) e 14 (3° gruppo).

Le osservazioni su maschi belgi del QUÉTELET e quelle su maschi tedeschi riportate dal FIRCKS, darebbero dal 20° al 25° anno, un incremento complessivo rispettivamente di 11 e di 10 millimetri (il 6,4 ‰ ed il 5,8 ‰). Quelle del BOWDITCH su maschi del Nord America, che si arrestano al 24° anno, darebbero invece un ulteriore aumento di 13 mm. (il 7,6 ‰)].

A. Bertelsen [1]

Some Statistics on the Native Population of Greenland

With this present year, 1921, 200 years will have elapsed since the Danish colonization of Greenland began.

The population of West Greenland, which on January 1, 1920 comprised 13.335 individuals, now lives on a cultural plane, which, though removed in many respects from the civilisation of the original Eskimos, is yet more closely allied to that than to European civilisation.

As the 200th anniversary of the colonization of Greenland has awakened a rather more actual interest in that country than is generally felt, it has seemed to me that the publication of a few statistics on the population would not be misplaced. Those scientists sufficiently interested to study the matter more extensively, I refer to the list of special books and articles at the end of this paper.

Births.

The birth-rate of the population of Greenland during the period from 185I-1900 was 36.5 ‰, (for North Greenland 36 ‰ and South Greenland 37 ‰). No appreciable decrease in the birth-rate is observable. The power of propagation seems to be the same in the pure Eskimo races, as in those mixed with European blood. At any rate it is not less in the first instance.

---

(1) District-physician, Umánaq, North Greenland.

Grouped according to months the birth-rate was as follows:

January. 9.4	April . 8.2	July 8.4	October. . 7.6
February 9.2	May. . 8.5	August . . 7.7	November 7.8
March . . 9.-	June. . 8.-	September 8.1	December 8.1

The relative frequency of the births seems to bear a definite relation to the state of nutrition of the population.

The relation between the number of male and female children born is 106 to 100, (in North Greenland 105, in South Greenland 107). 5 % of the total number of births was out of wedlock.

The age at which married women bear children in Greenland is, as a rule, about the same as in Northern Europe, while the age at which « girl » mothers bear children indicates that so-called « seduction » is a practically negligible factor in Greenland. As compared with Denmark there are only half as many unmarried mothers as expected in the periods under 25 years of age in Greenland, but on the other hand, twice as many as expected in the following periods. Menstruation occurs for the first time at about 15 or 16 years of age, and the climacteric at about 45. The average duration of delivery (child-birth) is about 10 hours.

Deaths.

The death-rate in Greenland in the period from 1861-1900 was 33 ‰, (North Greenland 27 ‰ and South Greenland 37 ‰). The death-rate has been considerably less in the last decades. In no other European countries except the Slavic nations is the death-rate so high. 128 men die for every 100 women (in North Greenland 125, in South Greenland 131), a difference in favor of the women much larger than is usually found.

The span of life is, on the whole, short, infant mortality great, boys in the period between 10-15 years of age have as high a mortality as men in Denmark between 40-45. The mortality of women in Greeland betwen 20-25 is as great as the mortality of Danish women between 40-45. There is a particulary high rate of mortality for adult men.

The following table illustrates the rate of mortality of the two sexes at various ages.

For every 10,000 individuals in the period in question the annual death rate was:

Period of age	North Greenland 1861—1900		South Greenland 1861—1900	
	M.	F.	M.	F.
0—5	551	483	947	843
5—10	109	106	119	106
10—15	97	60	98	83
15—20	177	79	238	109
20—25	299	170	380	182
25—30	266	145	412	175
30—35	311	222	304	236
35—40	274	241	336	276
40—45	291	224	418	305
45—50	431	226	530	332
50—55	591	350	709	467
55—60	609	504	849	635
60—65	1107	737	1092	794
65—70	1385	750	1173	1129
70—75	2500	1192	2833	2541
75—80	4000	1937	?	4250
80—85	?	3500	?	?

Only a very rough estimate may be made of the causes of the deaths. One third of the total number is presumably due to tuberculosis, another third falls on children under 5 years of age probably due to bronchial or intestinal catarrh, one sixth is due to accidents and deaths at birth, and the remaining sixth is due to epilepsy, carbuncles, cancer and other diseases.

Divided according to the separate months the percentage of mortality in the period between 1851-1900 was:

January . 7.4	April . 7.1	July 10.1	October . 9.0
February 7.4	May . . 7.6	August . . 9.5	November 7.8
March . . 7.2	June . 9.9	September 9.2	December 6.8

This seems to indicate that neither the straitened season (November-December), nor the transition to a period when better

nourisment is attainable tends to increase the death-rate, any more than the sojurn in winter quarters shows immediate results. The severe cold is not accompanied by any particular sickliness, nor does the absence of the sun during the long polar night have any apparent effect. The influence of the season on the death-rate depends partly on that exerted by the vernal thaw in freeing contagion from the frozen ground and the protecting coverlet of snow, (as shown by the appearance of bronchial and intestinal catarrhal affections during the spring) and particularly in the periodical establishment of connection with Europe and the contagion thus introduced. In each separate colonisation district it is possible to demonstrate that the highest death-rate immediately follows the annual period at which connection with Europe is re-established.

As the death-causes are always reported by a layman, only deaths by accident can be investigated further.

In the meantime accidents occur with such astonishing frequency that they deserve further attention. In the years 1861-1900, 52 out every 10,000 men of every age in North Greenland died from accidents, while in South Greenland 78 of every 10,000 met violent deaths. In the period between 20-25 years of age, twice as many men in North Greenland died from accident alone and more than 3 times as many in South Greenland, as died in Denmark in the same period from all other causes together. The proportion between deaths by accident for men and women is 21-1, and this is almost sufficient to explain the enormous difference in the mortality of the two sexes referred to above. Out of every 100 deaths by accident in North Greenland, 77 are due to drowning and in South Greenland 88, while Kajak accidents are the cause of 62 and 81 respectively.

For further information ou the subject the following list of books is recommended.

BERTELSEN A., *Om Fóedslerne i Grœnland og de sœxuelle Forhold sammesteds.* (« Bibl. f. Læger » 99, Aarg. 4, H. Pag. 527) 1907.

BERTELSEN A., *Om Dóedeligheden i Grœnland og om nogle af Dóedsaarsagerne sammesteds.* (« Bibl. f. Læger » 102, Aarg 4, H. Pag. 459) 1910.

BERTELSEN A., *Ægteskabsstatistik fra Umánaq Distrikt, Nordgrœnland.* (« Det grœnl. Selskabs Aarsskrift » Pag. 26), 1918.

Hervé G., *Demographie des Esquimaux de Gróenland.* « Rev. de l'École d'Anth. » Paris 1896).

Ryberg C., *Om Erhvervs- og Befolknings — Forholdene i Gróenland.* (« Geografisk Tidsskrift » 12, Bd. Pag. 87 & 113) 1894.

Ryberg C., *Om Erhvervs- og Befolkningsforholdene i Gróenland.* (« Geografisk Tidsskrift », 17, Bd. Pag. 69) 1904.

Sammendrag af statistiske Oplysninger om Gróenland. (« Statistiske Medd. » 4, R. 39, Bd. 2, H.) 1912.

Sapper K., *Nachrichten über Zukunftaussichten des Eskimobevölkerung von Grönland und Labrador.* (« Peters. Geograph. Mitteilungen ». Vol 64, pag. 210, 1918).

Westergaard H., *Mortality in remote corners of the world.* (« The Journ. of the Stat. Society ») 1880.

Franco Savorgnan

L'aumento delle nascite maschili durante la guerra

In un suo scritto del 1884 il Düsing, rilevando come dopo la guerra russo-svedese (1789-90) fossero cresciute in Svezia le nascite maschili, affermava che l'aumento dei nati maschi dopo la guerra era un fenomeno molto noto e mai messo in dubbio, *(eine sehr bekannte, niemals bezweifelte Erscheinung)* (1). Questa opinione tanto recisa, che anche altri scrittori (Oettingen, Mayr, etc.) condividevano, trovò subito degli oppositori (Lexis, Carlberg, etc.) che ne misero in dubbio la veridicità. Più tardi il Gini, nel suo libro sul « *Sesso* », dimostrava che le guerre del 1866 e del 1870-71 non avevano lasciato « traccia visibile sul rapporto sessuale dei nati », e concludeva dicendo che una qualsiasi relazione tra le guerre e il rapporto dei sessi nelle nascite gli pareva « più che dubbia » e che le coincidenze osservate dal Düsing e dall' Oettingen si potevano « tranquillamente riguardare come accidentali » (2).

Questo era lo stato della questione, quando la guerra con le sue conseguenze d'ordine demografico venne a trarre dall'oblio la tesi del Düsing, conferendole nuovo interesse. Infatti già nel novembre del 1917 Sir Bernard Mallet, in un discorso presidenziale alla Royal Statistical Society, richiamava l'attenzione sull'aumento delle nascite maschili verificatosi in Inghilterra e nel Galles, in Scozia, in Irlanda durante gli anni di guerra, e, ricordando l'opinione del Düsing, concludeva con queste parole: *A rise in the sex*

(1) *Die Regulierung des Geschlechtsverhältnisses bei der Vermehrung der Menschen, Tiere und Pflanzen,* « Ienaische Zeitschrift für Naturwissenschaft », vol. XVII, pag. 609.

(2) *Il Sesso dal punto di vista statistico,* Palermo, 1909, pag. 239 e seg. Alle stesse conclusioni del Gini pervenivano recentemente il Nixon, in una comunicazione fatta il 16 Maggio 1916 alla Royal Statistical Society, e gli autori della pubblicazione: *Die Totenverluste der Oest. - Ung. - Monarchie nach Nationalitäten,* Vienna, 1919.

proportion so marked and sustained over so long a period can hardly be dismissed as an accidental coincidence (1). Il De Jastrzebski poi, in un suo studio sul rapporto dei sessi alla nascita, disponendo di dati più estesi nel tempo e nello spazio di quelli del Mallet, — dati che più sotto riproduciamo — riesaminava il problema. E, avendo constatato che, tanto nei sette Stati belligeranti quanto nei tre Stati neutrali più vicini alla zona delle operazioni militari, v'era stato un aumento più o meno marcato del rapporto dei sessi, formulava il seguente giudizio: *So far as the present evidence goes war raises the ratio of masculinity* (2).

Stati	Periodo di guerra	Numero delle nascite	Maschi per 1000 Femmine	
			Decennio prima della guerra	Periodo di guerra
Inghilterra e Galles	Luglio 1915 - Giugno 1918	2.200.000	1039	1046
Scozia	» »	300.000	1043	1051
Irlanda	Luglio 1915 - Marzo 1918	240.000	1054	1063
Australia	Luglio 1915 - Giugno 1917	260.000	1052	1058
Nuova Zelanda . .	1915-16	56.000	1055	1066
Ungheria	1915	500.000	1057	1060
Finlandia	1915	80.000	1058	1059
Paesi Bassi . . .	1915-16	340.000	1052	1056
Svizzera	1915	70.000	1039	1042
Danimarca . . .	1915	60.000	1050	1052

La questione degli effetti che la guerra può avere sulla proporzione dei sessi alla nascita, ha tanta importanza per gli studi di demografia, che m'è sembrato prezzo dell'opera riprenderla in esame in base ai dati più recenti che mi furono comunicati dagli uffici di statistica dei vari Stati (3).

(1) *Vital Statistics as affected by the war*, « Journal of the Royal Statistical Society », Gennaio 1918, pag. 14 e seg.

(2) *The sex ratio at birth*, « The Eugenics Review », Aprile 1919.

(3) Mi sia lecito di porgere qui i miei più vivi ringraziamenti ai direttori di quegli uffici di statistica, che vollero cortesemente rispondere alle mie domande. Alcuni uffici di Stati belligeranti non furono in grado di comunicarmi i dati richiesti, da altri non ebbi risposta.

Stati belligeranti.

Nati vivi. — Per poter constatare se ed in quanto il rapporto dei sessi alla nascita sia aumentato durante gli anni di guerra, è d'uopo confrontarlo con quello degli anni precedenti il conflitto, risalendo per lo meno sino al 1906 (1). Della Francia non si sono potuti avere i dati che sino al 1915, e dell'Italia sino al 1916,

Nati vivi maschi per 1000 femmine

Anni	Impero germ. (1)	Prussia	Baviera	Sassonia	Ingh. e Galles	Scozia (2)	Irlanda	Francia (3)	Italia
1906	1054	1057	1056	1045	1041	1045	1065	1040	1057
1907	1057	1058	1059	1054	1039	1047	1052	1046	1057
1908	1054	1054	1064	1045	1036	1035	1055	1048	1055
1909	1053	1054	1047	1050	1041	1044	1054	1044	1050
1910	1053	1055	1051	1048	1040	1037	1045	1045	1052
1911	1055	1058	1054	1055	1039	1045	1064	1041	1056
1912	1059	1060	1061	1053	1040	1051	1048	1048	1054
1913	1054	1053	1059	1064	1038	1041	1045	1047	1050
1914	1056	1058	1059	1052	1035	1033	1052	1038	1051
1915	**1055**	**1059**	**1055**	**1042**	**1040**	**1047**	**1064**	**1046**	1054
1916	**1065**	**1066**	**1064**	**1065**	**1049**	**1056**	**1065**	—	**1054**
1917	**1069**	**1071**	**1060**	**1069**	**1044**	**1054**	**1052**	—	—
1918	**1073**	—	**1081**	—	**1048**	**1045**	**1047**	—	—
1919	—	—	—	—	**1060**	—	—	—	—

(1) Nei nati vivi del 1917 e 1918 non sono compresi quelli dell'Alsazia-Lorena.
(2) I dati del 1918 sono provvisori.
(3) I dati per il 1914 e 1915 si riferiscono ai soli 77 dipartimenti non invasi.

(1) Questi e gli altri rapporti per i nati morti e per il complesso dei nati, dal 1906 al 1914, sono desunti dall'« Annuaire international de Statistique », II. *Mouvement de la population (Europe)*, L'Aia, 1917; e per gli anni ivi mancanti furono da me calcolati in base ai dati sul movimento della popolazione dei vari Stati.

annate nelle quali la guerra non aveva ancora fatto risentire che molto debolmente la sua azione sulla natalità in questi due paesi. Ma per gli altri Stati i dati arrivano sino al 1918 e per l'Inghilterra e il Galles sino al 1919, e permettono quindi un esame quasi completo del fenomeno.

Nell'Impero germanico l'aumento del rapporto dei sessi oltre il livello normale s'inizia nel 1916, e il rapporto cresce poi rapidamente negli anni successivi; lo stesso avviene per la Prussia che fornisce il maggior contingente alla natalità dell'impero. In Baviera invece il rapporto del 1916 è eguale a quello del 1908, quello del 1917 inferiore non solo a quello del 1908 ma anche a quello del 1912, mentre nel 1918 la eccedenza dei nati vivi maschi è di gran lunga superiore alle normale. In Sassonia nel 1916 il rapporto supera appena di uno quello del 1913 e tende ad aumentare nel 1917. Dando minor peso ai rapporti della Baviera e della Sassonia, che si riferiscono a un numero relativamente piccolo di nascite e sono quindi soggetti a oscillazioni più forti, si può affermare che in tutto l'Impero germanico, dal 1916 al 1918, il rapporto dei sessi mostra una tendenza ben delineata e continua a crescere. In Inghilterra si osserva una tendenza analoga e il rapporto attinge un massimo nel 1919. In Scozia un vero e proprio aumento non si ha che negli anni 1916 e 1917, mentre il rapporto del 1918 è inferiore a quello dei due anni di pace 1907 e 1912. In Irlanda il rapporto del 1916 è eguale a quello del 1906 e i rapporti del 1917 e 1918 sono sensibilmente più bassi di quelli di molti anni di pace. In base ai nostri dati, più dettagliati e completi di quelli citati dal De Jastrzebski, non si può asserire che durante la guerra il rapporto sia aumentato in Irlanda. Va notato però che l'Irlanda non si può considerare alla stessa stregua degli altri Stati belligeranti, perchè ivi non vigeva la coscrizione obbligatoria che ha tanta influenza sulle nascite. In Francia nel 1915 e in Italia nel 1916 il rapporto non presenta nulla di anormale, ma per questi due paesi si tratta del primo anno di guerra e quindi i dati non consentono alcun giudizio.

Nati morti. — Nel prospetto che segue mancano naturalmente i rapporti per il Regno Unito, dove non si pubblicano notizie sui nati morti.

Le oscillazioni annuali dei rapporti sono molto ampie, perchè si tratta di numeri relativamenti piccoli; però, per quanto riguarda l'Impero germanico e la Prussia, si ha l'impressione che negli anni

Nati morti maschi per 1000 femmine

Anni	Impero germanico (1)	Prussia	Baviera	Sassonia	Francia (2)	Italia
1906	1280	1289	1265	1320	1360	1268
1907	1301	1318	1235	1380	1353	1268
1908	1288	1300	1238	1282	1335	1265
1909	1271	1265	1250	1331	1353	1265
1910	1272	1267	1286	1322	1314	1254
1911	1270	1274	1246	1308	1351	1278
1912	1261	1253	1315	1277	1317	1281
1913	1262	1259	1291	1331	1355	1295
1914	1269	1273	1246	1271	1348	1277
1915	**1239**	**1234**	**1262**	**1304**	**1313**	1274
1916	**1267**	**1269**	**1268**	**1366**	—	**1284**
1917	**1217**	**1191**	**1304**	**1385**	—	—
1918	**1241**	—	**1324**	—	—	—

(1) Nei nati morti del 1917 e 1918 non sono compresi quelli dell'Alsazia-Lorena.

(2) Nell' « Annuaire etc. » il rapporto per il 1910 è errato (1317), perchè in base ai dati ivi contenuti risulta di 1314. I dati per il 1914 e 1915 si riferiscono ai soli 77 dipartimenti non invasi.

di guerra il rapporto sia scemato. Ciò appare con maggiore evidenza, raggruppando i dati dell'Impero per periodi più estesi.

Durante la guerra l'eccedenza dei maschi risulta diminuita piuttosto sensibilmente in confronto ai periodi antecedenti. Su questa

Periodi	Nati morti Maschi per 1000 femmine
1876 - 1885	1282
1886 - 1895	1299
1896 - 1905	1282
1906 - 1914	1275
1915 - 1918	1242

diminuzione ha certamente influito la circostanza che, negli anni di guerra, la natimortalità dei maschi ha subito un aumento appena sensibile, mentre quella delle femmine è cresciuta molto più notevolmente, come si vede dai coefficenti di natimortalità per i due sessi, da me calcolati per l'Impero germanico.

Periodi	Nati morti maschi per 10.000 nati	Numero indice	Nate morte femmine per 10.000 nate	Numero indice
1906 - 1914	321	100	267	100
1915 - 1918	325	101	280	105

Nati vivi e morti. — Il rapporto, ove ciò sia possibile, va istituito più correttamente per le nascite complessive che non per i soli nati vivi.

Nati vivi e morti maschi per 1000 femmine.

Anni	Impero germanico (1)	Prussia	Baviera	Sassonia	Francia (2)	Italia
1906	1060	1063	1062	1053	1052	1065
1907	1063	1065	1063	1063	1058	1066
1908	1061	1061	1069	1053	1060	1064
1909	1059	1060	1052	1058	1056	1059
1910	1059	1061	1057	1057	1055	1060
1911	1061	1064	1059	1063	1053	1064
1912	1065	1065	1068	1060	1058	1062
1913	1060	1058	1065	1072	1059	1058
1914	1062	1064	1063	1059	1050	1059
1915	**1060**	**1064**	**1060**	**1051**	**1056**	1059
1916	**1071**	**1072**	**1069**	**1074**	—	**1062**
1917	**1073**	**1074**	**1066**	**1078**	—	—
1918	**1077**	—	**1087**	—	—	—

(1) Nel complesso dei nati del 1917 e 1918 non sono compresi quelli dell'Alsazia-Lorena.
(2) I dati per il 1914 e 1915 si riferiscono ai soli 77 dipartimenti non invasi.

L'esame dei rapporti conduce naturalmente alle stesse conclusioni, a cui si è giunti commentando i rapporti dei nati vivi. In proposito si rileva come nell' Impero germanico il rapporto sia cre-

sciuto, durante la guerra, di più per i nati vivi che per il complesso dei nati; e ciò è dovuto al forte aumento verificatosi nella natimortalità femminile.

Periodi	Nati vivi maschi per 1000 femmine	Numero indice	Complesso nati maschi per 1000 femmine	Numero indice
1906-1914	1055	1000	1061	1000
1915-1918	1064	1008	1069	1007

La guerra opererebbe quindi più intensamente ad accrescere il numero dei maschi nati vivi che quello dei maschi nati in genere.

Stati neutrali.

Nei quattro Stati neutrali considerati il rapporto dei sessi alla nascita, dal 1906 al 1918, variò come segue:

Maschi per 1000 femmine

Anni	Nati vivi				Nati morti			
	Danimarca	Norvegia (1)	Paesi Bassi	Spagna (2)	Danimarca	Norvegia (1)	Paesi Bassi	Spagna
1906	1051	1052	1040	1095	1228	1287	1208	1489
1907	1054	1065	1049	1103	1315	1229	1192	1533
1908	1038	1061	1057	1100	1218	1313	1277	1447
1909	1055	1062	1048	1098	1260	1177	1209	1495
1910	1053	1056	1060	1100	1244	1185	1258	1473
1911	1046	1056	1050	1095	1360	1282	1226	1475
1912	1055	1063	1054	1101	1284	1329	1285	1491
1913	1043	1047	1047	1095	1346	1151	1260	1478
1914	1048	1074	1056	1094	1396	1260	1213	1438
1915	1052	1043	1059	1106	1211	1367	1224	1464
1916	1055	1054	1055	1103	1220	1285	1252	1483
1917	1046	1056	1055	1096	1279	1281	1301	1404
1918	1057	—	1061	1097	1181	—	1221	1478

(1) I dati del 1917 sono provvisori.

(2) Nel 1915 in base ai dati dell' « Annuaire etc. » il rapporto è 1098; in base ai dati dell' « Anuario estadistico de Espana », anno V, 1918, è invece 1106.

Nati vivi e morti maschi per 1000 femmine

Anni	Danimarca	Norvegia (1)	Paesi Bassi	Spagna (2)
1906	1055	1057	1046	1104
1907	1059	1068	1054	1111
1908	1042	1066	1065	1108
1909	1059	1064	1054	1106
1910	1057	1059	1067	1108
1911	1052	1060	1056	1103
1912	1060	1069	1062	1110
1913	1049	1049	1054	1103
1914	1053	1078	1061	1102
1915	1055	1049	1065	1114
1916	1058	1059	1062	1112
1917	1051	1061	1063	1103
1918	1060	—	1066	1106

(1) I dati del 1917 sono provvisori.

(2) Nel 1915 in base ai dati dell' « Annuaire etc. » il rapporto è 1106; in base ai dati dell' « Anuario etc. » è invece 1114.

Considerando tanto i rapporti dei nati vivi che quelli più significativi di tutti i nati, non risulta che vi sia stato alcun aumento di nascite maschili. I rapporti degli anni di guerra oscillano generalmente entro i consueti limiti, e non pare quindi sostenibile l' asserzione del De Jastrzebski che l'aumento dei maschi *is reflected in the Netherlands and Denmark, the neutral countries nearest to the actual zone of military operations.*

In base all'analisi e al confronto dei rapporti dei sessi alla nascita si constata:

1) Negli Stati neutrali non s' è verificato negli anni di guerra alcun aumento di nascite maschili.

2) Nei due Stati belligeranti Germania e Inghilterra — che ci forniscono il materiale più attendibile, perchè comprende tutto il

periodo di guerra ed è costituito da grandi numeri — il rapporto dei nati vivi si mantiene nel primo anno di guerra al livello normale degli anni di pace; cresce poi a cominciare dal 1916, toccando un massimo, in Germania nel 1918 con un aumento di 18 sulla media del 1906-1914 che è di 1055, e in Inghilterra nel 1919 con un aumento di 21 sulla media del 1906-1914 che è di 1039.

3) Un andamento analogo mostra in Germania il rapporto di tutte le nascite, che raggiunge il massimo nel 1918 con un aumento di 16 sulla media del 1906-1914 che è di 1061, aumento questo assolutamente e relativamente minore di quello del rapporto dei nati vivi.

4) In Irlanda — uno Stato belligerante *sui generis,* in cui non esiste che l'arruolamento volontario — non risulta che negli anni di guerra il rapporto sia cresciuto.

5) In Germania il rapporto dei nati morti è diminuito notevolmente negli anni di guerra.

Vediamo ora quali argomentazioni d'indole generale e quali ipotesi intorno al problema della relazione tra la guerra e l'aumento delle nascite maschili consentano le constatazioni dianzi fatte.

Poichè non s'è avvertito alcun incremento del rapporto, nè nei paesi neutrali, nè in Irlanda, è logico ammettere che non le condizioni generiche create dalla guerra (p. e. le difficoltà d'alimentazione), le quali possono estendersi anche ai paesi non belligeranti, esercitino un'azione sulla mascolinità dei nati, ma bensì le condizioni peculiari in cui viene a trovarsi una popolazione belligerante. Infatti, un aumento di nascite maschili si osserva soltanto là, dove la guerra — in seguito all'invio al fronte di milioni di uomini in età atta alla riproduzione — ha sconvolto e radicalmente modificato la nuzialità, le relazioni sessuali tra i coniugi e le condizioni normali della generazione. Sembrerebbe quindi che l'aumento delle nascite maschili stia in relazione con l'assenza prolungata dei procreatori. Questa ipotesi è avvalorata da due circostanze: la prima, che il rapporto si mantiene inalterato nel primo anno di guerra, in cui la natalità non s'è ancora risentita che debolmente della lontananza dei prolificatori; la seconda, che il rapporto cresce con la durata della guerra e raggiunge un massimo, in Germania nel 1918, e in Inghilterra nel 1919, anno questo che rispetto alla natalità si deve considerare ancora come anno di guerra.

Un altro fenomeno su cui conviene fermare l'attenzione, è quello della diminuzione del rapporto dei nati morti, verificatasi in Germania durante la guerra, e che dipende dal maggior incremento

della natimortalità femminile. La natimortalità generale — come dimostrai in uno studio comparso in questa rivista (1) — è cresciuta, sebbene non notevolmente, in tutti i paesi belligeranti, e questo aumenio è da attribuirsi alle manifestazioni patologiche, prodotte nell'organismo materno dalla deficenza di nutrimento, da un eccessivo *surmenage* ed anche dalla mancata assistenza medica all'atto del parto. Perchè queste cause di natimortalità, determinate dalla guerra, non hanno, come la *mors* oraziana, colpito *aequo pede* tanto i maschi che le femmine? Perché anzi hanno agito con maggiore intensità su quello dei due sessi, che in tempi normali appare più refrattario alla natimortalità? Tra cielo e terra vi sono molte più cose che la nostra demografia non supponga, ma poichè non sarebbe ragionevole pensare che cause tante generiche di natimortalità, come la deficenza di nutrizione, il *surmenage* delle madri e la mancata assistenza medica al parto, abbiano prescelto le proprie vittime tra le femmine, risparmiando i maschi, conviene ammettere che qualche fattore di compensazione sia intervenuto ad attenuare la natimortalità maschile. La maggior natimortalità dei maschi, in confronto alle femmine, è generalmente attribuita, o, a una minore capacità di resistenza del sesso maschile, o, al contrario, secondo Rauber, a una maggior forza vitale del feto maschile, il quale avrebbe verso l'organismo materno « delle pretese più elevate che la madre non è sempre in grado di soddisfare » (2).

Dato l'intimo nesso che intercede tra la capacità vitale del feto e la efficenza organica delle gestanti — ove sia vera la prima ipotesi — quanto migliori saranno le condizioni dell'organismo materno tanto maggiore sarà la resistenza vitale del feto maschile; e per converso — ove sia vera la seconda — le buone condizioni organiche consentiranno alla madre di soddisfare quelle « pretese più elevate » che il feto maschile esige. Sicchè le cause generiche dell'aumento della natimortalità durante la guerra, che concorrono a menomare l'organismo materno, avrebbero dovuto, se mai, agire, *coeteris paribus*, con maggiore intensità sui feti maschili.

È noto che l'organismo della donna, esaurito dal travaglio della gestazione e del parto, richiede un periodo piuttosto lungo per ricostituirsi. Ed è perciò che il susseguirsi delle gravidanze a intervalli troppo brevi, durante i quali la donna non ha il tempo

---

(1) Franco Savorgnan, *La natimortalità negli anni di guerra*, in « Metron », vol. I, n. 2, 1 Dicembre 1920.

(2) Cfr. Friedrich Prinzing, *Handbuch der medizinischen Statistik*, Jena 1906, pag. 54.

di riacquistare la pienezza delle sue forze, pregiudica la capacità vitale dei nascituri (1), sia perchè il feto è meno resistente, sia perchè l'organismo debilitato della madre non è in grado di assolvere il compito della gestazione. Il succedersi dei parti a brevi intervalli, minori di due anni, dovrebbe quindi arrecare un pregiudizio più grave ai feti maschili, meno vitali, o più esigenti, di quelli femminili. Ora la guerra — col separare i mariti dalle mogli per lunghi periodi di tempo (2), col diminuire il numero dei nuovi matrimoni e della coppie giovani più feconde, con l'operare una maggiore restrizione volontaria delle nascite in causa delle cresciute difficoltà di vita — ha appunto l'effetto di prolungare l'intervallo tra un parto e l'altro. In Germania poi — dove prima della guerra la nutrizione artificiale era molto diffusa — la mancanza di surrogati di latte umano, verificatasi poco dopo lo scoppio delle ostilità, indusse molte madri ad allattare i propri figli (3). Poichè l'allattamento ritarda il riapparire delle mestruazione dopo il parto, e rende quindi meno probabile il concepimento, l'intervallo tra due parti dovette essere protratto anche da questa circostanza. Questo effetto dilatorio della guerra sulla successione dei parti ebbe quindi una ripercussione benefica sulle condizioni della gravidanza in genere e giovò particolarmente alla vitalità dei maschi, compensando almeno in parte, in loro riguardo, l'azione nociva delle altre cause di natimortalità. Così si spiegherebbe come la natimortalità maschile sia rimasta in Germania quasi costante durante la guerra, mentre la femminile è cresciuta.

---

(1) Il Gini ha dimostrato che « non sono dubbie le conseguenze dannose che, sulla resistenza vitale dei bambini, almeno nel primo anno di vita, esercita un troppo breve intervallo dalla nascita antecedente ». *Contributi statistici ai problemi dell'eugenica*, « Rivista italiana di Sociologia », Maggio-Agosto 1912.

(2) Le licenze accordate ai soldati non hanno raggiunto che in minima parte l'effetto sperato di provocare una ripresa della natalità. Il Boldrini ritiene « che la fecondità dei militari assenti dalle rispettive famiglie durante la guerra sia diminuita approssimativamente dieci volte di più di quanto non siasi verificato per la natalità complessiva riferita agli uomini in età feconda ». *I figli di guerra*, « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », Giugno 1919.

(3) Intorno alla diffusione della nutrizione al seno in Germania, durante la guerra, cfr. C. Gini, *Sulla mortalità infantile durante la guerra*, « Atti della Società italiana di ostetricia e ginecologia », vol. XIX, anno 1919; e C. Döring, *Die Bevölkerungsbewegung im Weltkrieg. I. Deutschland*, « Bulletin der Studiengesellschaft für sociale Folgen des Krieges », n. 4 Kopenhagen, Marzo 1919, pag. 89.

Negli anni di guerra — specialmente negli ultimi — il numero delle nascite s'è notevolmente ridotto in confronto a quello degli anni di pace. Vien fatto ora di chiedersi, se questa diminuzione, talvolta tanto considerevole da raggiungere persino il 40 o il 50%, abbia potuto influire sul rapporto dei sessi alla nascita, vale a dire, se le deviazioni dalla media, osservate nei rapporti durante la guerra, siano, o no, dovute a cause accidentali, la cui azione riesce a manifestarsi meglio in rapporti calcolati in base a numeri più piccoli di nati maschi e femmine.

Ammesso che il rapporto dei sessi alla nascita possa ritenersi costante, e che le sue variazioni dipendano unicamente da fattori accidentali, dovrebbero queste variazioni oscillare intorno ai limiti matematici dello scarto probabile in modo da non superarli nè sensibilmente, nè continuatamente (1). Per sapere quindi se il diminuito numero delle nascite possa aver esercitato una qualche influenza sulle oscillazioni dei rapporti negli anni di guerra, sarà d'uopo: ammettere che la probabilità di una nascita maschile e femminile — quale risultava nel periodo di pace — sia rimasta inalterata durante la guerra; calcolare, per ciascuno degli anni di guerra, i limiti dello scarto probabile in base a quella probabilità e al minor numero di nascite realmente verificatosi in quell'anno; e vedere se il rapporto osservato sia contenuto entro quei limiti teorici.

Siano N la media annuale delle nascite nel periodo 1906-1914, M quella dei maschi, F quella delle femmine, e sia quindi $N = M + F$; $\frac{M}{N} = p$ sarà la probabilità di una nascita maschile, e $\frac{F}{N} = q$ la probabilità di una nascita femminile in quel periodo. Considerando costanti le probabilità p e q, e applicandole al numero delle nascite n (di cui in realtà m sono maschili e f femminili) di uno degli anni di guerra, le nascite maschili risulteranno $np = m'$ e le femminili $nq = f'$. L'errore probabile sarà quindi

$$e = \pm 0{,}4769 \sqrt{2\,npq}$$

Il numero delle nascite machili, così calcolato, oscillerà tra $m' \pm e$; quello delle femminili tra $f' \mp e$; e il rapporto dei sessi alla nascita (maschi per 1000 femmine) tra il limite superiore

$$\frac{1000\,(m' + e)}{f' - e} \text{ e il limite inferiore } \frac{1000\,(m' - e)}{f' + e}$$

---

(1) Cfr. Rodolfo Benini, *Principii di statistica metodologica*, Torino, 1906, pag. 224.

Ciò fatto si esaminerà se il rapporto $\frac{1000\,m}{f}$ osservato in quel anno di guerra stia, o no, entro quei due limiti matematici.

In base a questa ipotesi si sono eseguiti i relativi calcoli per i nati vivi, per i nati morti e per il complesso dei nati nell'Impero germanico, in Prussia, in Baviera e in Sassonia; e per i nati vivi in Inghilterra e Galles, in Scozia e in Irlanda, durante gli anni di guerra (1). Nei seguenti prospetti i rapporti osservati che non rientrano nei limiti dello scarto probabile, sono indicati in grassetto:

---

(1) In base alle medie del periodo 1906-1914 la probabilità di una nascita maschile e femminile era:

	Nati vivi %		Nati morti %		Nati vivi e morti %	
	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
Impero germanico .	51,34	48,66	56,05	43,95	51,48	48,52
Prussia	51,37	48,63	56,10	43,90	51,51	48,49
Baviera	51,38	48,62	55,81	44,19	51,50	48,50
Sassonia	51,26	48,74	56,79	43,21	51,45	48,55
Inghilterra e Galles .	50,95	49,05	—	—	—	—
Scozia	51,03	48,97	—	—	—	—
Irlanda	51,30	48,70	—	—	—	—

I limiti del rapporto in base allo scarto probabile, e il rapporto osservato erano, nello stesso periodo, i seguenti:

Maschi per 1000 femmine

	Nati vivi		Nati morti		Nati vivi e morti	
	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione
Impero germanico	1056 - 1054	1055	1282 - 1268	1275	1062 - 1060	1061
Prussia	1057,7 - 1055,1	1056,4	1287 - 1269	1278	1063,6 - 1061	1062,3
Baviera . . .	1060 - 1054	1057	1285 - 1241	1263	1065 - 1059	1062
Sassonia . . .	1056 - 1048	1052	1341 - 1288	1314,5	1064 - 1056	1060
Inghil. e Galles .	1040,2 - 1037,3	1038,75	—	—	—	—
Scozia	1046 - 1038	1042	—	—	—	—
Irlanda . . .	1057,8 - 1049	1053,4	—	—	—	—

Nati vivi maschi per 1000 femmine

Anni	Impero germanico		Prussia		Baviera		Sassonia	
	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione
1915	1056 - 1054	1055	1058 - 1055	**1059**	1060 - 1053	1055	1057 - 1047	**1042**
1916	» - »	**1065**	» - »	**1066**	1061 - 1052	**1064**	1058 - 1046	**1065**
1917	» - »	**1069**	» - »	**1071**	» - »	1060	1058 - 1045	**1069**
1918	» - »	**1073**	—	—	» - »	**1081**	—	—

Nati morti maschi pér 1000 femmine

Anni	Impero germanico		Prussia		Baviera		Sassonia	
	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione
1915	1284 - 1267	**1239**	1288 - 1268	**1234**	1290 - 1237	1262	1346 - 1282	1304
1916	1285 - 1266	1267	1290 - 1266	1269	1294 - 1233	1268	1353 - 1276	**1366**
1917	1286 - 1265	**1217**	1291 - 1265	**1191**	1296 - 1232	**1304**	1359 - 1273	**1385**
1918	1286 - 1265	**1241**	—	—	1295 - 1233	**1324**	—	—

Nati vivi e morti maschi 1000 femmine

Anni	Impero germanico		Prussia		Baviera		Sassonia	
	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione
1915	1062 - 1060	1060	1064 - 1061	1064	1065 - 1058	1060	1065 - 1055	**1051**
1916	» - »	**1071**	» - »	**1072**	1066 - 1058	**1069**	1066 - 1054	**1074**
1917	» - »	**1073**	» - »	**1074**	» - »	1066	1066 - 1053	**1078**
1918	» - »	**1077**	—	—	» - »	**1087**	—	—

Nati vivi maschi per 1000 femmine

Anni	Inghilterra e Galles		Scozia		Irlanda	
	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione	Limite Super. - Infer.	Osservazione
1915	1040 - 1037	1040	1046 - 1038	**1047**	1058 - 1049	**1064**
1916	» - »	**1049**	» - »	**1056**	» - »	**1065**
1917	» - »	**1044**	1047 - 1038	**1054**	» - »	1052
1918	» - »	**1048**	» - »	1045	» - »	**1047**
1919	» - »	**1060**	—	—	—	—

Il confronto tra i rapporti-limite e i rapporti osservati ci mostra che le deviazioni dalla media, verificatesi nei rapporti dei sessi durante la guerra, non possono attribuirsi all'azione di cause accidentali. Il minor numero di nascite — come del resto era da aspettarsi — non ha influito affatto sui limiti dello scarto probabile (1) là, dove, nonostante la diminuzione della natalità la cifra dei nati costituiva pur sempre un grande numero; e anche là, dove i numeri erano più piccoli, la distanza tra i rapporti-limite è cresciuta solo di poco. I rapporti osservati dei nati vivi e del complesso dei nati, sorpassano quasi dovunque (eccettuate l'Irlanda e nel 1918 la Scozia), dal 1916 in poi, il limite superiore dello scarto probabile. Questo aumento continuato e piuttosto notevole del rapporto negli anni di guerra — data la stabilità quasi perfetta delle serie dei rapporti dei sessi nelle nascite, constatate in passato da molti autori (2), stabilità che giustificava l'ipotesi di una probabilità costante delle nascite maschili e femminili entro certi limiti di tempo e di spazio — è quindi da ascriversi unicamente all'entrata in azione di una causa nuova e perturbatrice della fissità del rapporto, causa questa che dev'esser messa in relazione col fenomeno della guerra.

---

(1) I rapporti-limite si sono calcolati, arrotondando l'ultima cifra; e l'influenza della diminuzione dei nati viti e del complesso dei nati nell'Impero germanico, in Inghilterra ecc., sarebbe risentita appena dalla quinta cifra dei rapporti-limite, ciò che per i nostri scopi è del tutto trascurabile.

(2) Intorno alla stabilità del rapporto dei sessi cfr. Benini, l. c. pag. 226, e Gini, l. c. pag. 76-136, dove la questione è profondamente e minuziosamente studiata.

In quanto ai nati morti, nell'Impero Germanico e in Prussia, il rapporto osservato negli anni di guerra è quasi sempre minore del limite inferiore dello scarto probabile, salvo nell'anno 1916 in in cui però poco vi si scosta.

Anche questa analisi più rigorosa delle variazioni del rapporto dei sessi durante il periodo della guerra — fatta in base a una applicazione del calcolo di probabilità, tenendo conto della diminuzione delle nascite — viene a confermare pienamente le considerazioni che si sono svolte dianzi, e precisamente:

1) Il rapporto per i nati vivi e per il complesso dei nati, è aumentato, superando sempre e notevolmente il limite dello scarto probabile, soltanto negli Stati veramente belligeranti e non p. e. in Irlanda;

2) L'aumento reale s'è iniziato nel 1916;

3) Il rapporto dei nati morti in Germania è disceso molto al di sotto del limite inferiore dello scarto probabile, ed è quindi legittimo ritenere che tale diminuzione non sia effetto di sole cause accidentali e secondarie.

Constatato che negli anni di guerra vi fu realmente un notevole incremento di nascite maschili, non imputabile a fattori accidentali, conviene ricercare in quanto la guerra, o meglio il complesso di condizioni d'ordine sociale e demografico da essa creato, abbia potuto influire sul rapporto sessuale dei nati. Anzitutto è d'uopo sbarazzare il campo da alcune ipotesi già avanzate per spiegare le relazioni intercedenti tra la guerra e l'aumento della proporzione dei nati maschi.

Delle teorie teleologiche più antiche, intorno a un meccanismo regolatore dal rapporto dei sessi nelle nascite, le quali presuppongono una *vis medicatrix naturae*, una legge di compensazione e così via, fu già fatta giustizia (1), nè vale la pena di occuparsene poichè, mancando di ogni base scientifica, non sono nè sperimentalmente, nè logicamente controllabili.

Recentemente fu tratta dall'oblio e rimessa in onore l'idea del Ploss, che, quando l'alimentazione è deficente, eccede nelle nascite il sesso maschile, tanto che questo fu chiamato *il sesso della fame*. L'aumento delle nascite maschili durante la guerra sarebbe quindi

---

(1) Cfr. Gini, l. c. pag. 331-370, dove si dimostra che le teorie di Oettingen e di Düsing intorno a un meccanismo regolatore del sesso sono «assolutamente infondate» pag. 336.

dovuto agli stenti e allo privazioni imposti ai popoli belligeranti. A questa ipotesi sembra attenersi lo STEVENSON (1), il quale traccia un diagramma del livello dei prezzi e del rapporto dei sessi alla nascita per gli anni 1876-1919 da cui risulta uno stretto parallelismo tra l'andamento delle due curve. « *Prices, of course, have such bearing upon the physical conditions of the population that it is quite conceivable that their fluctuations have entailed corresponding changes in some of the factors influencing sex ratio, whatever these may be. Presumably the coincidence of the great increases during 1916-1919, both in prices and in the proportion of male births, is more than accidental, as we know that the war accounts for the former and must suspect it of being in some way responsible for the latter* ». Cosi scrive lo STEVENSON, concludendo che si limita a richiamare l'attenzione degli studiosi sul fatto, senza voler discutere la questione dell'influenza dei prezzi sulle condizioni biologiche.

Già il GINI (2) aveva dimostrato che la quantità di nutrimento non esercita nessuna influenza sul sesso dei nati, e che la grossolana correlazione, osservata talvolta tra la percentuale dei maschi e il prezzo del grano dell'anno precedente, non può essere una relazione di causalità, « poichè il rapporto dei sessi, che non è influenzato dalle carestie, tanto meno può esserlo dalle oscillazioni del mercato annonario », ma solo di concomitanza. Il parallelismo riscontrato dallo STEVENSON nulla significa, perchè il vertiginoso aumento dei prezzi negli anni 1916-1919 non fu causato da una adeguata rarefazione della offerta di prodotti alimentari, ma, in massima parte, dalla svalutazione del medio circolante, dovuta alle continue emissioni di carta-moneta. Sarebbe quindi stato più corretto e proficuo indagare se in quegli anni vi sia stato una relazione indiretta tra consumi e proporzione dei maschi alle nascite. Ma, anche per tal via, è probabile che non si sarebbe potuto giungere ad alcun risultato, poichè è notorio che i redditi di vastissime categorie della popolazione inglese aumentarono circa di pari passo con i prezzi, sicchè lo *standard of life* non ebbe a subire delle gravi depressioni.

Ora, se mai, anche secondo coloro che accettano la teoria delle carestie, ci vuol proprio *la fame* perchè aumenti l'eccedenza dei

---

(1) *Eighty-second Annual Report of the Registrar-General of Births, Deaths, and Marriages in England and Wales*, 1919, pag. XXXI.

(2) Cfr. l. c. pag. 235 e segg.

maschi. Furono le sofferenze della popolazione inglese tanto grandi da giustificare l'ipotesi della fame? Non sembra. Anzi il MALLET (1), nel discorso presidenziale dianzi ricordato, constatando la situazione relativamente buona dell'Inghilterra dal punto di vista demografico, asseriva ch'essa era da attribuirsi anzitutto « *to the generally diffused well-being produced by constant employment and high wages which lavish outpouring of public money has made possible* ». Come si può parlar di fame quando il benessere è diffuso, gli operai sono occupati e i salari sono alti? Se il roseo quadro, che il MALLET ci fa della vita inglese, corrisponde alla realtà, sarebbe da aspettarsi che gli inglesi invece dei quattro pasti giornalieri, che fanno normalmente, ne abbiano presi durante la guerra otto. Del resto anche il DE JASTRZEBSKI, nel suo articolo, nega recisamente, almeno per quanto concerne l'Inghilterra, la veridicità della ipotesi della fame.

Un'altra spiegazione fu affacciata da Sir SHIRLEY MURPHY, nella discussione che seguì al discorso del MALLET, e precisamente: che la causa dell'aumento nella proporzione dei nati maschi poteva, tra altro, ricercarsi nel fatto che i primogeniti sono con maggiore frequenza maschi che femmine, e che la percentuale dei primogeniti tra i nati fu durante la guerra più elevata che in tempi normali (2). Da un punto di vista generale non mi pare che si possa dire che la guerra abbia prodotto un aumento di nascite di primogeniti. Ritengo invece che abbia avuto un effetto del tutto contrario, e ciò per due motivi: *a*) per la fortissima diminuzione verificatasi nella nuzialità (p. e. in Francia e in Germania) diminuzione che fu circa in media del 50 % in confronto alle annate di pace; *b*) per la mancata prolificazione di molte coppie matrimoniali di recente formazione in causa delle improvvise chiamate sotto le armi di un notevole numero di giovani mariti subito dopo la celebrazione delle nozze (3). Alcuni dati concernenti le nascite legittime nella città di Berlino confermano (4), almeno per il periodo 1915-1917, la mia ipotesi (vedi pag. 155).

---

(1) Cfr. l. c. pag. 32.

(2) Cfr. « Journal of the Royal Statistical Society », Gennaio 1918, pag. 37.

(3) Cfr. il mio articolo in « Metron », dianzi citato, in cui la questione è già stata studiata.

(4) I dati riportati nel prospetto sono desunti da un articolo del Dott. HANS GURADZE, *Die Wirkungen des Weltkrieges auf die deutsche Bevölkerungsentwicklung*, in « Zeitschrift für Sexualwissenschaft », Aprile 1919, pag. 5.

A Berlino vi fu dunque negli anni di guerra una sensibile diminuzione della frazione di primogeniti, e soltanto nel 1918 si nota un aumento in confronto al 1913-1914, che il GURADZE attribuisce ai matrimoni recenti, mettendo in dubbio però che possa mantenersi allo stesso livello negli anni successivi in causa della situazione economica generalmente sfavorevole.

Per quanto riguarda l'Inghilterra nulla ci consta intorno alle oscillazioni della percentuale di primogeniti. Potrebbe darsi, però,

Anni	Percentuale di primogeniti tra i nati vivi legittimi
1913	36,70
1914	36,99
1915	33,37
1916	33,08
1917	36,05
1918	41,13

che l'aumento notevole del numero di matrimoni nel 1915 (1914 matrimoni 294.000, 1915 matrimoni 361.000), provocato dal sistema di arruolamento di Lord Derby, secondo il quale solo i celibi venivano chiamati alle armi (1), e la lenta diminuzione della nuzialità nel 1916-1917 (1916 matr. 280.000, 1917 matr. 258.000), abbiano prodotto nella frazione di nati primogeniti delle variazioni diverse da quelle riscontrate a Berlino. In ogni modo, pur ammettendo che la mascolinità sia più elevata tra i primogeniti — il che non è ancora pienamente provato — e che la percentuale di primogeniti sia raddoppiata in Inghilterra durante gli anni di guerra — il che sarebbe molto esagerato — il rapporto dei sessi alla nascita dovrebbe esser cresciuto, secondo il DE JASTRZEBSKI, tutt'al più di una unità.

Possiamo quindi concludere tranquillamente che anche l'ipotesi dell'aumento dei nati primogeniti è del tutto infondata, e cercare altrove la spiegazione dell'aumento del rapporto dei sessi durante la guerra.

---

(1) Cfr. FRANCO SAVORGNAN, *L'influence de la guerre sur le mouvement naturel de la population*, in « Scientia », Maggio 1919.

Per giudicare della proporzione dei sessi e delle sue eventuali variazioni, non basta sapere quale sia il rapporto sessuale dei nati vivi e del complesso dei nati vivi e morti, ma sarebbe d'uopo conoscere anche quello di tutti i concepiti. In ciò convengono tanto gli statistici che i biologi (1).

Per quanto riguarda la specie umana si sa che prima della nascita ha luogo una vera e propria eliminazione selettiva del sesso maschile. Tra i nati morti i maschi sono molto più numerosi che tra i nati vivi (circa 130 per 100 femmine); e tra gli aborti il rapporto cresce molto di più. Quantunque le notizie intorno al sesso degli aborti siano scarse e frammentarie — e ciò non solo per la mancanza di rilevazioni statistiche estese nel tempo e nello spazio, ma anche perchè la determinazione del sesso negli aborti si può fare macroscopicamente soltanto a partire dal terzo mese — pure s'è ormai universalmente accettata la proporzione di 160 maschi per 100 femmine (2). Quindi l'eccedenza dei maschi nei concepimenti dev'esser superiore a quella nelle nascite. Già il Bernouilli lo aveva riconosciuto nel 1841, proponendo per i concepimenti un rapporto di 108,2; il Prinzing poi, in base a dati più numerosi e più attendibili elevava codesto rapporto a 110 maschi per 100 femmine (3).

Ora, se, per un qualsiasi concorso di circostanze, la selezione prenatale diventa meno intensa, vale a dire se un numero maggiore di frutti giunge a maturità, è ovvio che il rapporto sessuale dei nati vivi e del complesso dei nati si sposterà a favore dei maschi, che vengono concepiti con frequenza molto maggiore di quella delle femmine.

Ciò premesso, conviene esaminare se la perturbazione, arrecata dalla guerra alle condizioni normali della procreazione antebellica, abbia influito nel senso di attenuare l'eliminazione prenatale in genere e quella dei maschi in ispecie. Se si potesse — non dico

---

(1) Così p. e. il biologo Richard Goldschmidt, *Mechanismus und Physiologie der Geschlechtsbestimmung*, Berlino, 1920, scrive: « Es ist selbstverständlich dass irgend welche Schlüsse aus einem Zahlenverhältniss nur gezogen werden können, wenn das Schicksal sämtlicher befruchteter Eier bekannt ist », pag. 243.

(2) Il Prinzing l. c. pag. 41, sommando insieme dati desunti da varie fonti (in tutto 24.300 aborti), fissa il rapporto dei sessi negli aborti a 162,1 maschi per 100 femmine. Anche il Goldschmidt, nel lavoro dianzi citato, accoglie questo rapporto.

(3) l. c. pag. 79.

dimostrare tale ipotesi — ma almeno trovare degli indizi che la avvalorino, l'aumento nella proporzione delle nascite maschili durante la guerra troverebbe una spiegazione molto più semplice e logica di quelle sinora proposte.

S'è già rilevato come la guerra abbia creato nei paesi belligeranti un complesso di condizioni demografiche (assenza prolungata dei mariti, rarefazione dei nuovi matrimoni, restrizione volontaria della prole, diffusione dell'allattamento materno etc.), per cui risultò allungato l'intervallo tra un parto e l'altro, e come questo effetto dilatorio sulla successione dei parti abbia esercitato una influenza favorevole sull'andamento della gravidanza e sulla vitalità dei nascituri, consentendo all'organismo materno un tempo più lungo per riaversi dai travagli della precedente gestazione. Questo, come s'è visto, è stato certamente uno dei fattori — e forse il principale — che ha, sino a un certo punto, compensato durante la guerra l'azione delle cause di maggior natimortalità. E sotto questo aspetto ha giovato di più ai maschi, più esigenti o meno vitali, che dir si voglia, che alle femmine. Quantunque le nostre cognizioni intorno alle vere cause della natimortalità e dell'aborto siano tuttora scarse e incerte, pure sembra verosimile — ed è anche generalmente ammesso — che le malattie materne, che producono la natimortalità, sono le stesse che provocano l'aborto (1). Se la prolungazione dell'intervallo tra un parto e l'altro servì ad attenuare la natimortalità, a maggior ragione, devesi ritenere che abbia operato a diminuire il numero degli aborti (2). Ne viene di conseguenza che, se la frequenza degli aborti fu per questo motivo minore negli anni di guerra, l'eccedenza dei maschi nelle nascite dovette avvicinarsi sempre più a quella cifra di 110, segnata dal rapporto sessuale dei concepimenti. Si aggiunga inoltre che — risultando dalle precedenti indagini sulla natimortalità in Germania che,

---

(1) Cfr. in proposito PRINZING l. c. pag. 48 e seg.

(2) Poichè nella letteratura mancano dei dati concreti intorno all'influenza che il prolungamento dell'intervallo tra due parti successivi può avere sugli aborti, ho interpellato in proposito il prof. EMILIO ALFIERI, direttore della Clinica ostetrico-ginecologica della R. Università di Pavia, il quale con cortese premura, di cui gli sono grato, rispose alla questione da me posta così: « essere cognizione comune che l'interruzione abortiva non è rara quando il concepimento avviene durante l'allattamento, ed anche il fatto, accertato pure dallo STRASSMANN e dal VIANA, che il breve intervallo dalla gravidanza precedente predispone all'inserzione dell'uovo sul segmento inferiore dell'utero, che è pure condizione favorevole al distacco dell'uovo, e quindi all'interruzione abortiva ».

dal prolungamento dell'intervallo tra due parti, i maschi ritrassero un maggior beneficio — è lecito congetturare che lo stesso si sia verificato per gli aborti. Donde un'altra ragione per la quale il rapporto è aumentato negli anni di guerra.

Per queste considerazioni mi sembra che la causa dell'aumento delle nascite maschili durante la guerra sia da ricercarsi nel fatto che — per la diminuzione degli aborti in genere e dei maschili in ispecie, dovuta all'azione benefica esercitata sull'organismo materno dal protrarsi dell'intervallo tra due parti successivi — il rapporto sessuale delle nascite tendeva a raggiungere il limite del rapporto sessuale dei concepimenti.

A conferma della veridicità di questa ipotesi, valgano le seguenti osservazioni:

1) Il rapporto aumenta soltanto là dove, in seguito alla mobilitazione generale e all'assenza prolungata dei procreatori, crebbe l'intervallo tra i parti, e non nei paesi neutrali nè in Irlanda, dove non v'era motivo che quell'intervallo si allungasse;

2) L'aumento del rapporto non s'inizia subito nel primo anno di guerra, ma appena nel 1916, cioè solo quando incominciano a manifestarsi gli effetti benefici del prolungamento dell'intervallo tra i parti sugli aborti;

3) Dopo il 1916 il rapporto ha generalmente una tendenza a crescere, attingendo il *maximum* nell'ultima annata considerata, appunto perchè, col perdurare dalla guerra, l'intervallo tra due parti diventa sempre più lungo;

4) Il rapporto sessuale dei nati morti è diminuito negli anni di guerra, perchè la frequenza relativa della natimortalità femminile è stata più elevata che in tempo di pace, mentre quella maschile è rimasta pressochè costante. Il prolungamento dell'intervallo tra due parti gioverebbe quindi, a quanto pare, più alla vitalità dei maschi che a quella delle femmine.

Queste osservazioni non hanno naturalmente che un valore indiziario e ristretto ai due soli paesi, Germania e Inghilterra, a cui si riferiscono. Converrà pertanto controllarle, quando si po-

tranno avere anche i dati degli altri Stati belligeranti per tutto il periodo della guerra (1).

---

(1) Dopo scritta questa memoria mi pervennero ancora alcuni dati che si riferiscono all' Italia, alla Finlandia ed al Portogallo.

ITALIA Nati maschi per 1000 femmine			
Anni	Vivi	Morti	Vivi e morti
1917	1060	1252	1067
1918	1053	1238	1062
1919	1053	1284	1063

I rapporti per il 1917 furono calcolati in base ai dati cortesemente comunicatimi dal Comm. Aschieri, direttore dell' Ufficio centrale di statistica, quelli per il 1918 e 1919 in base ai dati contenuti nella pubblicazione del Ministero per il lavoro e la previdenza sociale *Movimento della popolazione negli anni 1918 e 1919*, Roma 1921. Nel 1917 il rapporto per i nati vivi e per il complesso dei nati è superiore a tutti i rapporti dal 1906 in poi, nel 1918 e 1919 il rapporto è invece normale ; in quanto ai nati morti nel 1917 e 1918 il rapporto è inferiore a quelli delle annate precedenti.

FINLANDIA Nati maschi per 1000 femmine			
Anni	Vivi	Morti	Vivi e morti
1906	1057	1343	1063
1907	1053	1308	1058
1908	1064	1206	1067
1909	1056	1256	1060
1910	1055	1244	1060
1911	1075	1254	1079
1912	1062	1221	1066
1913	1068	1231	1072
1914	1058	1317	1064
1915	1059	1281	1064
1916	1057	1314	1063
1917	1061	1358	1068

L'ipotesi dianzi formulata — mentre spiega molto pianamente e senza ricorrere a enunciazioni azzardate e fantastiche intorno alle determinazione del sesso, la ragione dell'aumento del rapporto negli anni del conflitto — mostra come la relazione tra la guerra e l'accrescimento delle nascite maschili sia soltanto indiretta, in quanto la situazione creata dalla guerra rispetto alla prolificazione ha prodotto un allungamento dell'intervallo tra un parto e l'altro. Quindi, non la guerra soltanto, ma qualunque altro fenomeno, che venisse ad alterare improvvisamente nello stesso senso lo stato normale delle relazioni sessuali e della generazione, determinerebbe effetti analoghi, vale a dire un aumento di mascolinità nelle nascite.

Cagliari R. Università.

I rapporti per il 1916 e 1917 furono desunti dall'Annuario statistico della Finlandia. Nè il rapporto per i nati vivi, nè quello per il complesso dei nati segnano degli aumenti negli anni di guerra.

PORTOGALLO
Nati maschi per 1000 femmine

Anni	Vivi	Morti	Vivi e morti
1906	1073	1526	1078
1907	1087	1378	1091
1908	1069	1511	1074
1909	1059	1536	1064
1910	1075	1470	1079
1911	1047	1327	1052
1912	1045	1336	1054
1913	—	—	—
1914	1052	1215	1058
1915	1055	1305	1064
1916	1056	1320	1066
1917	1056	1247	1064
1918	1067	1296	1076
1919	1059	1289	1068

I dati per gli anni 1914-1919, in base ai quali furono calcolati i rapporti, mi furono gentilmente trasmessi dal Prof. Corrado Gini. Negli anni di guerra i rapporti non presentano nulla di anormale. Però la rilevazione delle nascite dev'essere in Portogallo alquanto manchevole, e i dati mi sembrano pertanto poco attendibili. A dimostrarlo basterà citare le seguenti cifre: nel 1910 i nati vivi furono 186.953 e i nati-morti 2732 — e circa la stessa proporzione si riscontra negli anni antecedenti — mentre nel 1914 i nati vivi furono 193.942 e i nati-morti 8186 — e circa la stessa proporzione si riscontra negli anni successivi.

Per quanto riguarda la Finlandia e il Portogallo conviene tener presente che si tratta di Stati, che sono belligeranti più di nome che di fatto.

Livio Livi

Un' inchiesta sui bilanci di famiglie borghesi

1. — Ho pensato di portare un primo contributo statistico allo studio delle modificazioni intervenute nelle condizioni della borghesia, ricercando, per uno stesso gruppo di famiglie, le spese sostenute nel 1914, ultimo anno normale, con quelle sostenute nel 1920, che è lecito sperare sia stato l' anno in cui la crisi economica abbia raggiunto il colmo della sua fase ascendente.

Espongo qui appresso i risultati di questa mia inchiesta, non senza un certo compiacimento, il quale mi deriva dal fatto di aver condotto a termine da solo una impresa che mi pareva sproporzionata alle mie forze, e di aver ricavato delle cifre sufficientemente esatte, di cui ogni cultore di questo genere di studi deve aver lamentato la mancanza.

Molte notizie si hanno infatti sul rincaro di tutti i generi di consumo ed anche sulle ripercussioni di questo rincaro nei bilanci di famiglie operaie, ma quello che accadeva nelle tranquille mura abitate da borghesi, non ha finora attratto molto l' attenzione dei pubblici uffici, nè ha attratto quella dei nostri studiosi, portati, per quella generosità che è dote della scienza, a studiare più i mali degli altri che quelli proprî.

È risaputo come in indagini di questo genere, sia ben difficile raccogliere un materiale esatto. Le pubbliche autorità sembrano le meno atte per simili ricerche, giacchè, per il sospetto di un recondito scopo fiscale in tutte le inchieste che provengono da esse, o per la naturale tendenza a fare apparire più compassionevoli le proprie condizioni, le risposte sono destinate ad essere non troppo sincere.

Ma anche quando l'inchiesta è compiuta da un privato, se egli non sa bene predisporre il terreno, non diminuisce molto la proba-

bilità di risposte erronee. Infatti egli incorre nel pericolo di raccogliere notizie più rosee del vero, per il comprensibile ritegno degli interrogati a svelare ad estranei le proprie miserie; come pure può darsi che l'interrogato, intuito lo scopo dell'indagine e fattolo proprio, accentui con risposte non sincere, quelle restrizioni o quelle lamentate condizioni che l'interrogante si prefiggeva di rilevare.

Se, nonostante queste gravi difficoltà, ritengo di aver raccolto delle cifre esatte, è perchè posi ogni accorgimento nella eliminazione di questi ostacoli, scegliendo con cura le persone da interpellare, inviando il questionario a persone che presumibilmente avessero la consuetudine di registrare le loro spese, facendo loro comprendere la necessità di una risposta sincera, facendo mantenere l'anonimo nella risposta ed infine sottoponendo ad una critica preliminare le risposte avute, per scartare quelle troppo grossolane o anche parzialmente alterate, cosa non difficile a scoprirsi da chi abbia un po' di familiarità con le cifre.

2. — La mia inchiesta riguarda l'elemento della borghesia più scelto dal punto di vista intellettuale. Nelle risposte che ho elaborato, credo abbiano la preponderanza quelle di alti impiegati, di professori universitari o di scuole medie e di colti professionisti.

La scheda a stampa che distribuii conteneva due prospetti, il primo atto a raccogliere le spese annue del 1914 e del 1920 per venticinque voci (1), il secondo il numero delle persone della famiglia, compresi i servitori, distinte per sesso e per età (espressa questa in tre grandi classi: individui sotto i 5 anni; di 5-15 anni; e di 15 anni e più).

Le schede distribuite furono 207, le risposte avute 72, ma dovetti scartarne 21 perchè incomplete o perchè mi parvero troppo grossolane o errate. Le altre 51 sono certamente sincere ed esatte; molte, compilate da persone che tenevano in ordine i loro conti, portano le cifre fino al centesimo.

Questi bilanci descrivono il regime di vita di quasi trecento persone appartenenti, come dicevo, al ceto più colto della nostra

---

(1) Nella successiva elaborazione ne ho riunite insieme qualcuna: ho fuso la spesa per il medico con quella per le medicine, la spesa per i trasporti su tramvie, con quella per altri trasporti e le tasse scolastiche con la spesa per istruzione, giornali ecc. Inoltre ho escluso dai bilanci le imposte di ricchezza mobile e sui terreni e fabbricati, che erano specificate nella scheda.

popolazione. La loro distribuzione per sesso e per età era la seguente:

Età (anni)	1914			1920		
	Maschi	Femmine	Totale	Maschi	Femmine	Totale
0 — 5	11	6	17	7	6	13
5 — 15	16	19	35	17	11	28
oltre 15	89	143	232	88	149	237
Totale	116	168	284	112	166	278

La spesa complessiva del 1914 fu di L. 443.578; quella del 1920 di L. 1.126.202.

In quanto al luogo di provenienza delle risposte, dirò che ne ebbi 14 da Roma, 12 da Firenze, 12 da Modena, 6 da Genova, 4 da Reggio Emilia, ed una da Milano, da Padova e da Catania.

Il materiale che ho raccolto mi pare dunque abbastanza vasto e convenientemente distribuito nelle varie parti del Regno. Il gruppo di famiglie studiato è certamente, anche per condizioni economiche, al di sopra del comune livello della borghesia presa nel suo insieme. Infatti la spesa media per famiglia risultò nel 1914 di L. 8698 e nel 1920 di L. 22.082 (escluse le imposte governative), e, tenendo conto della normale retribuzione del lavoro intellettuale a queste due date diverse, tali cifre mi sembrano sensibilmente superiori a quelle che si riscontrerebbero nella gran massa dei borghesi. Per di più, dodici delle famiglie osservate pagavano imposte per terreni o fabbricati; è chiaro dunque che la mia inchiesta riguarda un elemento che prima della guerra poteva dirsi in floride condizioni economiche.

3. — Date così le prime generiche informazioni sul materiale raccolto, passerò a dire qualcosa del metodo seguito nella successiva elaborazione.

Per poter confrontare i bilanci per gruppi o tempi diversi, ho calcolato, secondo il sistema in uso, la spesa sostenuta per unità di consumo, la qual somma si ottiene esprimendo il numero dei membri con un coefficiente d'importanza variabile secondo l'età

ed il sesso e dividendo la spesa sostenuta per la somma di questi coefficienti. Il maschio adulto viene ragguagliato all' unità, alle femmine adulte, è attribuito un coefficiente un poco più basso, e per gli adolescenti ed i fanciulli, il coefficiente viene ridotto in proporzione dell' età.

Tra gli studiosi vi è però una notevole discordanza nella attribuzione di questi coefficienti (1); per conto mio ho preferito seguire più da vicino la scala di misura adottata nell' ottimo lavoro del RUBIN, anche perchè mi parve adattarsi meglio a consumi diversi da quelli alimentari. Ho così fissato come unità di consumo il maschio in età superiore ai 15 anni, ho attribuito un coefficiente di 0,8 alle femmine di pari età ; e, senza far distinzione del sesso, un coefficiente di 0,5 ai ragazzi dai 5 ai 15 anni e di 0.35 a quelli in età inferiore ai 5 anni.

Poichè è interessante conoscere le modificazioni intervenute nei consumi di queste famiglie a seconda della loro maggiore o minore floridità economica, ho cominciato col raggruppare i bilanci del 1920 in cinque gruppi, secondo la spesa annua incontrata per unità di consumo, escludendo però dal computo le persone di servizio. Ho perciò diviso la spesa complessiva di ciascun bilancio per il numero delle unità, calcolato sui soli membri appartenenti alla famiglia del capo di casa (2). Per brevità chiamerò queste unità: *unità padronali di consumo.*

Ecco le caratteristiche generali di questi cinque gruppi quali risultarono nel 1920 e nel 1914.

---

(1) Il RUBIN, nel suo studio *Consommation de familles d' ouvriers danois* (« Bull. de l' Inst. Int. de Statistique » Tome XIII 3.me livr. pag. 27) ha adottato dei coefficienti che variano per ogni anno d'età fino al 18° anno, avendo fissato come unità il maschio in età superiore ai 18 anni ; ne riporto qui qualcuno: pei maschi di 1 anno: 0.22, di 5 anni : 0.43, di 15 anni : 0.74, di 18 anni : 0.82. Per le femmine i coefficienti sono ridotti di $^1/_5$.

L' ATWATER (mantenendo come unità il maschio adulto) ha più grossolanamente applicato i seguenti coefficienti : per la femmina adulta : 0.80; per un ragazzo (maschio o femmina) di 10-15 anni : 0.70 ; idem sotto i 10 anni 0.50 (vedi *Le variazioni dei salari*, ecc. Pubblic. dell' Ufficio Comunale del Lavoro di Milano. 2ª Edizione, pag. 44).

La Commissione scientifica interalleata per l' alimentazione, adottò invece coefficienti più elevati. Eccoli :

Maschio oltre i 14 anni	1.—
Femmina oltre i 10 anni.	0.83
Maschio da 10-14 anni	0.83
Fanciulli e fanciulle di 6-10 anni	0.70
» » » fino a 6 anni	0.50

(2) Devo confessare che nella compilazione della scheda ero incorso in una grave omissione che fortunatamente ho potuto riparare. Non mi ero curato, cioè, di far tenere distinti i domestici nelle risposte relative al

TABELLA I.

	Bilanci in cui nel 1920 la spesa per unità padronale era										In complesso	
	A inferiore a L. 4000 (7 bilanci)		*B* tra L. 4000 e 6000 (19 bilanci)		*C* tra L. 6000 e 8000 (15 bilanci)		*D* tra L. 8000 e 10000 (6 bilanci)		*E* oltre Lire 10000 (4 bilanci)			
	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920
Numero dei membri . . .	47	45	107	105	72	73	36	32	22	23	284	278
» dei padroni . . .	43	43	92	90	57	58	27	23	14	14	233	228
di cui maschi adulti. . . .	15	18	34	30	20	21	14	13	6	6	89	88
Numero dei servitori . . .	4	2	15	15	15	15	9	9	8	9	51	50
» delle unità padronali	32.75	35.75	73.50	70.65	45.70	46.85	22.90	21.00	11.20	11.50	186.05	185.75
Spesa media per famiglia. L.	6766.13	15895.12	7149.33	18092.95	8410.46	21496.47	13155.50	37968.80	13821.90	39719.74	8697.60	22082.37
Id. per unità padronale . L.	1446.20	3112.33	1848.13	4865.76	2760.55	6882.54	3534.19	9040.19	4936.39	13815.56	2384.19	6063.00

Le famiglie raccolte nei gruppi *D* ed *E*, che erano in grado di sopportare, nel 1914, una spesa annua superiore alle 13.000 lire, e che erano quasi tutte provviste di due persone di servizio, vivevano certo nella più larga agiatezza ed in condizioni proprie ad una piccolissima frazione della borghesia. Pure al disopra del comune livello mi paiono i 15 bilanci del gruppo *C*; mentre i primi due gruppi, e forse più il primo che il secondo, sembrano rispecchiare le condizioni della gran massa degli individui appartenenti alla classe media.

Se le cifre che ho raccolto potranno mostrare nelle successive elaborazioni le modificazioni intervenute nei consumi dal 1914 al 1920, non potranno del pari fornire una precisa idea del sacrifizio economico sostenuto da queste famiglie, poichè manca nei bilanci l'indicazione dell'attivo; e se è supponibile che nel 1914 le entrate compensassero le uscite o che queste lasciassero anche un piccolo margine per il risparmio, è sicuro che nel 1920 questo margine era quasi dovunque scomparso e che anzi buon numero dei bilanci considerati doveva chiudersi in spareggio. La elevatezza della spesa media sostenuta dalle famiglie dei primi due gruppi in confronto alle attuali retribuzioni del lavoro intellettuale, avvalora questa supposizione.

4. — Ma è tempo ch'io venga alla esposizione dei risultati.

Nelle seguenti tabelle sono riportate le spese sostenute per le varie voci di consumo, separatamente per i cinque gruppi e per il complesso delle famiglie osservate. Sono cifre che non hanno grande interesse e che riporto per non sottrarmi agli eventuali riscontri. Mi limito quindi a richiamare l'attenzione del lettore sulle percentuali riportate a fianco delle cifre assolute, ed in particolare sulla percentuale della spesa per il vitto. La proporzione di questa spesa è considerata come un indice di floridità dei bilanci, ritenendosi questi tanto più meschini quanto più grande è la detta proporzione. E poichè dal 1914 al 1920 questo incremento è assai forte in tutti e cinque i gruppi considerati, si ha

---

numero, età e sesso dei componenti la famiglia. Tale distinzione era indispensabile per la successiva elaborazione dei risultati. Ho potuto riparare a questo grave difetto della scheda, non solo perchè una buona parte di interrogati di sua iniziativa pose in nota il numero dei servitori, ma perchè potei facilmente desumere l'esistenza ed il numero di questi dalla somma spesa per il salario ai domestici. Quanto all'età ed al sesso non ho di certo errato (o se errore c'è, questo è lievissimo) nel considerarli tutti come femmine adulte.

TABELLA II. *Ammontare delle spese nel 1920*

Consumi	Famiglie in cui il consumo per unità padronale era															In complesso		
	A inferiore a L. 4000			*B* tra L. 4000 e 6000			*C* tra L. 6000 e 8000			*D* tra L. 8000 e 10000			*E* oltre L. 10000					
	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%
1 Pane	5247	20	*4.7*	10626	15	*3.1*	8092	75	*2.5*	3911	—	*2.1*	2490	—	*1.6*	30367	10	*2.7*
2 Vino	6057	—	*5.4*	20233	70	*5.9*	14143	—	*4.4*	8790	—	*4.6*	5250	—	*3.3*	54473	70	*4.8*
3 Caffè	2248	20	*2.0*	6004	30	*1.7*	5735	—	*1.8*	2196	—	*1.2*	1890	—	*1.2*	18073	50	*1.6*
4 Zucchero	2130	—	*1.9*	4936	55	*1.4*	4049	50	*1.3*	1668	—	*0.9*	1250	—	*0.8*	14034	05	*1.2*
5 Altri alimenti	44391	35	*39.9*	143211	77	*41.7*	106572	—	*33.1*	56668	—	*29.8*	41894	60	*26.3*	392737	72	*34.9*
1-5 Totale vitto	60073	75	*54.0*	185012	47	*53.8*	138592	25	*43.0*	73233	—	*38.6*	52774	60	*33.2*	509686	07	*45.3*
6 Illumin. e riscald. (1)	4772	—	*4.3*	19812	27	*5.8*	14311	95	*4.4*	6422	—	*3.4*	13470	—	*8.5*	58788	22	*5.2*
7 Alloggio	8965	—	*8.1*	24172	—	*7.0*	22612	—	*7.0*	13359	—	*7.0*	9815	—	*6.2*	78923	—	*7.0*
8 Mobili ed utensili	3460	—	*3.1*	7812	50	*2.3*	6038	—	*1.9*	6677	—	*3.5*	5006	—	*3.2*	28993	50	*2.6*
9 Lavanderia (2)	3690	—	*3.3*	11095	80	*3.2*	10922	—	*3.4*	4767	—	*2.5*	4442	95	*2.8*	34917	75	*3.1*
10 Vestiario (3)	10610	—	*9.5*	34287	15	*10.0*	59016	—	*18.3*	30878	—	*16.3*	24990	—	*15.7*	159781	15	*14.2*
11 Medico e medicine	1546	—	*1.4*	5868	50	*1.7*	8253	—	*2.6*	3064	—	*1.6*	1150	—	*0.7*	19881	50	*1.8*
12 Trasporti	2504	—	*2.3*	8140	35	*2.4*	8564	—	*2.7*	5460	—	*2.9*	5654	40	*3.6*	30322	75	*2.7*
13 Istruzione (4)	5377	—	*4.8*	7856	65	*2.3*	12464	—	*3.9*	11368	—	*6.0*	3875	—	*2.4*	40940	65	*3.6*
14 Ricreazioni (5)	3075	—	*2.8*	13462	40	*3.9*	10850	—	*3.4*	9320	—	*4.9*	17220	—	*10.8*	53927	40	*4.8*
15 Tabacco	750	—	*0.7*	4876	—	*1.4*	6353	—	*2.0*	5036	—	*2.7*	1540	—	*1.0*	18555	—	*1.6*
16 Salario domestici	2600	—	*2.3*	9864	—	*2.9*	12075	—	*3.7*	6036	—	*3.2*	9950	—	*6.3*	40525	—	*3.6*
17 Altre spese	3115	—	*2.8*	8671	45	*2.5*	9496	—	*2.9*	12459	—	*6.6*	6500	—	*4.1*	40241	45	*3.6*
18 Tasse (6)	728	10	*0.7*	2834	65	*0.8*	2899	80	*0.9*	1765	—	*0.9*	2491	—	*1.6*	10718	55	*0.9*
Totale	111265	85	*100*	343766	19	*100*	322447	—	*100*	189844	—	*100*	158878	95	*100*	1126201	99	*100*

(1) Compreso il combustibile (2) e pulizia personale (3) e biancheria (4) compresi libri, giornali, corrispondenza, tasse scolastiche (5) compresa la maggiore spesa per la villeggiatura (6) Tassa di famiglia, domestici, pianoforti ed altre comunali.

TABELLA III. *Ammontare delle spese nel 1914*

Consumi	Famiglie in cui nel 1920 il consumo per unità padronale era															In complesso		
	A inferiore a L. 4000			*B* tra L. 4000 e 6000			*C* tra L. 6000 e 8000			*D* tra L. 8000 e 10000			*E* super. a L. 10000					
	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%	Lire	c.	%
1 Pane	2566	—	*5.4*	5418	97	*4.0*	4237	60	*3.4*	1935	—	*2.5*	1190	—	*2.2*	15347	57	*3.5*
2 Vino	2068	50	*4.4*	5829	45	*4.3*	3662	—	*2.9*	2257	—	*2.9*	1185	—	*2.2*	15001	95	*3.4*
3 Caffè	523	50	*1.1*	1409	73	*1.0*	1309	30	*1.0*	584	—	*0.7*	415	—	*0.8*	4241	53	*1.0*
4 Zucchero	660	85	*1.4*	1561	31	*1.1*	1285	50	*1.0*	527	—	*0.7*	405	—	*0.7*	4439	66	*1.0*
5 Altri alimenti	15390	75	*32.5*	42132	92	*31.0*	36888	50	*29.2*	17996	—	*22.8*	11943	45	*21.6*	124351	62	*28.1*
1-5 Totale vitto	21209	60	*44.8*	56352	38	*41.5*	47382	90	*37.6*	23299	—	*29.5*	15138	45	*27.4*	163382	33	*36.9*
6 Illumin. e riscald. (1)	1624	10	*3.4*	6300	11	*4.6*	4852	75	*3.8*	2594	—	*3.3*	2746	35	*5.0*	18117	31	*4.1*
7 Alloggio	6960	—	*14.7*	17111	19	*12.6*	16612	—	*13.2*	8750	—	*11.1*	6940	—	*12.5*	56343	19	*12.7*
8 Mobili ed utensili	1620	—	*3.4*	4391	60	*3.2*	3969	—	*3.1*	2689	—	*3.4*	2943	—	*5.3*	15612	60	*3.5*
9 Lavanderia (2)	1286	—	*2.7*	4442	89	*3.3*	3659	—	*2.9*	1831	—	*2.3*	1307	80	*2.4*	12526	69	*2.8*
10 Vestiario (3)	5750	—	*12.1*	13735	70	*10.1*	16796	—	*13.3*	10402	—	*13.2*	7770	—	*14.1*	54453	70	*12.3*
11 Medico e medicine	702	—	*1.5*	2322	93	*1.7*	2665	—	*2.1*	2475	—	*3.1*	535	—	*1.0*	8699	93	*2.0*
12 Trasporti	1260	20	*2.7*	3671	31	*2.7*	2874	—	*2.3*	4139	—	*5.2*	1786	05	*3.2*	13730	56	*3.1*
13 Istruzione (4)	2141	—	*4.5*	7468	06	*5.5*	7357	—	*5.8*	7273	—	*9.2*	2158	—	*3.9*	26397	06	*6.0*
14 Ricreazioni (5)	1605	—	*3.4*	7871	—	*5.8*	4900	—	*3.9*	5350	—	*6.8*	4790	—	*8.7*	24516	—	*5.5*
15 Tabacco	290	—	*0.6*	2203	98	*1.6*	1920	—	*1.5*	1878	—	*2.4*	465	—	*0.8*	6756	98	*1.5*
16 Salario domestici	1280	—	*2.7*	4641	80	*3.4*	5070	—	*4.0*	2731	—	*3.5*	4118	—	*7.4*	17840	80	*4.0*
17 Altre spese	1469	—	*3.1*	4271	62	*3.1*	7083	—	*5.6*	4747	—	*6.0*	3980	—	*7.2*	21550	62	*4.9*
18 Tasse (6)	166	04	*0.4*	1052	75	*0.8*	1016	28	*0.8*	775	—	*1.0*	639	95	*1.2*	3650	02	*0.8*
Totale	47362	94	*100*	135837	32	*100*	126156	93	*100*	78933	—	*100*	55287	60	*100*	443577	79	*100*

(1) Compreso il combustibile (2) e pulizia personale (3) e biancheria (4) compresi libri, giornali, corrispondenza, tasse scolastiche (5) compresa la maggiore spesa per la villeggiatura (6) Tassa di famiglia, domestici, pianoforti ed altre comunali.

già una prima impressione di un generale deperimento nelle condizioni economiche di queste famiglie borghesi.

Le poche inchieste compiute sull' Estero nei tempi anteriori alla guerra, fissavano, pei bilanci di famiglie operaie, una spesa per il vitto oscillante tra il 50 ed il 60 % della spesa totale; e più verso il 50 che verso il 60 per le famiglie operaie meno povere. Alle famiglie della media borghesia si attribuiva generalmente una proporzione non superiore al 40 %. Le diversità di abitudini esistenti tra popolazioni viventi in luoghi tanto lontani ed in ambienti tanto dissimili, mi impediscono di eseguire dei confronti. Dalle mie cifre appare che in Italia anche una proporzione del 44 % potesse considerarsi come normale per famiglie del medio ceto. Questa proporzione, nel 1920, era salita pei primi due gruppi al 54 % circa; cosicchè tali bilanci erano in quest' anno ricondotti al tipo dei bilanci di famiglie operaie; indizio questo di un disagio dei più grandi, giacchè in chi vive del lavoro intellettuale, altre spese, oltre quelle alimentari, assumono un carattere di maggiore necessità, e devono per le stesse esigenze professionali essere più forti che non fra gli operai. Tali sono le spese per la corrispondenza, i libri, l' istruzione, che sono tipici consumi della classe colta; tali sono, per tacere di altre, le spese per l' illuminazione e per l' alloggio. In tutti questi consumi, chi vive con l' esercizio di un lavoro intellettuale non potrebbe scendere sotto un certo limite senza dover rinunziare in tutto o in parte alla esplicazione della sua attività e quindi alle sue fonti di guadagno.

5. — Ma questi dati, come accennavo poc'anzi, non si prestano molto bene pei confronti a cagione delle modificazioni intervenute tra il 1914 ed il 1920 nella composizione delle famiglie ed a cagione delle differenze esistenti a questo riguardo tra i varii gruppi.

Inoltre, per la presenza dei domestici, non appare evidente quello che fu consumato dalla famiglia del capo di casa per quelle voci nelle quali sogliono concorrere anche i domestici e non appare evidente la somma che fu realmente impiegata per il servizio, la quale non consiste solo nel salario corrisposto ai servitori, ma anche nella spesa destinata al loro mantenimento.

Per eliminare l' una e l' altra causa che ostacola la paragonabilità delle cifre, occorre dividere la spesa assoluta incontrata per le diverse voci, per il numero delle unità che effettivamente parteciparono al consumo e non solo per il numero delle unità padronali.

La cosa è tutt' altro che semplice dato che le persone di servizio non concorrono in tutti i consumi, e là dove concorrono non consumano sempre in egual misura dei padroni. Essi non partecipano affatto al consumo familiare del vestiario, dell' istruzione e corrispondenza, delle ricreazioni e del tabacco. Partecipano in misura insignificante al consumo della biancheria e dei mobili concorrendo soltanto al logorio di oggetti che rimangono di proprietà della famiglia che li ospita. Concorrono in maggior misura, ma sempre meno dei padroni, nel consumo dell' illuminazione e riscaldamento, dell' alloggio, delle medicine, della lavanderia e simili, e dei trasporti e negli altri consumi imprevisti o non specificati. Invece partecipano di solito, al pari dei padroni, nel consumo dei generi alimentari.

Per dare un' idea di quello che effettivamente fu consumato per unità padronale, e di quello che, sempre per unità padronale, fu effettivamente speso per il servizio, ho seguito il metodo seguente:

Ho diviso le spese per le voci relative ai mobili, al vestiario, all' istruzione, alle ricreazioni, ed al tabacco per le sole unità padronali; ho diviso quelle relative alla illuminazione e riscaldamento, all' alloggio, alla lavanderia e pulizia personale, al medico e medicine, ai trasporti ed alle altre spese non specifiche per il numero delle unità padronali aumentato della metà di quelle relative ai domestici, nell' ipotesi che il consumo di questi fosse ridotto del 50 % in confronto a quello dei padroni. Ho diviso invece le spese relative ai generi alimentari per il numero delle unità familiari calcolate su tutti i membri, padroni o domestici che fossero.

Sottraendo poi dalla spesa complessiva per unità padronale di consumo (che questa volta ho calcolato trascurando la tenua quota relativa alle tasse) le spese unitarie per i consumi suddetti, ne ho desunto la spesa per unità padronale, occorsa per il salario e per il mantenimento dei domestici.

Questi calcoli hanno una buona dose di arbitrio, e le cifre ricavate un certo grado di inesattezza, ma poichè l' imprecisione danneggia principalmente le voci meno importanti, ed è poi ridottissima per i due primi gruppi di bilanci (quelli che più ci interessano) che hanno uno scarso numero di servitori, ho pensato che valesse la pena di eseguirli. L' inesattezza dei calcoli potrebbe poi ridursi riunendo insieme talune voci; ma lascio al lettore il compito di riunire i risultati per consumi meno importanti in quel modo che gradirà.

TABELLA IV. *Spese per unità padronale*

(cifre assolute)

Consumi (1)	nel gruppo *A*		nel gruppo *B*		nel gruppo *C*		nel gruppo *D*		nel gruppo *E*		In complesso	
	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920
	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire
1 Pane	71.4	140.5	63.4	128.6	73.4	137.5	64.3	138.7	67.6	133.3	67.7	134.5
2 Vino	57.5	162.2	68.2	244.8	63.5	240.3	75.0	311.7	67.3	280.7	66.1	241.3
3 Caffè	14.6	60.2	16.5	72.6	22.7	97.5	19.4	77.9	23.6	101.1	18.7	80.1
4 Zucchero	18.4	57.0	18.3	59.7	22.3	68.8	17.5	59.2	23.0	66.8	19.6	62.2
5 Altri alimenti	428.1	1188.5	492.8	1732.7	639.3	1810.9	597.9	2009.5	678.6	2240.4	548.2	1739.7
1-5 Totale vitto	590.0	1608.4	659.1	2238.5	821.2	2355.0	774.1	2596.9	860.1	2822.2	720.2	2257.7
6 Illuminaz. e riscald.	47.3	130.6	79.2	258.3	93.9	270.8	97.9	261.1	204.9	892.1	87.8	285.7
7 Alloggio	202.6	245.3	215.2	315.4	321.3	427.9	330.2	543.0	515.7	650.0	272.9	383.6
8 Mobili ed utensili.	49.5	96.8	59.7	110.6	86.8	128.9	117.4	318 0	262.8	435.3	83.9	156.1
9 Lavanderia	37.4	101.0	55.9	144.8	70 8	206.7	69.1	193.8	97.6	294.2	60.7	169.7
10 Vestiario	175.6	296.8	185.8	485.3	367.5	1259.7	454.2	1470.4	693.8	2173.0	292.7	860.2
11 Medico e medicine	20.4	42.3	29.2	76.6	51.5	156.2	93.4	124.6	39.3	76.2	42.1	96.6
12 Trasporti	36.7	68.3	46.2	106.2	55.6	162.0	156.2	222.0	133.4	374.5	66.5	147.4
13 Istruzione e corrisp.	65.4	150.4	101.6	111.2	161.0	266.5	317.6	541.3	192.7	336.9	141.9	220.4
14 Ricreazioni	49.0	80.4	107.1	190.6	107.2	231.6	233.6	443.8	427.6	1497 4	131.8	290.3
15 Tabacco (2)	8.9 (19.3)	21.0 (41.7)	30.0 (64.9)	69.0 (162.5)	42.0 (96.0)	135.6 (302.5)	82.0 (134.1)	239.8 (387.5)	41.5 (77.5)	133.9 (256.7)	36.3 (75.9)	99.9 (210.9)
16 Servizio	115.4	165.5	197.5	606.0	422.5	1040.7	508.2	1494.9	1112.9	3482.8	323.4	842.1
17 Altre spese	42.8	85.2	53.7	113.1	137.0	179.7	179.1	506.5	297.0	430.5	104.4	195.6
Totale	1441.1	3092.0	1820.2	4825.6	2738.3	6821.3	3413.0	8956.1	4879.3	13599.0	2364.6	6005.3

(1) Vedi note delle tabelle II. e III. (2) Poichè il consumo del tabacco è quasi esclusivamente limitato ai maschi adulti, ho aggiunto tra parentesi la spesa media per maschio in età superiore ai 15 anni (servitori esclusi).

La Tabella IV a pag. 171 espone la spesa, che, per le varie voci e nei due anni considerati, occorse per unità padronale di consumo.

6. — Una prima considerazione voglio fare subito nei riguardi della spesa media destinata al vitto. Nel 1914 questa risultò, in tutte le famiglie considerate prese insieme, di L. 720,2 per unità e di L. 2257,7 nel 1920; ma nel primo gruppo, quello che più si accosta alla piccola borghesia, le cifre risultarono rispettivamente di L. 590,0 e di L. 1608,4.

L' Ufficio del Lavoro del Comune di Milano, sulla base di calcoli eseguiti dal Prof. PUGLIESE sul minimo occorrente per la nutrizione, ha costruito un bilancio alimentare per una famiglia tipo, composta dai genitori, da un figlio tra i 10 ed i 15 anni e da due figli sotto i 10 anni (1). La spesa settimanale di questo bilancio tipico fu valutata in L. 25,58 per il 1914 ed in L. 87,06 alla metà del 1920; quindi una spesa annua di L. 1334 nel 1914 e di L. 4539 nel 1920. Il calcolo delle unità di consumo, su cui fu fondata la determinazione di questa spesa, fu eseguito applicando i coefficienti dell' ATWATER, e nelle famiglie in questione furono valutate a 3,5; quindi una spesa annua per unità di L. 381 nel 1914 e di L. 1297 nel 1920. Queste cifre rappresenterebbero il costo della dose alimentare minima, al disotto della quale non potrebbesi discendere senza un reale deperimento dell' organismo. La cifra del 1920 vale inoltre nell' ipotesi che nel secondo semestre il rincaro dei generi alimentari avesse avuto la stessa intensità che nel primo.

Pur facendo tutte le mie riserve sull' esattezza dei computi del Pugliese, mi è parso interessante confrontare queste cifre con quelle da me ricavate per il gruppo meno agiato delle famiglie borghesi. Se nel computo delle unità di consumo avessi adottato i coefficienti dell' ATWATER, avrei trovato per queste ultime una spesa annua per unità di circa L. 570 nel 1914 e di circa 1550 nel 1920. Fermiamoci a quest' ultima cifra; essa supera di circa L. 250 quella che ho desunto dalla citata pubblicazione dell' ufficio del lavoro di Milano. Ma quest' ultima somma rappresenta il *valore* della dose alimentare minima, non la *spesa* necessaria per l' acquisto di tale dose. Per determinare tale spesa si deve tener conto dell' inevitabile spreco o sciupio dei generi e del forzato cattivo impiego del denaro, così frequente in un anno in cui i mercati

---

(1) *Le variazioni dei salari* ecc., 2ª Edizione, pag. 48.

non permettevano che una limitata scelta dei generi. Inoltre nel bilancio tipo dell' Ufficio Comunale del Lavoro di Milano, il consumo del vino era ridotto a tre litri settimanali per tutta la famiglia. Il vino è un genere costosissimo e di scarso valore alimentare e se nel computo di quella tale dose minima necessaria per vivere, il vino fosse stato introdotto almeno nella limitatissima misura che era consumata dal primo gruppo delle famiglie da me osservate, il valore di quella dose sarebbe risultato sensibilmente più elevato. Aggiungasi inoltre che nel secondo semestre del 1920 il rincaro dei generi alimentari fu più forte che nel primo (1). Tutto sommato parmi possa concludersi che le famiglie del gruppo *A* avevano ristretto il proprio consumo alimentare proprio a quella dose che, anche secondo i citati calcoli del Pugliese, rappresenterebbe il minimo indispensabile per la vita. Nel 1914 invece il consumo di alimenti eccedeva di circa il 35 % questa dose.

7. — Le cifre proporzionali che ho ricavato facendo eguale a 100 la spesa complessiva per unità di consumo (vedi prospetto a pag. seguente) e che pei due primi gruppi *A* e *B* sono di poco differenti da quelle ricavate sulle cifre grezze dei bilanci (tabelle II e III), pongono meglio in rilievo le sostanziali differenze tra i bilanci più ricchi e quelli più poveri. Nei primi (gruppo *E*) la spesa destinata all' alimentazione dei padroni aveva nel 1920 la tenue proporzione del 20,8 % e del 17,6 % nel 1914, ed era superata da quella impiegata per il servizio; nei secondi invece (gruppo *A* e *B*) la spesa per il vitto si avvicinava, od era superiore al 50 %. Nei più ricchi le quote per l' alloggio, per la lavanderia, per le cure mediche e per l' istruzione, avevano una minore importanza che non nei bilanci più poveri; e più grande invece l' avevano quelle per l' illuminazione e riscaldamento, per i mobili, per il vestiario, per i trasporti, per le ricreazioni e per il tabacco.

Nella trasformazione dei bilanci verificatasi tra il 1914 ed il 1920 la spesa proporzionale non ha subìto, tra i bilanci più ricchi e quelli più poveri, le stesse variazioni. Per esempio: la quota per il vestiario è diminuita notevolmente nei primi due gruppi, ma è cresciuta notevolmente negli altri; quella per l' istruzione è cresciuta nel primo gruppo, ma è diminuita negli altri; quella per

(1) Fondo questa mia affermazione sulle cifre riportate nel *Bollettino dell' Ufficio Municipale del lavoro di Roma*. Anno III, N. 12 pag. 387, 388.

TABELLA V. *Spese per unità padronale.*
(cifre relative)

Consumi	gruppo *A*		gruppo *B*		gruppo *C*		gruppo *D*		gruppo *E*		In complesso	
	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920
1 Pane	5.0	4.5	3.5	2.7	2.7	2.0	1.9	1.5	1.4	1.0	2.9	2.2
2 Vino.	4.0	5.2	3.7	5.1	2.3	3.5	2.2	3.5	1.4	2.1	2.8	4.0
3 Caffè	1.0	2.0	0.9	1.5	0.8	1.4	0.6	0.9	0.5	0 8	0.8	1.3
4 Zucchero . . .	1.3	1.8	1.0	1.2	0.8	1.0	0.5	0.7	0.5	0.5	0.8	1.0
5 Altri alimenti .	29.7	38.4	27.1	35.9	23.3	26.6	17.5	22.4	13.9	16.5	23.2	29.0
1-5 Totale vitto .	41.0	52.0	36.2	46.4	30.0	34.5	22.7	29.0	17.6	20.8	30.5	37.6
6 Illum. e riscald.	3.3	4.2	4.4	5.4	3.4	4.0	2.9	2.9	4.2	6.6	3.7	4.8
7 Alloggio . . .	14.0	7.9	11.8	6.5	11.7	6.3	9.7	6.1	10.6	4.8	11.5	6.4
8 Mobili ed utens.	3.4	3.1	3.3	2.3	3.2	1.9	3.4	3.6	5.4	3.2	3.5	2.6
9 Lavanderia . .	2.6	3.3	3.1	3.0	2.6	3.0	2.0	2.2	2.0	2.2	2.6	2.8
10 Vestiario . . .	12.2	9.6	10.2	10.1	13.4	18.5	13.3	16.4	14.2	16.0	12.4	14.3
11 Medico e medic.	1.4	1.4	1.6	1.6	1.9	2.3	2.7	1.4	0.8	0.6	1.8	1.6
12 Trasporti . . .	2.6	2.2	2.5	2.2	2.0	2.4	4.6	2.5	2.7	2.8	2.8	2.5
13 Istruz. e corrisp.	4.5	4.9	5.6	2.3	5.9	3.9	9.3	6.0	3.9	2.5	6.0	3.7
14 Ricreazioni . .	3.4	2.6	5.9	4.0	3.9	3.4	6.8	5.0	8.8	11.0	5.6	4.8
15 Tabacco. . . .	0.6	0.7	1.6	1.4	1.5	2.0	2.4	2.7	0.9	1.0	1.5	1.7
16 Servizio. . . .	8.0	5.4	10.9	12.5	15.4	15.3	14.9	16.7	22.8	25.6	13.7	14.0
17 Altre spese . .	3.0	2.8	3.0	2.3	5.0	2.6	5.2	5.7	6.1	3.2	4.4	3.3
Totale	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

le ricreazioni è cresciuta solamente nell' ultimo ed è diminuita negli altri. Ma lascio al lettore il compito di commentare queste cifre, le quali, del resto parlano molto bene da sè, ed hanno tutte un particolare interesse.

8. — Per far meglio rilevare la relazione intercedente tra la maggiore o minore floridità dei bilanci e la somma impiegata per

i diversi consumi, ho ricavato i seguenti numeri indici calcolati facendo uguale a 100 la spesa media verificatasi per le singole

TABELLA VI. *Spesa per unità padronale*

(Numeri indici; fatto = 100 la spesa media dei cinque gruppi).

Consumi	1914						1920					
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	nei 5 gruppi	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	nei 5 gruppi
1 Pane	105	93	108	95	100	100	104	96	102	103	99	100
2 Vino.	87	103	96	113	102	100	67	101	100	130	116	100
3 Caffè.	78	88	121	104	126	100	75	91	122	97	126	100
4 Zucchero . . .	94	93	114	89	117	100	92	96	111	95	107	100
5 Altri alimenti .	78	90	117	109	124	100	68	100	104	115	129	100
1-5 Totale vitto . .	82	92	114	107	119	100	71	99	104	115	125	100
6 Illum. e riscald.	54	90	107	112	233	100	46	90	95	91	312	100
7 Alloggio . . .	74	79	118	121	189	100	64	82	112	142	169	100
8 Mobili	59	71	103	140	313	100	62	71	83	204	279	100
9 Lavanderia . .	62	92	117	114	161	100	60	85	122	114	173	100
10 Vestiario . . .	60	63	126	155	237	100	44	56	146	171	253	100
11 Cure mediche .	48	69	122	222	93	100	44	79	162	129	79	100
12 Trasporti . . .	55	69	84	235	201	100	46	72	110	151	254	100
13 Istruzione . . .	46	72	113	224	136	100	68	50	121	246	153	100
14 Ricreazioni . .	37	81	81	177	324	100	28	66	80	153	516	100
15 Tabacco. . . .	25	83	116	226	114	100	21	69	136	240	134	100
16 Servizio . . .	36	61	131	157	344	100	20	72	124	178	414	100
17 Altre spese . .	41	51	131	172	284	100	44	58	92	259	220	100
Totale	61	77	116	144	206	100	51	80	114	149	226	100

voci in tutti i bilanci presi insieme, e riducendo in corrispondenza quelle dei gruppi parziali.

Il lettore noterà facilmente come i numeri indici pei consumi meno necessari o voluttuari crescano (nel passaggio dai meno

ricchi ai più floridi bilanci) assai più rapidamente di quelli relativi alla spesa complessiva. Caratteristiche sono poi le variazioni delle spese per l'illuminazione e riscaldamento e per le ricreazioni che presentano uno sbalzo repentino dal 4° al 5° gruppo.

Il vino, pure essendo un consumo non necessario, si sottrae a questa regola, anzi la differenza di consumo tra i gruppi estremi era, specialmente nel 1914, molto piccola. Ciò indica la generale moderazione di questa classe di persone nel consumo di tale bevanda: il vino non è considerato come genere voluttuario, ma bensì come un alimento da usarsi per quel tanto che torna di reale giovamento all'organismo.

La spesa per il pane, salvo oscillazioni di nessun significato non varia affatto; e differenze assai piccole presentano quelle per lo zucchero e pel caffè.

Nel 1920 la differenziazione di questi vari gruppi di famiglie nei riguardi di quasi tutti i consumi si accresce notevolmente. Fanno eccezione per quello del pane e dello zucchero, a motivo del razionamento, per quello del caffè, strettamente connesso a quello dello zucchero, ed anche per quello dei libri giornali, corrispondenza ecc., il che conferma l'alto grado di necessità che questo consumo ha nella classe della borghesia.

9. — Se questo aumento di sperequazione nei riguardi dei consumi indica che le famiglie più ricche seppero, com'è naturale, resistere meglio alle difficoltà economiche del momento, non significa del pari che anche queste non abbiano dovuto sostenere dei sacrifici gravissimi. Infatti nei gruppi considerati, le contrazioni di quasi tutti i consumi, e specialmente di quelli meno necessari, furono fortissime e generali. Non mi è riuscito difficile di determinare con maggiore precisione, per qualche voce più importante, la contrazione verificatasi nel 1920 (e per contrazione intendo naturalmente tanto la parziale soppressione del consumo quanto il consumo di qualità più scadenti e meno costose). Ho eseguito questa determinazione più precisa per taluni generi, o gruppi di generi, pei quali ho potuto in varie fonti trovare un indice complessivo nel prezzo, preso per base l'anno 1914. Servendomi di questo indice ho determinato la spesa che, per le diverse voci, sarebbe stata sostenuta nel 1920 se il consumo per qualità e quantità fosse rimasto quello del 1914 (1). Eseguita la differenza

(1) Naturalmente la determinazione è semplicemente approssimativa perchè l'indice dei prezzi varia da qualità a qualità. Quindi mal si presta

TABELLA VII. *Contrazione di taluni consumi.*

Consumi	Indici dei prezzi	A			B			C			D			E			In complesso		
		Spesa nel 1920 a consumo invariato	Spesa reale nel 1920	$\frac{(a-b).100}{a}$	Spesa nel 1920 a consumo invariato	Spesa reale nel 1920	$\frac{(a-b).100}{a}$	Spesa nel 1920 a consumo invariato	Spesa reale nel 1920	$\frac{(a-b).100}{a}$	Spesa nel 1920 a consumo invariato	Spesa reale nel 1920	$\frac{(a-b).100}{a}$	Spesa nel 1920 a consumo invariato	Spesa reale nel 1920	$\frac{(a-b).100}{a}$	Spesa nel 1920 a consumo invariato	Spesa reale pel 1920	$\frac{(a-b).100}{a}$
		a	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*
		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire	
Vino . . .	531(1)	305.3	162.2	46.9	362.1	244.8	32.4	337.2	240.3	28.7	398.25	311.7	21.7	357.3	280.7	21.4	351.0	241.3	31.3
Caffè . . .	575(1)	83.95	60.2	28.3	94.9	72.6	23.5	130.5	97.5	25.3	111.55	77.9	30.2	135.7	101.1	25.5	107.5	80.1	25.5
Altri alim. (2)	498(1)	2131.9	1188.5	44.3	2454.1	1732.7	29.4	3183.7	1810.9	43.1	3437.9	2009.5	41.8	3379.4	2240.4	33.7	2730.0	1739.7	36.3
Illum. e risc.	611(1)	289.0	130.6	54.8	483.9	258.3	46.6	573.7	270.8	52.8	598.2	261.1	56.4	1251.9	892.1	28.7	536.5	285.7	46.7
Vestiario .	592(1)	1039.6	296.8	71.5	1099.9	485.3	55.9	2175.6	1259.7	42.1	2688.8	1470.4	45.3	4107.3	2173.0	47.1	1732.8	860.2	50.4
Trasporti .	309(3)	113.4	68.3	39.8	142.8	106.2	25.6	171.8	162.0	5.7	482.7	222.0	54.0	412.2	374.5	9.1	205.5	147.4	28.3
Tabacco . .	355(4)	68.5	41.7	39.1	230.0	162.5	29.4	340.8	302.5	38.3	476.1	387.5	18.6	275.1	256.7	6.7	269.4	210.9	21.7

(1) Ho tratto questi numeri indici dai dati della citata pubblicazione dell' Ufficio municipale del Lavoro di Milano. (pag. 48).

(2) Escluso il vino, il caffè, lo zucchero ed il pane.

(3) Media aritmetica di 3 numeri indici: Tariffa tramviaria urbana diurna di Roma e Firenze (282); tariffa vetture di Roma (400); tariffa ferroviaria (244 — Viaggio di 250 Km. in 2ª classe a tariffa ordinaria su treni diretti).

(4) Il numero indice è stato calcolato soltanto sui prezzi della sigaretta macedonia, che nella classe media è il genere di maggior consumo.
Le cifre delle spese riguardano il consumo medio per maschio in età superiore ai 15 anni (Vedi nota 2 della tabella IV).

tra questo valore fittizio e la spesa realmente sostenuta nel 1920, ne ho tratto la misura della contrazione sotto forma di percentuale (vedi le colonne *C* del prospetto a pag. 177). Naturalmente queste percentuali debbono prendersi come indici approssimativi.

Il consumo del vino avrebbe avuto una contrazione del 31 %, contrazione che da un minimo del 21,4 % va regolarmente crescendo col diminuire della floridità dei bilanci fino ad un massimo del 46,9 %. Per il caffè la contrazione complessiva risulta invece di circa $^1/_4$ e si mantiene quasi costante nei cinque gruppi parziali. Quella per gli altri alimenti (dai quali ho escluso anche il pane e lo zucchero perchè soggetti a razionamento) è di $^1/_3$, ed anch' essa tende lievemente a crescere col diminuire dell' agiatezza delle famiglie.

Ridotto quasi della metà appare il consumo dell' illuminazione e riscaldamento. Nei primi 4 gruppi la contrazione è anche maggiore e varia di poco, soltanto per il gruppo *E* discende alla più bassa proporzione del 28,7 %. Ancora più forte è la contrazione per il vestiario; essa raggiunge il 55,9 % nel gruppo *B* ed il 71,5 % gruppo *A*.

Non meraviglierà poi se tra i consumi meno contratti figurano quello dei trasporti (28,3 %), con forti ed irregolari oscillazioni nei gruppi parziali) e del tabacco (ridotto di circa $^1/_5$) che è il meno elastico di tutti i consumi voluttuari.

Non mi sono azzardato ad eseguire calcoli analoghi per altre voci molto più complesse, ma dalle cifre riportate nella tabella IV, appare evidente, per il rincaro straordinario dei prezzi, che l' acquisto e la rinnovazione del mobilio e il godimento di tutti quegli svaghi che ho raccolto nella voce *ricreazioni*, devono avere subìto una riduzione sensibilmente superiore al 50 %.

A sì forti contrazioni verificatesi anche in consumi tanto necessari come quelli del vestiario, del riscaldamento e dell' illuminazione, fa contrasto la minore economia che si volle realizzare per certi consumi o servizi meno importanti per la vita materiale. Senza bisogno di ricorrere ai calcoli precedenti, appare evidente, per esempio, che questo gruppo di famiglie borghesi non si è voluto privare che in piccolissima parte della prestazione d' opera

---

l' applicazione di un indice unico a tutti e cinque i gruppi, dato che in questi la qualità dei generi consumati non fu certo la stessa. Poichè in genere le qualità più elevate ebbero un incremento più forte, il sacrificio dei gruppi più agiati, appare lievemente inferiore al vero.

da parte dei domestici. Questo fatto, meglio che dalla spesa impiegata per il servizio, risulta dimostrato dal numero dei servitori in rapporto a quello dei padroni. Come il lettore avrà già notato nella tabella I, soltanto nel 1° gruppo si può riscontrare una diminuzione nel numero dei domestici.

Inoltre tra i consumi meno contratti debbono certamente porsi quelli che ho raccolto nella voce istruzione e corrispondenza. Infatti dalla tabella IV appare che nel 1920, per questa voce, la spesa era complessivamente cresciuta del 55 %. Vero è che in questo stesso anno il prezzo medio dei giornali e dei libri era a un bel circa triplicato, ma le tariffe postali, che assorbivano buona parte della spesa complessiva segnata per questa voce, erano aumentate appena del 50-66 % e le tasse scolastiche erano cresciute in misura anche più piccola. Mi pare quindi che, per l'insieme di questi consumi o servizi, la contrazione non abbia superato il 30 %.

Nelle disadorne cifre che ho raccolto traspare dunque lo sforzo sostenuto da questo gruppo di persone per conservare, pur fra tanti dolorosi sacrifici, un certo decoro esteriore, e per non rinunciare a quegli alimenti dell'anima che, per la classe più elevata della borghesia, hanno non minore importanza di quelli del corpo.

† Luigi Bodio

12 ottobre 1840 – 2 novembre 1920

..... era stato chiamato a Roma nel 1872, come segretario della Giunta centrale di statistica, e nell'anno successivo fu nominato direttore dell'Ufficio di statistica governativo che, per la morte del dott. Pietro Maestri avvenuta nel 1871, era rimasto privo del suo capo.

Il compito che si assumeva il giovane professore lombardo, il quale lasciava le cattedre di geografia commerciale, di statistica e di economia politica nella R. Scuola superiore di commercio in Venezia, per avviarsi ai pubblici uffici, era assai arduo. Non trattavasi soltanto di raccogliere la successione del Maestri, la cui perdita era stata vivamente rimpianta, sia per le virtù dell'uomo, patriota e scienziato, sia per l'impulso da lui dato ai lavori dell'Ufficio di statistica da pochi anni istituito, ma dovevasi mettere in valore l'opera di quest' ufficio in tempi non certo favorevoli al progresso degli studi statistici, i quali erano allora patrimonio di pochi eletti ingegni. La statistica ufficiale moveva i primi passi, con scarse, per quanto onorevoli, tradizioni in alcuni degli ex Stati che avevano formato il nuovo Regno, e occorreva che l'indagine statistica fosse fatta penetrare anche là dove queste tradizioni mancavano, e, colla unificazione delle ricerche e dei metodi, rispecchiasse quella unità politica che da pochi anni era stata raggiunta.

Ma la scelta del successore del Maestri nella persona di Luigi Bodio era stata fatta con sapiente accorgimento, per consiglio e suggerimento di Luigi Luzzatti che, essendo Segretario generale nel Ministero di Agricoltura, presso il quale trovavasi l'Ufficio di statistica, lo additò al Ministro, on. Castagnola.

Il Bodio si era già fatto conoscere per alcune memorie inserite in riviste scientifiche, o presentate in Congressi internazionali di statistica, le quali avevano rivelato le sue preclare attitudini

all'osservazione dei fatti sociali. Egli aveva compiuto i suoi studi a Milano, che era allora un centro di cultura per lo studio dei problemi riguardanti la vita sociale, essendovi ancor vive le tradizioni lasciate specialmente dai due Verri, Pietro e Alessandro, con opere che avevano divulgato in Italia le dottrine del Grotius, del Pufendorf e del Montesquieu e con la collaborazione nel « Caffè », dove si esercitavano i migliori ingegni, i quali traevano dall'Enciclopedia francese lo spirito di rinnovamento delle scienze politiche, morali e giuridiche; tradizioni che furono poi continuate dal Cattaneo nel « Politecnico », nel quale il Bodio pubblicò il suo primo lavoro. In questi periodici milanesi si discutevano tutti i problemi della scienza, ma specialmente della economia politica, che era allora coltivata dalle menti più elette e che veniva trattata col corredo di profondi studi storici e col sussidio di una larga cultura classico-letteraria, la quale segnava una impronta schiettamente italiana all'indirizzo degli studi sociali di quel tempo. Luigi Bodio aveva particolarmente rivolto a questi studi la sua mente, attingendo a quelle fonti, e tutta l'opera sua risente di queste origini.

Poco dopo laureato in giurisprudenza aveva ottenuto dal Ministro della Pubblica Istruzione, Matteucci, una modesta pensione, come dicevasi allora, per perfezionarsi a Parigi negli studi di economia politica e là, dove dimorò per un anno, frequentò il corso di economia politica che il Baudrillart teneva al *Collège de France*, e assistè pure alle lezioni del Wolowski al *Conservatoire des arts et métiers*, i quali gli rilasciarono poi attestati di amplissima lode, rilevandone le eccezionali doti di studioso e prevedendogli un brillante avvenire. Nella metropoli francese egli contrasse relazione e si legò in amicizia coi più chiari economisti e statistici, quali il Bertillon, il Levasseur, il Cheysson, il De Foville, il Le Play.

Cesare Correnti, che lo stesso Bodio chiamò l'ispiratore dei lavori della statistica ufficiale italiana, era allora Presidente della Giunta centrale di statistica (più tardi poi chiamata Consiglio Superiore di Statistica) e come segretario di quella Giunta e quindi sotto la guida di tanto maestro, il Bodio iniziò il suo direttorato.

L'Ufficio non disponeva di grandi mezzi: modesti i locali in cui era collocato, e scarso il personale che vi era assegnato. Tuttavia, per gli ordinamenti delle pubbliche amministrazioni del tempo, esso potè valersi dell'opera di funzionari (detti ufficiali di statistica) che il Bodio chiamò come suoi collaboratori, scegliendoli fra quei giovani che, per gli studi onorevolmente compiuti o per le prove in altri campi già date, erano promessa di energie intelligenti e

fattive nella compilazione delle statistiche ufficiali, la quale richiedeva speciali attitudini, molta abnegazione e una grande onestà di lavoro.

Furono tra i suoi primi collaboratori F. C. Ferraris, l'Ellena, il Perozzo, lo Stringher, lo Schanzer, il Bosco, e il Raseri, alcuni dei quali passarono presto ad altri campi di attività, nella scienza, nella politica, nella finanza, nella pubblica amministrazione e vi raggiunsero, e taluni tengono tuttora, posti eminenti, onorando sè e l'Ufficio dal quale provenivano, e altri dei citati restarono più a lungo col Maestro, finchè prematuramente non li incolse la morte. E la falange di questi chiari ingegni, guidata dal Bodio nella costruzione delle varie sezioni della statistica ufficiale, a ciascuna delle quali egli aveva messo a capo il demografo, l'economista, il finanziere, il matematico, a seconda delle rispettive competenze, creò quell'officina statistica che ben presto salì, anche all'estero, in meritata fama per i prodotti vari e copiosi che essa potè offrire agli studiosi, e la Direzione generale della Statistica italiana venne così solidamente costituita. Perchè anche nella scelta del personale esecutivo e dei più modesti collaboratori, il Bodio si valse di metodi che oggi non sono più consentiti, ma che diedero, allora, i migliori risultati, col rivolgersi, cioè, direttamente alle scuole e a quegli insegnanti che egli conosceva personalmente, affinchè gli segnalassero gli allievi che avessero mostrato buone attitudini alle applicazioni statistiche.

Formatasi, in tal modo, un'eccellente maestranza, il Bodio, per mezzo delle pubblicazioni ufficiali, che diffondeva con signorile larghezza, non trascurò un'altro compito del suo ufficio, quello di farsi il divulgatore degli studi statistici, richiamando su di essi l'attenzione non solo delle persone colte, ma anche del pubblico.

Dissi già che in quei tempi la statistica era poco conosciuta. Discutevasi ancora fra i competenti se fosse veramente una scienza o soltanto un metodo, e nelle Università e negli Istituti superiori, dove veniva insegnata, era tenuta come ancella, o unita ad altre branche dell'insegnamento, o, se anche impartita con insegnamento distinto, senza dignità di corso obbligatorio.

Il pubblico, che alimenta la sua cultura per mezzo delle gazzette politiche o al più delle riviste popolari, a quando a quando si trovava dinanzi alle più comuni applicazioni del metodo statistico nelle questioni del giorno (economiche, finanziarie o di popolazione), nelle quali la *media* era la più frequente espressione del linguaggio numerico adoperato dagli statistici, ma era anche

spesso occasione di motteggio agli scettici, che attribuivano ai seguaci della non compresa disciplina una tendenza livellatrice dei fenomeni sociali, in contrasto col reale andamento dei fenomeni stessi.

Il Bodio si assunse il compito di far conoscere e apprezzare la ricca produzione dell'Ufficio, per favorire lo sviluppo degli studi che quella produzione alimentavano, e vi riuscì egregiamente, creandosi, forse, uno dei maggiori titoli di benemerenza che gli possa essere oggi riconosciuto. Egli non solo distribuiva largamente, come ho detto, in Italia e all'estero le statistiche ufficiali, ma per ognuna di esse curava che ne fosse reso ampio conto nei giornali e nelle riviste.

In ogni questione che potesse ricevere lume dalle cifre, e che a un dato momento interessasse l'opinione pubblica, egli interveniva, portando un ricco contributo di dottrina e di dati alla sua risoluzione, e in breve il nome del Bodio divenne così popolare in Italia che lo si identificava con quello della statistica, dapprima non senza una lieve punta di umorismo, ma poi con riconoscimento unanime di un alto valore personale. Egli aveva vinto una nobile battaglia. E la statistica ebbe dignità di insegnamento nelle Università, pari a quella di altre discipline, e i giovani furono attratti ad essa come a degna palestra dei loro ingegni, mentre prima erano rari coloro che vi si dedicassero con fervore.

Nel suo ufficio, il Bodio fu veramente il Maestro, cioè a tutti e in tutto l'esempio, non immemore del detto di Seneca: *longum iter per praecepta, breve et efficax per exempla.* Non solo egli eccelleva per la superiorità della mente e per la vasta e profonda cultura, non specializzata nelle scienze economiche, ma attinta alle fonti più varie del sapere, e specialmente alle scienze morali e filosofiche, ma anche per una rettitudine e onestà di vita che lo rendevano schiavo del dovere, inteso per sè e per gli altri con la più rigida disciplina.

E questa rettitudine e onestà egli portava specialmente nel campo della sua attività, dove soleva dire che era necessaria l'onestà fino allo scrupolo, perchè scopo delle tabelle statistiche non è dimostrare una tesi, ma ricercare una legge, cioè servire la verità.

Ammiratore della bellezza in ogni sua manifestazione, il Bodio vedeva il bello anche nelle costruzioni statistiche, e le cifre allineate in serie, inquadrate in tabelle, tradotte in grafici, rappresentate in stereogrammi, davano vibrazioni al suo senso estetico, e facilmente,

con intuito sorprendente, scopriva, talora, il punto di una disarmonia, proprio come il critico d'arte nell'osservare una statua o una tela può scoprire una linea meno aggraziata o una tinta di colore dissonante coll'armonia delle luci dell'intero quadro.

Come accade a chi la maggior sua attività ha spiegato in funzioni direttive, la produzione scientifica del Bodio si immedesima con quella dell'ufficio da lui diretto e la svariata e ricca collezione delle statistiche ufficiali è il maggiore documento che egli lascia del suo valore, che risalta specialmente in quelle relazioni premesse alle statistiche e che ne illustrano il contenuto, le quali avevano sempre l'impronta personale del Maestro. È pur tuttavia copioso l'elenco dei lavori che portano il suo nome e che iniziatosi con uno studio di materia finanziaria *Sulla dottrina dell'imposta e sui fenomeni dell'incidenza e diffusione dell'imposta*, pubblicato nel « Politecnico » di Milano nel 1864, si può dire si chiuda cogli *Indici misuratori del movimento economico in Italia*, che fu il suo ultimo più poderoso lavoro.

Ma l'opera sua personale e direttiva rifulge specialmente in due pubblicazioni periodiche, che servirono alla divulgazione di quella scienza statistica alla quale erano intitolate: « l'Archivio di Statistica » e gli « Annali di Statistica ». Esse erano destinate a raccogliere quanto di più interessante offrissero le statistiche ufficiali e a seguire i progressi che la nostra disciplina veniva facendo in Italia e all'estero, e, oltre a memorie originali che portavano i nomi del Correnti, del Messedaglia, del Gabelli, del Boccardo e dell'Ellena, per citare soltanto quelli dei primi collaboratori, vi figurarono spesso traduzioni di opere, relazioni, monografie di scienziati stranieri, ritenute degne di essere conosciute anche in Italia.

La Direzione generale della statistica fu così, non soltanto un campo di applicazioni, ma un vero e proprio laboratorio scientifico, dove la ricerca statistica, obiettiva, serena, condotta coi metodi più rigorosi, si accoppiava allo studio delle leggi e regolarità statistiche, arricchendo il patrimonio scientifico di verità rivelate alla luce delle cifre. E le personali attitudini del Bodio ottennero così felici risultati, perchè come aveva acuto il senso della ricerca e aperto lo spirito alle più moderne e ardite concezioni, ebbe anche la virtù di sapere eccitare negli altri le speciali disposizioni e le personali energie e valorizzare così le più disparate competenze.

Ma vennero tempi difficili anche per la Direzione generale della statistica. Forse per una concezione ristretta della sua funzione, secondo la quale non la si considerava partecipe dell'attività ammi-

nistrativa, ma soltanto illustratrice di questa, si credette di poter applicare ad essa criteri di troppo rigida economia, e Luigi Bodio, quando si convinse di non potere conservare l' istituto da lui creato a quella altezza che sotto la sua direzione aveva raggiunto, se ne allontanò.

Il distacco peraltro non fu mai assoluto, perchè, a parte che nei modesti limiti consentiti dai tempi critici attraversati dall'Ufficio, questo continuò a spiegare la sua pur ridotta attività con programmi e indirizzo di lavoro quali erano stati da lui segnati, il Bodio, come Presidente del Consiglio superiore di Statistica, collaborò ancora, e fino agli ultimi suoi giorni, negli studi prediletti e non negò mai il consiglio e l'opera sua ai dirigenti che gli succedettero.

Passato nel 1900 al Consiglio di Stato, dove la mente versatile piegò ad applicazioni molto lontane dai suoi studi prediletti, e dove pur si fece apprezzare per la dirittura del giudizio e l'adamantina rettitudine, non vi rimase molto tempo, perchè venne chiamato nel 1901 a costituire il Commissariato generale dell'emigrazione, istituto creato a tutela degli emigranti italiani e quale organo che doveva esercitare una funzione economica regolatrice del fenomeno emigratorio, che in Italia ebbe sempre vaste proporzioni. Il Bodio aveva dimostrato una speciale predilezione allo studio di esso, che conosceva profondamente, non solo a traverso le statistiche che vi aveva dedicate, ma anche per i numerosi viaggi all'estero, nei quali aveva potuto mettersi a contatto con le nostre popolazioni emigrate e studiarne le condizioni e i bisogni.

Egli seppe imprimere un indirizzo vigoroso alla politica del nostro paese nel regolare i non facili rapporti colle altre nazioni, e potè formulare le prime disposizioni legislative che disciplinano la grave materia.

Ma, dopo creato l'istituto e dettate le norme del suo funzionamento, venne l'opera, assai più ardua, dell'applicazione del nuovo diritto. L'uomo era di una integrità inflessibile; non ammetteva una deviazione, fosse pur lieve, dalla linea che egli giudicava doversi seguire come la via maestra, e urtò ben presto contro potenti interessi, che gli crearono un ambiente difficile e gli procurarono anche non poche amarezze. Lasciò quell'Ufficio per ritornare, sia pure per breve tempo, nella sede più serena e tranquilla del Consiglio di Stato, ma l'opera sua nel Commissariato dell'emigrazione rimane a testimonianza dell'alto ingegno, della profonda conoscenza dei fenomeni sociali, ed anche del suo affetto alle classi lavoratrici.

Per le quali egli aveva potuto, insieme col Boccardo e coll'Ellena, far sentire la voce dell'Italia nella Conferenza internazionale convocata a Berlino nel marzo 1890, per discutere sulle questioni concernenti la protezione del lavoro degli operai nelle miniere e negli opifici industriali, e alle quali, fin dal 1883, aveva dedicato uno studio per tracciare le prime linee di una « Statistica delle condizioni di vita delle classi operaie in Italia ».

La sapiente e rigida opera del Bodio nel Commissariato generale dell' emigrazione fu riconosciuta ed elogiata nel Senato nella seduta del 1° luglio 1904 in cui lo stesso Presidente della Camera vitalizia, on. Saracco, fra il consenso generale dei colleghi, ebbe a dichiarare che il Bodio, presente alla non desiderata glorificazione, aveva « benemeritato del Paese ».

E può dirsi che in qualunque campo il Bodio svolgesse la sua attività, non si conquistasse che benemerenze.

Perchè parve sua preoccupazione costante quella di essere utile agli altri più che a sè stesso; e che egli si fosse assegnata la missione di aiutare specialmente i giovani che movevano i primi passi negli studi, con insegnar loro il buon cammino, non solo possono testimoniarlo tutti coloro che ebbero questo aiuto, e talvolta nemmeno richiesto, ma ce l'ha detto una voce che oggi non possiamo ascoltare senza viva commozione, la voce stessa del Maestro che, dettando il proprio elogio funebre, ha inciso l'ultimo suo pensiero in queste parole: « era un galantuomo e ha aiutato molto a lavorare ».

E infatti la sua mente agile e pronta, nutrita di una cultura varia e profonda, sorretta da una memoria tenacissima, quasi prodigiosa, che gli permetteva di ripetere alla lettera, anche nella sua rigogliosa vecchiezza, pagine intere di autori che aveva letto negli anni giovanili, lo aveva dotato di un patrimonio così cospicuo di cognizioni, da poter sempre, in qualsiasi questione venisse dibattuta nella pubblica stampa o privatamente, portare il contributo della sua dottrina e offrire agli studiosi il suo appoggio, specialmente nella ricerca dei materiali utili allo studio degli argomenti trattati.

E dava generosamente e signorilmente questo aiuto, senza preoccuparsi se poi altri, e non lui, ne potesse ricavare gloria ed onori, perchè non conobbe le gelosie della piccola scienza che par quasi pavida a mostrarsi, per tema che altri se ne impossessi e la faccia sua. E poichè la sua mente era signoreggiata da alti e geniali ideali rivolti al culto del bello, che sentì profondamente in ogni sua forma, il Bodio poteva da una discussione in materia

finanziaria ed economica, dove portava la sua parola fredda, rigorosa, quasi matematica, passare agilmente a illustrare le bellezze naturali del nostro paese, le opere d'arte custodite nei musei di Italia e dell'estero, con un tale corredo di citazioni di classici e di critici nostrani e stranieri da destare la meraviglia di quanti avevano la ventura di ascoltarlo. E la sua parola, che non fluiva facile e pronta nelle discussioni accademiche, ma che pur tuttavia era sempre incisiva e scultoria, usciva allora calda di entusiasmo e si rivestiva di forma poetica, immagine viva del pensiero che la animava.

In possesso delle principali lingue estere, e studioso delle letterature straniere, ma specialmente di quella francese, che seguiva appassionatamente nelle sue più notevoli pubblicazioni, anche all'estero, dove spesso era chiamato per partecipare a Congressi, a Esposizioni o a Commissioni internazionali, egli seppe fare apprezzare la sua cultura, sicchè la sua parola non soltanto era ascoltata deferentemente nelle sedute ufficiali, ma era ricercata nei salotti intellettuali per il godimento spirituale che essa procurava.

Furono frequenti i convegni internazionali ai quali il Bodio prese parte, o come funzionario o come privato.

Membro dell'*Institut international de Statistique*, fin dalla sua fondazione, poi Segretario generale per diversi anni, e infine per molti altri Presidente, egli fu assiduo alle riunioni biennali di quell'Istituto che avevano lo scopo precipuo di raggiungere la maggiore comparabilità fra le statistiche dei vari paesi. E vi partecipò sia presentando memorie e relazioni di grande valore, sia intervenendo alle discussioni, e da ultimo presiedendole, con quel tatto e quella fine cortesia che valsero più volte a temperare asprezze, a infrenare tendenze disgregatrici, cattivandosi le generali simpatie e acquistando una autorità che renderà ora difficile la successione.

Oltre a numerosi Congressi internazionali di statistica tenuti nelle Capitali dei vari Stati, intervenne a diversi Congressi internazionali di demografia; fu, come si è già ricordato, alla Conferenza internazionale di Berlino convocata nel 1890 per la protezione dei lavoratori nelle miniere e nelle industrie; come Commissario del Governo italiano, fece parte della Commissione internazionale riunitasi ad Atene, poi a Parigi, per l'istituzione del controllo delle finanze elleniche (1897) e nel 1914 fu Regio commissario generale all'Esposizione internazionale del Libro e d'Arte grafica a Lipsia.

La sua attività in queste riunioni internazionali, oltrechè nelle dotte assemblee ufficiali, si svolgeva, nei quotidiani contatti che in quelle occasioni aveva con le più eminenti personalità straniere,

le quali ben presto riconoscevano e ammiravano nel Bodio lo scienziato e l'artista che onorava, anche fuori dei confini della patria, il nome italiano.

Uomo di scienza, si tenne lontano dalla politica che non aveva per lui allettamenti, pur onorandosi dell'amicizia dei più insigni parlamentari del suo tempo. E anche quando, in riconoscimento delle sue benemerenze pubbliche e private, fu elevato alla dignità di senatore, se fu assiduo alle sedute dell'alta Camera, raramente partecipò alle discussioni, e passava preferibilmente ogni giorno parecchie ore nella biblioteca del Senato, perchè fra i libri era il suo regno.

Il suo patriottismo non si manifestava nelle competizioni delle parti politiche, nè si esercitava in vane e sterili dichiarazioni di amor patrio, ma sorgeva dalla coscienza del più scrupoloso adempimento di tutti i doveri civici e si nutriva nella esaltazione dei fasti e delle glorie del genio italiano, che egli ricercava nelle biblioteche e nei musei, fra i monumenti delle età vetuste; nei tesori d'arte delle nostre cattedrali; negli esemplari dell'architettura del nostro risorgimento; nelle officine, dove spesso rifulge il valore del lavoro umano con le applicazioni delle più geniali scoperte scientifiche; dovunque egli trovasse l'impronta delle virtù di nostra gente.

L'ultima guerra lo sorprese e turbò profondamente. La sua mente non tollerava che la civiltà, per il capriccio di un monarca, potesse essere travolta e risospinta indietro di qualche secolo. I legami intellettuali che egli aveva carissimi con molte personalità del mondo scientifico degli Stati in conflitto, gli fecero dapprima desiderare che in questa guerra non si impegnasse l'Italia se per tale astensione non venissero disconosciuti i suoi diritti e pregiudicati i suoi interessi.

Ma quando la lotta fu ingaggiata e l'Italia vi partecipò con la coscienza di difendere non solo i suoi interessi nazionali ma le indefettibili ragioni del diritto e della giustizia, allora il Bodio, pur rattristato per i lutti e i dolori seminati dalla guerra in Europa, non ebbe che un palpito per la vittoria nostra, che salutò con gioia giovanile quando ne ebbe la prima notizia in Senato.

Delineata la figura dello scienzato, del funzionario, del cittadino, resta che a brevi tratti ricordiamo l'uomo.

Piccolo di statura, con due occhi vivacissimi che brillavano come luci, coi bianchi capelli fluenti e i baffi spioventi e incolti, una volta veduto non si poteva più dimenticare. La piccola persona

era quasi sempre in movimento, ed egli preferiva discorrere camminando, come se il moto del corpo favorisse il movimento delle idee.

Uscito da modesta famiglia borghese, conservò, anche dopo che ebbe raggiunto un'altissima posizione sociale, abitudini semplici di vita, le quali peraltro non gli impedivano i contatti, che egli anzi cercava, con le famiglie più nobili e più distinte, purchè vi trovasse alimento il suo spirito che era essenzialmente aristocratico, cioè schivo di ogni volgarità e desideroso di una sempre maggiore elevazione.

Buono, profondamente buono, era intollerante con gli ignoranti, poco indulgente coi presuntuosi, e fiero contro i prepotenti, difetti tutti contrari alle sue qualità. Dotato di robusta costituzione, avendo conservato fino alla sua tarda età tutte le facoltà fisiche e intellettuali in pieno vigore, si può dire che non abbia conosciuto vecchiezza. Eppure un male, che si era manifestato fin da giovane e che a quando a quando gli procurava sofferenze, si riacutizzò in questi ultimi tempi, destando nei famigliari qualche preoccupazione. Era sotto una crisi di esso, quando gli pervenne l'invito di recarsi a Parigi a partecipare ai lavori della Commissione internazionale di Statistica presso la Lega delle Nazioni. Egli riteneva suo dovere compiere questo ultimo atto, come ne ebbe il presentimento, della sua lunga onorata carriera, e appena il male gli diede tregua, contro il parere dei medici, volle partire.

A Parigi ebbe onori e cortesie dagli amici che egli contava colà numerosissimi, e da colleghi venuti da ogni parte del mondo che furono tutti lieti di festeggiare, il 12 ottobre 1920, il suo ottantesimo anno.

Nominato Presidente di quella Commissione, vi pronunciò nella seduta inaugurale un discorso in cui per l'ultima volta, e con parola alta e solenne, rivendicava alla funzione statistica la sua nobile missione di dire sempre la verità, anche fra gli interessi contrastanti, e fu quello l'ultimo insegnamento del Maestro, e, come egli stesso ebbe a dire, il canto del cigno.

Tornato a Roma, dopo appena due giorni dovè mettersi a letto per un nuovo assalto del male, che egli però non credeva grave e sperava forse superare, come altre volte. Nei momenti di calma, confortava gli astanti: la consorte e le figlie che lo assistettero col più devoto affetto, gli amici che non si staccarono dal suo capezzale, e scriveva e leggeva ancora il giorno avanti alla sua morte, quasi non volesse chiudere gli occhi in questa vita per ria-

prirli in un'altra in cui egli credette, senza il viatico della scienza che era stata la sua più ardente passione.

Il 2 novembre 1920 Luigi Bodio cessava di vivere.

A. Aschieri.

NOTIZIE PERSONALI DI LUIGI BODIO

nato a Milano il 12 ottobre 1840, morto a Roma il 2 novembre 1920

Studiò giurisprudenza nelle Università di Pavia e di Pisa, laureandosi in quest'ultima il 7 agosto 1861.

Ebbe un posto di perfezionamento a Parigi, per Economia e statistica. (19 novembre 1862).

Fu abilitato all'esercizio dell'avvocatura il 23 febbraio 1866.

Fu nominato professore di economia politica nell'Istituto tecnico di Livorno (1864) e di geografia nella Scuola di marina di Livorno (1864). Nel 1867 passò all'Istituto tecnico di Milano, come titolare di economia politica e statistica e nel 1869 alla Scuola superiore di commercio di Venezia, come professore di geografia commerciale e statistica, insegnandovi anche, per incarico, l'economia politica.

Il 30 giugno 1872 fu nominato Segretario della Giunta Centrale di Statistica.

Il 14 novembre 1872 reggente la Direzione di Statistica.

Il 16 novembre 1873 come Segretario permanente della Giunta Centrale di Statistica ebbe le funzioni di Direttore della Statistica Generale del Regno.

Il 28 dicembre 1878 fu nominato Direttore della Statistica (Capo Divisione) e il 17 maggio 1883 Direttore generale.

L'11 maggio 1898 fu nominato Consigliere di Stato, continuando nella direzione dell'Ufficio di statistica, che lasciò nel 1900, e fu collocato a riposo nel 1909, col grado di Presidente di Sezione.

Fu incaricato dell'insegnamento di materie giuridiche nella Scuola di applicazione degli Ingegneri di Roma dal 1 dicembre 1875 al 15 ottobre 1915.

Fu nominato Senatore del Regno il 14 giugno 1900.

Consigliere dell'Istituto italiano di credito fondiario dal 28 febbraio 1903.

Commissario generale dell'Emigrazione dall'agosto 1901 al 1904.

Segretario Generale dell'*Institut international de Statistique* dal 1885 al 1905, e poi Presidente dal 1909.

Presidente del Consiglio superiore di Statistica dal 5 giugno 1898.

Presidente del Comitato di Statistica presso il Ministero della Giustizia dal 4 novembre 1909.

Presidente del Consiglio dell'Emigrazione dal 1907 al 1919.

Presidente della Commissione internazionale di statistica presso la Lega delle Nazioni dall'11 ottobre 1920.

Appartenne alle seguenti Accademie e Società Scientifiche italiane:

Società fisio-medico-statistica di Milano (1866); Società geografica italiana dal 12 gennaio 1868, consigliere dal 15 aprile 1877, vice-presidente dal 28 gennaio 1894 al 1902; Ateneo veneto (1869); Società di letture scientifiche in Genova (1872); Accademia di scienze e lettere in Padova (1877); R. Istituto lombardo (1878); Società di economia politica in Roma (1878); Società italiana d'igiene in Milano (1878); Accademia olimpica di Vicenza (1880); Accademia Pontaniana di Napoli (1880); Ateneo di Treviso (1880); Accademia dei Lincei di Roma: socio corrispondente (1881); socio nazionale (1892); R. Accademia dei Georgofili in Firenze (1895); Società italiana di antropologia ed etnologia in Firenze (1898); Società « Dante Alighieri »: consigliere (1903) e per 12 anni vice-presidente; R. Istituto veneto di lettere scienze ed arti (1906);

e alle seguenti estere:

Società di statistica di Parigi (1872); Società di statistica di Londra (1874); Società degli economisti di Vienna (1875); Cobden Club di Londra (1876); Società di Statistica di Manchester (1877); Società francese di Igiene (1878); Società svizzera di statistica (Berna); Società spagnola d'igiene in Madrid (1882); Società geografica di Manchester (1885); Società di igiene pubblica del Belgio (1885); Società di geografia e statistica di Francoforte (1886); Imperiale Accademia delle scienze di Pietroburgo (1886); Accademia delle Scienze di Budapest (1887); Commissione centrale di statistica del Belgio (1888); American Economic Association di Baltimora (1889); Unione Internazionale di diritto penale di Bruxelles (1889); Institut de France - Academie des sciences morales et politiques (1890); American Statistical Association di Boston (1890); Società di incoraggiamento per l'industria nazionale di Francia (1891); Società dei giuristi annessa all'Università di Mosca (1891); Società di geografia di Neuchâtel (1891); Reale Società geografica di Scozia (1894); Società ungherese di igiene (1895); Dottore « Honoris causa » in scienze giuridiche dell'Università di Edimburgo (1896); Società imperiale di economia politica di Pietroburgo (1897); Accademia Reale di scienze e lettere del Belgio (1898); Società d'agricoltura di Francia (sezione di economia politica e statistica) 1898; National Education Association di Washington (1898); Dottore « Honoris causa » in scienze politiche dell'Università di Budapest (1896); Istituto internazionale di sociologia (1902); Istituto coloniale internazionale di Bruxelles (1902).

PUBBLICAZIONI FATTE DA LUIGI BODIO COL PROPRIO NOME

1864 - Due articoli nel « Politecnico » (Milano) *Sulla dottrina dell' imposta e sui fenomeni dell' incidenza e diffusione dell' imposta.*

1864 - Un articolo nel « Politecnico » *Sulla legislazione comparata in materia di società commerciali per azioni.*

1865 - *Dei docks e magazzini generali.* Relazione a nome della Commissione speciale istituita dal Municipio di Livorno.

1866 - *Saggio del commercio esterno, terrestre e marittimo del Regno d' Italia.* Firenze, Tipografi . Barbera 1867.

1867 - *Sui documenti statistici del Regno d' Italia* (presentato al Congresso internazionale di statistica di Firenze). Tipografia Barbera - Firenze.

1869 - *Della statistica nei suoi rapporti colla economia politica.* Prolusione al corso di statistica nella R. Scuola Superiore di commercio in Venezia; Milano, Tipografia Treves.

In *Archivio di Statistica*

1 - *Sul movimento della popolazione in Italia e in altri Stati d' Europa.* Anno I° Vol. 1°

2 - *Appunti di statistica ferroviaria.* Anno I° Vol. 2°.

3 - *Del Congresso internazionale di statistica tenuto a Budapest* nel Settembre 1876. Anno I° Vol. 3°.

4 - *Della statistica elettorale politica.* Anno II° Vol. I°.

5 - *Dell' emigrazione Italiana nel 1876 comparata a quella di altri stati.* Anno II° Vol. II°.

6 - *Della statistica meteorologica in Italia.* Anno II° Vol. 3°.

7 - *Prime linee di una statistica delle condizioni di vita delle classi operaie in Italia.* Anno VII° Vol. I°.

8 - *Il Dottor Bertillon e la scienza demografica, secondo la scuola francese.* Anno VII° Vol. 4°.

In *Annali di Statistica*

1 - *Statistica delle Opere Pie in Italia nel 1878.* Vol. XXI°, anno 1881.

2 - *Saggio di bibliografia statistica italiana.* Serie 3ª Vol. IV°, anno 1883 (2ª edizione 1885; 3ª edizione 1890).

Relazioni alla « Commissione per la Statistica giudiziaria e notarile », (poi « Commissione di Statistica e legislazione »), pubblicate negli *Atti* relativi, inseriti negli *Annali di Statistica* serie IIIª e IVª.

1 - *Sul movimento della criminalità nell' anno 1885* (giugno-luglio 1886).

2 - » » » » » *1886* (giugno-luglio 1887).

3 - *Risposta del Direttore generale della Statistica* (Bodio) *alle osservazioni presentate dal Comm. Beltrami-Scalia sulla Statistica penale in Italia* (dicembre 1888).

4. - *Sul movimento della delinquenza nel 1886* (sessione dicembre 1888).
5 - *Comunicazione del Direttore generale della statistica* (Bodio) *sulle Confraternite* (sessione giugno-luglio 1889).
6 - *Movimento della delinquenza nel 1887* (sessione giugno-luglio 1889).
7 - *Sulle mutazioni introdotte nella compilazione delle statistiche penali durante gli anni 1880-1887* (sessione giugno-luglio 1889).
8 - *Sulla scheda individuale per gli imputati di crimini* (sessione giugno-luglio 1889).
9 - *Sul movimento della delinquenza negli anni 1888 e 1889* (sessione gennaio 1891).
10 - *Sull' andamento dei lavori della statistica giudiziaria e dei mezzi occorrenti per eseguirla* (sessione giugno 1892).
11 - *Sui metodi seguiti in vari paesi per la ricerca dei dati della statistica penale* (sessione giugno 1892).
12 - *Sul movimento della delinquenza nel 1891* (sessione giugno 1893).
13 - *Sul movimento della delinquenza nel 1892* (sessione marzo 1894).
14 - *Sul numero dei reati gli autori dei quali rimasero impuniti* (sessione marzo 1894).
15 - *Sul movimento della delinquenza nell' anno 1893* (sessione maggio 1895).
16 - *Sul Riformatorio di Elmira negli Stati Uniti* (sessione luglio 1895).
17 - *Sulla statistica penale fatta col mezzo delle schede* (sessione luglio 1895).
18 - *Sul movimento della delinquenza nel 1894* (sessione giugno 1896).
19 - *Sul movimento della delinquenza nel 1895 e sulle condizioni personali dei condannati negli anni 1890-1894.*
20 - *Sul movimento della delinquenza in Italia nel 1896 e sulle qualità personali degli imputati di delitti negli anni 1890-1895* (sessione luglio 1896).
21 - *Sulla statistica della giustizia amministrativa* (sessione dicembre 1898).
22 - *Sulla statistica dei matrimoni celebrati col solo rito religioso* (sessione luglio 1899).

Relazioni, comunicazioni e memorie presentate alle Sessioni dell'«Institut international de Statistique», pubblicate nei Bollettini dell' *Institut.*

1 - *Dell' ordinamento degli Uffici centrali di statistica in Italia e in alcuni altri Stati; dei lavori che sono ad essi affidati e dei mezzi di cui dispongono* — Tome I, 3e et 4e livraison, pag. 231.
2 - *Quelques renseignements sur les conditions hygiéniques et sanitaires de l' Italie* — Tome I-Ire livraison, pag. 264.
3 - *Sur l' organisation de la statistique judiciaire pénale en Italie et sur les difficultés qui s' opposent aux comparaisons internationales dans cette branche de la statistique* — Tome IV-2e livraison, pag. 165.
4 - *Communication sur les progrès économiques et sociales de l' Italie de 1861 à 1889* — Tome IV-2e livraison, pag. 219.
5 - *Rapport sur la Statistique judiciaire pénale* — Tome VI-2e livraison, pag. 122.

6 - *Sulle discordanze che si osservano fra le statistiche commerciali dei vari Stati* — Tome VII, Ire livraison, pag. 25.

7 - *Observations sur la statistique criminelle comparée* — Tome VIII, Ire livraison, pag. 329.

8 - *De la méthode à suivre pour dresser une statistique scientifique de la récidive* — Tome VIII, Ire livraison, pag. 329.

9 - *Observations sur la statistique de la mortalité dans les Etats de l'Europe et dans une partie de l'Amerique* — Tome IX-2e livraison.

10 - *Rapport du Comité de Statistique criminelle sur la comparabilité des statistiques judiciaires* — Tome X, Ire livraison, pag. 110.

11 - (in collaborazione con Macdonell) *Communication sur l'organisation de la Statistique judiciaire civile* - Tome XI, Ie livraison, pag. 134.

12. - *Rapport sur la méthode du bulletin individuel appliqué à la statistique judiciaire pénale en Italie, depuis l'année 1890* — Tome XII, Ire livraison, pag. 371.

13 - (in collaborazione con E. Levasseur) *Statistique de la superficie et de la population des contrées de la terre* (2e édition), 1e Partie, Tome XII, 2e livraison, pag. VII; 2e Partie, Tome XV, Ire livr. pag. VII.

14 - *Rapport sur la statistique des migrations* — Tome XIII, Ire livraison pag. 85.

15 - *Notes sur la législation et la statistique comparées de l'émigration et de l'immigration* — Tome XV, Ire livraison pag. 55.

In *Atti dell'Accademia dei Lincei*

1 - *Di alcuni indici misuratori del movimento economico in Italia* — 1890 2a edizione 1896.

2 - *Commemorazioni* (in Rendiconti della Classe di scienze morali storiche e filologiche). A. Bosco — Vol. XV (1906)
» C. T. Inama von Sternegg — » XVIII (1909)
» E. Cheysson — » XIX (1910)
» G. U. Pierson — » XIX (1910)
» E. Levasseur — » XX (1911)
» A. De Foville — » XXII (1913)
» P. Leroy Beaulieu — » XXIV (1915)

Relazioni, studi e memorie pubblicati in Atti di Congressi, in Riviste, ecc.

Sull'emigrazione italiana — Relazione al Congresso internazionale geografico di Venezia (1881) - Nei rendiconti del Congresso - Roma, Tipografia Botta, 1882.

Dell'emigrazione italiana comparata con quella che avviene da altri Stati di Europa — in « Bollettino della Società geografica italiana », dicembre 1886.

Etat de la question des accidents du travail en Italie — Rapporto al Congresso internazionale degli infortuni sul lavoro tenuto in Berna - settembre 1891.

Sulla questione dell' emigrazione e del patronato degli emigranti, in « Atti del Congresso geografico » tenuto a Genova nel settembre 1892.

Della protezione degli emigranti italiani in America, in « Nuova Antologia » 1 giugno 1902.

Terza relazione del Commissariato sui servizi dell' emigrazione, in esecuzione della legge 31 gennaio 1901, presentata al Ministro degli Esteri e da questo presentata alla Camera dei Deputati, il 25 marzo 1904 in « Bollettino dell'emigrazione », anno 1904, n. 7.

Notes sur la législation et la statistique comparée de l' émigration et de l' immigration — Relazione presentata all'Istituto coloniale internazionale; sessione di Roma - 1905 - Tipografia Bertero, Roma.

Dell' emigrazione temporanea dall' Italia — in « Rendiconto del Congresso della Società « Dante Alighieri » tenutosi a Brescia nel settembre 1909. Roma, 1910.

Dei problemi del dopo guerra relativi all' emigrazione in « Giornale degli Economisti » e « Rivista di statistica » — ottobre 1918.

Pubblicazioni ricevute — Publications reçues

Publications received — Erhaltene Veröffentlichungen

Periodici - Périodiques - Periodicals - Zeitschriften

Archivio Italiano di Psicologia, Vol. I. Fasc. III. Gennaio 1921, Torino: F. Kiesow, *Guglielmo Wundt*; M. Ponzo, *La misura del decorso dei processi psichici eseguita per mezzo delle grafiche del respiro*; F. Kiesow, *Osservazioni sopra il rapporto tra due oggetti visti separatamente coi due occhi*; *Notiziario.*

Bollettino Amministrativo-Statistico del Comune di Ravenna, Ottobre-Novembre-Dicembre 1920, Parte I^{a}: *Relazione direzione scuole; Le elezioni generali amministrative; Uno sguardo generale alla nostra finanza; Proventi daziari; Prezzi dei generi.* Parte II^{a}: *Notizie topografiche; Popolazione (censimenti); Riassunto meteorologico; Movimento della popolazione; Pubblicazioni di matrimonio; Matrimoni; Nati; Immigrati; Emigrati; Morti; Cause di morte; Laboratorio chimico batteriologico; Polizia sanitaria; Malattie infettive; Disinfezioni; Vaccinazioni; Vigilanza del suolo e abitato; Vigilanza scolastica; Canile municipale; Macelli pubblici; Epizoozie; Vigilanza sui cimiteri; Vigilanza sugli alimenti; Ispezioni annonarie; Biblioteca comunale e Archivio storico; Museo Nazionale; Pompieristica; Attività edilizia; Elenco poveri; Libretti ammissioni al lavoro; Cassa Nazionale di Maternità; Forno comunale,* ecc.

Bollettino del lavoro e della previdenza sociale, Vol. 34. N. 6. Dicembre 1920. Parte I^{a}: Mercato del lavoro, *Italia: Mercato del lavoro per località; Conflitti del lavoro. Estero;* Istituti per la mediazione del lavoro, *Italia;* Organizzazioni professionali, *Italia; Organizzazioni dei datori di lavoro; Estero;* Congressi e voti. *Italia, Estero.* Concordati collettivi di lavoro; *Regolamenti e norme generali sul contratto di lavoro. Italia. Estero.* Cooperazione. Assicurazioni sociali. *Assicurazione obbligatoria contro l' invalidità e la vecchiaia.* Tribunali del lavoro e Istituti per la conciliazione. *Notizie diverse.*

PARTE II^a. LEGISLAZIONE: *Leggi, Progetti di legge, Decreti, Regolamenti, Circolari. Italia. Estero.* PARTE III^a. GIURISPRUDENZA: *Infortuni sul lavoro; Contratto d' impiego privato; Contratto di lavoro manuale.*

Bollettino del Lavoro e della Previdenza Sociale, Gennaio 1921. PARTE I^a. MERCATO DEL LAVORO: *Italia. Mercato del lavoro per regioni; Conflitti del lavoro; Estero;* ORGANIZZAZIONI PROFESSIONALI: *Italia. Organizzazione dei lavoratori; Estero;* CONSUMI DELLE CLASSI OPERAIE, *Italia;* CONGRESSI E VOTI: *Italia, Estero;* COOPERAZIONE: *Italia, Estero;* ASSICURAZIONI SOCIALI: *Italia, Assicurazione obbligatoria contro l' invalidità e la vecchiaia.* TUTELA INTERNAZIONALE DEL LAVORO. TRIBUNALI DEL LAVORO E ISTITUTI PER LA CONCILIAZIONE, *Italia.* PARTE II^a. LEGISLAZIONE, *Leggi e decreti, Circolari.* PARTE III^a. GIURISPRUDENZA, *Infortuni sul lavoro; Contratto d' impiego privato; Contratto di lavoro manuale; Cooperazione.*

Bollettino del Lavoro e della Previdenza Sociale, Febbraio 1921. PARTE I^a: MERCATO DEL LAVORO, *Mercato del Lavoro per regioni (Gennaio 1921); Variazioni delle mercedi e degli orari di lavoro; Conflitti di lavoro; La disoccupazione all' estero* (Inghilterra, Olanda, Norvegia, Danimarca, Canadà, Stati Uniti); *Organizzazioni professionali; Congressi e voti; Regolamento e norme generali sul contratto di lavoro; Cooperazione; Assicurazione obbligatoria contro gl' infortuni sul lavoro nelle industrie; Assicurazione obbligatoria contro l' invalidità e la vecchiaia; Tuteta internazionale del lavoro; Consigli del lavoro; Uffici comunali e provinciali del Lavoro; Collegi e probiviri; Commissioni arbitrali per l' impiego privato;* PARTE II^a, LEGISLAZIONE; PARTE III^a, GIURISPRUDENZA.

Bollettino dell' Unione statistica delle città italiane, (Firenze, Marzo 1921): *Le elezioni generali amministrative del Settembre-Ottobre 1920 in alcuni grandi Comuni Italiani; I Comuni della Provincia di Firenze; Saggio di cartografia statistica provinciale; Adunanza del Collegio tecnico dell' Unione statistica delle città italiane; Il 6° Censimento generale della popolazione e i grandi Comuni italiani.*

Bollettino di Statistica e di legislazione comparata, (MINISTERO DELLE FINANZE, DIREZIONE GENERALE DEL REGISTRO, DEL BOLLO E DELLE TASSE), Anno 18°, Fascicolo 4°. PARTE I^a, *Statistica. L' andamento delle tasse sugli affari e i provvedimenti tributari emanati dopo la conclusione dell' armistizio di Padova in data 3 Novembre 1918.* PARTE II^a, *Legislazione italiana (Provvedimenti tributari); Notizie estere* (Austria, Belgio, Francia, Stati Uniti).

Bollettino Mensile dell' Ufficio Municipale del Lavoro di Roma, Febbraio-Marzo 1921. PARTE I^a: LAVORO E ASSISTENZA SOCIALE, *Dopo il convegno degli Uffici del Lavoro degli Enti Locali; Fanciulli e mi-*

norenni nelle visite e rivisite per libretto di lavoro; L' Istituto di Riforme sociali in Ispagna; Democrazia e socialismo a proposito di dittatura del proletariato; La legislazione del problema delle case; Emigrazione in Francia; Una società francese per lo studio della partecipazione ai benefici; Il processo di lavorazione nelle industrie e la produzione; Contratti con clausole di giusti salari; Un' importante decisione in materia d' assicurazione d' infortuni agricoli; Il caro-viveri nel Belgio; Rassegna bibliografica; Notizie statistiche; Notiziario; Resoconti sommari. PARTE II^a: LA SCUOLA DEL LAVORO; *Le imprese di Stato senza scuole; Movimento scolastico professionale; L' organizzazione del lavoro carcerario nella riforma del codice penale; Convegno nazionale per le piccole industrie; I programmi d' insegnamento; Notizie varie.* PARTE III^a, BOLLETTINO STATISTICO: *Movimento della popolazione; Polizia mortuaria; Assistenza sanitaria; Igiene e polizia sanitaria; Igiene e polizia veterinaria; Lavoro; Pauperismo; Mercati; Dazio; Prezzi; Illuminazione; Traffici; Istruzione; Varie; Rapporti e confronti demografici; Note illustrative.*

Bollettino Mensile dell' Ufficio Municipale del Lavoro di Roma, Marzo 1921. PARTE I^a: LAVORO E ASSISTENZA SOCIALE, *Il Memoriale unico nazionale sul contratto d' impiego; Gli assegni in relazione al numero dei figli in Francia; Notizie dal Belgio circa i problemi del lavoro; La produzione alle diverse ore; La legislazione americana del lavoro; I salari commisurati sul prezzo del grano; Il riconoscimento di un' istituzione di previdenza assistita dall' Ufficio; Assistenza medico-sociale agli operai; La « Règle d' or des affaires »; Rassegna bibliografica; Notizie statistiche; Notiziario; Resoconti sommari.* PARTE II^a, LA SCUOLA DEL LAVORO: *La scelta di una professione secondo i criteri della « Union Suisse des arts et métiers »; Il primo decennio di vita della R. Scuola industriale di Aquila 1910-1920; Le scuole municipali di avviamento professionale e di tirocinio a Parigi; L' ufficio regionale d' orientamento professionale di Strasburgo; Movimento scolastico professionale; Il tirocinio professionale dei lavoratori edili nella Gran Bretagna; Realizzazioni; Piccole industrie.* PARTE III^a, BOLLETTINO STATISTICO: *Movimento della popolazione; Polizia mortuaria; Assistenza sanitaria; Igiene e polizia sanitaria; Igiene e polizia veterinaria; Lavoro; Pauperismo; Mercati; Dazio; Prezzi; Illuminazione; Traffici; Istruzione; Varie; Rapporti e confronti demografici; Note illustrative.*

Bollettino Municipale (CITTÀ DI COMO) Marzo 1921: *Como nella storia; Il lavoro e la sua giusta rimunerazione (Gli stipendi agli impiegati); Il costo della vita; Vita municipale; Istituzioni cittadine; Vita intellettuale; Cronistoria del bimestre; Scioperi, agitazioni, serrate; Legislazione e giurisprudenza; Notizie varie; Dati statistici.*

Bollettino Municipale mensile (Città di Milano), Marzo 1921 : Parte I^a^, *Le grandi fiere internazionali nel passato e nel presente ; Rievocazioni storiche : Il centenario dei Promessi Sposi ; Quanti siamo ? ; La lingua « Esperanto » ausiliaria ; Milano che deve sparire : una visita in Via Vetraschi ; Il controllo operaio in Italia ; Lavoro, salari e consumi ; Consulenza pratica sui numeri-indici del rincaro e loro applicazioni ; Unione statistica delle Città Italiane ; I. C. O. M. Alpinismo Antialcoolista ; Il rincaro dei prezzi dei materiali e degli oggetti d' uso ; Cronaca dell' attività Municipale ; La vita intellettuale a Milano ; Note sul mercato finanziario in Marzo ; Cronaca dello Sport ; Cronistoria del mese di Marzo ; Note sui dati statistici ;* Parte II^a^ : *Topografia ; Meteorologia ; Movimento della popolazione ; Morbilità : Igiene ; Consumi e Prezzi ; Pauperismo ; Traffici ; Lavoro ; Previdenza ; Cultura e istruzione ; Diverse.*

Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica, Dicembre 1920 : B. Griziotti, *La soluzione dei problemi finanziari dopo la guerra nella letteratura italiana ;* F. Vinci, *I lavori della conferenza finanziaria di Bruxelles ;* A. Carnelutti, *Il mercato del cambio nel Sud America e più specialmente al Cile ;* G. Angrisani, *Ancora su gli studi di scienze sociali ed i diplomi scientifici.*

Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica, Gennaio 1921 : A. Contento, *Sulla misura delle variazioni del costo della vita ;* C. Barbagallo, *Note di storia demografica ;* P. de Rédianis, *Nuovo metodo di determinazione del reddito nazionale ;* A. Carnelutti, *I prestiti italiani collocati all' estero e il lanciamento di un nuovo prestito speciale in oro.*

Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica, Febbraio 1921, A. Cabiati. *Un tipico esempio di appetiti protezionisti ;* E. Barone, *I costi « connessi » e l' economia dei trasporti.*

Giornale degli Economisti, Marzo 1921 : R. Benini, *Per Luigi Bodio ;* M. Boldrini, *L' organizzazione annonaria di Matelica nel secolo XVII.*

Giornale degli Economisti, Aprile 1921 : R. Benini, *Per Ridolfo Livi ;* G. Majorana, *La terra a chi può coltivarla ;* S. Oneto, *La teoria pura della progressività.*

Giornale degli Economisti, Maggio 1921 : G. Borgatta, *La rendita del consumatore e le sue applicazioni finanziarie ;* M. G. Marenco, *Le condizioni dell' emigrazione ligure ;* A. *Notizie sulla popolazione italiana e assimilata della colonia Eritrea.*

Giornale di Matematica finanziaria, Sett.-Dic. 1920 : F. Insolera, *Una eco delle discussioni sull' imposta patrimoniale ;* F. I., *Di alcuni*

problemi di statistica che conducono ad estendere il concetto di probabilità; S. Minetola, *Nota sull' articolo precedente;* F. Insolera, *Sulla geometria delle operazioni di borsa;* G. Curato, *Nel bilancio dello Stato;* S. Ortu-Carboni, *Lazzaro Ricci;* M. Righetti, *Il commercio estero dell' Italia prima e durante la guerra;* V. Dentaniero, *Sopra la interpolazione dei fenomeni collettivi di un solo argomento.*

Giornale di Matematica finanziaria, Marzo 1921: E. C. Bonferroni, *Probabilità assolute, relative, di precessione;* F. Insolera, *Sulla geometria delle operazioni di borsa;* V. Porri, *Il gettito delle vecchie e delle nuove imposte nel bilancio italiano durante la guerra;* F. Insolera, *Per una recensione.*

Giornale di Medicina Militare, Marzo 1921: G. Bilancioni, *Osservazioni cliniche sulla sifilide ignorata con localizzazioni a carico del naso, della faringe e dell' orecchio;* Dal Collo, *Raccolta ossifluente da morbo di Pott delle vertebre dorsali, in rapporto alle lesioni del mediastino.*

Giornale di Medicina Militare, Aprile 1921: Taddei, *L' opera e gli stati d' animo del chirurgo;* Consiglio, *Per il rinnovamento e l' incremento degli studi antropologici; L' Istituto Internazionale di antropologia; Contributi alla medicina militare; Casuistica clinica;* Ferraro, *Un caso di nevrite ascendente dei plessi sacro-lombare a tipo apoplettiforme; Conferenze scientifiche negli ospedali militari; Necrologio; Per il libro d' oro del corpo sanitario militare.*

Giornale di Medicina Militare, Maggio 1921: Gradenigo, *Della simulazione della sordità e di un nuovo metodo proposto per riconoscere la simulazione della sordità unilaterale;* Consiglio, *Per il rinnovamento e l' incremento degli studi antropologici; L' Istituto Internazionale di antropologia; Contributi alla medicina militare;* Biagini, *Glioma emorragico del lobo parietale destro.*

Giornale di Medicina Militare, Giugno 1921: Dionisi, *La malaria delle terre redente;* Morandi, *Sull' utilità del reperto citologico degli essudati congiuntivali per la diagnosi di congiuntivite provocata;* Ferraro, *Sulle forme così dette « riflesse » da traumi di guerra.*

L' Espansione commerciale d' Italia, Gennaio-Marzo 1921: *Rassegna economica del mese; Mercati d' importazione e d' esportazione; Tariffe doganali e regime delle importazioni e delle esportazioni; Cambi; Concessioni forestali, minerarie e terriere,* etc.

Il Contribuente Italiano, Febbraio 1921: G. Carbonaro, *L' imposta sui profitti di guerra e le Cooperative di produzione;* G. Borgatta, *L' aggravarsi della pressione fiscale e la crisi presente;* A. Abate,

L' insegnamento universitario del diritto finanziario; R. De Simone, *A proposito di alcuni emendamenti per l' applicazione dell' imposta patrimoniale.*

Il Contribuente Italiano, Marzo 1921: G. Fasolis, *Patrimonio, prodotto e reddito agli effetti dell' imposta;* G. Stresino, *Note finanziarie: La gestione statale dei cereali e l' omnibus finanziario;* F. Mirmina, *Giurisprudenza e legislazione.*

Il Corriere Economico, 3 Marzo 1921: *La sottoscrizione ai nuovi buoni settennali e il risparmio nazionale;* P. Lanino, *L' industria idroelettrica in Italia ed i suoi danni presenti;* G. Olivetti, *Il controllo nelle industrie;* Gibol, *Il regime attuale dei titoli al portatore in Italia;* C. Bachi, *I proventi delle imposte nel bimestre gennaio-febbraio.*

Il Corriere Economico, 17 Marzo 1921: R. Pilotti, *Le sanzioni economiche contro la Germania;* O. M. Corbino, *Lo spirito antindustriale in Italia;* R. Dalla Volta, *Le condizioni economiche della Svizzera nel 1920.*

Il Corriere Economico, 24 Marzo 1921: G. Borgatta, *Il problema tecnico delle indennità tedesche;* E. Anzilotti, *I recenti accordi economici della Francia con l' Italia e gli altri Stati;* G. Bolaffi, *A proposito di remissione di debiti interalleati; La pressione tributaria in Italia.*

Il Corriere Economico, 7 Aprile 1921: *L' emissione di buoni settennali del Tesoro;* A. Graziani, *Demanialità delle miniere;* G. Borgatta, *Le esportazioni e le indennità germaniche.*

Il Corriere Economico, 14 Aprile 1921: *La crisi industriale e i suoi rimedi;* G. Bolaffi, *La pressione tributaria in Italia;* E. Anzilotti, *Le esportazioni agricole italiane in Germania durante il 1920.*

Il Corriere Economico, 21 Aprile 1921: *Per una rivalutazione dei patrimoni delle società commerciali;* F. De Gaetano, *Il nuovo aumento dei tributi locali;* G. Bolaffi, *La pressione tributaria.*

Il Corriere Economico, 28 Aprile 1921: E. Camerana, *Sulla produttività dei pozzi petroliferi;* B. G., *L' economia argentina e le conseguenze della guerra; Buoni del tesoro settennali 5 per cento netto a premi emessi in virtù del R. Decreto 30 Dicembre 1920 n. 1723; Il bilancio della Romania e la riforma finanziaria.*

Il Corriere Economico, 5 Maggio 1921: P. Lanino, *L' industria idroelettrica in Italia ed i suoi danni presenti;* F. Coppola D' Anna, *Le*

riparazioni tedesche e i debiti interalleati; Buoni del tesoro 5 % netto a premi emessi in virtù del R. Decreto 30 Dic. 1920 n. 1723; Note economiche della settimana; C. Bachi, *I proventi delle imposte nel Marzo 1921.*

Il Corriere Economico, 12 Maggio 1921: E. Anzilotti, *L'esportazione italiana verso i paesi a valuta deprezzata;* V. Bertuccioli, *Le condizioni economiche del Giappone dopo la guerra mondiale;* X., *Lo sviluppo agricolo e industriale del Brasile.*

Il Nuovo Patto, Gennaio-Febbraio 1921: F. Lori, *Dateci la parola della moderazione;* V. Piccoli, *La crisi dell'arte contemporanea;* V. Racca, *L'ingerenza americana nelle cose d'Europa;* F. Personè, *L'idolo di Augusto Barlier;* A. Lumbroso, *Napoleone nelle tradizioni popolari asiatiche;* M. Leoni, *Dante cacciatore;* G. Brunacci, *Una leggenda greco-etrusca; Rassegne e Polemiche; Luigi Bodio; Note Economiche e finanziarie;* F. Coppola D'Anna, *L'Economia Italiana nel 1921;* G. Provenzal, *Una nostra materia prima; Documenti.*

Il Nuovo Patto, Marzo-Maggio 1921: G. Provenzal, *Il viaggio di Orlando visto da Roma;* F. Orestano, *Della Libertà;* M. Chini, *Il secondo Mimo di Erode;* G. Del Vecchio, *Giurisprudenza e Filosofia;* L. Rava, *Gioachino de' Prati;* M. Ficini Longarelli, *Dantisti d'altri tempi;* F. U. Saffiotti, *Cattaneo dopo le Cinque Giornate.*

Il Tempo Economico, 5 Marzo 1921: G. Olivetti, *L'organizzazione internazionale del lavoro;* D. Guidi, *Il progetto del controllo operaio attraverso la critica;* G. Sensini, *Teorie sperimentali dei fenomeni demografici;* E. Rignano, C. Gini, *Vie traverse e vie maestre.*

Il Tempo Economico, Marzo-Aprile 1921: *Il pagamento dei debiti in valuta estera;* F. Savorgnan, *Il valore commerciale dell'Alta Slesia;* V. Maltese, *Un problema che interessa tutta Italia: il porto franco di Trieste;* A. Quintavalle, *La circolazione cartacea in Russia;* O. Schanzer, *La produzione agricola delle nostre colonie nei riflessi dell'industria nazionale;* A. Casalini, *Le bonifiche in Italia;* A. Guerriero, *L'Agora e il Mito;* F. Vinci, *Fatti e problemi economici del giorno; Le società per azioni;* M. Battista, *Rassegna giuridica.*

Il Tempo Economico, 20 Aprile - 20 Maggio 1921: E. Rignano, *Una lacuna colmata nella scienza economica;* C. Arena e L. A. Miglioranzi, *Per un'associazione fra azionisti di società anonime;* R. Michels, *Le società con sede in Isvizzera per il finanziamento di imprese elettriche ed il ribasso delle valute;* F. Savorgnan, *Sintomi di rinascita nella vita nazionale della Germania;* F. Vinci, *Fatti e problemi economici del giorno.*

La Riforma Sociale, Gennaio-Febbraio 1921 : B. Stringher, *In memoria di Luigi Bodio ;* G. Prato, *L' epilogo di uno storico conflitto industriale ;* G. di Modica, *Le conseguenze economiche della guerra ;* G. Borgatta, V. Pozzi, *Rassegna bibliografica.*

La Riforma Sociale, Marzo-Aprile 1921 : G. Borgatta, *Crisi bellica e crisi postbellica ;* O. M. Corbino, *Lo spirito anti-industriale in Italia ;* A. Cabiati, *I probabili effetti della tassa del 12 % sull' importo globale dell' esportazione tedesca.*

La Riforma Sociale, Maggio-Giugno 1921 : G. Rocca, *Un economista agrario : Ghino Valenti ;* A. De' Stefani, *La ricchezza dall' aspetto energetico ;* Livio Livi, *Sperperi proletari e restrizioni borghesi ;* M. Landucci, *Le contrattazioni di cambi a termine.*

La Vita Italiana, 15 Marzo 1921 : G. Roncagli, *I veri amici dell' Italia studiati da un buon amico della Francia ;* S. G. Scalfati, *Il problema della indennità tedesca e dei debiti interalleati ;* P. Lanino, *Il disegno di legge Giolitti-Labriola sul controllo operaio sulle fabbriche ;* A. Lanzillo, *Considerazioni sulla crisi economica attuale ;* G. Sensini, *Trasformazione della democrazia ;* « Un Coloniale », *La pubblica istruzione nella Colonia Eritrea ;* G. F. Guerrazzi, *La riscossa agraria ;* U. Silvagni, *Una tradizione monarchica infranta. Come sono stati trattati gli artefici della Vittoria ;* « Verax », *Rassegna mensile dell' attività della Lega delle Nazioni ;* C. Crispolti, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici* (10 Febbraio - 20 Marzo 1921).

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l' Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Gennaio 1920 : *Informazioni relative al mese di Dicembre ; Produzione delle barbabietole da zucchero ; Raccolto dei foraggi.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l' Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Febbraio 1920 : *Informazioni relative al mese di Gennaio ; I prezzi dei principali prodotti agricoli in Italia nell' anno 1919.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l' Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Marzo 1920 : *Informazioni relative al mese di Febbraio ; Produzione delle olive e dell' olio di oliva.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l' Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Aprile 1920 : *Informazioni relative al mese di Marzo ; Produzione degli agrumi e degli ortaggi di grande coltura nel 1919.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l'Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Maggio 1920: *Informazioni relative al mese di Aprile; Il commercio con l'estero dei prodotti agrari nel biennio 1917-1919.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l'Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Ottobre 1920: *Informazioni relative al mese di Settembre; Produzione degli ortaggi di grande coltura.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l'Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Novembre 1920: *Ghino Valenti* (Necrologio); *Informazioni relative al mese di Ottobre; Raccolto dell'uva, del riso, delle patate, della canapa, del lino (tiglio); Produzione del seme di lino, delle olive da olio.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (Ministero per l'Agricoltura, Ufficio di Statistica Agraria), Dicembre 1920: *Informazioni relative al mese di Novembre; Produzione del granoturco, del pomodoro, dei fagiuoli, delle leguminose da granella, delle frutta, delle castagne, del vino.*

Nuovo Convito, Marzo 1921, Pagina di Dante: F. Crispolti, *Dante apologista ed educatore; Notiziario;* M. Del Vasto Celano, *Vanità oltre tomba; Impressioni dal vero;* L. Sorgoni, *Il Santuario di Loreto;* John Keats, *Ad un usignuolo, trad. di* A. Turazza; Age, *Voci e richiami;* D. Trocchi, *Patrignone;* Omero, *Tersite, trad. di* M. Faggella; *I libri; Roma e il Mondo.*

Nuovo Convito, Aprile 1921: N. Zingarelli, *Dante e la visione;* L. Gamberale, *Shakespeare conobbe le opere di Dante?;* G. Faldella, *Confessione;* J. Lindsay, *Sulla filosofia europea;* Duchessa di Santa Elisabetta, *Novella in versi;* N. R. D'Alfonso, *Crotona.*

Nuovo Convito, Maggio 1921: F. Crispolti, *L'ufficio artistico della dottrina dantesca;* M. Del Vasto Celano, *Donna Rosa Giolitti Sobrero;* A. De Giovanni, *La bufera;* U. Fleres, *La biennale romana;* G. Donati-Pettèni, *Un colloquio con Guido da Verona;* G. Gori, *L'arte nuova allo specchio;* A. Bruers - M. D'Azeglio, *Nel nome d'Italia.*

Rivista delle Società Commerciali: C. Petrocchi, *L'organizzazione del Genio Civile rispetto alle derivazioni d'acque pubbliche;* M. Siotto Pintòr, *Contratto economico e dissidio politico;* G. Regazzoni, *Il nuovo diritto italiano del lavoro.*

Rivista delle Società Commerciali, Novembre 1920: R. Dalla Volta, *I nuovi organismi per la collaborazione industriale nell'Inghilterra;* G. De Maio, *Sul ritiro dei tre decimi versati per la costituzione*

delle società per azioni; L. A. Miglioràzzi, *Questioni sul comodato di azioni sociali;* G. Borgatta, *L' economia industriale italiana durante la guerra.*

Rivista di Politica Economica, G. Olivetti, *L' approvvigionamento di materie prime alle industrie in riparazione dei danni di guerra;* E. Marchetti, *Conseguenze economiche dei trattati di pace;* M. Siotto Pintòr, *Divagazioni dal punto centrale in materia di controllo delle industrie;* G. Semenza, *Sul progetto di legge Bianchi per la socializzazione dell' industria elettrica;* G. Caldarera, *Giurisprudenza italiana.*

Rivista Italiana di Sociologia, Luglio-Settembre 1920: E. Altavilla, *La simulazione della pazzia;* G. Brichetti, *La natura originaria della famiglia romana nella tradizione giuridica italiana;* S. La Sorsa, *Il lavoratore pugliese; Note di sociologia e di folklore;* F. Maroi, *Moderni lineamenti del diritto matrimoniale svizzero.*

Bullettin Mensuel de l' Office permanent, (Istitut International de Statistique), Première Année, 1920; II.e Livraison, Août: *Statistique des prix de gros; Nombres-indices des prix de gros (avec graphique); Coût de la vie; Cours du change; Banques de circulation; Chômage.*

Bullettin Mensuel de l'Office permanent, (Institut International de Statistique), III.e Livraison, Mars, 1921: *Statistique des prix de gros; Nombres-indices des prix de gros (avec graphique); Coût de la vie; Cours du change; Banques de circulation; Chômage.*

Revue de l' Institut de Sociologie (Instituts Solvay), Première Année 1920-21, Tome II, N. 2, Bruxelles, Mars 1921: C. Bouglé, *Valeurs économiques et valeurs idéales;* A. Levi, *Le parti socialiste italien;* L. Verlaine, *Le mécanisme de l' hérédité;* B. S. Chlepner, *Le nouveau régime fiscal de l' Allemagne;* D. Warnotte, *Chronique du mouvement scientifique.*

Revue des Valeurs de l' Afrique du Nord, 12.me Année, 20 décembre 1920: *Revue financière; La vie politique et économique; La vie agricole; Informations diverses.*

Revue économique française, (Societé de Géographie Commerciale), Janvier-Fevrier 1921: H. Poběguin, *Une mission d' études pratiques au Moyen-Congo;* F. Ronget, *Les bois de l' Afrique Équatoriale Française;* G. Regelsperger, *Mouvement géographique.*

American Statistical Association, March 1921: I. Fisher, *The best form of index number;* E. E. Day, *The measurement of variations in the national real income;* M. C. Rorty, *A national money accounting as the basis for studies of income distribution;* W. M. Steuart, *The conduct of the fourteenth census;* E. Sydenstricher and Dean K. Brumdage, *Industrial establishment disability records as a source of morbility statistics;* M. M. Hulst, *Mortality notes of college women;* G. F. McEvven, *Rapid methods of approximating to terms in a binomial expansion.*

Economica, (London School of Economics and Political Science), January 1921: *Foreword;* W. H. Beveridge, *Economics as a Liberal Education;* H. Finer, *The Group System in France;* E. Cannan, *Bank Deposits;* T. E. Gregory, *The Economics of Employment in England 1660-1713;* P. Campbell, *Asiatic Immigration into Australia;* E. W. Shanadan, *The New International Frontiers;* S. Bushell, *The relative importance of Co-operative and other Retail Prices;* M. Hogg, *Dependants on Women Wage Earners;* J. Laski, *Recent Contributions to Political Science.*

Economica, (London School of Economics and Political Science), May 1921: A. L. Bowley, *Earners and Dependants in English Towns;* A. L. Bowley, *The Survival of Small Firms;* E. T. Kelly, and M. L. Askins, *Foundations of Industrial Welfare;* C. K. Hobson, *Measurement of the Balance of Trade;* P. Ford, *Marx and Marxists;* M. C. Buer, *Depression after Napoleonic Wars;* H. C. Gutteridge, *The Limitation of the Liability of Shipowners;* R. H. Soltau, *The Present Position of the French President;* H. Dalton, *Recent Contributions to Public Finance.*

Statistical Bulletin (Metropolitan Life Insurance C.o), January 1921.

Statistical Bulletin (Metropolitan Life Insurance Co.), May 1921: *Automobile Fatalities still increasing; Diarrheal Disease Control; Mortality Rates of College Women; The After History of Tuberculosis Patients discharged from Sanatoria; Healt Report of April, 1921,* etc.

Statistical Bulletin (Metropolitan Life Insurance Co.), July 1921: *Small Increase in the Colored Population; Infant Mortality rises in 1920; Tuberculosis Death Rate still declining; The value of record keeping to the nursing profession; Autopsies essential for medical education,* etc.

The Economic Journal, N. 121, Vol. XXXI, March 1921 : B. Malinowski, *The Primitive Economics of the Trobriand Islanders ;* C. R. Fay, *Corn Prices and the Corn Laros 1815-1846 ;* S. Bauer, *Past Achievements and future Prospects of International Labour Legislation ;* R. Tronton, *Cancellation of inter-allied debts ;* W. W. Bryant, *The Weather and cyclical fluctuations ;* T. Johnes, *Notes on the social and economic transition in Japan ;* C. Gini, *Measurement of Inequality of Incomes ;* J. G. Smith, *South African Currency.*

The Guaranty News, April 1921 : A. Walker, *Across the Andes to Chile ; Singapore.*

The Guaranty News, June 1921 : M. F. Mc Caffrey, *The Medical Department ;* E. S. Gilmour, *Collection of Interest Abroad ;* A. Walker, *From Peru to Panama.*

The Guaranty News, July 1921 : R. K. Stowell, *Guaranty Country House ;* R. L. Becker, *Educational Needs of the Future Banker ;* C. A. Pye, *Early Days of Liverpool Banking ;* W. C. Avery, *The Situation in the Philippines.*

The Guaranty Survey, (Guaranty Trust Company of New York), April, May, June 1921 : *Business and Financial Conditions in the United States ; Conditions in Various sections of the Country ; The General Situation Abroad ; American Goods and Foreign Markets.*

United State Department of Agriculture Bulletin, N. 869 : H. K. Hayes and H. V. Harban, *The Inheritance of the lenght of internode in the rachis of the barley spike.*

Zeitschrift für Volkswirtschaft und Sozialpolitik, Neue Folge, 1 Band : Th. Mayer, *Wesen und Enstehung des Kapitalismus ;* R. Schüller, *Wirtschaftliche Bestimmungen des Friedensvertrags von Saint-Germain ;* H. Vogel, *Die Gesetzgebung auf dem Gebiete der Innenkolonisation im Deutschen Reich ;* H. Kelsen, *Der Staatsbegriff der « Verstehenden Soziologie » ;* F. Hayek, *Der nordische nationalökonomische Kongress im Stockholm, August-September 1920 ;* R. Kerschagl, *Ueberblick über das Schrifttum des Geldwesens von 1914 bis 1920.*

Den Nordiske Race, Nr. 1, 1920 : A. Mjöen, *Den Nordiske Race ;* K. Larsen, *Folkeforskning ;* H. Lundborg, *En sundare Ras ;* K. Ellekilde, *Dansk Hedenskab,* etc.

Den Nordiske Race, Nr. 2, 1920: A. Mijöen, *Hvordan opstaar geniet;* P. Schjaerff, *Den danske Soldat som type;* S. Hedin, *Den nordiske race;* C. B. Davenport, *Menneskelegtens forbedring ad biologiskvei;* etc.

Kommersiella Meddelanden (utgivna av Kommerskollegium), 24 Mars 1921: *Un index du change suédois; Commerce extérieur de la Suède en 1919; Quelques données sur l' industrie du pétrole en 1920; La situation économique en Angleterre; La situation économique en France; Commerce extérieur de l' Espagne en 1919; Quelques données sur les prix de froment et d' engrais;* etc.

Kommersiella Meddelanden (utgive av Kommerskollegium), 25 Maj 1921: S. Jonasson, *Quelques donnees sur l' industrie des huiles de schiste; Est une nouvelle pèriode d' élévation des prix sur le point d' arriver ?; Les moyens pour l' exportation d' airelles rouges suédoises aux Etats-Unis; Le commerce entre la Suède et la Suisse en 1920; Les recherches de l' acadèmie des sciences techniques sur les ressorts de force et de combustibles;* etc.

Kotimainen työ inhemskt arbete, May-Juni 1920.

Libri, annuari, opuscoli, estratti, ecc.

Livres, annuaires, brochures, extraits, etc.

Books, yearbooks, pamphlets, reprints, etc.

Bücher, Jahrbücher, Broschüren, Separatabdrücke, usw.

G. Arias, *La questione meridionale.* Volume I: *Le fondamenta geografiche e storiche del problema: L' emigrazione.* Bologna, Zanichelli, 1921.

Associazione fra le Società Italiane per Azioni. Confederazione Generale dell' Industria Italiana (sezione economica). *Note sulla situazione economica dell' Italia,* Athenaeum, Roma, 1921.

R. Bachi, *Nuova serie di numeri indici per il movimento dei prezzi delle merci in Italia nel commercio all' ingrosso,* (« L' Economista » Anno XLVIII. N. 2451). Roma, 24 Aprile 1921.

L. Basso, *Il pane e il bilancio,* discorso pronunziato alla Camera dei Deputati. Roma, 1921.

B. Belotti, *La Società delle Nazioni e la sua prima assemblea,* Milano, Treves, 1921.

F. Coletti. *Del carattere e dell' opera di Luigi Bodio.* (Estratto della « Rivista Bancaria » Marzo 1921).

Camera di Commercio di Breslavia, *La questione dell'Alta Slesia e la ricostruzione dell' economia europea,* Breslavia, Giugno 1921.

Camera di Commercio Ungaro-Italiana. *L' Economia nazionale dell' Ungheria mutilata.* Budapest, 1921.

A. Contento. *Sulla misura delle variazioni del costo della vita.*

A. De Pietri-Tonelli, *Lezioni di politica commerciale*, dettate nella « Regia Scuola Superiore di Commercio di Venezia », Anno scolastico 1920-21, Corso speciale: *Il Commercio Internazionale sotto l' aspetto statistico*, Rovigo, Industrie Grafiche Italiane, 1921. (Dispense da 17 a 21).

C. Ferraris, *Disposizioni per la sistemazione della gestione statale dei cereali.* Relazione letta in Senato nella tornata del 26 Febbraio 1921, Roma 1921.

C. Gini, *Considerazioni su l' interpolazione e la perequazione di serie statistiche.* (Estratto dal « Metron » Vol. I° N. 3).

C. Gini, *Problèmes financiers d' après guerre,* (Extrait de « Scientia » Août 1921).

C. Gini, *Problemi sociologici della guerra*, Bologna, Zanichelli, 1921.

C. Gini, *Sull' interpolazione di una retta quando i valori della variabile indipendente sono affetti da errori accidentali,* (Estratto dal « Metron » Vol. I° N. 3).

L. Livi, *Sperperi proletari e restrizioni borghesi,* (Estratto dalla « Riforma Sociale » Maggio-Giugno 1921). S. T. E. N. Torino.

L. Livi, *La statistica etnografica e il sesto censimento generale della popolazione* (Estratto dalla « Rivista Geografica Italiana », Anno XXVIII, 1921).

R. Livi, *Cronachetta pratese del Cinquecento; Giove veduto di pieno giorno; Un pratese hidalgo spagnuolo.* (Estratto dall' « Archivio Storico Pratese », Anno II, Ottobre 1919, N. IV.) Arezzo.

G. Magrini, *Le iniziative economiche che l' Italia può sviluppare in Anatolia*, Roma 1921.

G. Magrini, *La Missione italiana per l' esplorazione dei mari di levante*, (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. Estratto dal vol. XXX, serie 5ª, 1° sem. fasc. 5°, Seduta del 6 Marzo 1921), Roma 1921.

M. Martna, *L' Estonia*, Roma, Signorelli, 1919.

Ministero della Giustizia e degli Affari di Culto, *Statistica della Criminalità per gli anni 1914 e 1915.* Roma, 1920.

Ministero del Tesoro. Direzione Generale del Tesoro. *Conto riassuntivo del tesoro al 31 Dicembre 1920.* Estratto dalla « Gazzetta Ufficiale » del 17 Maggio 1921, N. 115.

S. Minetola, *Di alcuni problemi di Statistica che conducono ad estendere il concetto di probabilità*, (Estratto dal « Giornale di Matematica Finanziaria » Anno II. Vol. II. N. 3-4, Settembre Dicembre 1920).

A. M. M. Montjin, *Un nuovo Principio di Diritto Internazionale Pubblico.* L'Aia, Fratelli Belinfante Editori, 1919.

F. Natoli, *Verso il tramonto del capitalismo?* Discorso inaugurale pel 2° anno accad. dell'Istit. Sup. di Studi Comm. di Palermo, Palermo, 1921.

G. Olivetti, *L'Approvvigionamento di materie prime alle industrie in riparazione ai danni di guerra*, Relazione al « Consiglio Superiore dell'Industria », 15 Novembre 1920. Società Poligrafica Nazionale. Roma.

V. Peglion e A. Serpieri, *Appunti sulla Economia Agraria dell'Istria*, Federazione Italiana dei Consorzi Agrari. Piacenza, 1921.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. Pubblicazione N. 32: *Sulla precisione delle Osservazioni Mareografiche nella Stazione di secondo ordine di Porto Caleri*, 1911.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 35: G. P. Magrini, *Dislivelli fra Adige e Brenta nella zona marittima*, 1911.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 38: *Norme ed istruzioni per il servizio di misura delle portate*, 1914.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 52: *Prima serie di misure di portata sul Mincio*, 1915.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 53: *Norme ed Istruzioni per il Servizio Metereologico*, Parte I e II, 1916.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 55: *Norme ed istruzioni per l'esecuzione delle livellazioni geometriche di precisione.* 1913.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 56: *Carta annuale delle pioggie nella regione veneta per il 1912, 1913.*

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 57: *La segnalazione del tempo per il porto di Venezia*, 1915.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico. Venezia. N. 58: G. P. Magrini, *Relazione*, 1914.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 59: *Il servizio metereologico degli Stati Uniti.* Relazione di missione del Sig. Manley-Bendall, della Società di Oceanografia del Golfo di Guascogna, traduzione di G. Magrini, 1914.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 61: G. Magrini. *Carta annuale delle pioggie nella regione veneta per il 1913.*

R. Magistrato delle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 67: *Sesta relazione annuale del Direttore*, 1916.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 68: *Carte annuali delle pioggie nella regione veneta 1914 e 1915.*

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico: G. Magrini, *La distribuzione delle pioggie nella regione veneta*, parte I^a. *Le pioggie nel quinquennio 1911-1915*, Fascicolo I. *L'altezza di pioggia caduta ed il numero dei giorni piovosi*, 1919.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 70: G. P. Magrini, *Relazione*, 1915, 1917.

R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico, Venezia. N. 86: *Ottava relazione annuale del Direttore*, 1918.

Reale Commissione per le valutazioni ed i riparti dei disavanzi degli Istituti di previdenza ferroviari. (R. Decreto 8 Aprile 1900 N. 137). Roma: *Relazione; Atti*, Volume I, *Statistiche demografiche*, 1913, Volume II, *Tavole demografiche e finanziarie*, 1918.

P. Sabatini, *Le due triplici nella conflagrazione europea. Fatti e propositi.* Milano, Ottobre 1914, Tipografia Pulzato e Giani.

G. Sahadum, *Per una stanza di conpensazione internazionale*, (Estratto dalla « Rivista Bancaria », Anno II, N. 1, Gennaio 1921). Associazione Bancaria Italiana, Milano.

S. Scalfati, *Il problema della indennità tedesca e dei debiti interalleati.*

T. Seifert, *Il popolo lettone e la Lettonia*, Roma, 1921.

Senato del Regno, Relazione della Commissione di finanze sul disegno di legge comunicato alla Presidenza dal Ministero del lavoro e della Previdenza sociale di concerto col Presidente del Consiglio dei Ministri, Ministro dell'Interno, col Ministro della Giustizia, col Ministro del Tesoro e col Ministro delle Poste e dei Telegrafi il 28 Marzo 1921. *Sesto Censimento generale della popolazione.*

S. Nilus, *L' Internazionale Ebraica.* Protocolli dei « Savi Anziani » di Sion. Versione italiana con Appendice, Roma, La Vita Italiana, 1921.

V. Porri, *L' equilibrio economico nel Veneto alla vigilia della guerra*, Roma, Ministero delle Terre Liberate, 1921.

Ufficio Municipale del lavoro di Roma: *Esempi pratici di regolamentazione del lavoro e di assistenza ai lavoratori.* Roma, Tip. Centenari 1921.

A. Vacca, *Opinioni individuali e deliberazioni collettive* (Estratto dalla « Rivista Internazionate di Filosofia del Diritto », Fascicolo I.) 1921, Genova.

A. Wierzbicki, *La verità sull'Alta Slesia. Gli errori dell' economista inglese Keynes.* Agenzia Polacca di Stampa, Roma.

La Svezia, sue industrie e sua esportazione, Stockholm 1920. Casa Editrice dell'Associazione dei Tecnologici di Svezia.

Bureau international du travail, *Enquête sur la production. Mémoire indroductif.*

O. Butter et B. Rund, *La République Tchécoslovaque. Aperçu de la vie intellectuelle, politique, economique, et sociale.* Deuxième edition entièrement revue. Prague, 1921.

G. Kramsztyk, *La Pologne, l'Allemagne et l'industrie de la Haute-Silésie.* Edité par le « Comité plébiscitaire pour la Haute-Silésie » Imprimerie K. Miarka, Mikolów (Nikolai).

Ministère de l'Agriculture de la Belgique, *Publications du Service des Associations et de la Statistique*, N. 1°: *Répartition et Rendement des Cultures; Animaux de ferme. Années 1919 et 1920; Evolution provisoire des ensemencements de l'Automne 1920*, Bruxelles, Feron, 1921.

Ministére de l'Industrie, du Travail et du Ravitaillement du Royaume de Belgique: *Le régime des Licenses en Belgique*, Février 1921. Imprimerie Veuve C. De Clercq, Jette.

Norges Statistiske Centralbyraa, *Recensement du 30 Septembre 1907.* Kristiania, Aschehoug, 1911.

Norges Statistiske Centralbyraa, *Annuaire statistique de la Norvège*, Années 1914, 1915, 1916; Kristiania, Aschehoug; 1915, 1916, 1917.

Norges Statistiske Centralbyraa, *Recensement industriel 1909; Statistique de la production*, Kristiania, Aschehoug, 1915.

Norges Officiele Statistik. Fiskerdirectören, *Pêches maritimes pendant l'année 1913*, Kristiania, Aschehoug, 1915.

Norges Statistiske Centralbyraa, *Revenus et fortunes selon l'imposition de l'exercice 1911 par rapport au recensement général de 1910,* Kristiania, Aschehoug, 1915.

Norges Statistike Centralbyraa, *Statistique de la navigation de la Norvège pendant l'année 1913*, Kristiania, Aschehoug, 1916.

Office Permanent de l'Institut International de Statistique: *Annuaire International de Statistique:* V. *État et mouvement de la Poputation (Afrique, Asie, Océanie);* La Haye, 1921, Van Stockum et Fils.

Office Permanent de l'Institut International de Statistique: *Annuaire International de Statistique:* VI. *Salaires et durée du travail, Conventions Collectives, Chômaye, Placement, Syndacats Ouvriers et Patronaux, Grève et Lock-outs;* La Haye, 1920. Van Stockum et Fils.

Office Permanent de l'Institut International de Statistique: *Annuaire International de statistique:* VII. *Enseignement Primaire, Agriculture, Poste, Télégraphie et Téléphonie, Societés Anonymes, Coopératives, Habitations, Indices des Prix de Gros.* La Haye, 1920. Van Stockum et Fils.

A. Olszewski, *La Haute-Silésie, son influence sur la solvabilité et la vie économique de l'Allemagne*, Paris, Février 1921.

S. P. Phocas-Cosmetatos, *La Macédonie, son passé et son présent.* Paris, Payot et C.ie, 1919.

E. Romer, *La situation de la Haute-Silésie et la Politique de l'Etat Allemand.* Varsovie 1921.

ROYAUME DE LA BELGIQUE. MINISTÈRE DE L'INDUSTRIE, DU TRAVAIL ET DU RAVITAILLEMENT, *La situation des Industries Belges en Décembre 1920.* Bruxelles 1921.

K. STOUMAN, *Le repeuplement de la France.* (Tirage a part de la « Revue Internationale d'Hygiene pubblique » Juillet-Août 1921.)

A. WIERZBICKI, *Le problème de la Haute-Silésie, tel qu' il se pose en réalité, et les erreurs de Keynes.* Discours prononcé à la séance de la Diète Polonaise, le 28 Janvier 1921, publié aux frais de l'État selon la Décision unanime de la Chambre, Varsovie, 1921.

La Finlande: Le Pays et le Peuple — L' Agriculture — L' Industrie — Le Commerce. Publié par la « Chambre Centrale de Commerce de Finlande », Helsingfors, Janvier 1921.

La Lettonie, son dévoloppement et sa vie politique. Impr. Ulpiano, Rome, 1921.

Latvie (Lettonie). Mémoire présenté par la Délégation Latvienne à l'Assemblée de la Société des Nations. Imprimé á la Typografie de préparation des Papiers d'État de Latvie.

Legislation ouvrière et prevoyance sociale en Suède. Bref resumé publié par ordre du guvernement suédois à l'occasion de la VIII[e] Session du « Conseil d'Administration du Bureau International du Travail » à Stockholm en Juillet 1921.

Les Lock-out et la grève générale en Suéde en 1909. Rapport présenté par l'« Office du Travail » à l'Administration Royale de l'Industrie et du commerce. Stockholm, 1912.

BANK OF FINLAND, *Finnish banking in 1919.*

BANK OF FINLAND, *The financial situation of Finland in 1920.*

A. BRETON, *Europe's Economics and Industrial Recovery (News Problems Public Finance and Taxation)*, « Guaranty Trust Company of New York ».

C. V CHARLIER, *Introduction to stellar statistics* (Bilaga till « Inbjudningsskriften till Filosofie » Doktorpromotionen den 31 Maj 1921) Scientia Publisher, Lund 1921.

DEPARTEMENT OF COMMERCE, BUREAU OF FOREIGN AND DOMESTIC COMMERCE, *Monthly Summary of Foreign Commerce of U. S.* October 1920, Nov. 1920.

L. I. DUBLIN, *The Reduction in Mortality among Colored Policyholders.* Metropolitan Life Insurance Co. New Yok, 1920.

E. M. EAST and D. F. JONES, *Infreeding and Outbreeeding, their Genetics and Sociological significance.*

B. Faenge, *On the distances and luminosities of stars of spectral type. Gas derived from their proper motions,* Meddelanden fran Lunds Astronomika Observatorium. Serie II. N.r 25. Scientia Publisher. Lund, 1921.

Foerster, *Italian Emigration of our Times,* Harvard University Press, Cambridge.

A. W. Flux, *The Measurement of Price Changes* (reprinted from the «Journal of the Royal Statistical Society » vol. LXXXIV Part II, March 1921.)

C. Gini, *Measurement of Inequality of Incomes,* (Reprinted from « The Economic Journal » March 1921.)

Guaranty Trust Company of New York, *Foreign Loans in the United States.* — September 15th, 1920: *Our Vast Unused Energy. — The Effect of the War on European Neutrals. — Trading with China. — The Fabric of Civilisation; A Short Survey of the Cotton Industry in the United States. — Greater France and Three Cities (Bordeaux, Lyons, Marseilles). — Our New Place in World Trade. — Trading with the Near East, Present conditions and Future Prospects. — How Business with Foreign Countries is financed. — The Budget System of the Guaranty Trust Company. — Federal Taxes on Income and Profits. — Foreign Financing under the Edge Act. — Taking Stock of the Future; (Outlines of the Plans of various Foreign Countries for Commercial Reconstruction). — A Bank Catechism. — Essentials of Trading with Latin America. — Needed Reform in the present Federal Tax Laws. — Acceptances. — New York State Franchise Tax on Business Corporations:* (Corporation Income Tax); Amendments of 1920 — *The Transfer Tax Law. — Transportation Act 1920. — Tax on Personal Incomes, State of New York, 1921. — Emergency Tariff Act, 1921. — Ownership Certificates under the Federal Income Tax Law, including Returns of Information and Withholding, 1921. — Federal Stamp Taxes on Drafts, Cheeks and Promissary Notes.*

V. T. Howard, *The natural history of typhoid fever in Baltimore 1851-1919.*

J. M. Keynes, *A Treatise on Probability,* Macmillan and Co., 1921.

International Chamber of Commerce (First Congress-London, June 27 to July 1, 1921) *Economic Review submitted by Swedish National Committee*) Paris, 1921.

International Labour Office, *The International Labour organisation and the first Year of its Work,* Genova, 1921.

P. H. Middleton, *Great Britain's Plan to Extend Foreign Trade; German Plans to Extend Foreign Trade; French Plans to Extend Foreign Trade;* « Guaranty Trust Company of New Jork ».

Ministry of Labour, Directory of Joint Scanding Industrial Councils Interim Industrial Reconstruction Committees and Trade Boards, January 1921.

R. Pearl, *On a single numerical index of the age distribution of a population.*

R. Pearl, *Some landmarks in the history of vital statistics.*

R. Pearl, *A contribution of genetics to the practical breeding of dairy cattle.*

R. Pearl, *The effect of the war in the chief factors of population change.*

R. Pearl, *The relative influence of the constitutional factor in the etiology of tuberculosis.*

R. Pearl and L. J. Reed, *On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation.*

R. Pearl, *On the embriological basis of human mortality.*

K. Pearson, *Side Lights on the Evolution of Man.* University of London, Galton Laboratory for National Eugenics. Eugenics Lecture Series, XIII. London, 1921.

L. J. Reed, *The mathematics of biometry.*

C. E. Riggs, *Venereal Statistics of the Army and Navy. A study of certain publiished Reports.* (Reprinted from « United States Naval Medical Bulletin » Volume 15, N. 1. Washington, Governement Printing Offlce, 1921.)

C. N. Sabin, *Fondamental Facts of Our Business Situation.* Statement prepared for the December 1920, issue of the Guaranty Trust Company's publication, « The Guaranty Newos ».

C. H. Sabin, *Some Lessons for 1921.* « Guaranty Trust Company of New York ».

F. H. Sisson, *The Credit Situation, its Causes and Cure; A Constructive Immigration Policy; Europe after the War; The World's Challenge to America.* « Guaranty Trust Company of New York ».

The departement of finance, *The Twentieth financial and economic annual of Japan*, 1920. Tokyo. Printed by the Government Printing Office.

The Finnish chamber of commerce, *Financial and Business Report;* M. 1-11.

H. Westergaard, *On the future of Statistics,* Reprinted from the « Journal of the Royal Statistical Society », Vol. LXXXI, Part. III, May 1918.

H. Westergaard, *On the Study of Displacements within a population.* Reprinted from « Quarterly Publications of the American Statistical Association », Decembre, 1920.

H. Westergaard. *Scope and Method of Statistics,* Extract from the « Publications of the American Statistical Association » September », 1916.

H. Westergaard, *Om legements vaekst hos Pigeborn*, « Saertryk af Meddelelser fra Den Antropologiske Komitè », Köbenhayn 1920.

International Chamber of Commerce, First Congress-London, June 27 to Juli 1, 1921) *Statememt submittet to Production Group by Swedisch National Committee,* Stockholm, 1921.

Finland, Its country and people, a short survey, Helsingsfors, 1919.

Iron and Steel in Sweden, Edited and published under control of and in cooperation with Jernkontoret by Aktiebolaget svenska Teknologföreningens Förlang, Stockolm.

Sweden, historical and statistical Handbook, by order of the swedish Governement edited by. J. GUINCHARD, Second Edition. First part: *Land and People*, Stockholm 1914. Second part: *Industries*, Stokholm, 1914.

Sweden as producer of wood goods, pulp, paper, tar and other forest-products. Published by A. B. Svenska Teknologföreningens Förlag. Stockholm.

The housing question in Sweden. By order of the Swedish Government, published by the « Swedish Delegation at the Interallied Housing and Town Planning Congress in London », Juni 1920. Stockholm, 1920.

The Financial Situation of Finland in 1920. Issued by the « Bank of Finland », Helsingfors, January, 1921.

The Seafaring-Trade in Sweden, published by order of the Swedish Government Delegation for International Socio-political Work, Stockholm, 1920.

The Swedish Agricultural Labourer, Published by order of the « Swedish Government's Delegation for International Collaboration in Social Politics », Stockholm, 1921.

BRAGANTE AGOSTINO, *Gerente responsabile.*

HA
1
M4
v.1

Metron

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY